

ПРОВОДИМОСТЬ ОДНОСТЕННЫХ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК

А. В. Гец, В. П. Крайнов*

Московский физико-технический институт
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 12 июля 2016 г.

Рассчитана электронная проводимость одностенных углеродных нанотрубок при низких температурах. Показано, что она значительно больше, чем хорошо известная проводимость модельной одномерной ферми-системы. Этот эффект является чисто квантовым.

DOI: 10.7868/S0044451016120191

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в физике конденсированного состояния все более популярными становятся объекты нанометрового масштаба. Это нанокристаллические ферромагнитные сплавы, фуллерены, углеродные нанотрубки, нанокompозиты, тонкопленочные многослойные наноструктуры и т. д. Подобные системы интересны сочетанием ряда параметров, не достижимых для традиционных моно- и поликристаллических структур. Не менее важно, что в них начинают проявляться новые физические свойства. Было установлено, что уменьшение размера кристаллов в материале (в первую очередь, в металлах) может приводить к существенному изменению их свойств. Особое место среди наноструктурированных твердых тел занимают углеродные нанотрубки, открытые совсем недавно. В 1991 г. японский исследователь Иджима, рассматривая в электронном микроскопе сажу, полученную в результате распыления графита в плазме электрической дуги, обнаружил тонкие протяженные нити — цилиндрические структуры диаметром от одного до нескольких нанометров и длиной до нескольких микрометров [1]. Они состояли из одного или нескольких свернутых в трубку гексагональных графитовых слоев, торцы которых закрывались полусферической головкой. Получив название «углеродные нанотрубки», эти объекты с тех пор находятся в фокусе внимания мировой научной и инженерной общественно-

сти благодаря целому ряду необычных физических свойств. Одностенные графитовые нанотрубки типа «кресло», обсуждаемые ниже, обладают металлической проводимостью π -электронов вдоль оси трубки ввиду малой ширины запрещенной зоны. Именно, две из C–C-связей ориентированы параллельно продольной оси нанотрубки и обладают металлической проводимостью [2].

2. СПЕКТР ЭЛЕКТРОНОВ ПРОВОДИМОСТИ В ОДНОСТЕННЫХ НАНОТРУБКАХ

Получим элементарный спектр энергий и волновые функции свободного электрона в одностенной цилиндрической нанотрубке радиуса R с модельным гамильтонианом ($\hbar = m = 1$)

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \Delta - \kappa \delta(r - R)$$

при условии, что $\kappa R \gg 1$. Радиус нанотрубки составляет величину порядка нанометра, т.е. $R = 20$ ат. ед. Величина $\kappa \sim UR$. Энергия U радиального притяжения электрона к нанотрубке порядка 1 ат. ед., так что условие $\kappa R \gg 1$ всегда выполняется с большим запасом.

Обозначим через p_z постоянный импульс свободного электрона вдоль оси нанотрубки. Нас интересует квантование этого движения в радиальном направлении и квантование вращательного движения поперек оси нанотрубки. В цилиндрических координатах полная волновая функция имеет вид

$$\Psi_n(r, \varphi, z) = \psi(r) \exp(in\varphi + ip_z z). \quad (1)$$

* E-mail: vpkrainov@mail.ru

Для радиальной волновой функции имеем стационарное уравнение Шредингера

$$-\frac{d^2\psi(r)}{dr^2} - \frac{d\psi(r)}{r dr} + \frac{n^2}{r^2}\psi(r) - 2\kappa\delta(r-R)\psi(r) = (2E_n - p_z^2)\psi(r). \quad (2)$$

Квантовое число $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ определяет угловое квантование. Устраняем первую производную в уравнении (2) путем замены волновой функции $\psi = u/\sqrt{r}$. Получаем уравнение

$$-\frac{d^2u(r)}{dr^2} + \frac{n^2 - 1/4}{r^2}u(r) - 2\kappa\delta(r-R)u(r) = (2E_n - p_z^2)u(r). \quad (3)$$

Мы увидим ниже, что волновая функция $u(r)$ сосредоточена в узкой области вблизи нанотрубки, т.е. $r \approx R$. Поэтому во втором слагаемом левой части уравнения (3) можно заменить $r \rightarrow R$. Обозначая $x = r - R$ и

$$2\varepsilon = 2E_n - p_z^2 - \frac{n^2 - 1/4}{R^2},$$

из (3) получим

$$-\frac{1}{2}\frac{d^2u(x)}{dx^2} - \kappa\delta(x)u(x) = \varepsilon u(x). \quad (4)$$

Это — хорошо известное уравнение для частицы в одномерной дельта-яме. Его решение можно представить в виде

$$\varepsilon = -\kappa^2/2, \quad u(x) = \sqrt{\kappa} \exp(-\kappa|x|).$$

Итак, энергетический спектр имеет вид

$$E_n = \frac{p_z^2}{2} - \frac{\kappa^2}{2} + \frac{n^2 - 1/4}{2R^2}. \quad (5)$$

Первое слагаемое в этой формуле — энергия продольного движения электрона, второе слагаемое — известное выражение для энергии связи в одномерной дельта-яме. Третье слагаемое отвечает энергии вращательного движения электрона в трубке. Волновая функция радиального движения имеет вид

$$\psi(r) = \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \exp(-\kappa|r-R|). \quad (6)$$

Она действительно очень быстро убывает при удалении от нанотрубки ввиду условия $\kappa R \gg 1$. Выражение (5) было получено ранее в работе [3] на основе асимптотик точных решений при произвольном значении κR , выраженных через специальные функции.

3. ОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ХАББАРДА

Модель Хаббарда [4] развивается для качественного описания одномерного движения взаимодействующих π -электронов в углеродной одностенной нанотрубке при низких температурах. Известно, что стандартная модель ферми-жидкости Ландау для взаимодействующих ферми-частиц неприменима в одномерном случае. Хаббард ввел два предположения: 1) сильное отталкивание между двумя электронами в одной и той же узкой потенциальной яме; 2) малая вероятность перескока электрона в соседнюю потенциальную яму — это приближение сильной связи.

Тогда в простейшей версии Хаббарда уравнение Шредингера для двух взаимодействующих электронов в одной дельта-яме имеет вид (здесь и далее временно полагаем $\hbar = m = \kappa = 1$)

$$\hat{H}(x_1, x_2) = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) + U\delta(x_1 - x_2) - \kappa[\delta(x_1) + \delta(x_2)]. \quad (7)$$

Этот гамильтониан описывает два электрона в одномерном дельта-функционном потенциале притяжения с амплитудой $\kappa = 1$. Величина U (энергия Хаббарда) моделирует короткодействующее отталкивание этих электронов друг от друга. В гамильтониане (7) мы пренебрегаем малой вероятностью перескока электрона в соседнюю потенциальную яму в соответствии со вторым приближением Хаббарда.

Поскольку данная задача не решается аналитически, используем вариационное приближение. Пространственно-симметричная волновая функция двух электронов с полным спином $S = 0$ берется в виде, основанном на известном простом решении в одномерной дельта-яме:

$$\Psi(x_1, x_2) = A[\exp(-\alpha|x_1| - \beta|x_2|) + \exp(-\alpha|x_2| - \beta|x_1|)]. \quad (8)$$

Если $U = 0$, то получаем $\alpha = \beta = 1$, и полная энергия двух электронов $E = -1$. Величины $1/\alpha$ и $1/\beta$ характеризуют среднее расстояние, на котором соответствующий электрон находится относительно дельта-ямы.

Из вариационного расчета следует, что полная энергия состояния равна

$$E = \alpha\beta - \alpha - \beta + 2U\frac{\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha^2 + \beta^2 + 6\alpha\beta}.$$

Минимизируя ее по вариационным параметрам, получим два уравнения:

$$1 = \alpha + 2U \frac{\alpha^2(\alpha^2 + 2\alpha\beta + 5\beta^2)}{(\alpha^2 + 6\alpha\beta + \beta^2)^2},$$

$$1 = \beta + 2U \frac{\beta^2(5\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2)}{(\alpha^2 + 6\alpha\beta + \beta^2)^2}.$$

Они имеют простое решение (восстановлены обычные единицы):

$$\alpha = \beta = 1 - \frac{mU}{4\hbar^2 k^2}.$$

Полная энергия системы двух электронов равна

$$E(U) = -\frac{\hbar^2 k^2}{m} + \frac{U}{2} - \frac{mU^2}{16\hbar^2 k^2}.$$

Из этого решения следует, что при увеличении отталкивания оба электрона движутся вверх и при $U = 4k^2\hbar^2/m$ вылетают в непрерывный спектр: $\alpha = \beta = 0, E = 0$.

Если далее взять нечетное вариационное состояние двух электронов с параллельными спинами (согласно принципу Паули),

$$\Psi_{odd}(x_1, x_2) = A [\exp(-\alpha|x_1| - \beta|x_2|) - \exp(-\alpha|x_2| - \beta|x_1|)],$$

то дельта-функциональное отталкивание электронов не действует на эту волновую функцию. Если же $U = 0$, то получаем $\alpha = \beta = 1$ и такое состояние отсутствует.

Если рассмотреть две дельта-ямы на большом расстоянии a друг от друга и снова два электрона, то вариационная функция четного состояния определяется произведением функций (8) в каждой из ям, т. е.

$$\Psi(x_1, x_2) = A [\exp(-\alpha|x_1| - \beta|x_2|) + \exp(-\alpha|x_2| - \beta|x_1|)] \times$$

$$\times [\exp(-\alpha|x_1 - a| - \beta|x_2 - a|) + \exp(-\alpha|x_2 - a| - \beta|x_1 - a|)].$$

Она сдвигается вверх при включении отталкивательного взаимодействия. А вариационная функция нечетного состояния,

$$\Psi_{odd}(x_1, x_2) = A [\exp(-\alpha|x_1| - \beta|x_2|) - \exp(-\alpha|x_2| - \beta|x_1|)] \times$$

$$\times [\exp(-\alpha|x_1 - a| - \beta|x_2 - a|) - \exp(-\alpha|x_2 - a| - \beta|x_1 - a|)],$$

не сдвигается вверх при включении отталкивательного взаимодействия. Образуется щель в спектре.

Таким образом, задача Хаббарда при достаточно сильном отталкивании между электронами сводится к одномерной задаче вблизи границы Ферми при условии, что температура мала по сравнению с энергией Ферми.

4. ТУННЕЛЬНЫЙ ТОК В ОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЕ

Рассмотрим сначала одномерную ферми-систему A и обычный металлический одномерный образец («пробник») B с точечным туннельным контактом между ними в точке $z = 0$. В так называемой модели шероховатого контакта [5] вероятность туннелирования экспоненциально зависит от толщины контакта. Основной вклад вносится тем местом, где барьер наиболее тонкий и, соответственно, вероятность туннелирования наиболее велика. Можно считать, что туннелирование происходит в определенной точке барьера и его вероятность не зависит от импульсов электрона до и после контакта. Амплитуда туннелирования представляет собой константу w (в общем случае комплексную). Гамильтониан системы имеет вид

$$\hat{H}_{total} = \hat{H}_A + \hat{H}_B + \hat{U}_{tunnel},$$

где туннельный малый потенциал описывается выражением, соответствующим уничтожению электрона в системе A и рождению электрона в системе B :

$$\hat{U}_{tunnel} = w\hat{\psi}_B^\dagger(0)\hat{\psi}_A(0) + \text{с.с.} \quad (9)$$

Здесь w — экспоненциально малая амплитуда туннелирования из одной системы в другую и введены операторы рождения и уничтожения электронов.

Туннельный переход имеет место под действием разности потенциалов V , которая представляет собой разность химических потенциалов систем A и B . Эта дополнительная добавка к полному гамильтониану может быть с помощью калибровочного преобразования переведена в туннельное взаимодействие (а в операторах Ферми появляется зависимость от времени, когда произошел переход):

$$\hat{U}_{tunnel}(t) = w\hat{\psi}_B^\dagger(0, t)\psi_A(0, t)e^{-iVt} + w^*\psi_A^\dagger(0, t)\psi_B(0, t)e^{iVt}. \quad (10)$$

Оператор туннельного тока равен производной по времени от оператора заряда, т. е. от оператора плотности электрона

$$\hat{Q}_A = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}_A^\dagger(x)\hat{\psi}_A(x) dx. \quad (11)$$

Ввиду отсутствия явной зависимости оператора тока от времени надо вычислить коммутатор заряда с гамильтонианом, т. е. с туннельным потенциалом. Поскольку

$$\begin{aligned} & \left[\hat{\psi}_A(0), \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}_A^\dagger(x) \hat{\psi}_A(x) dx \right] = \hat{\psi}_A(0) \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}_A^\dagger(x) \hat{\psi}_A(x) dx - \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}_A^\dagger(x) \hat{\psi}_A(x) dx \cdot \hat{\psi}_A(0) = \\ & = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\hat{\psi}_A(0) \hat{\psi}_A^\dagger(x) + \hat{\psi}_A^\dagger(x) \hat{\psi}_A(0) \right) \hat{\psi}_A(x) dx = \\ & = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) \hat{\psi}_A(x) dx = \hat{\psi}_A(0), \quad (12) \end{aligned}$$

для тока, согласно выражениям (10) и (11), получаем

$$\begin{aligned} \hat{I}(t) &= \frac{d\hat{Q}_A}{dt} = i \left[\hat{H}_{total}, \hat{Q}_A \right] = \\ &= i w e^{-iVt} \hat{\psi}_B^\dagger(0) \hat{\psi}_A(0) - i w^* e^{iVt} \hat{\psi}_A^\dagger(0) \hat{\psi}_B(0). \quad (13) \end{aligned}$$

При переходе к представлению взаимодействия по возмущению $\hat{U}_{tunnel}(t)$ среднее значение оператора тока принимает вид

$$\begin{aligned} \langle \hat{I}(t) \rangle &= \left\langle \exp \left(i \int_{-\infty}^t \hat{U}_{tunnel}(t') dt' \right) \times \right. \\ & \times \hat{I}(t) \exp \left(-i \int_{-\infty}^t \hat{U}_{tunnel}(t') dt' \right) \left. \right\rangle = i w \exp(-iVt) \times \\ & \times \left\langle \left(1 + i \int_{-\infty}^t \hat{U}_{tunnel}(t') dt' \right) \hat{\psi}_B^\dagger(0, t) \hat{\psi}_A(0, t) \times \right. \\ & \times \exp \left(1 - i \int_{-\infty}^t \hat{U}_{tunnel}(t') dt' \right) \left. \right\rangle + c.c. \quad (14) \end{aligned}$$

С учетом малости туннельного взаимодействия в выражении (14) проведено разложение в ряд Тейлора. Нулевой член разложения (14) дает нулевой вклад при усреднении тока по вакууму. Усреднение может быть проведено независимо по системе A и системе B . Из восьми членов первого порядка малости в (14) после усреднения остаются только четыре, так как $\langle \hat{\psi}_B \hat{\psi}_B \rangle = 0$. Эти члены первого порядка малости вносят следующий вклад (далее мы опускаем в аргументах операторов значение координаты $z = 0$, сохраняя только время):

$$\begin{aligned} \langle \hat{I}(t) \rangle &= |w|^2 \left\langle \int_{-\infty}^t dt' \exp(-iV(t-t')) \times \right. \\ & \times \left[\hat{\psi}_B^\dagger(t') \hat{\psi}_A(t'), \hat{\psi}_A^\dagger(t) \hat{\psi}_B(t) \right] \left. \right\rangle + \\ & + |w|^2 \left\langle \int_{-\infty}^t dt' \exp(iV(t-t')) \times \right. \\ & \times \left[\hat{\psi}_B^\dagger(t) \hat{\psi}_A(t), \hat{\psi}_A^\dagger(t') \hat{\psi}_B(t') \right] \left. \right\rangle. \quad (15) \end{aligned}$$

В квазиклассическом приближении для вероятности туннелирования в единицу времени имеем

$$|w|^2 = \frac{p_0}{md} \exp \left(-2 \frac{\sqrt{2mU_0} d}{\hbar} \right),$$

где U_0 — высота потенциального барьера, разделяющего контакты, p_0 — импульс Ферми, а d — толщина контакта. Предэкспоненциальный фактор в этой формуле — это частота ударов о стенку контакта (качественно).

Пусть электрон переходит, например, из системы B в систему A . Тогда из первого коммутатора в (15) остается после усреднения по вакууму только первое слагаемое коммутатора, соответствующее рождению электрона в системе A и уничтожению электрона в системе B . То же относится и к второму коммутатору. Итак, из (15) получим

$$\begin{aligned} \langle \hat{I}(t) \rangle &= |w|^2 \int_{-\infty}^t dt' \exp(-iV(t-t')) \times \\ & \times \langle \hat{\psi}_B^\dagger(t') \hat{\psi}_B(t) \rangle \langle \hat{\psi}_A(t') \hat{\psi}_A^\dagger(t) \rangle + \\ & + |w|^2 \int_{-\infty}^t dt' \exp(iV(t-t')) \langle \hat{\psi}_B^\dagger(t) \hat{\psi}_B(t') \rangle \times \\ & \times \langle \hat{\psi}_A(t) \hat{\psi}_A^\dagger(t') \rangle. \quad (16) \end{aligned}$$

Во втором интеграле в выражении (16) сделаем замену переменной $t' \rightarrow 2t - t'$. Он приобретает вид

$$\begin{aligned} |w|^2 \int_t^\infty dt' \exp(iV(t-t')) \times \\ \times \langle \hat{\psi}_B^\dagger(t) \hat{\psi}_B(2t-t') \rangle \langle \hat{\psi}_A(t) \hat{\psi}_A^\dagger(2t-t') \rangle. \quad (17) \end{aligned}$$

Средние значения в (17) такие же, как и в первом слагаемом в выражении (16), так как они зависят только от разности времен, а не от их абсолютных значений. В результате выражение (16) упрощается:

$$\langle \hat{I}(t) \rangle = I(V) = |w|^2 \int_{-\infty}^t dt' \exp(-iV(t' - t)) \times \langle \hat{\psi}_B^\dagger(t') \hat{\psi}_B(t) \rangle \langle \hat{\psi}_A(t') \hat{\psi}_A^\dagger(t) \rangle, \quad (18)$$

или

$$I(V) = |w|^2 \int_{-\infty}^{\infty} G_B^*(0, t' - t) G_A(0, t - t') \times \exp(-iV(t' - t)) dt' = |w|^2 \int_{-\infty}^{\infty} G_B(0, t - t') \times G_A(0, t - t') \exp(iV(t' - t)) dt'. \quad (19)$$

Функции Грина свободных электронов систем A и B имеют известный вид [5]:

$$G_{A,B}(0, t - t') = \frac{i}{2\pi} \frac{1}{p_0(t' - t) + i\delta}, \quad \delta \rightarrow 0. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (19), вычисляем туннельный ток и получаем закон Ома

$$I(V) = \frac{|w|^2}{4\pi^2 p_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iVt} dt}{(t - i\delta/p_0)^2} = \frac{i|w|^2}{4\pi^2 p_0^2} \frac{d}{d(\delta/p_0)} \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iVt} dt}{t - i\delta/p_0} = \frac{e^2 |w|^2 V}{4\pi \varepsilon_0}, \quad \frac{V\delta}{p_0} \ll 1. \quad (21)$$

Здесь восстановлены обычные обозначения. Константа затухания δ выпадает из ответа.

5. ТУННЕЛЬНЫЙ ТОК В НАНОТРУБКЕ

В предыдущем разделе мы рассматривали одномерную ферми-систему. Углеродная нанотрубка имеет цилиндрическую симметрию. Чтобы учесть поперечное квантованное движение электронов, рассмотрим далее общий случай трехмерных систем, где, однако, не будем учитывать взаимодействие между электронами. Рассмотрим ферми-систему A нанотрубки и обычный одномерный металлический образец («пробник») B , где электроны являются свободными, с точечным туннельным контактом между ними в точке $z = 0$ в модели шероховатого контакта. Удобнее использовать функции Грина в энергетическом представлении.

Разлагаем функции Грина в выражении (19) для тока в интеграл Фурье:

$$I(V) = \frac{1}{(2\pi)^2} \times |w|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega d\omega' G_B(z, \omega') G_A(z, \omega) \times \exp(i\omega' t - i\omega t - iVt) dt = \frac{|w|^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega G_B(z, \omega) G_A(z, \omega + V). \quad (22)$$

Здесь точка z обозначает точку контакта. Далее переходим к фурье-представлению по координате z , полагая ее затем равной нулю, как и ранее:

$$I(V) = \frac{|w|^2}{2\pi} \times \sum_{p_z, p'_z} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega G_B(p'_z, \omega) G_A(p_z, \omega + V). \quad (23)$$

Далее надо учесть, что для электрона в нанотрубке поперечное движение является квантованным. Ограничимся здесь только одностенными нанотрубками радиуса R , для которых энергия электрона была получена выше (см. формулу (5), где величина $\kappa \sim UR$ характеризует потенциал притяжения U нанотрубки, аппроксимируемый дельта-функцией, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ — вращательное квантовое число, а импульс p_z для определенности считаем положительным (ток идет в определенном направлении)). С учетом сказанного выражение (23) модифицируется:

$$I(V) = \frac{|w|^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^{\infty} \frac{dp'_z}{2\pi} G_B(p'_z, \omega) \times \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{dp_z}{2\pi} G_A(p_z, \omega + V). \quad (24)$$

Функция Грина свободного электрона в пробнике имеет известный вид:

$$G_B(p'_z, \omega) = \left[\omega - \frac{p'^2_z}{2} + \frac{p_0^2}{2} + i\delta \operatorname{sign} \omega \right]^{-1}. \quad (25)$$

Вычисляем интеграл от нее, входящий в (24) (при $\omega \ll p_0^2/2$):

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} dp'_z \left[\omega - \frac{p'^2_z}{2} + \frac{p_0^2}{2} + i\delta \operatorname{sign} \omega \right]^{-1} = \frac{i}{p_0} \operatorname{sign} \omega. \quad (26)$$

Аналогично вычисляем второй интеграл в (24):

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{dp_z}{2\pi} G_A(p_z, \omega + V) &= \\ &= \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} dp_z \left[2(\omega + V) - p_z^2 + p_0^2 + \kappa^2 - \right. \\ &\left. - \frac{n^2 - 1/4}{R^2} + 2i\delta \operatorname{sign}(\omega + V) \right]^{-1} = i \sum_{n=0}^{n_{max}} \operatorname{sign}(\omega + V) \times \\ &\times \left[2V + p_0^2 + \kappa^2 - \frac{n^2 - 1/4}{R^2} \right]^{-1/2}, \quad (27) \end{aligned}$$

где n_{max} — максимальное вращательное квантовое число. Подставляя выражения (26) и (27) в (24), находим явное выражение для тока:

$$\begin{aligned} I(V) &= -\frac{|w|^2}{2\pi p_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \sum_{n=0}^{n_{max}} \operatorname{sign} \omega \operatorname{sign}(\omega + V) \times \\ &\times \left[2V + p_0^2 + \kappa^2 - \frac{n^2 - 1/4}{R^2} \right]^{-1/2} = \\ &= \frac{|w|^2 V}{4\pi p_0} \sum_{n=0}^{n_{max}} \left[2V + p_0^2 + \kappa^2 - \frac{n^2 - 1/4}{R^2} \right]^{-1/2}. \quad (28) \end{aligned}$$

В случае свободного одномерного движения электрона из (28) находим простой закон Ома, совпадающий с (21) ($eV \ll \varepsilon_0$):

$$I(V) = \frac{e^2 |w|^2 V}{4\pi \varepsilon_0}. \quad (29)$$

Заменяя сумму в (28) на интеграл, находим закон Ома с другой проводимостью (интеграл определяется большими значениями вращательного квантового числа $n \gg 1$):

$$\begin{aligned} I(V) &= \frac{|w|^2 V R}{2\pi p_0} \int_0^{x_{max}} \frac{dx}{\sqrt{2V + p_0^2 + \kappa^2 - x^2}} = \\ &= \frac{e^2 |w|^2 V}{8\varepsilon_0} \frac{p_0 R}{\hbar}. \quad (30) \end{aligned}$$

Поскольку $p_0 R \gg \hbar$, ток (30) значительно больше, чем (21). Таким образом, можно сделать вывод, что в цилиндрической нанотрубке проводимость значительно больше, чем в модельной одномерной системе, рассмотренной в [5]. Этот эффект является чисто квантовым, как видно из (30).

Эксперименты обнаруживают отклонения от закона Ома [6], связанные с отталкиванием между электронами. Оно описывается в модели Латтинжера [5]. Это затрудняет проверку сделанного утверждения.

Работа поддержана Министерством образования и науки РФ (проект № 3.679.2014/К).

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Ijima, *Nature* **354**, 56 (1991).
2. А. В. Елецкий, *УФН* **179**, 225 (2009).
3. А. А. Abrikosov, D. V. Livanov, and A. A. Varlamov, *Phys. Rev. B* **71**, 165423 (2005).
4. J. Hubbard, *Proc. Roy. Soc. London A* **276**, 238 (1963).
5. Л. С. Левитов, А. В. Шитов, *Функции Грина. Задачи с решениями*, Физматлит, Москва (2002), задача 81.
6. M. Bockrath, D. H. Cobden, Jia Lu et al., *Nature* **397**, 598 (1999).