ЖЭТФ, 2017, том 151, вып. 4, стр. 791–796

ПРОВЕРКА ВЗАИМНОСТИ СИЛ МЕЖЧАСТИЧНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В НЕИДЕАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Е. А. Лисин [a*], *О. С. Ваулина* [a,b], *О. Ф. Петров* [a,b]

[a] *Объединенный институт высоких температур Российской академии наук*
125412, Москва, Россия

[b] *Московский физико-технический институт*
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 1 декабря 2016 г.

Предложен простой критерий, позволяющий выявлять нарушение симметрии парного взаимодействия в сильно неидеальных диссипативных системах. Критерий основан на анализе корреляций скоростей сильно взаимодействующих частиц, которые могут быть относительно легко измерены в экспериментах с макрочастицами в различных средах. Получены аналитические соотношения, позволяющие вычислять производные силы взаимодействия между парой частиц по данным о корреляциях их скоростей и координат. Предложенные критерий и соотношения проверены на результатах численного моделирования динамики пылевых частиц в плазме.

DOI: 10.7868/S0044451017040186

В последнее время появилось немало работ, посвященных так называемому «нарушению» симметрии взаимодействия [1–9]. О невзаимном межчастичном взаимодействии, или о формальном невыполнении третьего закона Ньютона, можно говорить в случае, когда рассматривается взаимодействие между парой частиц, находящихся в сильно неравновесной среде. Ярким примером таких систем являются некоторые виды коллоидов [2–4, 10–13] и комплексной плазмы [1, 5, 8, 14–16]. Их изучение, помимо фундаментальных аспектов, представляет особый интерес для нано- и микротехнологических применений [10, 17–19].

Лабораторная комплексная (пылевая) плазма, представляющая собой слабоионизованный газ с включением частиц микронных размеров [17–19], является хорошей экспериментальной моделью для изучения невзаимных процессов на кинетическом уровне, так как трехмерные траектории движения пылевых частиц, а в некоторых случаях и действующие на них силы, могут быть легко определены без внешнего воздействия на систему [20, 21]. В большинстве лабораторных экспериментов нарушение симметрии взаимодействия наблюдалось в системах микрочастиц, левитирующих в приэлектродном слое газового разряда [1, 16, 22–24]. При этом в протяженных пылевых облаках частицы выстраивались вертикально, образуя пары [15, 25] или длинные нитевидные структуры [22, 26]. А для двух уединенных пылевых частиц невзаимность проявлялась, когда частицы зависали на разной высоте от электрода [1, 16, 23, 24]. Отметим, что в квазидвумерном пылевом монослое (или малоразмерном кластере), состоящем из одного сорта монодисперсных частиц, симметрия взаимодействия не нарушается [20]. Однако в недавней работе [5] был получен монослой, состоящий из смеси частиц двух сортов, в котором было также зафиксировано нарушение симметрии межчастичного взаимодействия.

Причиной невзаимного поведения пылевых частиц в плазме является анизотропия ее ионной компоненты: вблизи электрода возникает сильное электрическое поле, вдоль которого ионы могут двигаться со скоростями, сравнимыми с ионно-звуковой скоростью [27]. Когда микрочастицы оказываются в плазме с ионным потоком, они приобретают значительный отрицательный заряд (10^3–10^4 элементарных зарядов) вследствие высокой подвижности электронов и создают за собой возмущенную область (кильватерный ионный след) [28, 29]. Таким образом, отрицательно заряженная пылевая частица испытывает электростатическое отталкивание со

* E-mail: eaLisin@yandex.ru

стороны каждой одноименно заряженной соседней частицы и эффективное притяжение к положительным объемному заряду, возникающему в ее кильватерном следе.

В данной работе предложен простой критерий, позволяющий выявлять нарушение симметрии взаимодействия в сильно неидеальных диссипативных системах. Критерий основан на анализе корреляций скоростей и координат сильно взаимодействующих частиц, которые могут быть относительно легко измерены в экспериментах с макрочастицами в различных средах, в том числе в газоразрядной плазме. Также получены аналитические соотношения, позволяющие вычислять производные (по направлениям) силы взаимодействия между парой частиц по данным о корреляциях их скоростей и координат. Выполнена проверка полученных критериев и соотношений на результатах численного моделирования динамики пылевых частиц в плазме.

Рассмотрим систему линейных уравнений, описывающую движение (в проекции на координатную ось ξ) двух идентичных сильно взаимодействующих частиц массой M при малых отклонениях ξ_1 и ξ_2 от своих положений равновесия под действием случайной силы $\mathbf{F}_{ran}$ в поле внешних сил:

$$M\ddot{\xi}_1 = -M\nu\dot{\xi}_1 + a_1^{(\xi)}(\xi_1 - \xi_2) + b_1^{(\xi)}\xi_1 + F^{(\xi)}_{ran\,1}, \quad (1a)$$

$$M\ddot{\xi}_2 = -M\nu\dot{\xi}_2 + a_2^{(\xi)}(\xi_2 - \xi_1) + b_2^{(\xi)}\xi_2 + F^{(\xi)}_{ran\,2}, \quad (1b)$$

где $a^{(\xi)}_{1(2)} = \partial F^{(\xi)}_{2,1(1,2)}/\partial\xi$ и $b^{(\xi)}_{1(2)} = \partial F^{(\xi)}_{ex\,1(2)}/\partial\xi$ — производные по ξ-направлению ξ-компонент сил взаимодействия и внешних сил; ν — коэффициент трения частиц из-за их столкновений с нейтральными частицами окружающей среды. При этом учтем, что сила $\mathbf{F}_{1,2}$, с которой первая частица действует на вторую, в общем случае может быть не равна силе действия второй на первую, т. е. $|\mathbf{F}_{1,2}| \neq |\mathbf{F}_{2,1}|$. Также будем считать, что действующая на частицу случайная сила $\mathbf{F}_{ran}$ коррелирует только с ее скоростью:

$$\left\langle \dot{\xi}_{1(2)} F^{(\xi)}_{ran\,1(2)} \right\rangle = \nu T, \quad (2)$$

и не коррелирует с остальными переменными:

$$\left\langle \dot{\xi}_{2(1)} F^{(\xi)}_{ran\,1(2)} \right\rangle \equiv 0, \quad \left\langle \xi_{1(2)} F^{(\xi)}_{ran\,1(2)} \right\rangle \equiv 0,$$

$$\left\langle \xi_{2(1)} F^{(\xi)}_{ran\,1(2)} \right\rangle \equiv 0, \quad \left\langle F^{(\xi)}_{ran\,1} F^{(\xi)}_{ran\,2} \right\rangle \equiv 0.$$

Здесь угловые скобки $\langle\ \rangle$ обозначают усреднение по времени, а T — кинетическая температура, характеризующая стохастический характер движения частиц в среде. Описанная выше модель часто используется для расчета различных динамических характеристик неидеальных систем [30, 31], в том числе пылевой компоненты комплексной плазмы [6, 19, 32], и хорошо согласуется с экспериментом [32, 33]. При этом для пылевой плазмы параметр T может существенно превышать температуры всех компонент среды слабоионизованного газа [19, 34].

Умножим уравнения (1) на $\xi_{1(2)}$ и $\dot{\xi}_{1(2)}$ и усредним результаты по времени. Учитывая корреляторы случайной силы и тот факт, что для стационарной системы

$$\left\langle \ddot{\xi}_{1(2)}\xi_{2(1)} \right\rangle + \left\langle \dot{\xi}_{1(2)}\dot{\xi}_{2(1)} \right\rangle \equiv \frac{\partial \left\langle \dot{\xi}_{1(2)}\xi_{2(1)} \right\rangle}{\partial t} = 0,$$

$$\left\langle \dot{\xi}_1\ddot{\xi}_2 \right\rangle + \left\langle \ddot{\xi}_1\dot{\xi}_2 \right\rangle \equiv 0,$$

а также что контуры движения частиц в окрестности своих положений равновесия являются замкнутыми, т. е.

$$\left\langle \dot{\xi}_{1(2)}\xi_{1(2)} \right\rangle = 0, \quad (3)$$

можно перейти к следующей системе уравнений:

$$\left(\left\langle \xi^2_{1(2)} \right\rangle - \langle \xi_1\xi_2 \rangle\right) a^{(\xi)}_{1(2)} + \left\langle \xi^2_{1(2)} \right\rangle b^{(\xi)}_{1(2)} = = -M\left\langle \dot{\xi}^2_{1(2)} \right\rangle, \quad (4)$$

$$\left(\left\langle \xi^2_{2(1)} \right\rangle - \langle \xi_1\xi_2 \rangle\right) a^{(\xi)}_{1(2)} - \langle \xi_1\xi_2 \rangle\, b^{(\xi)}_{1(2)} \pm \pm M\left\langle \dot{\xi}_1\xi_2 \right\rangle \nu = M\left\langle \dot{\xi}_1\dot{\xi}_2 \right\rangle, \quad (5)$$

$$\left\langle \xi_1\dot{\xi}_2 \right\rangle \left(a_1^{(\xi)} + b_1^{(\xi)}\right) + \left\langle \xi_2\dot{\xi}_1 \right\rangle \left(a_2^{(\xi)} + b_2^{(\xi)}\right) - - 2M\left\langle \dot{\xi}_1\dot{\xi}_2 \right\rangle \nu = 0, \quad (6)$$

$$\pm \left\langle \xi_2\dot{\xi}_1 \right\rangle a^{(\xi)}_{1(2)} + \left(M\left\langle \dot{\xi}^2_{1(2)} \right\rangle - T\right)\nu = 0. \quad (7)$$

Если корреляции скоростей и смещений частиц $\left\langle \dot{\xi}^2_{1(2)} \right\rangle$, $\left\langle \dot{\xi}_1\dot{\xi}_2 \right\rangle$, $\left\langle \xi^2_{1(2)} \right\rangle$, $\langle \xi_1\xi_2 \rangle$ и $\left\langle \xi_1\dot{\xi}_2 \right\rangle$ определены, то решением системы уравнений (4)–(6) являются производные по направлениям действующих на частицы сил в точках их равновесия ($a_1^{(\xi)}$, $a_2^{(\xi)}$, $b_1^{(\xi)}$ и $b_2^{(\xi)}$), а также коэффициент трения частиц ν.

Любое нарушение симметрии взаимодействия будет приводить к отклонению средней кинетической энергии частиц от параметра T, характеризующего случайную силу (2), что свидетельствует о наличии непотенциальных сил, совершающих как положительную, так и при определенных условиях отрицательную работу [6,35]. Если же $M\left\langle\dot{\xi}_{1(2)}^2\right\rangle \equiv T$, то из уравнений (6), (7) следует, что

$$\left\langle\dot{\xi}_1\dot{\xi}_2\right\rangle = 0 \tag{8}$$

и

$$\left\langle\xi_{1(2)}\dot{\xi}_{2(1)}\right\rangle = 0. \tag{9}$$

Таким образом, если в системе выполняются условия (8) и (9), то частицы действуют друг на друга взаимно. В этом случае система уравнений (4)–(6) сводится к следующей:

$$\left(\left\langle\xi_{1(2)}^2\right\rangle - \langle\xi_1\xi_2\rangle\right)a^{(\xi)} + \left\langle\xi_{1(2)}^2\right\rangle b_{1(2)}^{(\xi)} = = -M\left\langle\dot{\xi}_{1(2)}^2\right\rangle, \tag{10}$$

$$\left(\langle\xi_1^2\rangle - 2\langle\xi_1\xi_2\rangle + \langle\xi_2^2\rangle\right)a^{(\xi)} - - \langle\xi_1\xi_2\rangle\left(b_1^{(\xi)} + b_2^{(\xi)}\right) = 0, \tag{11}$$

где $a^{(\xi)} \equiv a_1^{(\xi)} = a_2^{(\xi)}$.

Для проверки соотношений (4)–(6) и условий (8), (9) было выполнено численное моделирование динамики одноименно заряженных макрочастиц в плазме. Моделирование проводилось методом молекулярной динамики Ланжевена. Подробное описание техники моделирования изложено в [19]. Осесимметричное внешнее электрическое поле, удерживающее одноименно заряженные частицы, задавалось таким образом, чтобы точки равновесия частиц располагались на фиксированном расстоянии r_{eq} друг под другом вдоль оси z, направленной параллельно вектору гравитационного поля $M\mathbf{g}$. Кинетическая температура стохастического движения частиц T задавалась с учетом условия $\sqrt{\left\langle\xi_{1(2)}^2\right\rangle}/r_{eq} < 0.1$. Для моделирования межчастичного взаимодействия использовалась модель точечного ионного фокуса [5,6,9,35], которая часто применяется для качественного описания распределения электрического поля вокруг макрочастицы, погруженной в анизотропную плазменную среду с ионным дрейфом. Согласно данной модели, на фиксированном расстоянии $d_{1(2)}$ под каждой частицей с зарядом $Q_{1(2)}$ размещается заряд противоположного знака $-q_{1(2)}$ с нулевой массой. Таким образом, распределение потенциала электрического поля вокруг частицы представляется суперпозицией двух сферически-симметричных экранированных

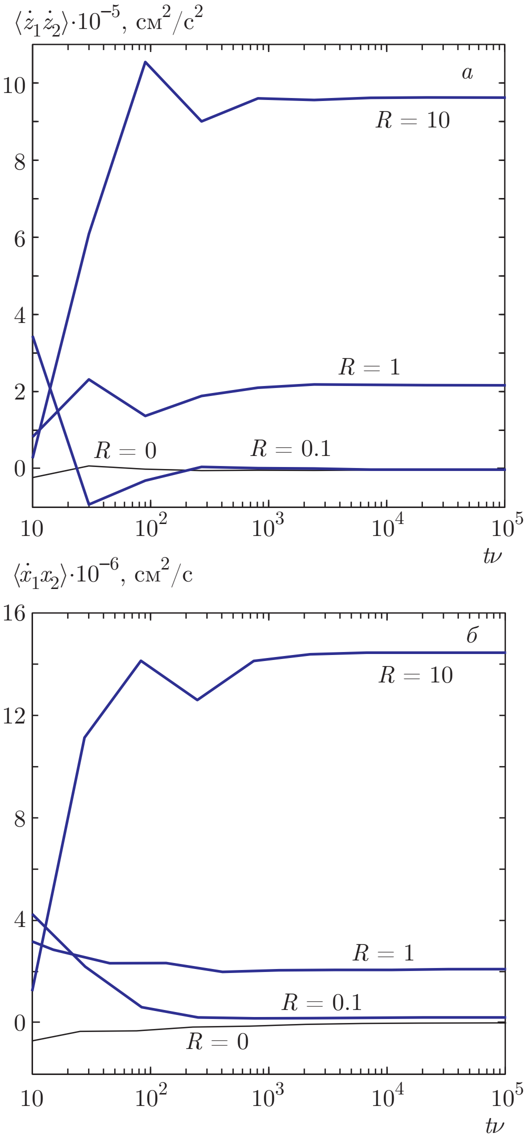

Рис. 1. Значения корреляторов $\langle\dot{z}_1\dot{z}_2\rangle$ (*а*) и $\langle\dot{x}_1x_2\rangle$ (*б*) в зависимости от времени их усреднения t, представленные для различных параметров невзаимности R. Здесь время t нормировано на величину ν^{-1}, т. е. на характерное время торможения частиц

кулоновских потенциалов (в общем случае) с различной эффективной длиной экранировки λ_Q и λ_q. В данной работе мы ограничились потенциалом с нулевой экранировкой безмассового заряда ($\lambda_q = 0$), а также положили, что $q_1/Q_1 = q_2/Q_2 \equiv q^*$ и $d_1/r_{eq} = d_2/r_{eq} \equiv d^*$. Очевидно, что если $q^* \neq 0$ и $d^* \neq 0$, то частицы действуют друг на друга невзаимно ($|\mathbf{F}_{1,2}| \neq |\mathbf{F}_{2,1}|$). Для характеристики степени невзаимности моделируемого парного взаимодействия по аналогии с работами [5,7] был введен безразмерный параметр

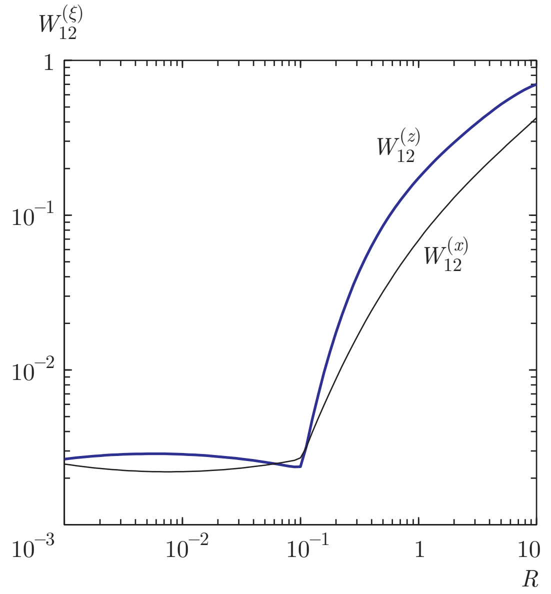

Рис. 2. Нормированные корреляторы скоростей двух частиц $W_{12}^{(z)}$ и $W_{12}^{(x)}$ в зависимости от параметра невзаимности R

$$R \equiv \frac{|\mathbf{F}_{1,2} - \mathbf{F}_{2,1}|}{|\mathbf{F}_{1,2} + \mathbf{F}_{2,1}|}, \qquad (12)$$

который варьировался путем изменения заряда q^* при фиксированном d^*. Таким образом, моделирование динамики взаимодействующих частиц было выполнено в широком диапазоне параметра невзаимности R.

Численные расчеты траекторий движения частиц выполнялись в течение времени, достаточного для корректного определения корреляторов $\left\langle \xi_{1(2)}^2 \right\rangle$, $\langle \xi_1 \xi_2 \rangle$, $\left\langle \dot{\xi}_{1(2)}^2 \right\rangle$, $\left\langle \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2 \right\rangle$ и $\left\langle \xi_1 \dot{\xi}_2 \right\rangle$. То есть дальнейшее увеличение времени расчета не приводило к уменьшению ошибки измерения. На рис. 1 для различных параметров невзаимности R представлены значения корреляторов $\left\langle \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2 \right\rangle$ и $\left\langle \dot{\xi}_1 \xi_2 \right\rangle$ в зависимости от времени их усреднения t, где $\xi \equiv z$ и $\xi \equiv x$ — соответственно вертикальные и горизонтальные смещения частиц. На рис. 1 хорошо видно, что при $R \to 0$ значения корреляторов $\left\langle \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2 \right\rangle$ и $\left\langle \dot{\xi}_1 \xi_2 \right\rangle$ также стремятся к нулю, что согласуется с условиями (8) и (9). Однако для анализа данных как численных, так и лабораторных экспериментов условия (8) и (9) в том виде, в котором они записаны, непригодны из-за наличия ошибок измерения. Для экспериментальной проверки симметрии взаимодействия может быть использован следующий критерий:

$$W_{12}^{(\xi)} \equiv \frac{\left| \left\langle \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2 \right\rangle \right|}{\min\left\{ \left\langle \dot{\xi}_1^2 \right\rangle, \left\langle \dot{\xi}_2^2 \right\rangle \right\}} < \varepsilon \ll 1, \qquad (13)$$

где ε соответствует уровню ошибок измерения корреляторов скоростей в эксперименте.

На рис. 2 представлена зависимость отношения корреляторов скоростей частиц $\left| \left\langle \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2 \right\rangle \right| / \left\langle \dot{\xi}_{1(2)}^2 \right\rangle$ от параметра невзаимности R, где $\xi \equiv z$ и $\xi \equiv x$. Значение $R = 0.1$, при котором происходит «скачок», соответствует следующим параметрам модели взаимодействия: $d^* = 0.25$, $q^* = 0.06$, $r_{eq}/\lambda_Q \equiv \kappa = 2$. При $R < 0.1$ величины $W_{12}^{(x)}$ и $W_{12}^{(z)}$ не превышают значение $\varepsilon = 0.003$, что соответствует типичному уровню ошибок в численном эксперименте, выполненном методом молекулярной динамики Ланжевена.

По измеренным в численном эксперименте значениям корреляторов $\left\langle \xi_{1(2)}^2 \right\rangle$, $\langle \xi_1 \xi_2 \rangle$, $\left\langle \dot{\xi}_{1(2)}^2 \right\rangle$, $\left\langle \dot{\xi}_1 \dot{\xi}_2 \right\rangle$ и $\left\langle \xi_1 \dot{\xi}_2 \right\rangle$ были определены производные (по направлениям) действующих на частицы сил в точках их равновесия и коэффициент трения. Результаты решения системы (4)–(6) для частиц с параметром невзаимности $R \approx 1$ представлены в табл. 1. Для сравнения в табл. 1 также приведены заданные в численной модели производные внешних сил и коэффициент трения, а также аналитически рассчитанные для равновесного межчастичного расстояния производные силы взаимодействия, задаваемой путем суперпозиции экранированного и неэкранированного кулоновских потенциалов. Как видно из сравнения, отклонение параметров системы, определенных с помощью корреляторов, от заданных не превышает 5 %.

В табл. 2 представлены результаты решения системы уравнений (10), (11) с корреляторами, измеренными по траекториям движения частиц с идентичными зарядами $Q_1 = Q_2 \equiv Q$, взаимодействующих посредством экранированного кулоновского потенциала (при $q^* = 0$). Дополнительно в табл. 2 приведены значения заряда Q и параметра экранирования κ, вычисленные по восстановленным производным сил взаимодействия:

$$a^{(x)} = Q^2 (1 + \kappa) e^{-\kappa} / r_{eq}^3, \qquad (14)$$

$$a^{(z)} = -2Q^2 (1 + \kappa + 0.5\kappa^2) e^{-\kappa} / r_{eq}^3. \qquad (15)$$

Погрешность восстановления всех параметров системы, указанных в табл. 2, не превысила 1 %. Отметим, что аналогичным образом найденные с по-

Таблица 1. Параметры системы с $R \approx 1$, восстановленные по данным о корреляциях скоростей и смещений частиц в результате решения системы уравнений (4)–(6)

Параметр	$a_1^{(x)}$	$a_2^{(x)}$	$a_1^{(z)}$	$a_2^{(z)}$	$b_1^{(x)}$	$b_2^{(x)}$	$b_1^{(z)}$	$b_2^{(z)}$	ν
Ед. изм.	$\times 10^{-9}$, дин/см								c^{-1}
Задано	-3.21	6.64	-6.06	-25.8	-29.5	-29.5	-5.90	-5.90	10
Восстановлено	-3.13	6.56	-5.76	-26.0	-29.4	-29.1	-5.90	-5.66	9.84

Таблица 2. Параметры системы с экранированным кулоновским потенциалом взаимодействия ($R = 0$), восстановленные по данным о корреляциях скоростей и смещений частиц в результате решения систем уравнений (10), (11), а также (14), (15)

Параметр	$a^{(x)}$	$a^{(z)}$	$b_1^{(x)} = b_2^{(x)}$	$b_1^{(z)} = b_2^{(z)}$	Q	κ
Ед. изм.	$\times 10^{-9}$, дин/см				элем. заряд	
Задано	9.35	-31.2	93.5	-18.7	10000	2
Восстановлено	9.33	-31.0	93.2	-18.6	9920	1.98

мощью корреляторов производные сил взаимодействия $a_{1(2)}^{(\xi)}$ могут быть использованы для определения (уточнения) параметров любой теоретической модели, выбранной для описания межчастичного взаимодействия в реальной экспериментальной системе.

В заключение отметим, что в работе предложен простой критерий, позволяющий выявлять нарушение симметрии парного взаимодействия, а также получены аналитические соотношения, позволяющие вычислять производную (по направлениям) силы взаимодействия между парой частиц по данным о корреляциях их скоростей и координат. Все основные аналитические выводы в работе сделаны без привязки к каким-либо моделям межчастичного взаимодействия и внешних полей, а значит, могут применяться для анализа парного взаимодействия между макрочастицами в самых различных средах, в которых возможно экспериментальное измерение корреляций скоростей и смещений частиц.

Численная апробация методики измерения производных сил взаимодействия выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-12-01440).

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Melzer, V. A. Schweigert, and A. Piel, Phys. Rev. Lett. **83**, 3194 (1999).
2. J. Dzubiella, H. Löwen, and C. N. Likos, Phys. Rev. Lett. **91**, 248301 (2003).
3. K. Hayashi and S. Sasa, J. Phys.: Condens. Matter **18**, 2825 (2006).
4. P. R. Buenzli and R. Soto, Phys. Rev. E **78**, 020102(R) (2008).
5. A. V. Ivlev, J. Bartnick, M. Heinen, C. R. Du, V. Nosenko, and H. Löwen, Phys. Rev. X **5**, 011035 (2015).
6. О. С. Ваулина, И. И. Лисина, Е. А. Лисин, ЖЭТФ **148**, 819 (2015).
7. J. Bartnick, M. Heinen, A. V. Ivlev, and H. Löwen, J. Phys.: Condens. Matter **28**, 025102 (2015).
8. M. Lampe and G. Joyce, Phys. Plasmas **22**, 023704 (2015).
9. J. Bartnick, A. Kaiser, H. Löwen, and A. V. Ivlev, J. Chem. Phys. **144**, 224901 (2016).
10. K. Dholakia and P. Zemanek, Rev. Mod. Phys. **82**, 1767 (2010).
11. B. Sabass and U. Seifert, Phys. Rev. Lett. **105**, 218103 (2010).

12. C. Mejia-Monasterio and G. Oshanin, Soft Matter **7**, 993 (2011).

13. R. Soto and R. Golestanian, Phys. Rev. Lett. **112**, 068301 (2014).

14. A. D. Usachev, A. V. Zobnin, O. F. Petrov et al., Phys. Rev. Lett. **102**, 045001 (2009).

15. V. Nosenko, A. V. Ivlev, R. Kompaneets, and G. Morfill, Phys. Plasmas **21**, 113701 (2014).

16. M. Chen, M. Dropmann, B. Zhang, L. S. Matthews, and T. W. Hyde, Phys. Rev. E **94**, 033201 (2016).

17. A. Ivlev, G. Morfill, H. Löwen, and C. P. Royall, *Complex Plasmas and Colloidal Dispersions*: *Particle-Resolved Studies of Classical Liquids and Solids*, World Sci., Singapore (2012).

18. S. V. Vladimirov, K. Ostrikov, and A. A. Samarian, *Physics and Applications of Complex Plasmas*, Imperial College, London (2005).

19. *Complex and Dusty Plasmas*, ed. by V. E. Fortov and G. E. Morfill, CRC Press, Boca Raton, Florida, USA (2010).

20. E. A. Lisin, O. S. Vaulina, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, Europhys. Lett. **97**, 55003 (2012).

21. E. A. Lisin, O. S. Vaulina, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, Plasma Phys. Control. Fusion **55**, 124022 (2013).

22. K. Takahashi, T. Oishi, K. I. Shimomai, Y. Hayashi, and S. Nishino, Phys. Rev. E **58**, 7805 (1998).

23. G. A. Hebner, M. E. Riley, and B. M. Marder, Phys. Rev. E **68**, 016403 (2003).

24. H. Jung, F. Greiner, O. H. Asnaz, J. Carstensen, and A. Piel, Phys. Plasmas **22**, 053702 (2015).

25. О. С. Ваулина, Е. В. Васильева, Р. А. Тимирханов, Физика плазмы **37**, 1112 (2011).

26. A. Aschinger and J. Winter, New J. Phys. **14**, 093036 (2012).

27. Ю. П. Райзер, М. Н. Шнейдер, Н. А. Яценко, *Высокочастотный емкостной разряд*: *физика, техника, приложения*, Изд-во МФТИ, Наука, Физматлит, Москва (1995).

28. I. H. Hutchinson, Phys. Rev. E **85**, 066409 (2012).

29. R. Kompaneets, G. E. Morfill, and A. V. Ivlev, Phys. Rev. E **93**, 063201 (2016).

30. А. А. Овчинников, С. Ф. Тимашев, А. А. Белый, *Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов*, Химия, Москва (1986).

31. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy*, ed. by H. Z. Cummins and E. R. Pike, Plenum, New York, USA (1974).

32. О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, ЖЭТФ **133**, 1091 (2008).

33. О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, ЖЭТФ **134**, 367 (2008).

34. O. S. Vaulina, S. A. Khrapak, A. A. Samarian, and O. F. Petrov, Phys. Scripta T **84**, 229 (2000).

35. О. С. Ваулина, ЖЭТФ **149**, 218 (2016).