ЖЭТФ, 2017, том 151, вып. 5, стр. 982–988

ПРОЦЕССЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ОБМЕНА В СИСТЕМАХ НЕИДЕНТИЧНЫХ ЧАСТИЦ С НЕОДНОРОДНЫМИ ТЕПЛОВЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

О. С. Ваулина[*]

Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия

Поступила в редакцию 20 ноября 2016 г.

Рассматриваются процессы энергетического обмена в диссипативных системах неидентичных взаимодействующих частиц (т. е. частиц, имеющих различные размеры, заряды и т. д.) с неоднородным распределением источников тепла и/или любых других источников стохастической кинетической энергии. Предложена теоретическая модель для анализа энергетического баланса в таких системах. На основе этой модели получены аналитические соотношения, описывающие перераспределение «кинетической температуры» между взаимодействующими частицами системы. Предложенные соотношения проверены путем численного моделирования задачи для систем Юкавы.

DOI: 10.7868/S0044451017050182

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования физических свойств и процессов энергетического обмена в неоднородных системах взаимодействующих частиц вызывает значительный интерес в различных областях науки и техники (физике плазмы, биологии, физике полимеров и т. д.) [1–6]. Ряд актуальных вопросов касается особенностей физических характеристик в ансамблях неидентичных частиц, имеющих различный характер парного взаимодействия, заряды, размеры, диэлектрическую проницаемость и т. д. [1–8].

Пылевая плазма представляет собой ионизованный газ, содержащий заряженные частицы вещества микронных размеров (пыль, макрочастицы). Такая плазма широко распространена в природе и образуется в ряде технологических процессов [1–3]. Большинство теоретических и численных работ, посвященных исследованию свойств пылевой плазмы, имеют дело с идентичными макрочастицами, поскольку такие системы легче поддаются математическому описанию и более просты для понимания. Тем не менее плазменно-пылевые структуры, встречающиеся в природе и образующиеся в ходе технологических процессов, редко содержат идентичные пылевые частицы (т. е. макрочастицы с равными массами, размерами и т. д). Даже в случае лабораторных исследований пылевой плазмы используемые «эталонные» частицы могут иметь как заметную дисперсию по размерам, так и различную величину заряда в зависимости от их пространственного расположения, а их «кинетическая температура» (стохастическая кинетическая энергия) может существенно изменяться в пространстве [1, 2].

Большинство лабораторных исследований свойств пылевой плазмы проводится в газовых разрядах различных типов [9–13], где стохастическая кинетическая энергия макрочастиц (их «кинетическая температура») может достигать примерно 1–5 эВ, что значительно выше температуры окружающего их газа. Это явление называют «аномальным разогревом» пылевых частиц [1, 2]. Основные механизмы «аномального разогрева» пыли обычно связываются с различными временными и/или пространственными изменениями их зарядов, вызванными, например, случайной природой ионных и электронных токов, заряжающих пылевые частицы [14, 15], или стохастическим движением пыли в объеме пространственно-неоднородной плазмы [16–19]. Поскольку заряд пылевой частицы определяется локальными параметрами плазмы в ее окрестности, мощность источников подкачки энергии, а соответственно, и «кинетическая температура» частиц могут существенно изменяться в

[*] E-mail: Olga.vaulina@bk.ru

пространстве [1, 2]. Источниками неравномерного нагрева системы частиц также могут являться неоднородное распределение температуры окружающего газа, лазерное излучение, используемое для диагностики, протекание химических реакций и т. д.

Отсутствие простых теоретических моделей для описания энергетического баланса затрудняет анализ процессов передачи тепла в системах взаимодействующих частиц с неоднородным распределением тепловых источников или любых других источников их стохастической кинетической энергии. Большая часть работ, посвященных вопросам переноса тепла в таких системах, относится к численному моделированию протяженных структур в пренебрежении трением ($\nu \to 0$), вызванным столкновением заряженной компоненты с атомами/молекулами окружающего газа [20–23]; здесь ν — коэффициент трения макрочастицы за счет ее столкновений с нейтралами окружающего газа. Таким образом, вопросы о перераспределении «кинетической температуры» между частицами диссипативных сред (таких, например, как пылевая плазма, или коллоидные растворы, где $\nu \neq 0$) при наличии источников энергии, дающих различный вклад в «разогрев» частиц, в настоящее время не имеют удовлетворительного решения.

В настоящей работе речь пойдет о механизме переноса тепла, возникающем за счет передачи стохастических колебаний отдельных частиц вблизи их равновесного положения, который невозможен в отсутствие взаимодействия между частицами системы. Особенности энергетического обмена в ансамблях неидентичных частиц (имеющих различные массы, размеры, заряды и коэффициенты трения) с неоднородным распределением тепловых источников подробно рассмотрены на примере двух взаимодействующих частиц для условий, близких к условиям лабораторных экспериментов в газоразрядной плазме. Анализ таких малоразмерных систем допускает простое аналитическое решение задачи, а также позволяет получить качественную картину особенностей энергетического обмена в протяженных системах.

2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим равновесную систему, состоящую из N_d взаимодействующих частиц массой M_i, где $i = 1, 2, \ldots, N_d$. В предположении, что смещение ξ_i частиц от их положения равновесия под действием некоторой случайной силы F_{bi} ограничено малыми отклонениями, систему линеаризованных уравнений движения (уравнений Ланжевена) в выбранном направлении можно записать в общем виде для каждой из степеней свободы

$$M_i \frac{dV_i}{dt} = -M_i \nu_i V_i + \sum_{j=1}^{N} a_{ij} \xi_j + F_{bi}, \qquad (1)$$

где F_{bi} — сила Ланжевена, являющаяся источником стохастической кинетической энергии частиц, $V_i = d\xi_i/dt$ — скорость i-й частицы, $N = mN_d$, m — число степеней свободы, а коэффициенты a_{ij} зависят от физики решаемой задачи. Корреляторы случайной силы F_{bi} подчиняются уравнениям

$$\langle F_{bi} \rangle = 0, \quad \langle F_{bi} \xi_i \rangle = 0,$$

а при $k \neq i$

$$\langle F_{bi} V_k \rangle \equiv 0, \quad \langle F_{bi} \xi_k \rangle = 0, \quad \langle F_{bi} F_{bk} \rangle = 0.$$

Здесь и далее угловые скобки обозначают усреднение по времени для $t \to \infty$.

К системам уравнений, подобным (1), сводятся различные классы физических проблем такие, например, как задача о формировании цепочечных и монослойных структур частиц с различными типами парного взаимодействия в электрическом поле ловушки [24–27], а также ряд задач об устойчивом положении макрочастиц с градиентами зарядов в пылевом облаке [16–18]. В общем виде условия устойчивости системы линейных дифференциальных уравнений (1) можно найти путем решения ее характеристического уравнения

$$f(\xi) = a_n \xi^n + a_{n-1} \xi^{n-1} + \ldots + a_1 \xi + a_0,$$

где n определяется числом уравнений движения (т. е. числом N_d взаимодействующих частиц) и порядком этих уравнений [28]; так, например, в случае двух частиц для системы дифференциальных уравнений второго порядка (1) величина $n = 4$. Следует отметить, что если корни характеристического уравнения имеют положительную действительную часть, решение системы (1) является неустойчивым [28]. Однако в большинстве случаев такой подход не может привести к простым аналитическим соотношениям, а их поиск нуждается в численном решении задачи.

Соотношения для определения условий энергетического баланса в системе взаимодействующих частиц можно получить путем анализа корреляторов скоростей и смещений частиц в системе дифференциальных уравнений движения (1) [8, 19]. Учитывая корреляторы случайной силы F_{bi} (см. выше), можно перейти к системе соответствующих линейных уравнений:

$$-M_i\nu_i\langle\xi_k V_i\rangle+\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\langle\xi_k\xi_j\rangle+M_i\langle V_kV_i\rangle=0, \quad (2a)$$

$$M_i\left\langle V_k\frac{dV_i}{dt}\right\rangle=-M_i\nu_i\langle V_kV_i\rangle+ \\ +\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\langle V_k\xi_j\rangle+\langle V_kF_{bi}\rangle, \quad (2b)$$

где $k=1$–N, $T_i=M\langle V_i^2\rangle$ — кинетическая температура частицы на одну степень свободы в равновесной системе, $T_i=T_i+\delta T_i$, T_i — энергия внешних/внутренних источников системы для отдельной частицы, определяемая условиями в месте ее равновесного положения (например, температурой окружающего газа и/или флуктуациями заряда частиц), а δT_i — дополнительная энергия, которую приобретает или теряет отдельная частица при достижении энергетического баланса системы.

Для ансамбля идентичных частиц с попарным взаимодействием полная начальная кинетическая энергия системы сохраняется:

$$\sum_{j=1}^{N}\delta T_j=0, \quad \sum_{j=1}^{N}T_j=\sum_{j=1}^{N}T_j^0. \quad (3)$$

Принимая во внимание то, что при движении частиц по ограниченным траекториям $\langle\xi_iV_i\rangle=0$ и $\langle V_iF_{bi}\rangle=\nu_iT_i^0$ система (2a), (2b) имеет единственное решение для любого количества частиц и любых заданных параметрах частиц M_i, ν_i и a_{ij} вне зависимости от типа сил межчастичного взаимодействия и внешних полей, можно полностью описать картину перераспределения энергии в ансамбле взаимодействующих частиц.

Далее мы рассмотрим решение задачи для двух ($N_d=2$) неидентичных частиц с зарядами $Q_{1(2)}$ в поле силы тяжести $M_{1(2)}g$, скомпенсированном электрическим полем $E(r,z)$ цилиндрической ловушки с радиальной составляющей $E_r=\beta_r r$ и вертикальной составляющей $E_z=E_z^0+\beta_z z$, см. рис. 1. Здесь $M_{1(2)}$ — масса соответственно первой и второй частиц, $R\equiv(X^2+Y^2)^{1/2}$ — радиальная координата, Z — вертикальная координата (по оси параллельной силе тяжести), β_r и β_z — величины градиентов электрического поля, а значение E_z^0 определяется балансом сил, действующих в системе.

Для количественных оценок в качестве потенциала взаимодействия будем использовать приближе-

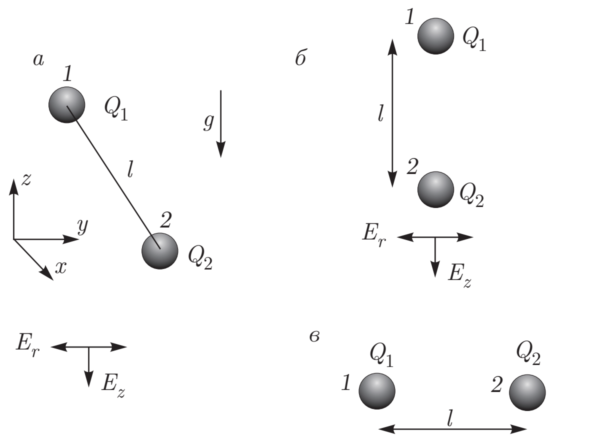

Рис. 1. Произвольная (*а*), вертикальная (*б*) и горизонтальная (*в*) конфигурации двух взаимодействующих частиц в электрическом поле ловушки $E=E(z,r)$ с цилиндрической симметрией

ние экранированного кулоновского потенциала (типа Юкавы)

$$\phi(r)=Q_1Q_2\exp(-l/\lambda)/l, \quad (4)$$

где λ — длина экранирования. Этот тип взаимодействия широко используется для моделирования свойств различных неидеальных систем, например, в физике полимеров, медицине, биологии и физике плазмы [1–9]. Отметим, что модель экранированного потенциала успешно применяется для интерпретации результатов ряда лабораторных экспериментов в пылевой плазме [1–3, 29, 30]. Кроме того, будем также полагать, что плотность материала, ρ, одинакова для обеих частиц, $\rho=\rho_2$, т. е. их масса $M_{1(2)}\propto \propto a_{1(2)}^3$, где $a_{1(2)}$ — радиус соответственно первой и второй частиц. Заряды частиц будем рассматривать согласно приближению ограниченных орбит (Orbit Motion Limited) $Q_{1(2)}\propto a_{1(2)}$ [1, 2], а их коэффициенты трения $\nu_{1(2)}=\nu_i\propto a_i^2/M_i$ в свободномолекулярном приближении [31].

3. СЛУЧАЙ ДВУХ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ ЛОВУШКИ

Уравнения баланса сил в системе с произвольной конфигурацией двух частиц (рис. 1*а*), взаимодействующих с силой $F=F(l)$, позволяют получить следующие соотношения между ее параметрами:

$$gM_1=Q_1E_z^0+Fd_z/d, \quad gM_2=Q_2E_z^0+ \\ +Q_2\beta_zd_z-Fd_z/d, \quad (5a)$$

$$Q_1\beta_rd_{r1}=Fd_r/d, \quad Q_2\beta_rd_{r2}=Fd_r/d, \quad (5b)$$

где $d = \langle l \rangle \equiv (d_z^2 + d_r)^{1/2}$ — среднее межчастичное расстояние, а $d_z = |Z_2 – Z_1|$ и $d_r = d_{r1} + d_{r2}$ — соответственно его вертикальная и радиальная компоненты; здесь d_{r1} и d_{r2} — величины отклонения от оси системы для первой и второй частицы, а $Z_{1(2)}$ — вертикальные координаты частиц.

Для задачи с произвольной конфигурацией двух частиц систему уравнений движения можно записать в виде

$$M_1 d^2 z_1/dt^2 = -\nu_1 M_1 dz_1/dt - Q_1 \beta_z z_1 + b_1(z_1 - z_2) + b_2(r_1 - r_2), \tag{6a}$$

$$M_2 d^2 z_2/dt^2 = -\nu_2 M_2 dz_2/dt - Q_2 \beta_z z_2 + b_1(z_2 - z_1) + b_2(r_2 - r_1), \tag{6b}$$

$$M_1 d^2 r_1/dt^2 = -\nu_1 M_1 dr_1/dt - Q_1 \beta_r r_1 + c_1(r_1 - r_2) + c_2(z_1 - z_2), \tag{6c}$$

$$M_2 d^2 r_2/dt^2 = -\nu_2 M_2 dr_2/dt - Q_2 \beta_r r_2 + c_1(r_2 - r_1) + c_2(z_2 - z_1), \tag{6d}$$

где z_1, z_2, r_1, r_2 — отклонение частицы 1 и частицы 2 от их равновесного положения, а $b_1 = \partial F_z/\partial z$, $b_2 = \partial F_z/\partial r$, $c_1 = \partial F_r/\partial z$, $c_2 = \partial F_r/\partial r$, а $F_{z(r)}$ — вертикальная (радиальная) составляющая силы $\mathbf{F} = (F_z; F_r)$ межчастичного взаимодействия.

Анализ устойчивости этой системы показывает, что произвольная конфигурация частиц (при $d_r \neq 0$ и $d_z \neq 0$, см. рис. 1*а*) возможна только в случае, когда $Q_2 M_1 < Q_1 M_2$ ($a_1 < a_2$). При этом для двух идентичных частиц ($M_1 = M_2 \equiv M$, $Q_1 = Q_2 \equiv Q$) такая конфигурация не реализуется вовсе. В этом случае возможны только вертикальная и горизонтальная конфигурации частиц, см. рис. 1*б,в*. Таким образом, для двух идентичных частиц, взаимодействующих с различными типами как попарных, так и непопарных потенциалов, устойчивость вертикальной конфигурации определяется соотношением $\beta_r > \beta_z$, в обратном случае ($\beta_r < \beta_z$) устойчивой является горизонтальная конфигурация частиц [24–27].

Для двух неидентичных частиц строго горизонтальная конфигурация не реализуется. Обратимся к случаю их вертикальной конфигурации (рис. 1*б*). В системе с вертикальной конфигурацией частиц величина $d_r = 0$, а значения коэффициентов в уравнениях (6a)–(6d) принимают вид

$$b_1 = \partial F/\partial l|_{l=d}, \quad c_1 = F/d, \quad b_2 = 0, \quad c_2 = 0.$$

В этом случае условия баланса сил (5a) дают

$$g(M_1 Q_2 - M_2 Q_1) + Q_1 Q_2 \beta_z d = (Q_1 + Q_2)F. \tag{7}$$

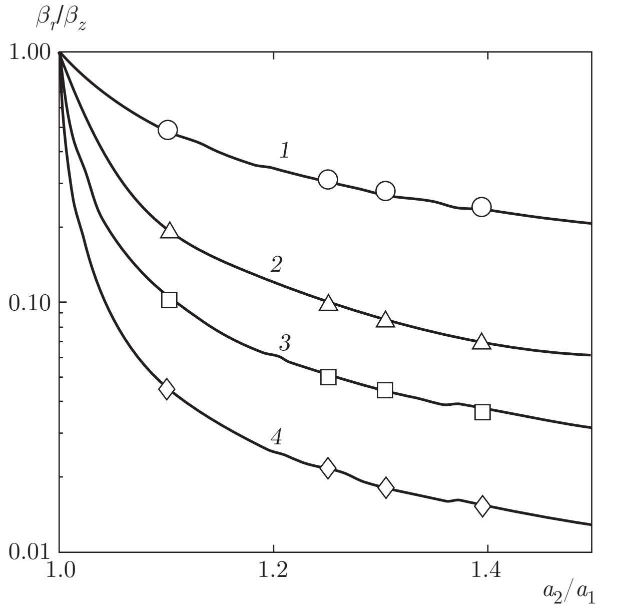

Рис. 2. Зависимость величины β_r/β_z от отношения a_2/a_1 для вертикальной конфигурации двух частиц на линиях устойчивости (8) для систем с параметрами: *1* — $a_2 = 3$ мкм, $d = 250$ мкм, $\kappa = 0$; *2* — $a_2 = 3$ мкм, $d = 500$ мкм, $\kappa = 0$; *3* — $a_2 = 6$ мкм, $d = 500$ мкм, $\kappa = 0$; *4* — $a_2 = 6$ мкм, $d = 500$ мкм, $\kappa = 2$. (Ниже представленных линий расположена область неустойчивости задачи.) Сплошные линии соответствуют аналитическим кривым. Символы — результаты численного моделирования

Отметим, что для случая $M_1 = M_2 \equiv M$ при $Q_1 = Q_2 \equiv Q$ величина $Q\beta_z d = 2F$. При этом (для $\nu_1 > 0$ и $\nu_2 > 0$) условие формирования диссипативной неустойчивости системы можно записать в виде

$$Q_1 Q_2 \beta_r < (Q_1 + Q_2)F/d = Q_1 Q_2 \beta_z + g(M_1 Q_2 - M_2 Q_1)/d. \tag{8}$$

Для $M_1 = M_2 \equiv M$ и $Q_1 = Q_2 \equiv Q$ данное условие приобретает вид $\beta_r < \beta_z$ в соответствии с изложенным выше [24–27]. Иллюстрация условий развития неустойчивости (8) для различных параметров задачи a_1, a_2, d и $\kappa = d/\lambda$ показана на рис. 2. Расчеты проводились для частиц с плотностью материала $\rho = 1.5$ г/см^3 в предположении $|eQ| \approx 3T_e a_{1(2)}$ при температуре электронов $T_e = 1$ эВ [1, 2].

Рассмотрим перераспределение энергии для вертикальной конфигурации частиц. Для корреляторов скоростей и смещений для одной степени свободы для этого случая имеем

$$a_{11}\langle\xi_1^2\rangle + \alpha\langle\xi_2\xi_1\rangle + T_1 = 0, \tag{9a}$$

$$a_{22}\langle\xi_2^2\rangle + \alpha\langle\xi_2\xi_1\rangle + T_2 = 0, \tag{9b}$$

$$-\nu_1 M_1\langle\xi_2 V_1\rangle + a_{11}\langle\xi_2\xi_1\rangle + \alpha\langle\xi_2^2\rangle + M_1\langle V_1 V_2\rangle = 0, \tag{9c}$$

$$-\nu_2 M_2\langle\xi_1 V_2\rangle + a_{22}\langle\xi_2\xi_1\rangle + \alpha\langle\xi_1^2\rangle + M_2\langle V_1 V_2\rangle = 0, \tag{9d}$$

$$\nu_1 M_1 \delta T_1 = \alpha M_1\langle\xi_2 V_1\rangle, \;\; \nu_2 M_2 \delta T_2 = \alpha M_2\langle\xi_1 V_2\rangle, \tag{9e}$$

$$-\nu_1 M_1\langle V_1 V_2\rangle - \nu_2 M_2\langle V_1 V_2\rangle + a_{11}\langle\xi_1 V_2\rangle + {} + a_{22}\langle\xi_2 V_1\rangle = 0. \tag{9f}$$

Здесь $T_1 = T_1^0 + \delta T_1$, $T_2 = T_2^0 + \delta T_2$, где T_1, T_2 — температура частиц для равновесного состояния системы, T_1^0, T_2^0 — энергия источников (которая при численном моделировании задачи соответствует их заданной/начальной температуре), а δT_1, δT_2 — приращение температуры в процессе установления равновесия. Таким образом, в случае вертикальных смещений частиц от их положения равновесия

$$\xi_{1(2)} = z_{1(2)},$$

а величина

$$\alpha = b_1 \equiv \partial F/\partial l|_{l=d}, \quad a_{22} = -Q_2\beta_z + b_1,$$

$$a_{11} = -Q_1\beta_z + b_1;$$

для радиальных смещений

$$\xi_{1(2)} = r_{1(2)},$$

а величина

$$\alpha = c_1 \equiv F/d, \quad a_{22} = -Q_2\beta_r + c_1, \quad a_{11} = -Q_1\beta_r + c_1.$$

Обозначим $\Delta T = T_2^0 - T_1^0$, тогда

$$\delta T_1 = \alpha^2 \Delta T / C\nu_1, \tag{10a}$$

$$\delta T_2 = -\alpha^2 \Delta T / C\nu_2, \tag{10b}$$

где

$$C = \frac{(a_{22}M_1 - a_{11}M_2)^2}{\nu_1 M_1 M_2 + \nu_2 M_2 M_1} + \frac{\alpha^2(\nu_1+\nu_2)}{\nu_1\nu_2} - {} - (a_{22}\nu_1 M_1 + a_{11}\nu_2 M_2). \tag{11}$$

Рассмотрим перераспределение энергии для системы из двух идентичных частиц. В этом случае решение системы уравнений (9) для вертикальной (а также для горизонтальной) конфигурации частиц можно записать в виде

$$\delta T_{1(2)} = \frac{\pm\alpha^2\Delta T}{2\left\{\alpha^2 + \nu^2 M(\beta - \alpha)\right\}}, \tag{12}$$

где в случае анализа вертикальных смещений частиц от их положения равновесия $\beta = \beta_z$, а для радиальных смещений $\beta = \beta_r$. Таким образом, $\delta T_1 = -\delta T_2$, а при $\alpha^2 \gg \nu^2 M/(\beta-\alpha)$ величина $|\delta T_{1(2)}| \to |\Delta T|/2$, т. е. энергия равномерно распределяется между частицами системы, в обратном случае при $\nu \to \infty$ величина $|\delta T_{1(2)}| \to 0$.

Иллюстрация перераспределения энергии для вертикальной конфигурации частиц, взаимодействующих с потенциалами Юкавы, представлена на рис. 3 для $a_2 = 3$ мкм, $|eQ| \approx 3T_e a_{1(2)}$ ($T_e = 1$ эВ) и $\beta_r = 1.1\beta_z$ при различных параметрах системы (a_1, a_2, d, $\kappa = d/\lambda$) в зависимости от параметра масштабирования ν_2/ω, где $\omega = \alpha^{1/2}$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Численное исследование процессов энергетического обмена выполнялось методом молекулярной динамики Ланжевена для двух частиц, взаимодействующих с потенциалом Юкавы при $\kappa = 0$–4, в электрическом поле ловушки с цилиндрической симметрией. Техника моделирования подробно описана в работах [1, 2].

Кинетическая энергия частиц (характеризующая тепловые источники в месте их равновесного положения) задавалась равной по степеням свободы: $T_z^0 = T_x^0 = T_y^0$, но различной для разных частиц $\Delta T_{ik} = T_i^0 - T_k^0 \neq 0$ (при $i \neq k$). Величина минимальной энергии источников T_{min}^0 для отдельной частицы варьировалась примерно от 0.025 эВ до 0.2 эВ, а ее максимальная величина достигала примерно $10T_{min}^0$. Значение параметра масштабирования ν_2/ω варьировалась в диапазоне примерно от 0.1 до 2, типичном для условий лабораторных экспериментов в газоразрядной плазме [1–3]. Отношение величин градиентов внешнего электрического поля β_r/β_z изменялось от 0.5 до 3. В соответствии с теорией [24–27] для случая двух идентичных частиц при $\beta_r > \beta_z$ наблюдалась их вертикальная конфигурация (рис. 1*б*), в обратном случае ($\beta_r < \beta_z$) устойчивой являлась горизонтальная конфигурация частиц (рис. 1*в*). Для систем неидентичных взаимодействующих частиц с радиусами $a_2 > a_1$ ($Q_1 M_2 > Q_2 M_1$) условия устойчивости соответствовали критерию (8). Сравнение аналитических результатов с данными численного моделирования задачи для различных параметров системы представлено на рис. 2.

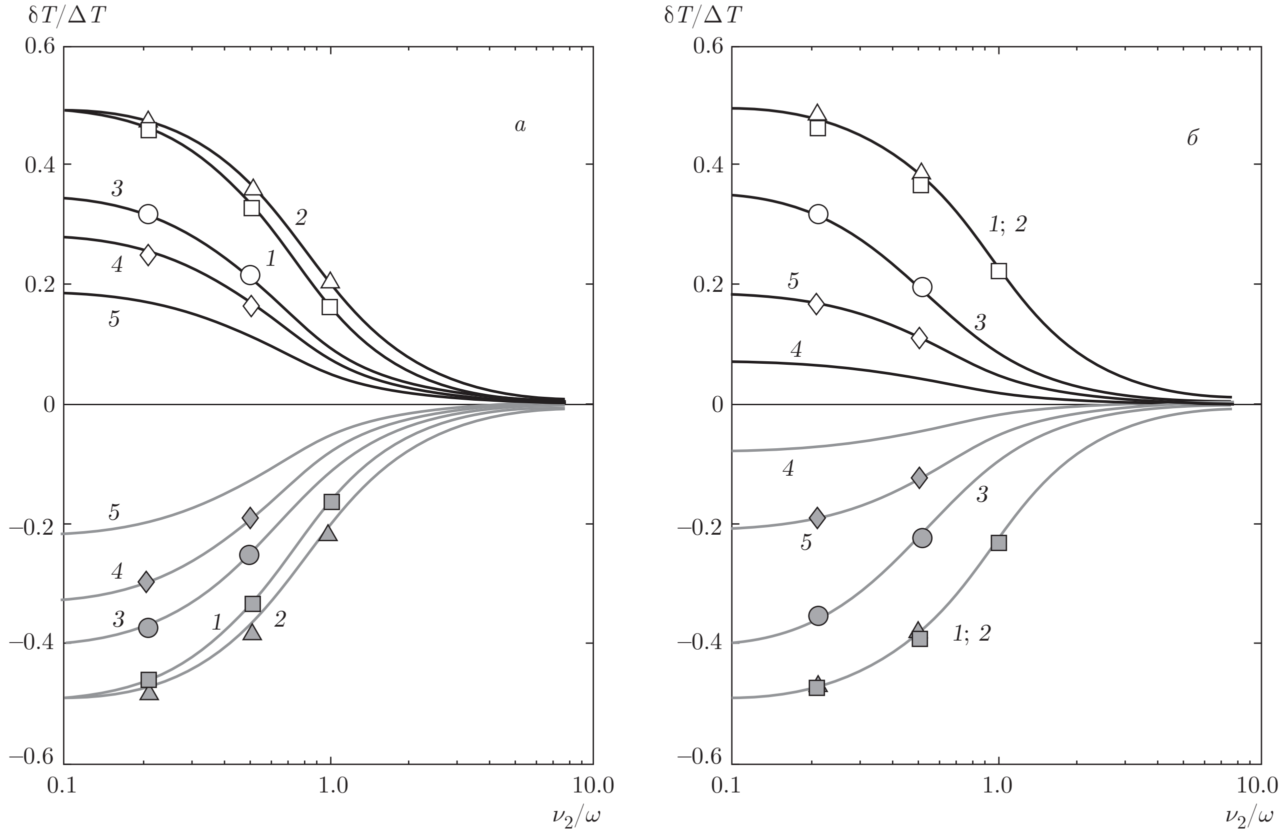

Рис. 3. Зависимости значений $\delta T_1/\Delta T$ (черные линии) и $\delta T_2/\Delta T$ (серые линии) от ν_2/ω, описывающие перераспределение энергии в вертикальном (*а*) и радиальном (*б*) направлениях для вертикальной конфигурации двух частиц с параметрами: *1* — $a_1 = a_2$, $d = 500$ мкм, $\kappa = 0$; *2* — $a_1 = a_2$, $d = 500$ мкм, $\kappa = 4$; *3* — $a_2 = 1.15a_1$, $d = 250$ мкм, $\kappa = 0$; *4* — $a_2 = 1.15a_1$, $d = 250$ мкм, $\kappa = 3$; *5* — $a_2 = 1.15a_1$, $d = 500$ мкм, $\kappa = 0$. Сплошные линии соответствуют аналитическим кривым. Символы — результаты численного моделирования

В процессе моделирования начальная кинетическая энергия (энергия источников) перераспределялась от более «горячих» частиц, имеющих более мощные источники тепла, к менее «горячим». Во всех случаях наблюдаемые распределения скоростей частиц были близки к максвелловской функции с неравномерным распределением энергий по степеням свободы $T_z \neq T_x = T_y$. Величина перераспределяемой энергии δT была пропорциональна отклонению между заданными энергиями ΔT («кинетическими температурами») частиц.

Результаты отдельных численных исследований представлены на рис. 3*а,б* совместно с аналитическими решениями задачи. Легко заметить хорошее согласие данных моделирования с предлагаемыми аналитическими соотношениями. Отклонения между теоретическими и численными данными составляли не более 3–5 %.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение еще раз подчеркнем, что в настоящей работе рассматриваются процессы энергетического обмена в диссипативных системах неидентичных взаимодействующих частиц (т. е. частиц, имеющих различные размеры, заряды и т. д.) с неоднородным распределением источников тепла и/или любых других источников стохастической кинетической энергии. Предложена теоретическая модель для анализа энергетического баланса в таких системах, основанная на вычислении корреляторов скоростей и смещений частиц в поле действия случайных сил. Представлена система уравнений, решение которой позволяет полностью описать картину перераспределения энергии в ансамбле взаимодействующих частиц. На основе предложенной модели получены аналитические соотношения, описывающие перераспределение «кинетической температуры» между двумя взаимодействующими частицами. Полученные соотношения проверены путем численного моделирования задачи для систем Юкавы.

Результаты настоящей работы применимы для систем с любым типом попарных взаимодействий и могут быть полезны для качественного анализа энергетического обмена в протяженных системах частиц, которые представляют интерес в физике плазмы, медицине, биологии, физике полимеров и коллоидных систем.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 16-08-00594, 15-32-21159), а также в рамках Программы Президиума РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, *Пылевая плазма* (*эксперимент и теория*), Физматлит, Москва (2009).

2. *Complex and Dusty Plasmas*, ed. by V. E. Fortov and G. E. Morfill, CRC Press (2010).

3. A. Ivlev, G. Morfill, H. Lowen, and C. P. Royall, *Complex Plasmas and Colloidal Dispersions*: *Particle-Resolved Studies of Classical Liquids and Solids*, World Scientific, Singapore (2012).

4. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy*, ed. by H. Z. Cummins and E. R. Pike, Plenum, New York (1974).

5. B. Pullman, *Intermolecular Interactions*: *From Diatomics to Biopolymers*, Wiley Interscience, Chichester (1978).

6. А. А. Овчинников, С. Ф. Тимашев, А. А. Белый, *Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов*, Химия, Москва (1986).

7. А. В. Филиппов, И. Н. Дербенев, ЖЭТФ **150**, 1262 (2016).

8. О. С. Ваулина, ЖЭТФ **149**, 218 (2016).

9. Ю. В. Герасимов, А. П. Нефедов, В. А. Синельщиков, В. Е. Фортов, Письма в ЖТФ **24**, 62 (1998).

10. V. E. Fortov, E. A. Nefedov, V. A. Sinel'shchikov, A. D. Usachev, and A. V. Zobnin, Phys. Lett. A **267**, 179 (2000).

11. *Advances in Dusty Plasma*, ed. by P. K. Shukla, D. A. Mendis, and T. Desai, Word Scientific Publishing Co, Singapore (1997), pp. 99–142, 153–162.

12. O. S. Vaulina, E. V. Vasilieva, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, Physica Scripta **84**, 025503 (2011).

13. A. Aschinger and J. Winter, New J. Phys. **14**, 093036 (2012).

14. O. S. Vaulina, S. A. Khrapak, O. F. Petrov, and A. P. Nefedov, Phys. Rev. E **60**, 5959 (1999).

15. R. A. Quinn and J. Goree, Phys. Rev. E **61**, 3033 (2000).

16. О. С. Ваулина, А. П. Нефедов, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, ЖЭТФ **118**, 1319 (2000).

17. В. Е. Фортов, О. С. Ваулина, О. Ф. Петров и др., ЖЭТФ **124**, 798 (2003).

18. О. С. Ваулина, А. А. Самарян, О. Ф. Петров, Б. Джеймс, Ф. Меландсо, Физика плазмы **30**, 698 (2004).

19. O. S. Vaulina, Europhys. Lett. **115**, 10007 (2016).

20. N. H. March and M. P. Tosi, *Introduction to Liquid State Physics*, World Scientific, London (1995).

21. Z. Donko and P. Hartmann, Phys. Rev. E **69**, 01640 (2004).

22. G. Faussurier and M. S. Murillo, Phys. Rev. E **67**, 04640 (2003).

23. A. Shahzad and M.-G. He, Contrib. Plasma Phys. **52**, 667 (2012).

24. О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, И. Е. Дранжевский, Физика плазмы **31**, 562 (2005).

25. O. S. Vaulina, X. G. Adamovich, and S. V. Vladimirov, Phys. Scr. **79**, 035501 (2009).

26. О. С. Ваулина, И. И. Лисина, К. Г. Косс, Физика плазмы **39**, 455 (2013).

27. I. I. Lisina and O. S. Vaulina, Europhys. Lett. **103**, 55002 (2013).

28. И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев, *Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов*, Наука, Москва (1986).

29. O. S. Vaulina, O. F. Petrov, A. V. Gavrikov, X. G. Adamovich, and V. E. Fortov, Phys. Lett. A **372**, 1096 (2008).

30. O. S. Vaulina, E. A. Lisin, A. V. Gavrikov, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, Phys. Rev. Lett. **103**, 035003 (2009).

31. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).