

# СОСТОЯНИЕ РЕШЕТКИ КОНДО В ПРИСУТСТВИИ ОСОБЕННОСТЕЙ ВАН ХОВА: СКЕЙЛИНГ ВТОРОГО ПОРЯДКА

*В. Ю. Ирхин\**

*Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук  
620990, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 9 февраля 2017 г.

Выполнено ренормгрупповое рассмотрение модели Кондо с логарифмической особенностью Ван Хова в электронной плотности состояний в рамках следующего за ведущим скейлингового приближения в различных магнитных фазах. Эффективная константа связи остается малой, а перенормированный магнитный момент и частота спиновых флуктуаций уменьшаются на несколько порядков величины. Таким образом, из скейлинговых траекторий получаются широкие области нефермижидкостного поведения в большом интервале затравочной константы связи. Обсуждаются приложения к физике коллективизированного магнетизма.

DOI: 10.7868/S0044451017070161

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Аномальные редкоземельные и актинидные соединения (решетки Кондо и системы с тяжелыми фермионами) широко изучаются с середины 1980-х гг. [1]. Кроме тяжелофермионных аномалий (огромная электронная теплоемкость), они проявляют нефермижидкостное (НФЖ) поведение: логарифмические или аномальные степенные зависимости магнитной восприимчивости и теплоемкости [2]. Магнетизм этих систем также весьма интересен и проявляет как локализованные, так и коллективизированные черты; в частности, магнитный момент может быть сильно подавлен или неустойчив [3–5]. Таким образом, единое рассмотрение решеток Кондо и систем коллективизированных электронов становится сейчас обычным [6, 7]. НФЖ-поведение и сильно увеличенная электронная теплоемкость наблюдаются также в некоторых  $d$ -системах [2], включая почти ферромагнитные рутенаты [8–10].

Главная роль в физике решеток Кондо принадлежит конкуренции одноцентрового кондовского экранирования магнитных моментов и межузельных обменных взаимодействий, индуцирующих магнитный порядок. Эта идея была развита в серии работ [3, 11], рассматривающих взаимную перенормировку двух энергетических масштабов: температуры Кондо  $T_K$

и характерной частоты спиновых флуктуаций  $\bar{\omega}$ . Соответствующее скейлинговое рассмотрение такого процесса перенормировки в  $s$ - $f$ -обменной модели [3, 12] дает в зависимости от значений затравочных параметров как «обычные» состояния (немагнитная кондо-решетка, магнитное состояние со слабыми кондовскими поправками), так и нетривиальное магнитное состояние решетки Кондо, включая НФЖ-поведение. Однако интервал этого поведения сильно зависит от приближений и конкретных моделей электронной и магнитной структур [12–14]. НФЖ-поведение может быть связано со специфическими особенностями спектра электронных и спиновых флуктуаций; оно также возникает в случае коллективизированных систем (которые обычно описываются моделью Хаббарда).

Хорошо известно, что особенности затравочной электронной структуры имеют важное значение для формирования магнетизма. Случай сингулярной плотности состояний (ПС) для решеток Кондо рассматривался в работе [13] в рамках скейлинга низшего порядка. Хотя было получено значительное увеличение НФЖ-области, ситуация качественно не изменилась по сравнению со случаем гладкой ПС.

В то же время НФЖ-поведение естественно возникает в однопримесной  $M$ -канальной модели Кондо [15–17]. Эта модель, предполагающая существование вырожденных электронных зон, объясняет степенное или логарифмическое поведение электронной теплоемкости и магнитной восприимчивости

\* E-mail: Valentin.Irkhin@imp.uran.ru

[17]. Физически такое поведение связано с переэкранированием примесного спина электронами проводимости при рассеянии во многих каналах. Данная модель допускает последовательное ренормгрупповое исследование в следующем за ведущим приближении. Характерной особенностью этого приближения является возникновение промежуточной неподвижной точки. Это разумно для  $M > 2$ , так как неподвижная точка находится в области слабой связи (однако маргинальный случай  $M = 2$  требует более точного рассмотрения). С другой стороны, при  $M = 1$  неподвижная точка является нефизической. Ситуация для решетки более сложна, особенно в случае сингулярной ПС, так как особенности меняют структуру теории возмущений.

В настоящей работе рассматривается модель решетки Кондо с электронным спектром, содержащим логарифмическую особенность ПС, и проводится сравнение результатов скейлинга ведущего и следующего за ним порядков. Указанная особенность типична, в частности, для двумерного случая. Уравнения скейлинга обсуждаются в разд. 2. Численные результаты представлены в разд. 3 для случаев парамагнетика с гладкой спиновой спектральной функцией и ферромагнетика (сингулярная спиновая спектральная функция).

## 2. УРАВНЕНИЯ СКЕЙЛИНГА

Мы используем вырожденную (многоканальную) модель решетки Кондо

$$H = \sum_{\mathbf{k}m\sigma} t_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}m\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}m\sigma} - I \sum_{im\sigma\sigma'} \mathbf{S}_i \sigma_{\sigma\sigma'} c_{im\sigma}^\dagger c_{im\sigma'} + H_f, \quad (1)$$

где  $t_{\mathbf{k}}$  — зонная энергия,  $\mathbf{S}_i$  — операторы спина  $1/2$ ,  $I$  — параметр  $s$ - $f$ -обмена,  $\sigma$  — матрицы Паули,  $m = 1, \dots, M$  — индекс орбитального вырождения. Для удобства построения теории возмущений мы явно включаем в гамильтониан  $f$ - $f$ -обменное (гейзенберговское) взаимодействие

$$H_f = \sum_{ij} J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j, \quad (2)$$

хотя на самом деле оно, как правило, является косвенным РККИ-взаимодействием. Это взаимодействие конкурирует с эффектом Кондо и приводит к появлению обрезания для соответствующих инфракрасных расходимостей. В зависимости от характера  $f$ - $f$ -взаимодействия мы можем рассматри-

вать парамагнитные и различные магнитоупорядоченные (ферро- или антиферромагнитные) фазы с редуцированными моментами.

Предполагается, что плотность состояний, соответствующая спектру  $t_{\mathbf{k}}$ , содержит особенность Ван Хова (ОВХ) вблизи уровня Ферми. Простейшим примером является квадратная решетка со спектром  $t_{\mathbf{k}} = 2t(\cos k_x + \cos k_y)$ , где плотность состояний равна

$$\rho(E) = \frac{2}{\pi^2 D} K \left( \sqrt{1 - \frac{E^2}{D^2}} \right) \approx \rho F(E), \quad (3)$$

$$F(E) = \ln \frac{D}{|E|} + 2 \ln 2, \quad \rho = \frac{2}{\pi^2 D},$$

где  $K(E)$  — полный эллиптический интеграл первого рода, ширина зоны определяется как  $|E| < D = 4|t|$ . Однако значительные особенности могут иметь место и для трехмерных решеток [18].

При  $M > 2$  неподвижная точка лежит в области слабой связи, что делает возможным успешное применение теории возмущений и ренормгрупповых подходов. Мы используем «скейлинг для бедных» (poor man scaling) [19]. Он учитывает зависимость эффективных (перенормированных) параметров модели (эффективной константы  $s$ - $f$ -связи и частоты спиновых флуктуаций) от текущего параметра обрезания  $C \rightarrow -0$ . Чтобы найти уравнение для перенормированного параметра связи  $I_{ef}$ , выделим в суммах в поправках Кондо вклад промежуточных электронных состояний вблизи уровня Ферми с  $C < t_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} < C + \delta C$ . Имея в виду поведение НФЖ-типа, запишем уравнения скейлинга в следующем за ведущим порядке, учитывая поправки, пропорциональные  $MI^3$  (см. подробности в [3, 13, 14]):

$$\delta I_{ef}(C) = 2\rho I^2 \left[ F(C) + I\rho M F \left( \frac{C}{2} \right) F \left( -\frac{C}{2} \right) \right] \times \eta \left( -\frac{\bar{\omega}}{C} \right) \frac{\delta C}{C}, \quad (4)$$

где  $\bar{\omega}$  — характерная энергия спиновых флуктуаций (отношение  $\bar{\omega}/|C|$  в рамках теории возмущений первоначально предполагается малым, но может стать произвольным в зависимости от скейлингового поведения при перенормировке),  $\eta(x)$  — скейлинговая функция, учитывающая спиновую динамику и удовлетворяющая условию  $\eta(0) = 1$ . Строго говоря, вклад следующего за ведущим порядка точен лишь в пределе больших  $M$ , однако случай конечных  $M$  можно рассматривать в согласии с пределом одной примеси (см. разд. 3).

Для парамагнитной (PM), ферромагнитной (FM) и антиферромагнитной (AFM) фаз имеем

$$\eta^{PM}\left(\frac{\bar{\omega}}{C}\right) = \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \langle \mathcal{J}_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}(\omega) \rangle_{t_{\mathbf{k}}=t_{\mathbf{k}'}=E_F} \times \frac{1}{1 - (\omega + i0)/C}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \eta^{FM,AFM}\left(\frac{\bar{\omega}_{ef}}{|C|}, \delta\right) &= \\ &= \operatorname{Re} \left\langle \left(1 - \frac{(\omega_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'} + i\delta)^2}{C^2}\right)^{-1} \right\rangle_{t_{\mathbf{k}}=t_{\mathbf{k}'}=E_F}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\omega_{\mathbf{q}}$  — частота магнонов, угловые скобки означают усреднение по волновому вектору  $\mathbf{k}$  на поверхности Ферми,

$$\langle A(\mathbf{k}) \rangle_{t_{\mathbf{k}}=E_F} = \sum_{\mathbf{k}} A(\mathbf{k}) \delta(t_{\mathbf{k}} - E_F),$$

$\mathcal{J}_{\mathbf{q}}(\omega)$  — спектральная плотность спиновой функции Грина для гамильтониана  $H_f$ , которая нормирована на единицу,  $\delta$  — параметр обрезания расходимости, обусловленной затуханием.

В простом приближении спиновой диффузии для парамагнетика и спин-волновом приближении для магнитных фаз имеем [3, 14]

$$\eta^{PM}(x) = \frac{1}{x} \operatorname{arctg} x, \quad (7)$$

$$\eta^{FM}(x) = \frac{1}{4x} \ln \left\{ \frac{(1+x)^2 + \delta^2}{(1-x)^2 + \delta^2} \right\}, \quad (8)$$

$$\eta^{AFM}(x) = -(2x^2)^{-1} \ln[(1-x^2)^2 + 4\delta^2]. \quad (9)$$

Скейлинговые функции для упорядоченных фаз содержат особенности Ван Хова при  $x = 1$ .

Перенормировки магнитного момента и частоты спиновых флуктуаций также получаются из теории возмущений [3, 13, 14]:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \bar{\omega}_{ef}(C)}{\bar{\omega}} &= \frac{a \delta \bar{S}_{ef}(C)}{S} = \\ &= 2a\rho^2 I^2 F\left(\frac{C}{2}\right) F\left(-\frac{C}{2}\right) \eta\left(-\frac{\bar{\omega}}{C}\right) \frac{\delta C}{C}. \end{aligned} \quad (10)$$

Последний результат справедлив для всех магнитных фаз с  $a = 1 - \alpha$  для PM-фазы,  $a = 2(1 - \alpha)$  для FM-фазы,  $a = 1 - \alpha'$  для AFM-фазы. Здесь  $\alpha$  и  $\alpha'$  — некоторые средние по поверхности Ферми (см. [3]). В приближении ближайших соседей на расстоянии  $|\mathbf{R}| = d$  имеем

$$\alpha = |\langle \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_2) \rangle_{t_{\mathbf{k}}=E_F}|^2 \approx \left( \frac{\sin k_F d}{k_F d} \right)^2. \quad (11)$$

Для шахматного AFM-упорядочения имеем

$$\alpha' \approx b \frac{J_2}{J_1} |\langle \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_2) \rangle_{t_{\mathbf{k}}=E_F}|^2, \quad (12)$$

где  $b = 2$  и  $b = 4$  для квадратной и простой кубической решеток,  $J_1$  и  $J_2$  — гейзенберговские интегралы обмена между ближайшими и следующими за ближайшими соседями ( $|J_1| \gg |J_2|$ ) в  $H_f$ ,  $\mathbf{R}_2$  пробегает ближайших и следующих соседей. Хотя  $\alpha' = 0$  в приближении ближайших соседей, этот параметр входит в физические свойства в НФЖ-режиме [12].

Вводя безразмерные перенормированную и затравочную константу связи

$$g_{ef}(C) = -2\rho I_{ef}(C), \quad g = -2I\rho \quad (13)$$

и функцию

$$\psi(\xi) = \ln(\bar{\omega}/\bar{\omega}_{ef}(\xi)), \quad (14)$$

которая определяет перенормировку спиновой динамики, получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{ef}(\xi)}{\partial \xi} &= \\ &= [\xi - \gamma(\xi + \ln 2)^2 g_{ef}(\xi)] g_{ef}^2(\xi) \Psi(\lambda + \psi - \xi), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\frac{\partial \psi(\xi)}{\partial \xi} = a\gamma g_{ef}^2(\xi) (\xi + \ln 2)^2 \Psi(\lambda + \psi - \xi), \quad (16)$$

где  $\gamma = M/2$ , в духе скейлингового рассмотрения положено  $\xi = \ln |D/C| + 2 \ln 2 \approx \ln |D/C|$  (отметим, что постоянный вклад в ПС поглощается заменой  $\xi \rightarrow \xi + c$ ),

$$\Psi(\xi) = \eta(e^{-\xi}), \quad \lambda = \ln(D/\bar{\omega}) \gg 1.$$

Сначала мы кратко обсудим однопримесный случай ( $\Psi = 1$ ). Решение уравнения скейлинга низшего (однопетлевого) порядка согласно (4) дает

$$\frac{1}{g_{ef}(\xi)} = \frac{1}{g} - \frac{\xi^2}{2}. \quad (17)$$

Расходимость  $g_{ef}(C)$  имеет место при температуре Кондо

$$T_K \propto D \exp \left[ - \left( \frac{\pi^2 D}{2I} \right)^{1/2} \right]. \quad (18)$$

Этот результат согласуется с теорией возмущений и результатами метода численной ренормгруппы (NRG) для случая сингулярной ПС, в отличие от паркетного подхода [20] (см. обсуждение в [13, 21]).

Для сравнения со стандартной проблемой Кондо удобно ввести функцию

$$G_{ef}(\xi) = g_{ef}(\xi)\xi.$$

Благодаря структуре теории возмущений, эта величина является эффективной константой связи в ситуации сингулярной ПС. В частности,  $G_{ef}(\xi)$  (с заменой  $|C| \rightarrow T$ ) входит в поправки для электронных свойств, таких как магнитная восприимчивость и удельная теплоемкость, ср. [13]. Если пренебречь  $\ln 2$  по сравнению с  $\xi$  в духе скейлинга, то уравнение для этой функции принимает вид

$$\frac{\partial G_{ef}(\xi)}{\partial \xi} = \frac{G_{ef}(\xi)}{\xi} + [1 - \gamma G_{ef}(\xi)] G_{ef}^2(\xi). \quad (19)$$

Если не считать первого члена (который мал при больших  $\xi$ , т.е. при низких энергиях), то правая часть не зависит явно от  $\xi$ . Таким образом, уравнение (19) имеет структуру стандартного уравнения Гелл-Манна–Лоу и похоже на уравнение скейлинга для  $g_{ef}(\xi)$  в случае гладкой ПС. В последнем случае двухпетлевое уравнение, соответствующее (15), дает конечную фиксированную точку  $g_{ef}(\xi \rightarrow \infty) = 2/M$ . Известно, что эта точка является нефизической (недостижимой) для  $M = 1$ , но при  $M > 2$  такое скейлинговое рассмотрение дает качественно правильное описание [17] (случай  $M = 2$  является маргинальным, так что в физических свойствах возникают дополнительные логарифмические множители).

В отличие от случая гладкой ПС, уравнение (15) не может быть решено аналитически даже в случае одной примеси, но можно получить асимптотическое решение при большом  $\xi$ :

$$g_{ef}(\xi) = \frac{2}{M} \frac{1}{\xi} + \left(1 - \frac{4 \ln 2}{M}\right) \frac{1}{\xi^2}. \quad (20)$$

Второй член в скобках может менять знак, будучи положительным при больших  $M$  и отрицательным при малых  $M$ , так что возможно появление максимума в зависимости  $g_{ef}(\xi)$ . Кроме того, коэффициент в (20) хорошо определен только в рамках  $1/M$ -разложения. Таким образом, решение весьма чувствительно к деталям приближений.

Полученные результаты демонстрируют существование «фиксированной точки», которая аналогична фиксированной точке в случае плоской зоны,

$$G_{ef}(\xi) = G^* = 2/M. \quad (21)$$

Скейлинговые траектории подходят к ней согласно закону

$$G^* - G_{ef}(C) \propto 1/\ln |C|, \quad (22)$$

в отличие от степенного закона в случае гладкой ПС [14, 16]. Отметим, что соответствующие  $1/\ln T$ -зависимости были получены в NRG-расчетах примесной магнитной восприимчивости и теплоемкости [21, 22].

Записывая поправку Кондо для магнитной восприимчивости по аналогии с [3, 13, 16], мы получим уравнение скейлинга для эффективного магнитного момента

$$\frac{\partial \ln S_{ef}(\xi)}{\partial \xi} = -\frac{M}{2} G_{ef}^2(\xi), \quad (23)$$

так что в ведущем порядке для  $|C| < T_K$  (ср. с [14])

$$S_{ef}(C) \approx \left(\frac{|C|}{T_K}\right)^\Delta, \quad \Delta = \frac{1}{\gamma} = G^*. \quad (24)$$

Следует отметить, что в случае неособой ПС критическая степенная зависимость типа (24) имеет место в широкой области, включая  $|C| > T_K$  и  $|C| < T_K$  [16]. Таким образом, в отличие от ситуации полного экранирования (когда область сильной связи не может быть описана простыми методами), мы получаем простое интерполяционное описание.

При учете более высоких порядков по  $1/M$  мы имеем в однопримесном случае для плоской зоны [16]

$$\Delta = \frac{2}{M} \left(1 - \frac{2}{M}\right) \approx \frac{2}{M+2}, \quad (25)$$

что согласуется с точным решением методом анзаца Бете, см. [17].

### 3. СКЕЙЛИНГОВОЕ ПОВЕДЕНИЕ В РЕШЕТКЕ КОНДО

Как обсуждалось выше, структура теории возмущений похожа на ситуацию несингулярной ПС с заменой  $g_{ef}(\xi) \rightarrow G_{ef}(\xi)$ . Перейдем теперь к случаю решетки, где главной задачей является учет спиновой динамики в уравнениях скейлинга.

Для установления соответствия с однопримесным случаем (25) можно положить  $\gamma = M/2 + 1 = 1/\Delta$ . Это дает при  $M > 2$  правильные критические показатели для магнитной восприимчивости, теплоемкости и сопротивления. Важный случай  $M = 2$  является более сложным с теоретической точки зрения: возникают дополнительные логарифмические множители в электронной теплоемкости и магнитной восприимчивости, хотя сопротивление все еще описывается  $1/M$ -разложением, см. [15, 17].

Ниже приводятся численные результаты для  $M = 1$  ( $\gamma = 3/2$ ) и для  $M = 3$  ( $\gamma = 5/2$ ); последний случай может быть подходящим для иона  $\text{Ce}^{3+}$  [17].

#### 3.1. Парамагнитный случай

Зависимости  $G_{ef}(\xi)$  и  $\psi(\xi)$  из решения полных уравнений скейлинга (15) и (16) в парамагнитной

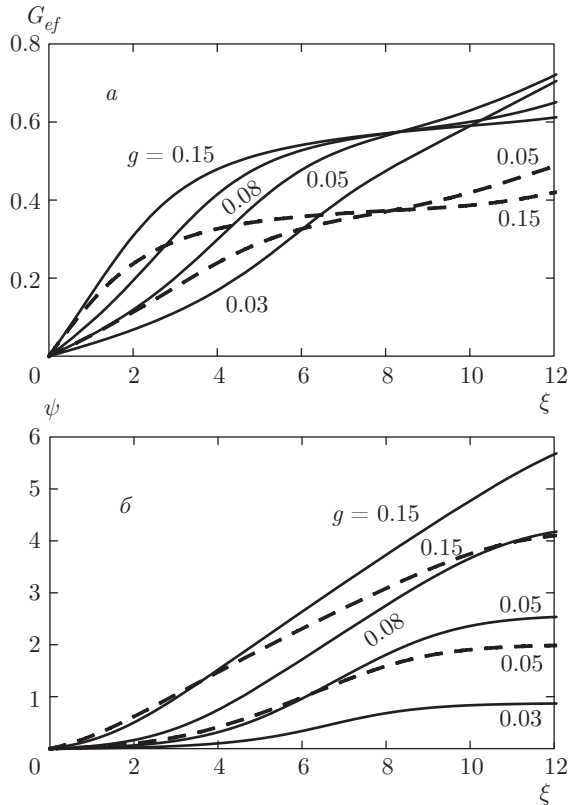


Рис. 1. Траектории скейлинга для парамагнетика,  $G_{ef}(\xi)$  (а) и  $\psi(\xi)$  (б) для различных значений  $g$ . Сплошные линии —  $\lambda = 6, a = 0.7, M = 1, \gamma = 3/2$ ; штриховые —  $M = 3, \gamma = 5/2$

фазе показаны на рис. 1. В процессе скейлинга  $\psi(\xi)$  увеличивается согласно (16). Видно, что  $G_{ef}(\xi)$  демонстрирует плато с  $G^* \approx 1/\gamma$ , что можно назвать «квазификсированной точкой».

При условии, что затравочная константа связи  $g$  не слишком мала, для промежуточных  $\xi$  (вблизи плато) можно грубо оценить  $G_{ef}(\xi) \approx G^* = 1/\gamma$ , что дает

$$\psi(\xi) \approx a\gamma G_{ef}^2(\xi)\xi - a/\gamma g \approx (a/\gamma)(\xi - 1/g) \quad (26)$$

( $\Psi(\xi > 1) \approx 1$ ). Таким образом, имеет место степенное поведение

$$\bar{\omega}_{ef}(C) \approx \bar{\omega}(|C|/T_K)^\beta, \quad \bar{S}_{ef}(C) \approx (|C|/T_K)^\Delta, \quad (27) \\ \beta = a/\gamma = a\Delta,$$

что соответствует однопримесному НФЖ-поведению (24) (см. ниже обсуждение физических свойств).

Зависимость (26) имеет место вплоть до точки

$$\xi_1 \approx \frac{\lambda - \beta/g}{1 - \beta}. \quad (28)$$

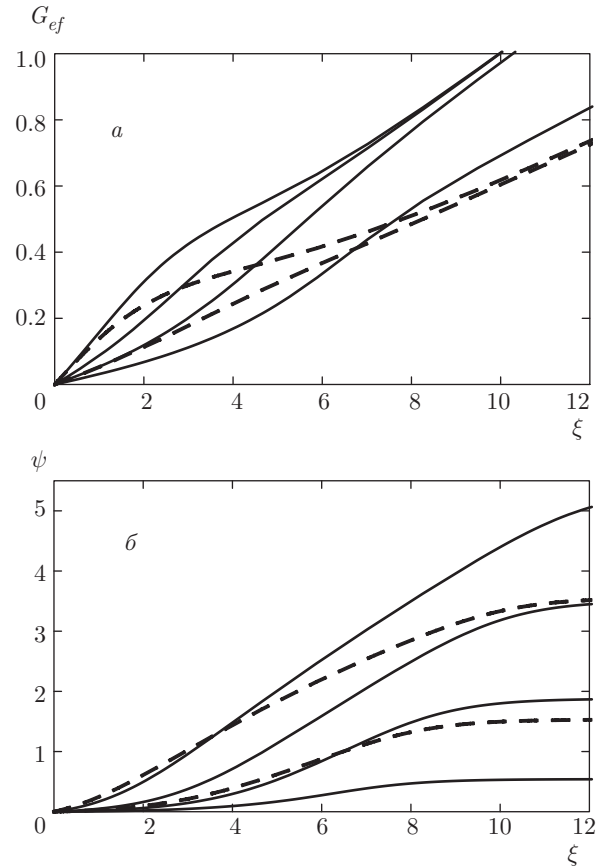


Рис. 2. Траектории скейлинга для парамагнетика,  $G_{ef}(\xi)$  (а) и  $\psi(\xi)$  (б). Сингулярность сдвинута от уровня Ферми на  $v = 0.005$ . Остальные значения параметров те же, что на рис. 1

Для  $\xi > \xi_1$  величина  $\psi(\xi) \approx \psi(\xi_1) \approx \lambda\beta/(1-\beta)$  практически постоянна, так как значение  $\Psi(\lambda + \chi - \xi)$  становится малым.

Когда сингулярность ПС смещена с уровня Ферми на расстояние  $v$ , ее влияние на поведение скейлинга становится более слабым. Аналогичный эффект возникает при размывании логарифмической особенности (например, когда вводится малое электронное затухание,  $\ln |E| \rightarrow (1/2) \ln(E^2 + \Gamma^2)$ ). При малых  $v$  скейлинговое поведение определяется совместным действием особенностей Кондо и Ван Хова. Влияние сдвига описывается заменой  $C \rightarrow C - v$  в сингулярных множителях в уравнениях скейлинга. Траектории скейлинга для  $v = 0.005$  показаны на рис. 2. Влияние сдвига на зависимость  $G_{ef}(\xi)$  более выражено, чем на  $\psi(\xi)$  (для последней величины мы имеем лишь количественную разницу).

С другой стороны, при не слишком малых  $v$  и  $g$  особенность ПС становится несущественной, так что при увеличении  $\xi$  мы быстро придем к нефизическому

зической неподвижной точке  $g_{ef}(\xi) \rightarrow g^*$  с большими  $g^*$ .

Поскольку точной расходимости ПС не требуется, можно предположить, что не только сильные логарифмические особенности, но и более слабые ОВХ (например, в трехмерных кубических решетках) могут значительно изменить скейлинговое поведение. Отметим, что увеличение  $\psi(\xi)$  в парамагнитной фазе намного сильнее, чем для гладкой ПС (см. [14]).

Интервал затравочной константы связи  $g$ , в котором имеет место подобное НФЖ-поведение, очень широк: мы приходим к квазификсированной точке независимо от  $g$ , хотя эта точка становится неустойчивой с увеличением  $\xi$ . С другой стороны, однопетлевой скейлинг дает для конечного  $M$  НФЖ-поведение только в узком интервале затравочной константы связи, так как с ростом  $g$  мы быстро переходим к режиму сильной связи, где  $g_{ef}(\xi > \lambda) \rightarrow \infty$ , причем критическое значение  $g_c$  является довольно малым [13]. Напротив, в двухпетлевом скейлинге вообще нет такого критического значения  $g$ :  $g_{ef}(\xi)$  в парамагнитном случае остается конечным для любого  $g$ . Таким образом, скейлинг низшего порядка не может правильно описать случай не слишком малых  $g$ .

В области плато ( $G_{ef}(\xi) = \text{const}$ )  $g_{ef}(\xi)$  убывает с ростом  $\xi$ . Поэтому скейлинговые кривые  $G_{ef}(\xi)$  могут пересекаться друг с другом при разных  $g$ . Однако эта черта исчезает при малом смещении особенности с уровня Ферми, причем размер плато уменьшается (рис. 2).

Из (27) получаем степенную зависимость магнитной восприимчивости:

$$\chi(T) \propto S_{ef}^2(T)/T \propto (T/T_K)^{2\Delta-1}.$$

Как показывают расчеты методом NRG для однопримесной модели Кондо с ОВХ [22], локальная магнитная восприимчивость

$$\chi_{loc}(T) = \int_0^{1/T} d\tau \langle S_z(\tau) S_z \rangle \quad (29)$$

(которая как раз определяет спиновые корреляционные функции и, следовательно, соответствует нашим расчетам) при  $M = 1$  имеет небольшой максимум, стремясь к постоянному значению при понижении температуры, а при  $M = 2$  демонстрирует степенное НФЖ-поведение (в отличие от логарифмического поведения в случае плоской зоны). Таким образом, тенденция к НФЖ-поведению увеличивается в присутствии ОВХ.

### 3.2. Ферромагнитный случай

Теперь перейдем к ситуации магнитного упорядочения. Особый интерес представляет ферромагнитное состояние: его реализация связана с большой плотностью состояний на уровне Ферми, поэтому здесь также полезно рассмотреть особенности НФЖ-состояния при наличии ОВХ.

В магнитоупорядоченных фазах поведение для  $\xi < \xi_1$  аналогично поведению в парамагнетике, но ситуация для  $\xi > \xi_1$  изменяется, так как важную роль играет сингулярность Ван Хофа в  $\Psi(\xi)$  при  $\xi = 0$ . Вместо того, чтобы уменьшаться,  $\Psi(\lambda + \psi - \xi)$  начинает увеличиваться при приближении к  $\xi_1$ .

Для достаточно больших  $g$  (необходимых для достижения заметного значения  $G_{ef}$  в процессе скейлингового возрастания при малых  $\xi$ ) и при условии, что

$$a\gamma G_{ef}^2(\xi \approx \xi_1) \Psi^{max} \approx a\gamma g^{*2} \Psi^{max} \approx \frac{a}{\gamma} \Psi^{max} > 1, \quad (30)$$

при  $\xi > \xi_1$  аргумент функции  $\Psi$  в формуле (16) становится почти постоянным (фиксированным),  $\psi(\xi) \approx \xi - \lambda$ . Таким образом, дальнейшее поведение определяется сингулярностью скейлинговой функции и похоже на случай гладкой ПС [14]. Для частоты и магнитного момента имеем

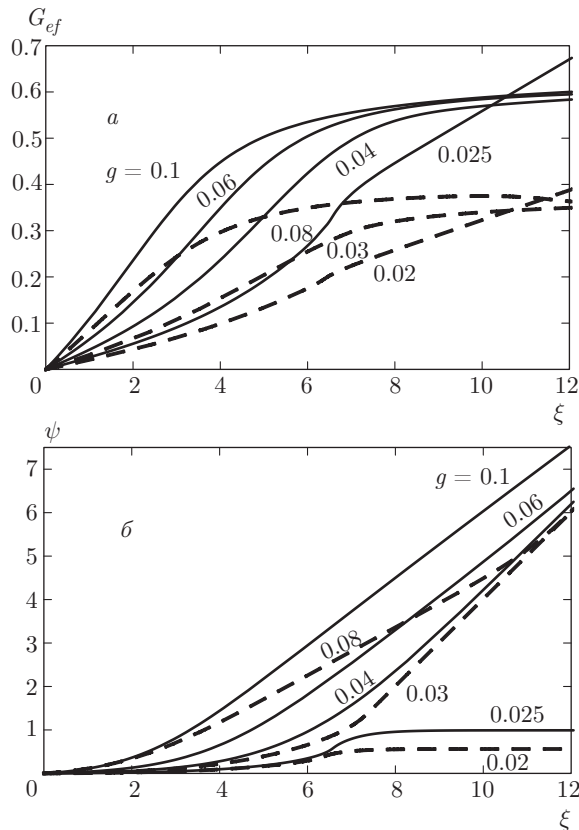
$$\bar{\omega}_{ef}(C) \approx |C|, \quad \frac{\bar{S}_{ef}(C)}{S} \approx \left( \frac{|C|}{\bar{\omega}} \right)^{1/a}. \quad (31)$$

Кривые скейлинга для ферромагнетика показаны на рис. 3 (в антиферромагнитном случае картина качественно такая же, ср. [14]).

Таким образом, скейлинговое поведение изменяется при некотором критическом значении  $g_c$ . Выше критического значения  $g_c$  качественная картина почти линейных скейлинговых траекторий  $\psi(\xi)$  не зависит от  $g$ : они почти параллельны и медленно сходятся.

Далее, имеется критическое значение параметра затухания  $\delta$  в скейлинговой функции (9) (которое является обрезкой для определяющей особенности  $\Psi^{max}$ ), так что для  $\delta > \delta_c$  неограниченное линейное возрастание не происходит. Это значение  $\delta_c$  определяется значениями  $a$  и  $M$ . При больших  $\delta$  и  $M > 1$  линейная зависимость типа (31) может иметь место в ограниченной области, сменяя поведение типа (26), так что наблюдаются две области НФЖ-типа (см. рис. 4,  $\delta_c$  составляет около 0.015 для  $M = 3$ ).

При  $M = 1$  критическое затухание не мало:  $\delta_c$  около 0.1. Это благоприятно для возникновения НФЖ-режима (31): оно может иметь место при



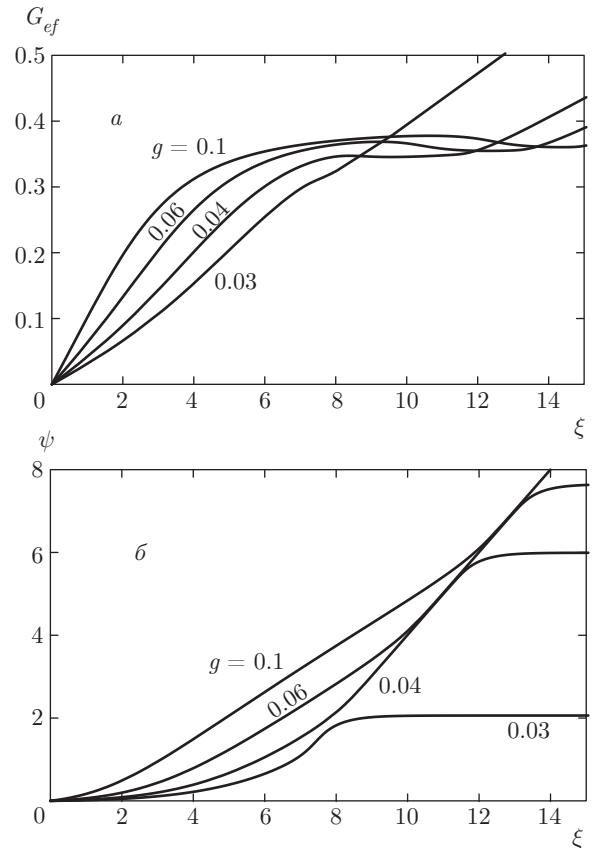
**Рис. 3.** Траектории скейлинга для ферромагнетика,  $G_{ef}(\xi)$  (a) и  $\psi(\xi)$  (б) для различных значений  $g$ . Сплошные линии —  $\lambda = 6$ ,  $a = 1$ ,  $M = 1$ ,  $\gamma = 3/2$ ; штриховые —  $M = 3$ ,  $\gamma = 5/2$ ; параметр затухания  $\delta = 10^{-2}$

сколько-нибудь выраженном (даже не слишком резком) пике в скейлинговой функции  $\eta$ . Разумеется, простая модель с постоянным затуханием может быть обобщена. В частности, увеличение затухания с ростом  $g_{ef}(\xi)$  рассматривалось в версиях скейлинга [12, 13]. Как и в парамагнитном случае, небольшое смещение особенности с уровня Ферми приводит к изменению поведения  $G_{ef}(\xi)$  при больших  $\xi$ , но слабо влияет на поведение  $\psi(\xi)$ .

Напомним еще раз, что величина  $\psi(\xi)$  определяет температурные зависимости магнитного момента и термодинамических характеристик (см. соответствующее обсуждение в антиферромагнитном случае [12, 14]).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы показали, что решетка Кондо с особенностями Ван Хова в электронном спектре демонстрирует нефермижидкостное поведение в широкой области параметров. Как следует из (18), значение температуры Кондо достаточно велико. Таким образом,



**Рис. 4.** Траектории скейлинга для ферромагнетика,  $G_{ef}(\xi)$  (a) и  $\psi(\xi)$  (б) для различных значений  $g$  и  $M = 3$ ,  $\gamma = 5/2$ ,  $\lambda = 6$ ,  $a = 1$ , параметр затухания  $\delta = 0.02$

система характеризуется умеренной теплоемкостью, но большой магнитной восприимчивостью. Перенормировка магнитного момента намного сильнее, чем в случае гладкой плотности состояний. Хотя тяжелофермионное поведение не выражено, имеет место тенденция к магнитному упорядочению, что характерно для слабых зонных магнитов с ОВХ, например  $ZrZn_2$ .

В этой связи можно также упомянуть некоторые экспериментальные примеры НФЖ-особенностей для  $d$ -систем рутенатов. Усиление электронной теплоемкости и магнитной восприимчивости наблюдалось в слоистой системе  $Sr_{2-x}La_xRuO_4$  с ростом  $x$ , причем фермижидкостное поведение нарушалось вблизи критического значения  $x = 0.2$ . Такая тенденция объясняется движением энергии Ферми в направлении ОВХ термодинамически доминирующего листа ферми-поверхности. НФЖ-поведение объясняется двумерными ферромагнитными флуктуациями с короткодействующими корреляциями на ОВХ [8]. Двухслойный рутенат  $Sr_3Ru_2O_7$  является парамагнитной ферми-жидкостью

с сильно увеличенными массами квазичастиц [9]. Фермижидкостная область фазовой диаграммы подавляется магнитным полем, и НФЖ-поведение достигает очень низких температур при приближении к критическому метамагнитному полю  $B = 7.8$  Тл [10].

Возникновение гигантских особенностей Ван Хо-ва (которое важно, например, для ферромагнетизма железа) тесно связано с пересечением более слабых особенностей, т. е. с вырождением электронных зон [18]. Уже в классическом учебнике по магнетизму [23] такое вырождение рассматривается как ключ к коллективизированному ферромагнетизму. Это утверждение также в духе многоканальной модели.

Результаты, полученные для скейлингового поведения, качественно надежны при  $M > 2$ . С другой стороны, их, вообще говоря, следует проверять более строгими аналитическими и численными методами, в том числе двухпетлевой теоретико-полевой или функциональной ренормгруппой (fRG) (см., например, исследования в работах [24–26] для модели Хаббарда). Следует отметить, что скейлинговое рассмотрение при наличии логарифмических особенностей встречается с трудностями [27]. Соответствующие проблемы скейлинга более высокого порядка также обсуждаются в недавних работах [28, 29]. Вероятно, проблему нестинга (см., например, [30]) можно рассматривать аналогичным образом, но в случае существенной  $\mathbf{k}$ -зависимости требуется более сложная трактовка без усреднения по поверхности Ферми. Случай решетки Кондо представляется более простым, поскольку уравнения скейлинга получаются из уравнений для однопримесной модели путем включения спиновой динамики.

Автор выражает благодарность А. А. Катанину за полезные обсуждения. Исследование проводилось в рамках государственного задания ФАНО России (тема «Квант» № 01201463332). Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Уральского отделения РАН (проект № 15-8-2-9) и РФФИ (проект № 16-02-00995).

## ЛИТЕРАТУРА

1. G. R. Stewart, Rev. Mod. Phys. **56**, 755 (1984).
2. G. R. Stewart, Rev. Mod. Phys. **73**, 797 (2001); **78**, 743 (2006).
3. V. Yu. Irkhin and M. I. Katsnelson, Phys. Rev. B **56**, 8109 (1997); B **59**, 9348 (1999).
4. P. Coleman, in: *Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials*, Vol. 1, Wiley (2007), p. 95.
5. В. Ю. Ирхин, УФН, в печати, DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.11.037961>.
6. F. J. Ohkawa, Phys. Rev. B **65**, 174424 (2002).
7. M. Vojta, Phys. Rev. B **78**, 125109 (2008).
8. N. Kikugawa, C. Bergemann, A. P. Mackenzie, and Y. Maeno, Phys. Rev. B **70**, 134520 (2004).
9. S. I. Ikeda, Y. Maeno, S. Nakatsuji, M. Kosaka, and Y. Uwatoko, Phys. Rev. B **62**, R6089 (2000).
10. S. A. Grigera et al., Science **294**, 329 (2001).
11. V. Yu. Irkhin and M. I. Katsnelson, Z. Phys. B **75**, 67 (1989).
12. V. Yu. Irkhin and M. I. Katsnelson, Phys. Rev. B **61**, 14640 (2000).
13. V. Yu. Irkhin, J. Phys.: Condens. Matter **23**, 065602 (2011).
14. V. Yu. Irkhin, Eur. Phys. J. B **89**, 117 (2016).
15. P. Coleman, L. B. Ioffe, and A. M. Tsvelik, Phys. Rev. B **52**, 6611 (1995).
16. J. Gan, J. Phys.: Condens. Matter **6**, 4547 (1994).
17. D. L. Cox and A. Zawadowski, Adv. Phys. **47**, 599 (1998).
18. С. В. Вонсовский, М. И. Кацнельсон, А. В. Трефилов, ФММ **76**, № 3, 3 (1993).
19. P. W. Anderson, J. Phys. C: Sol. St. Phys. **3**, 2436 (1970).
20. A. O. Gogolin, Z. Phys. B **92**, 55 (1993).
21. A. K. Zhuravlev and V. Yu. Irkhin, Phys. Rev. B **84**, 245111 (2011).
22. А. К. Журавлев, А. О. Анохин, В. Ю. Ирхин, частное сообщение.
23. Д. Маттис, *Теория магнетизма. Введение в изучение кооперативных явлений*, Мир, Москва (1967).
24. E. Correa, H. Freire, and A. Ferraz, Phys. Rev. B **78**, 195108 (2008).
25. A. A. Katanin, Phys. Rev. B **79**, 235119 (2009).
26. A. Eberlein, Phys. Rev. B **90**, 115125 (2014).
27. И. Е. Дзялошинский, В. М. Яковенко, ЖЭТФ **94**, 344 (1988).
28. A. Kapustin, T. McKinney, and I. Z. Rothstein, arXiv:1601.03150.
29. Sh. Sur and S.-S. Lee, Phys. Rev. B **94**, 195135 (2016).
30. А. Т. Зелезныак, В. М. Яковенко, и И. Е. Дзялошинский, Phys. Rev. B **55**, 3200 (1997).