

ЭКРАНИРУЮЩИЕ СВОЙСТВА НЕОДНОСВЯЗНЫХ ГИБРИДНЫХ СТРУКТУР ФЕРРОМАГНЕТИК–СВЕРХПРОВОДНИК

*А. В. Самохвалов**

*Институт физики микроструктур Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

*Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 6 декабря 2016 г.

На основе линеаризованных уравнений Узаделя выполнены расчеты критической температуры T_c фазового перехода в сверхпроводящее состояние неодносвязной гибридной структуры сверхпроводник/ферромагнетик (SF), состоящей из полого сверхпроводящего (S) цилиндра (оболочка), центральная часть которого (сердцевина) заполнена ферромагнитным (F) металлом. Показано, что эффект близости между S- и F-металлами и обменное взаимодействие могут индуцировать неоднородное сверхпроводящее состояние $\Delta \sim \exp(iL\theta + ipz)$, которое характеризуется отличными от нуля значениями циркуляции фазы L и волнового числа p , описывающего неустойчивость Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла (ЛОФФ) вдоль оси цилиндра. Изучены переходы между состояниями с различными значениями L и p , которые сопровождаются немонотонной зависимостью критической температуры T_c и эффективной глубины проникновения магнитного поля Λ в SF-структуру от характерного размера ферромагнитной области.

DOI: 10.7868/S0044451017080119

1. ВВЕДЕНИЕ

Успехи современной технологии приводят к постоянному расширению класса гибридных систем сверхпроводник – ферромагнетик (SF), магнитные и транспортные свойства которых определяются эффектом близости [1], орбитальным эффектом [2] и конкуренцией ферромагнитного и сверхпроводящего типов спинового упорядочения [3] (подробнее см. обзоры [4–7]). Прогресс последних лет в области нанотехнологии позволил наблюдать ряд интересных явлений, связанных с формированием в подобных гибридных системах неоднородного сверхпроводящего состояния типа Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла (ЛОФФ) [8, 9], для которого характерно существование куперовских пар с ненулевым суммарным импульсом и возникновение осцилляций сверхпроводящего параметра порядка в реальном пространстве.

Фундаментальным проявлением совместного влияния эффекта близости и обменного взаимодействия между F- и S-подсистемами является появление в ферромагнетике сверхпроводящих корреляций, амплитуда которых осциллирует и затухает в направлении перпендикулярном SF-границе [10–12]. Пространственные осцилляции волновой функции куперовских пар, формирующие поперечное ЛОФФ-состояние, служат причиной немонотонной зависимости критической температуры SF-систем от толщины F-слоя [13–16], возвратной сверхпроводимости [17–20], увеличения и аномалиям электронной плотности состояний на уровне Ферми [21–26], заметным магниторезистивным явлениям [27, 28], эффекта спинового FSF-вентилля [29–34] и формирования джозефсоновского SFS π -контакта [10, 11, 35, 36]. Заметим, что большинство упомянутых выше эффектов в слоистых SF-гибридах так или иначе связано с интересным явлением π -сверхпроводимости [37], при котором устанавливается нетривиальная разность фаз π между соседними сверхпроводящими слоями.

* E-mail: samokh@ipmras.ru

Эти многочисленные теоретические и экспериментальные работы, в свою очередь, спровоцировали обширную исследовательскую активность в области физики гибридных SF-систем. Интерес к этой области подкрепляется наблюдениями дальнедействующего эффекта близости в ферромагнетике [38–43] — сохранения сверхпроводящих корреляций на аномально большом расстоянии от SF-границы. Одна из возможных причин, объясняющая эффект дальнего действия в SF-системах, — это неколлинеарная структура обменного поля, при которой в ферромагнетике возникают триплетные сверхпроводящие корреляции с параллельным направлением проекций спинов электронов [44, 45]. Такие триплетные куперовские пары не разрушаются обменным полем и могут быть эффективными переносчиками заряда и спина в ферромагнетике на большие расстояния.

В большинстве случаев для определения критической температуры T_c перехода гибридной SF-структуры в сверхпроводящее состояние используют резистивные измерения, позволяющие определить T_c по температурной зависимости сопротивления образца [15, 19, 20], измерения магнитной восприимчивости [16], или нелинейного СВЧ-отклика [46]. Наряду с этим, весьма удобным методом изучения особенностей эффекта близости между сверхпроводником и ферромагнетиком оказывается исследование экранирующих свойств гибридных SF-структур [47–51]. В этом случае в качестве исследуемой величины выступает эффективная глубина проникновения магнитного поля Λ , которая вблизи T_c определяется средней по объему SF-структуры плотностью куперовских пар n_s : $\Lambda^{-2} \sim n_s$. Особенности эффекта близости на SF-границе проявляются в аномальном поведении экранирующих свойств гибридных SF-структур: пространственные осцилляции амплитуды парной волновой функции приводят к немонотонной зависимости Λ от толщины ферромагнетика в SF-бислое [47, 48]. Фазовый переход первого рода между 0- и π -состояниями трехслойной SFS-структуры с тонкими S-слоями проявляется в резком увеличении Λ и ухудшении экранирующих свойств структуры при понижении температуры T [49], которое наблюдалось в экспериментах [50, 51]. Увеличение электронной плотности состояний на уровне Ферми сопровождается генерацией локальных парамагнитных токов в F-слое и появлением аномального эффекта Мейснера в SF-системах с триплетными сверхпроводящими корреляциями [52–54], что может привести к изменению знака λ^2 в обобщенном соотношении Лондонов между

локальной плотностью экранирующего тока \mathbf{j} и векторным потенциалом \mathbf{A} ,

$$\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi\lambda^2} \left(\frac{\hbar c}{2e} \nabla\phi - \mathbf{A} \right), \quad (1)$$

которое учитывает фазу ϕ парной волновой функции (λ — лондоновская глубина проникновения магнитного поля). Если локальное значение $\lambda^{-2}(\mathbf{r}) < 0$ в значительной части объема SF-структуры, так что изменяется и знак эффективного параметра $\Lambda^{-2} = \langle \lambda^{-2}(\mathbf{r}) \rangle$, то однородное в плоскости слоев сверхпроводящее состояние становится неустойчивым, и в SF-структуре возникает дополнительная продольная ЛОФФ-модуляция [55]. Заметим, что продольная ЛОФФ-модуляция может сопровождаться возникновением спонтанных токов, локализованных вблизи SF-границы и текущих в противоположных направлениях в S- и F-слоях, так чтобы полный ток в основном состоянии гибридной структуры отсутствовал. Подобные спонтанные токовые состояния возможны в гибридных структурах с баллистическим транспортом [56] и/или при наличии сильного спин-орбитального взаимодействия в ферромагнетике [57, 58].

До настоящего времени в качестве исследуемых SF-гибридов преимущественно рассматривались структуры с диффузным типом проводимости и простейшей планарной геометрией. Несомненное преимущество таких слоистых структур с точки зрения эксперимента — это возможность сравнительно легко контролировать толщину ферромагнитной прослойки. Это обстоятельство имеет важное практическое значение, поскольку как характерный масштаб затухания, так и период осцилляций парной волновой функции в «грязном» ферромагнетике определяется длиной когерентности $\xi_f = \sqrt{\hbar D_f / \hbar}$, где D_f — коэффициент диффузии в ферромагнитном металле, а \hbar — величина его обменной энергии. Обычное значение ξ_f лежит в пределах от 1 нм (сильные ферромагнетики типа Ni, Co) до 5–10 нм (слабые ферромагнитные растворы типа CuNi, PdNi). Более сложные гибридные SF-структуры с эффектом близости и неодносвязной геометрией (полый сверхпроводящий цилиндр с ферромагнитной сердцевинкой, сверхпроводящее кольцо на ферромагнитной подложке) были теоретически изучены в работах [59, 60] для случая однородно намагниченного ферромагнетика. Отличительной особенностью подобных неодносвязных гибридных SF-структур является возможность возбуждения в них индуцированных обменным взаимодействием вихревых состояний с отличным от

нуля орбитальным моментом L даже при отсутствии внешнего магнитного поля. Обобщение этих результатов для случая спирального распределения обменного поля в ферромагнитной сердцевине SF-цилиндра позднее было выполнено в работах [61, 62]. Конкуренция орбитального и обменного механизмов разрушения синглетной сверхпроводимости в таких образцах приводит к возникающей из-за изменения орбитального состояния L немонотонной зависимости критической температуры T_c сверхпроводящего перехода от характерного размера ферромагнитной области. Заметим, что зависимость сверхпроводящего параметра порядка $\Delta \sim \exp(iL\theta)$ вихревого состояния с $L \neq 0$ от азимутального угла θ описывает дополнительную фазовую модуляцию Δ вдоль FS-границы¹⁾, т. е. напоминает продольную слоям ЛОФФ-модуляцию, изученную в работах [55, 63] на примерах слоистых SF-структур. При этом, однако, остался неисследованным вопрос о влиянии связности сверхпроводящих электродов и возбуждаемых обменным полем вихревых состояний на экранирующие свойства гибридных SF-структур с неодносвязной геометрией и на условия возникновения в подобных системах ЛОФФ-неустойчивости.

В данной работе изучены экранирующие свойства диффузной SF-структуры с эффектом близости и неодносвязной геометрией, состоящей из полого сверхпроводящего цилиндра, заполненного ферромагнитным металлом. Изучено поведение эффективной глубины проникновения магнитного поля в структуру Λ при температуре близкой к температуре фазового перехода SF-цилиндра в сверхпроводящее состояние с определенным значением орбитального момента L (завихренности). Найдены условия возникновения дополнительной ЛОФФ-модуляции $\Delta \sim \exp(ipz)$ вдоль оси z цилиндра, которая подавляет парамагнитный эффект Мейснера в такой системе. В разд. 2 обсуждается используемая модель и приведены основные уравнения для ее описания. В разд. 3 на основе линеаризованных уравнений Узаделя получены аналитические решения, описывающие неоднородное сверхпроводящее состояние с произвольным значением орбитального момента L и волнового числа p , возникающее в SF-цилиндре под действием обменного поля и эффекта близости. В разд. 4 выполнены расчеты критической температуры T_c сверхпроводящего перехода в SF-цилиндре и изучены переключения между состояниями с раз-

личными значениями L и p , которые сопровождаются немонотонной зависимостью T_c от размера ферромагнитной области. Изучены условия возникновения и особенности ЛОФФ-неустойчивости с модуляцией вдоль оси цилиндра. В разд. 5 выполнены расчеты эффективной глубины проникновения магнитного поля Λ в SF-цилиндр и изучено влияние ЛОФФ-неустойчивости на экранирующие свойства гибридной структуры. В Заключении приведены основные результаты работы.

2. МОДЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим модельную гибридную систему с неодносвязной геометрией, состоящую из полого сверхпроводящего цилиндра радиуса $R_s = R_f + d_s$ (оболочка с толщиной d_s), внутренняя часть которого при $r \leq R_f$ (сердцевина) заполнена ферромагнитным металлом с однородным обменным полем (см. рис. 1).

Будем считать, что образующие гибридную структуру S- и F-металлы с коэффициентами диффузии соответственно $D_{s,f}$ удовлетворяют условиям «грязного» предела [3], так что длина свободного пробега электронов в металлах $l = v_F \tau$ достаточно мала ($l \ll \xi_0$), а критическая температура сверхпроводника T_{cs} (при отсутствии эффекта близости и/или внешнего магнитного поля) и энергия обменного поля ферромагнетика h удовлетворяют условиям $T_{cs}\tau \ll 1$ и $h\tau \ll 1$. Здесь τ — характерное время упругого рассеяния электронов на немагнитных примесях, а $\xi_0 = \hbar v_F / \Delta_0$ — длина когерентности при $T = 0$.

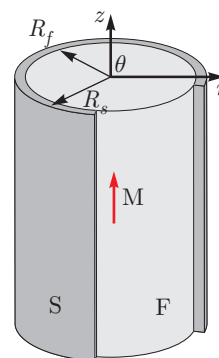


Рис. 1. Схематическое изображение модельной SF-структуры: тонкостенная сверхпроводящая оболочка S вокруг ферромагнитного цилиндра F с однородным обменным полем $h = h z_0$. Здесь R_f — радиус F-сердцевины, R_s — внешний радиус цилиндрической S-оболочки, (r, θ, z) — цилиндрическая система координат

¹⁾ Заметим, что в работах [5, 63] для анализа поведения FS-бислоя использовались ошибочные граничные условия (см. обсуждение в [76]).

Воспользуемся стандартной параметризацией квазиклассической аномальной функции Грина [7, 64, 65]

$$\hat{f}_{s,f} = f_{s,f}^s + \mathbf{f}_{s,f}^t \hat{\sigma}, \quad (2)$$

где f_s^s (f_f^s) — амплитуда синглетной компоненты, вектор \mathbf{f}_s^t (\mathbf{f}_f^t) описывает триплетную компоненту в сверхпроводнике (ферромагнетике), а $\hat{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ — вектор матриц Паули. В случае однородного обменного поля и намагниченности $\mathbf{M} = M\mathbf{z}_0$ отлична от нуля только компонента вектора $\mathbf{f}_{s,f}^t$ параллельная оси квантования, в качестве которой удобно выбрать ось z : $\mathbf{f}_{s,f}^t = f_{s,f}^t \mathbf{z}_0$. Компонента $f_{s,f}^t$ описывает триплетные сверхпроводящие корреляции с нулевой проекцией суммарного спина на ось квантования, которые затухают в ферромагнетике на том же масштабе ξ_f , что и синглетные корреляции f_f^s . В окрестности фазового перехода второго рода при $T \approx T_c$ нормальная функция Грина слабо отличается от своего значения в нормальном состоянии $g \approx -i \operatorname{sign} \omega_n$, и линеаризованные уравнения Узалея [66] для компонент аномальной функции Грина $f_f^{s,t}$ (2) в ферромагнетике с нулевым потенциалом спаривания принимают вид (подробнее см. обзоры [4, 6, 67])

$$-\frac{D_f}{2} \tilde{\nabla}^2 f_f^{s,t} + |\omega_n| f_f^{s,t} + ih \operatorname{sign} \omega_n f_f^{t,s} = 0. \quad (3)$$

Здесь $\tilde{\nabla} = \nabla - 2ei\mathbf{A}/\hbar c$ — калибровочно-инвариантная производная, $\omega_n = (2n+1)\pi T_c$ — мадубаровские частоты для температуры T_c , \mathbf{A} — векторный потенциал магнитного поля. Аналогичные уравнения для синглетной f_s^s и триплетной f_s^t компонент аномальной функции Грина в сверхпроводнике с синглетным потенциалом спаривания имеют вид

$$-\frac{D_s}{2} \tilde{\nabla}^2 f_s^s + |\omega_n| f_s^s = \Delta(\mathbf{r}), \quad (4)$$

$$-\frac{D_s}{2} \tilde{\nabla}^2 f_s^t + |\omega_n| f_s^t = 0. \quad (5)$$

Параметр порядка $\Delta(\mathbf{r})$, отличный от нуля только в S-слое, удовлетворяет уравнению самосогласования

$$\Delta(\mathbf{r}) = \pi T \rho \sum_{\omega_n} f_s^s(\mathbf{r}, \omega_n), \quad (6)$$

в котором ответственная за синглетное спаривание константа ρ постоянна в сверхпроводнике и равна нулю в ферромагнетике.

Уравнения Узалея (3)–(5) следует дополнить граничными условиями Куприянова–Лукичева [68] на FS-границе ($r = R_f$) для синглетной и триплетной компонент

$$\sigma_s \partial_r f_s^{s,t} = \sigma_f \partial_r f_f^{s,t}, \quad (7)$$

$$f_s^{s,t} = f_f^{s,t} + \gamma_b \xi_n \partial_r f_f^{s,t}, \quad (8)$$

а также свободными граничными условиями на внешней поверхности структуры ($r = R_s$),

$$\partial_r f_s^{s,t} = 0. \quad (9)$$

Здесь σ_s и σ_f — удельные проводимости S- и F-металлов в нормальном состоянии, параметр γ_b характеризует прозрачность SF-границы и определяется сопротивлением границы на единицу площади R_b ($\gamma_b \xi_s = R_b \sigma_f$), ∂_r обозначает производную в радиальном направлении, а $\xi_{s,n} = \sqrt{\hbar D_{s,f}/2\pi T_{cs}}$ — длина когерентности в сверхпроводнике и нормальном ферромагнитном металлах.

Уравнения Узалея (3), (4) и (5) линеаризованы относительно комплексного потенциала спаривания $\Delta(\mathbf{r})$ и не учитывают уменьшение обменного поля в ферромагнетике вблизи SF-границы. Используемое приближение ступенчатого профиля обменного поля h

$$h(r) = \begin{cases} h, & r \leq R_f, \\ 0, & R_f < r \leq R_s, \end{cases} \quad (10)$$

бесспорно, оправдано при температурах выше T_c , когда ферромагнитное упорядочение возникает в немагнитном металле лишь на расстоянии порядка фермиевской длины волны λ_F от SF-границы из-за локальности обменного взаимодействия. При $T < T_c$ появление сверхпроводимости может заметно изменить профиль обменного поля, так что намагниченность появляется в сверхпроводнике на глубине порядка сверхпроводящей длины когерентности ξ_s (магнитный эффект близости) [69–71]. Однако, поскольку для $T \lesssim T_c$ сверхпроводящий параметр порядка мал, при вычислении критической температуры сверхпроводящего перехода T_c влиянием этого эффекта можно пренебречь.

Оценим влияние намагниченности F-цилиндра $\mathbf{M} = M\mathbf{z}_0 = \operatorname{rot} \mathbf{A}/4\pi$, направленной вдоль его оси z . Дополнительный магнитный поток $\Phi_M \approx 4\pi^2 R_f^2 M$, захваченный полостью в сверхпроводнике, создает в S-области потенциал $A_\theta \approx 2\pi M R_f$, влиянием которого можно пренебречь, если $1/R_f \gg 2\pi A_\theta/\Phi_0$ или $\Phi_M \ll \Phi_0$, где $\Phi_0 = \pi \hbar c/|e|$ — квант магнитного потока. Для типичных параметров SF-структуры $M \sim 10^2$ Гс, $T_c \sim 10$ К и $R_f \approx \xi_f \sim 10$ нм условие $\Phi_M \ll \Phi_0$ выполнено и влияние намагниченности сердцевин \mathbf{M} на критическую температуру сверхпроводящего перехода SF-цилиндра T_c пренебрежимо мало.

3. НЕОДНОРОДНЫЕ СОСТОЯНИЯ В SF-ЦИЛИНДРЕ С ЭФФЕКТОМ БЛИЗОСТИ

Получим аналитические решения, описывающие пространственное распределение синглетной и триплетной компонент аномальной функции Грина в гибридной структуре, изображенной на рис. 1, предполагая тонким слой сверхпроводника, окружающего F-цилиндр: $d_s = R_s - R_f < R_f, \xi_s$. Учитывая неодносвязную геометрию гибридной структуры, сосредоточим внимание на анализе состояний с различной завихренностью и влиянии на них продольной модуляции параметра порядка вдоль оси цилиндра.

Пренебрегая вкладом векторного потенциала A_θ , выбирая калибровку $A_z = 0$ и принимая во внимание цилиндрическую симметрию задачи, можно заменить оператор $\tilde{\nabla}^2$ в уравнениях (3), (4) и (5) оператором Лапласа

$$\nabla^2 = \partial_r(r\partial_r)/r + \partial_z^2 + \partial_\theta^2/r^2$$

в цилиндрической системе координат (r, θ, z) . Для систем, обладающих цилиндрической симметрией, будем искать решения уравнений (3) в области F-цилиндра ($r \leq R_f$) с заданным угловым моментом L и волновым числом p в виде

$$f_f^{s,t}(\mathbf{r}, \omega_n) = F_f^{s,t}(r, \omega_n) e^{iL\theta + ipz}, \quad (11)$$

где комплексная амплитуда

$$F_f^{s,t}(r, \omega_n) = C_f^{s,t}(\omega_n) I_L(q_p r) \quad (12)$$

учитывает радиальную зависимость решения (11) и выражается через $I_L(u)$ — модифицированную функцию Бесселя первого рода порядка L . Угловой момент L в решении (11) определяет циркуляцию градиента фазы ϕ (завихренность) комплексного параметра порядка $\Delta = |\Delta| \exp(i\phi)$ при обходе по замкнутому контуру Γ , лежащему в сверхпроводнике и охватывающему F-цилиндр:

$$\oint_\Gamma \nabla \phi d\mathbf{l} = 2\pi L.$$

Волновое число p определяет пространственный масштаб $2\pi/p$ продольной ЛОФФ-модуляции сверхпроводящего параметра порядка Δ в SF-структуре.

Для решений вида (11), (12) уравнения (3) сводятся к линейной алгебраической системе

$$\left[-\xi_f^2(q_p^2 - p^2) + \frac{|\omega_n|}{h} \right] C_f^s + 2i \text{sign} \omega_n C_f^t = 0, \quad (13)$$

$$2i \text{sign} \omega_n C_f^s + \left[-\xi_f^2(q_p^2 - p^2) + \frac{|\omega_n|}{h} \right] C_f^t = 0 \quad (14)$$

относительно комплексных величин $C_f^{s,t}(\omega_n)$, зависящих от мадубаровской частоты ω_n . Система (13), (14) имеет нетривиальное решение, если

$$q_p^2 - p^2 = 2(|\omega_n|/h \pm i)/\xi_f^2. \quad (15)$$

Ограничиваясь в дальнейшем случае $h \gg \pi T_{cs}$ и пренебрегая слагаемым $|\omega_n|/h \ll 1$ в уравнениях (13), (14) и (15), получим

$$q_p^2 = (q_{p1} + iq_{p2})^2 \approx p^2 \pm 2i/\xi_f^2. \quad (16)$$

Дисперсионное уравнение (16) устанавливает простое соотношение между коэффициентами $C_f^{s,t}(\omega_n)$:

$$C_f^t(\omega_n) = \pm \text{sign} \omega_n C_f^s(\omega_n). \quad (17)$$

Легко видеть, что возникновение ЛОФФ-модуляции вдоль оси SF-цилиндра уменьшает характерный масштаб затухания сверхпроводящих корреляций $\xi_{f1} = 1/q_{p1}$ и увеличивает период осциллирующей $\xi_{f2} = 1/q_{p2}$ аномальной функции Грина в ферромагнетике в направлении, перпендикулярном FS-границе. Заметим, что к аналогичному эффекту — уменьшению ξ_{f1} и увеличению ξ_{f2} — приводит и дополнительное рассеяние на магнитных примесях в ферромагнитном металле [72].

Учитывая соотношение (17) между коэффициентами $C_f^{s,t}(\omega_n)$, можно записать выражения для амплитуд $F_f^s(r, \omega_n)$ синглетной и $F_f^t(r, \omega_n)$ триплетной компонент в области F-цилиндра ($r \leq R_f$) для заданного значения углового момента L и волнового числа p в виде

$$F_f^s(r, \omega_n) = A_n I_L(q_p r) + \tilde{A}_n I_L(q_p^* r), \quad (18)$$

$$F_f^t(r, \omega_n) = \text{sign} \omega_n \left[A_n I_L(q_p r) - \tilde{A}_n I_L(q_p^* r) \right]. \quad (19)$$

Предполагая сверхпроводящий слой тонким ($d_s < \xi_s$), можно пренебречь изменением функций $f_s^{s,t}$ и Δ в радиальном направлении [4, 73] —

$$f_s^{s,t}(\mathbf{r}, \omega_n) \approx F_s^{s,t}(\omega_n) e^{iL\theta + ipz}, \quad (20)$$

$$\Delta(\mathbf{r}) \approx \Delta_s e^{iL\theta + ipz} \quad (21)$$

— и проинтегрировать уравнения (4), (5) по толщине S-слоя, используя граничное условие (9). В результате получим следующие соотношения между амплитудой $F_s^{s,t}$ и производной $\partial_r F_s^{s,t}$ компонент аномальной функции Грина на FS-границе при $r = R_f$:

$$\partial_r F_s^s = \frac{d_s}{\pi T_{cs} \xi_s^2} (\Delta_s - \Omega_n F_s^s), \quad (22)$$

$$\partial_r F_s^t = -\frac{d_s \Omega_n}{\pi T_{cs} \xi_s^2} F_s^t, \quad (23)$$

где

$$\Omega_n = |\omega_n| + D_s (L^2/R_f^2 + p^2) / 2.$$

Подставляя решение (19) для амплитуды триплетной компоненты $F_f^t(r)$ в граничные условия (7), (8) и (23) на FS-границе, получим соотношение

$$\tilde{A}_n = A_n (Z_n/Z_n^*), \quad (24)$$

откуда следует, что $|A_n| = |\tilde{A}_n|$ и комплексные амплитуды A_n и \tilde{A}_n различаются только фазой. Здесь множитель Z_n определяется выражением

$$Z_n = (1 + \gamma_b \xi_n \alpha_L(p)/R_f) (|\omega_n| + \Omega_L(p)) I_L(u_p),$$

$$\alpha_L(p) = |L| + u_p \frac{I_{|L|+1}(u_p)}{I_L(u_p)}, \quad u_p = q_p R_f,$$

в котором параметр

$$\Omega_L(p) = \pi T_{cs} \xi_s^2 \left[\frac{L^2}{R_f^2} + p^2 + \frac{\sigma_f/\sigma_s}{d_s(\gamma_b \xi_n + R_f/\alpha_L^p)} \right] \quad (25)$$

учитывает подавление сверхпроводимости в тонкой S-оболочке из-за орбитального эффекта (первое и второе слагаемые) и вследствие совместного влияния эффекта близости и обменного поля ферромагнетика (третье слагаемое). Используя решение (18) для синглетной компоненты $F_f^s(r)$ и условия (7), (22), на FS-границе получим

$$A_n = \Delta_s / 2Z_n, \quad \tilde{A}_n = A_n^*. \quad (26)$$

Подставляя полученные решения (24), (26) в выражение (18), описывающее распределение синглетной компоненты аномальной функции Грина в области F-цилиндра, можно показать, что для действительного значения параметра порядка Δ_s амплитуды синглетной $f_{s,f}^s$ и триплетной $f_{s,f}^t$ компонент аномальной функции Грина в сверхпроводнике и ферромагнетике определяются следующими выражениями:

$$F_s^s(\omega_n) = \text{Re}[A_{ns}],$$

$$F_s^t(\omega_n) = i \text{sign } \omega_n \text{Im}[A_{ns}],$$

$$F_f^s(r, \omega_n) = \text{Re} \left[A_{nf} \frac{I_L(q_p r)}{I_L(q_p R_f)} \right], \quad (27)$$

$$F_f^t(r, \omega_n) = i \text{sign } \omega_n \text{Im} \left[A_{nf} \frac{I_L(q_p r)}{I_L(q_p R_f)} \right].$$

Комплексные величины

$$A_{ns} = \frac{\Delta_s}{|\omega_n| + \Omega_L(p)},$$

$$A_{nf} = \frac{A_{ns}}{1 + \gamma_b \xi_n \alpha_L(p)/R_f}, \quad (28)$$

соответствующие мацубаровской частоте ω_n , зависят от параметра распаривания $\Omega_L(p)$ (25), который учитывает как орбитальный, так и парамагнитный эффекты подавления сверхпроводимости. Легко видеть, что амплитуды синглетных компонент аномальной функции Грина F_s^s и F_f^s оказываются действительными четными функциями мацубаровских частот ($F_{s,f}^s(r, -\omega_n) = F_{s,f}^s(r, \omega_n)$), в то время как амплитуды триплетных компонент $F_{s,f}^t$ — чисто мнимые и нечетные функции ω_n ($F_{s,f}^t(r, -\omega_n) = -F_{s,f}^t(r, \omega_n)$) [6, 7]. Заметим также, что обе компоненты (синглетная и триплетная) являются четными функциями углового момента L и волнового числа p .

4. КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА ВИХРЕВЫХ СОСТОЯНИЙ

Приступим к вычислению критической температуры T_c сверхпроводящего перехода в гибридной структуре, изображенной рис. 1, предполагая, как и прежде, сверхпроводящую оболочку тонкой: $d_s = R_s - R_f < R_f, \xi_s$. Критическая температура сверхпроводящего перехода определяется уравнением самосогласования (6) для синглетного параметра порядка $\Delta(\mathbf{r})$, которое удобно записать в виде

$$\Delta_s \ln \frac{T_c}{T_{cs}} + \pi T_c \sum_{\omega_n} \left(\frac{\Delta_s}{|\omega_n|} - f_s^s(\omega_n) \right) = 0. \quad (29)$$

Подставляя решение (27), (28) в уравнение самосогласования (29), получим уравнение относительно критической температуры $T_{cL}(p)$ перехода SF-цилиндра в сверхпроводящую моду $\{L, p\}$, которая характеризуется завихренностью L и волновым числом продольной модуляции p :

$$\ln \frac{T_{cL}(p)}{T_{cs}} = \Psi \left(\frac{1}{2} \right) - \text{Re} \left[\Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{\Omega_L(p)}{2\pi T_{cL}(p)} \right) \right], \quad (30)$$

где Ψ — дигамма-функция. Параметр $\Omega_L(p)$ (25) учитывает орбитальный и парамагнитный механизмы распаривания, совместное действие которых приводит к формированию неоднородных сверхпроводящих состояний с ЛОФФ-модуляцией вдоль оси цилиндра и произвольной завихренностью L . Состояния с угловым моментом $\pm L$ и волновым числом $\pm p$ оказываются вырожденными и имеют одинаковую критическую температуру. Слабая продольная намагниченность \mathbf{M} вдоль оси F-цилиндра снимает вырождение по L , не оказывая заметного влияния на критическую температуру вихревых состояний [60].

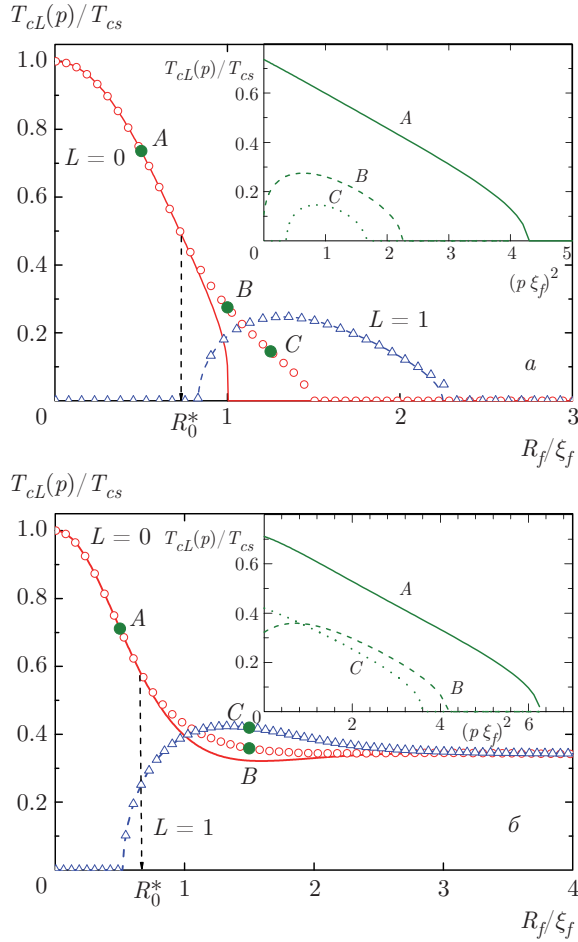


Рис. 2. Зависимость критической температуры $T_{cL}(0)$ (линии) и $T_{cL}(p_m)$ (символы) от радиуса F-цилиндра R_f для двух значений завихренности $L = 0$ (сплошная линия) и $L = 1$ (штриховая линия) и двух значений прозрачности SF-границы: $\gamma_b = 0.5$ (а); $\gamma_b = 0.75$ (б). Остальные параметры: $d_s = 0.5\xi_s$; $\sigma_s/\sigma_f = 0.5$; $\xi_s/\xi_f = 0.1$; $\xi_n/\xi_f = 1.5$. На вставках показаны типичные зависимости критической температуры $T_{cL}(p)$ от волнового числа p продольной ЛОФФ-модуляции для точек А, В, С на зависимости $T_{cL}(p)$ от радиуса цилиндра R_f

Критическая температура сверхпроводящего перехода T_c определяется, как обычно, максимальным значением $T_{cL}(p)$

$$T_c = \max_{L,p} \{T_{cL}(p)\} \quad (31)$$

и достигается при значении волнового числа $p = p_m$, которое в общем случае может быть отличным от нуля. На рис. 2 показаны типичные зависимости температуры перехода $T_{cL}(p)$ (30), (31) в сверхпроводящее состояние $\{L, p\}$ от радиуса F-цилиндра R_f для двух значений завихренности $L = 0$ и $L = 1$ без учета ($p = 0$) и с учетом ЛОФФ-модуляции ($p = p_m$).

Как видно на рис. 2, для тонких F-цилиндров с радиусом $R_f \ll \xi_f$ возможно только однородное по z сверхпроводящее состояние ($p = 0$) с нулевым орбитальным моментом $L = 0$, эффект близости слабый, и критическая температура этого состояния близка к критической температуре объемного сверхпроводника T_{cs} . Для $R_f \ll \xi_f$ неоднородное состояние с $L = 1$ невозможно из-за сильного орбитального эффекта. С увеличением радиуса сердцевин R_f влияние обменного поля ферромагнетика растет, а критическая температура SF-структуры уменьшается, оставаясь по-прежнему максимальной при $p = 0$ (кривая А на вставке к рис. 2). При $R_f > R_0^*$ зависимость $T_{c0}(p)$ качественно меняется: максимальное значение критической температуры достигается при $p = p_m \neq 0$ (кривая В на вставке к рис. 2), и SF-структура переходит модулированное безвихревое $\{0, p_m\}$ состояние. На рис. 3а показана зависимость оптимального волнового числа p_m от радиуса F-цилиндра R_f для безвихревых состояний с $L = 0$. Заметим, что состояния с ЛОФФ-модуляцией могут существовать и в том случае, если однородное по z состояние с тем же орбитальным числом L уже невозможно (кривая С на вставке к рис. 2а). При дальнейшем увеличении R_f критическая температура $T_{c0}(p_m)$ модулированного по z безвихревого состояния продолжает снижаться, а влияние орбитального эффекта для состояний с $L \geq 1$ становится слабее из-за уменьшения азимутальной сверхскорости $v_s \sim L/R_f$ и кинетической энергии сверхтока. Одновременно с этим начинают играть роль знакопеременные осцилляции парной волновой функции в ферромагнетике в радиальном направлении, поскольку радиус F-цилиндра R_f становится соизмерим с периодом осцилляций порядка ξ_{f2} амплитуды $F_f^{s,t}(r, \omega_n)$ аномальной функции Грина f_f^s . Это приводит к сдвигу на π фазы f_f^s в диаметрально противоположных точках F-цилиндра ($f_f^s(R_f, \theta + \pi) = -f_f^s(R_f, \theta) = f_f^s(R_f, \theta) \exp(i\pi)$), а критическая температура $T_{c1}(0)$ однородного по z вихревого состояния оказывается выше критической температуры $T_{c0}(p_m)$ моды с нулевой завихренностью и продольной ЛОФФ-модуляцией. Этому соответствует переход SF-структуры в вихревое состояние $\{1, 0\}$, которое при $R_f > R_1^*$ сменяется переходом в модулированное вихревое состояние $\{1, p_m\}$ (см. рис. 3б). Таким образом, эффект близости и обменное взаимодействие в полном сверхпроводящем цилиндре, заполненном ферромагнитным металлом, могут индуцировать как вихревые состояния, так и ЛОФФ-модуляцию вдоль оси цилиндра. В обоих случаях речь идет о формировании сверхпроводя-

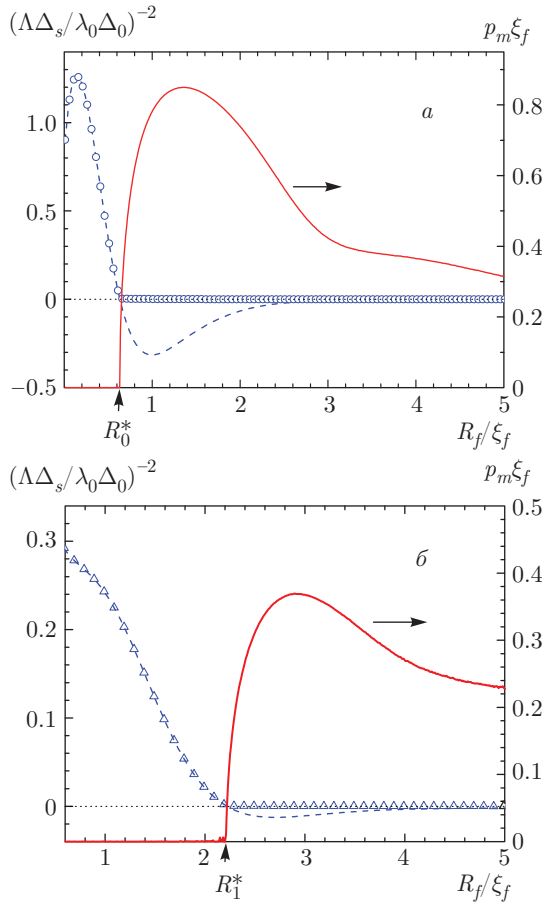


Рис. 3. Зависимость эффективной глубины проникновения Λ (36) — $\Lambda_L(0)$ (штриховая линия), $\Lambda_L(p_m)$ (символы) — и оптимального волнового числа p_m (сплошная линия) от радиуса F-цилиндра R_f для двух значений закрученности $L = 0$ (а) и $L = 1$ (б). Параметры SF-цилиндра совпадают с используемыми на рис. 2б. Глубина проникновения $\Lambda_L(p)$ нормирована на величину λ_0 , где $\lambda_0^{-2} = 4\pi^2\sigma_s\Delta_0/\hbar c^2$, $\Delta_0 = 3.52T_{cs}$

шего состояния неоднородного вдоль FS-границы. Для планарной геометрии возможность и следствия продольной ЛОФФ-модуляции в SF-бислое рассматривалась ранее в работе [55].

5. ЭФФЕКТИВНАЯ ГЛУБИНА ПРОНИКНОВЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Экранирующие свойства гибридных SF-структур при температурах T близких к критической T_c характеризуются эффективной глубиной проникновения магнитного поля Λ , зависящей от средней по объему плотности куперовских пар в структуре $n_s = \langle n_s(\mathbf{r}) \rangle$, где $n_s(\mathbf{r}) \sim \lambda^{-2}(\mathbf{r})$. Для вычисления лондоновской глубины проникновения $\lambda(\mathbf{r})$, ко-

торая входит в соотношение (1) между экранирующим током \mathbf{j} и векторным потенциалом \mathbf{A} , воспользуемся выражением для k -проекции сверхтока через квазиклассические функции Узаделя $f_{s,f}^s(\mathbf{r}, \omega_n)$ и $f_{s,f}^t(\mathbf{r}, \omega_n)$, определяемые параметризацией (2) и решениями (11), (12) и (20) [7]:

$$\mathbf{j}_{s,f} = \pi T \frac{\sigma_{s,f}}{e} \times \sum_{\omega_n} \text{Im} \left[(f_{s,f}^s)^* \tilde{\nabla} f_{s,f}^s - (f_{s,f}^t)^* \tilde{\nabla} f_{s,f}^t \right]. \quad (32)$$

В случае, когда радиус R_s SF-цилиндра мал по сравнению с глубиной проникновения Λ , существенны только экранирующие токи вдоль SF-границы $\mathbf{j} \equiv \mathbf{j}_{\parallel} = j_{\theta}\theta_0 + j_z\mathbf{z}_0$, а локальная глубина проникновения в уравнении Лондонов (1)

$$\lambda(r) \equiv \lambda_L(r, p) = \begin{cases} \lambda_f(r), & r \leq R_f, \\ \lambda_s, & R_f < r \leq R_s, \end{cases} \quad (33)$$

следующим образом выражается через амплитуды $F_{f,s}^s$ и $F_{f,s}^t$ (27), (28) квазиклассических функций Грина (11), (20) в SF-цилиндре:

$$\lambda_{s,f}^{-2} = \frac{8\pi^2 T_c \sigma_{s,f}}{\hbar c^2} \sum_{\omega_n} \text{Re} [F_{s,f}^2], \quad (34)$$

где $F_{s,f} = F_{s,f}^s + F_{s,f}^t$.

На рис. 4 показаны радиальные распределения синглетной и триплетной составляющих —

$$\rho^{s,t}(r) = \sum_{\omega_n} |F_{s,f}^{s,t}(r, \omega_n)|^2 \quad (35)$$

— и лондоновской глубины проникновения $\lambda^{-2}(r)$ (33), (34) для двух значений радиуса F-цилиндра $R_f = 0.8\xi_f$ и $R_f = 2.3\xi_f$, при которых $T_{cL}(p_m) > T_{cL}(0)$ и в SF-цилиндре формируется состояние с продольной ЛОФФ-модуляцией параметра порядка. Для сравнения показаны распределения $\rho^{s,t}(r)$ и $\lambda_L^{-2}(r, 0)$ в цилиндре, вычисленные в предположении, что ЛОФФ-модуляция отсутствует ($p = 0$). Легко видеть, что в значительной части ферромагнитного цилиндра преобладают индуцированные эффектом близости триплетные сверхпроводящие корреляции с плотностью $\rho^t(r)$, так что соответствующее значение $\lambda^{-2}(r)$ становится отрицательным, а локальный экранирующий ток (32) — парамагнитным. При этом в сверхпроводящей оболочке и в тонком слое ферромагнетика вблизи FS-границы $\lambda^{-2}(r) \geq 0$ и направление экранирующего тока соответствует обычному диамагнитному эффекту Мейснера. Подобная инверсия направления экранирующего тока в ферромагнетике, возникающая из-за

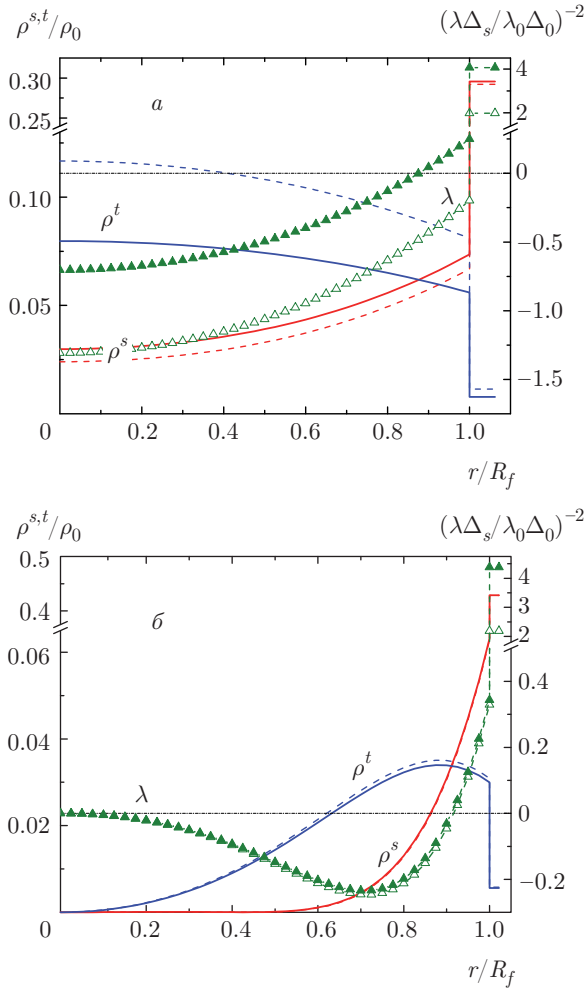


Рис. 4. Распределение синглетной и триплетной составляющих $\rho^{s,t}(r)$ (35) (линии) и лондоновской глубины проникновения λ^{-2} (33), (34) (символы) в гибридном SF-цилиндре: *a* — $R_f = 0.8\xi_f$, $T_c = T_{c0}(p_m) > T_{c0}(0)$ ($L = 0$, $p_m = 0.62/\xi_f$); *б* — $R_f = 2.3\xi_f$, $T_c = T_{c1}(p_m) > T_{c1}(0)$ ($L = 1$, $p_m = 0.19/\xi_f$). Случай состояния с ЛОФФ-модуляцией ($p = p_m$) показан сплошной линией и темными треугольниками; однородное по z состояние ($p = 0$) показано штриховой линией и светлыми треугольниками. Глубина проникновения λ нормирована на величину λ_0 , где $\lambda_0^{-2} = 4\pi^2\sigma_s\Delta_0/\hbar c^2$ ($\Delta_0 = 3.52T_{cs}$, $\rho_0 = (\Delta_s/T_{cs})^2$). Параметры SF-цилиндра совпадают с используемыми на рис. 2б

фазового сдвига между синглетными и триплетными корреляциями, характерна и для вихревого тока в SF-бислое с вихрем Абрикосова [74]. Формирование в SF-цилиндре неоднородного по z ЛОФФ-состояния заметно уменьшает амплитуду триплетных корреляций $\rho^t(r)$, но оказывает сравнительно слабое влияние на синглетную компоненту $\rho^s(r)$ (см. рис. 4а). ЛОФФ-модуляция сопровождается увели-

чением области цилиндра, где $\lambda^{-2}(r) \geq 0$ и преобладают диамагнитные экранирующие токи. Работа внешнего источника

$$\delta W(r) = (\mathbf{jA})/c = -\mathbf{A}^2/4\pi\lambda^2(r)$$

над участком, где $\lambda^{-2}(r) < 0$, оказывается положительной ($\delta W(r) > 0$), что означает локальное нарушение устойчивости сверхпроводящего состояния в этом месте SF-цилиндра [55]. В то же время сверхпроводящее состояние остается устойчивым в целом, пока суммарная работа источника остается отрицательной:

$$W/V = \int \delta W(r) dV = -\mathbf{A}^2/4\pi\Lambda^2 \leq 0,$$

т. е. при $\Lambda^{-2} \geq 0$. Здесь Λ — эффективная глубина проникновения магнитного поля, для вычисления которой необходимо выполнить усреднение значения лондоновской глубины проникновения $\lambda(r)$ (33), (34) по поперечному сечению SF-цилиндра с площадью $S = \pi R_s^2$:

$$\Lambda^{-2} = \frac{2\pi}{S} \int_0^{R_s} \frac{r dr}{\lambda^2(r)}. \quad (36)$$

Подставляя в выражения (34) в качестве амплитуд квазиклассических функций Грина $F_{f,s}^s$ и $F_{f,s}^t$ решения линеаризованных уравнений Узаделя (27), (28), получим следующее выражение для эффективной глубины проникновения магнитного поля $\Lambda = \Lambda_L(p)$ в моде $\{L, p\}$ вида (21):

$$\Lambda_L^{-2}(p) = \frac{8\Delta_s^2\sigma_s R_f^2}{\hbar c^2 T_c R_s^2} \text{Re} \left\{ \Psi_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{\Omega_L(p)}{2\pi T_c} \right) \times \left[\frac{d_s}{R_f} + \frac{\sigma_f/\sigma_s}{2(1 + \gamma_b \xi_n \alpha_L(p)/R_f)^2} \times \left(1 - \frac{I_{L-1}(q_p R_f) I_{L+1}(q_p R_f)}{I_L^2(q_p R_f)} \right) \right] \right\}, \quad (37)$$

где Ψ_1 — тригамма-функция. На линии фазового перехода второго рода при $T = T_c$ сверхпроводимость пропадает ($\Delta_s = 0$), а эффективная глубина проникновения (37) расходится ($\Lambda_L(p) \rightarrow \infty$). При $T \lesssim T_c$ структура сверхпроводящего параметра порядка, соответствующая минимуму свободной энергии, может отличаться от (21) [75], и для определения равновесного значения Δ_s в SF-цилиндре необходимо отказаться от линейного приближения (3)–(5) и использовать полные нелинейные уравнения Узаделя. Поэтому выражение (37) устанавливает лишь соотношение между сверхпроводящим параметром порядка Δ_s и эффективной глубиной проникновения магнитного поля $\Lambda_L(p)$ в SF-структуру

для моды $\{L, p\}$ при температуре T близкой к критической T_c . На рис. 5 показаны типичные зависимости критической температуры T_c (31) и величины $(\Lambda \Delta_s)^{-2} = (\Lambda_L(p) \Delta_s)^{-2}$ при $T_c = T_{cL}(p)$ от радиуса F-цилиндра R_f для первых трех орбитальных мод ($L = 0-3$) и двух значений параметра γ_b , характеризующего прозрачность FS-границы. Легко видеть, что немонотонное поведение $T_c(R_f)$, связанное с переключениями между различными орбитальными и/или ЛОФФ-состояниями, сопровождается немонотонной зависимостью экранирующих свойств SF-цилиндра от радиуса ферромагнитной сердцевинки R_f . Смена режимов происходит в соответствии с условием (31), при выполнении которого устанавливается состояние $\{L, p\}$ с максимальной критической температурой фазового перехода. Переходу в состояние с более высоким значением орбитального числа L , как правило, предшествует установление в SF-цилиндре модулированного ЛОФФ-состояния. Скачки величины $(\Lambda_L(p) \Delta_s)^{-2}$ при переходах $L \rightleftharpoons L + 1$ связаны с качественными изменениями радиальной структуры (четности) парной волновой функции в F-цилиндре. Подобные смены режимов в SF-цилиндре с изменением орбитального числа L на ± 1 , при которых заметно меняются средняя плотность куперовских пар в структуре n_s и эффективная глубина проникновения $\Lambda \sim 1/\sqrt{n_s}$ (36), аналогичны $0-\pi$ -переходу в SFS-контакте [59]. Отметим, что заметные изменения n_s при $0-\pi$ -переходе трехслойных SFS-структур наблюдались в экспериментах [50, 51].

Условие $\Lambda_L(0)^{-2} = 0$, при котором исчезает совокупный диамагнитный отклик структуры в однородном по z состоянии, определяет границу появления ЛОФФ-неустойчивости вдоль оси цилиндра для моды с орбитальным числом L . Этот критерий глобальной устойчивости сверхпроводящего состояния $\{L, 0\}$ удобно записать в виде

$$\Lambda_L(0)^{-2} = -\frac{16\Delta_s^2\sigma_s d_s R_f}{\hbar c^2 T_{cL} T_{cs} R_s^2 \xi_s^2} \times \left[1 - \text{Re} \left\{ \frac{\Omega_L(0)}{2\pi T_{cL}} \Psi_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{\Omega_L(0)}{2\pi T_{cL}} \right) \right\} \right] \times \left. \frac{dT_{cL}}{dp^2} \right|_{p=0}, \quad (38)$$

используя решение $T_{cL}(p)$ уравнения самосогласования (30). Для SF-бислоя аналогичный критерий появления продольной ЛОФФ-неустойчивости был ранее получен в работе [55]. Можно показать, что соотношение (38) при замене в нем $p = 0$ на $p = p_m$ справедливо и для произвольного ЛОФФ-состояния $\{L, p_m\}$ вида (21). Отсюда следует, что в ЛОФФ-состоянии, для которого критическая температура $T_{cL}(p)$ оказывается максимальной при $p = p_m \neq 0$, выполняется условие

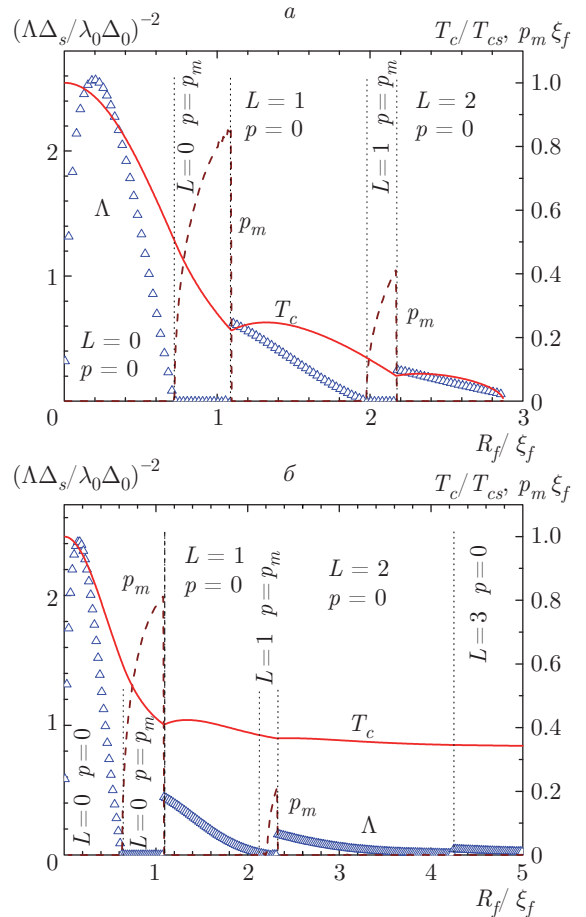


Рис. 5. Зависимость критической температуры T_c (31) (сплошная линия), волнового числа p_m (штриховая линия) и эффективной глубины проникновения Λ (36) (символы) от радиуса F-цилиндра R_f для значений завихренности $L = 0-3$. Области с различными значениями орбитального числа L и волнового числа p показаны вертикальным пунктиром: $\gamma_b = 0.5$ (а), $\gamma_b = 0.75$ (б). Глубина проникновения Λ нормирована на величину λ_0 , где $\lambda_0^{-2} = 4\pi^2\sigma_s\Delta_0/\hbar c^2$, $\Delta_0 = 3.52T_{cs}$. Остальные параметры SF-цилиндра совпадают с используемыми на рис. 2

тожения $\{L, p_m\}$ вида (21). Отсюда следует, что в ЛОФФ-состоянии, для которого критическая температура $T_{cL}(p)$ оказывается максимальной при $p = p_m \neq 0$, выполняется условие

$$\Lambda^{-2} \equiv \Lambda_L(p_m)^{-2} \sim \left. \frac{dT_{cL}(p)}{dp^2} \right|_{p=p_m} = 0,$$

а следовательно, суммарный ток I_z вдоль оси цилиндра отсутствует. Последнее утверждение является общим и не связано с выбором решения в виде (21). Оптимальное волновое число p_m ЛОФФ-модуляции должно обеспечивать минимум функционала свободной энергии

$$F_L(p) = \frac{1}{8\pi} \int \frac{dV}{\lambda_L^2(p)} \left(\frac{c\hbar}{2e} \nabla\phi - \mathbf{A} \right)^2,$$

соответствующего обобщенному соотношению Лондонов (1). Это автоматически означает, что при $p_m > 0$

$$I_z = -c \frac{\delta F_L(p)}{\delta A_z} \sim \left. \frac{\partial F_L(p)}{\partial p} \right|_{p=p_m} = 0,$$

т. е. модулированное по z состояние оказывается бессточковым.

Таким образом, если $\Lambda_L(0)^{-2} \geq 0$ ($dT_{cL}/dp^2 \leq 0$ при $p = 0$), то в SF-цилиндре устанавливается однородное по z состояние с орбитальным числом L , для которого критическая температура $T_{cL}(0)$ максимальна (см. кривые A и C на рис. 2б). Если же $\Lambda_L(0)^{-2} < 0$ ($dT_{cL}/dp^2 > 0$ при $p = 0$), то для фиксированного значения орбитального числа L критическая температура T_c (31) достигается при $p = p_m \neq 0$, когда $T_{cL}(p)$ принимает максимальное значение, а $dT_{cL}/dp^2 = 0$ при $p = p_m$ (см. кривые B на рис. 2). При этом следует ожидать восстановление диамагнитного отклика гибридной структуры [55]. На рис. 3 показаны зависимости оптимального волнового числа p_m ЛОФФ-модуляции и величины $(\Lambda_L(p) \Delta_s)^{-2}$ (36) от радиуса ферромагнитного цилиндра для однородного по z состояния с $p = 0$ и состояния с $p = p_m$, соответствующего критической температуре T_c (31). Для безвихревой ($L = 0$) моды (см. рис. 3а) величина $\Lambda_0(0)^{-2}$ становится отрицательной при $R_f > R_0^*$, что свидетельствует о преобладании в этом случае парамагнитной составляющей в суммарном экранирующем токе и неустойчивости однородного по z состояния в целом. Поэтому при $R_f > R_0^*$ в SF-цилиндре устанавливается неоднородное ЛОФФ-состояние с параллельной оси z фазовой модуляцией, для которого $T_{c0}(p_m) > T_{c0}(0)$ (см. рис. 2), а эффективная глубина проникновения (36) расходится ($\Lambda_L(p)^{-2} = 0$) на линии фазового перехода. Аналогичное поведение, показанное на рис. 3б, наблюдается и в том случае, если в SF-цилиндре устанавливается состояние с отличной от нуля завихренностью ($L = 1$): диамагнитный эффект Мейснера исчезает при $R_f = R_1^*$, когда возникает дополнительная ЛОФФ-модуляция вдоль оси z с волновым числом $p = p_m \neq 0$. Увеличение барьера на FS-границе способствует существованию мод с орбитальными моментами $L > 1$, которые характерны для больших значений радиуса ферромагнитного цилиндра R_f [60].

В отличие от смены режимов с изменением орбитального числа L на ± 1 возникновение ЛОФФ-модуляции вдоль оси z не приводит к резким измене-

ниям экранирующих свойств SF-цилиндра, поскольку в этом случае радиальная структура волновой функции, зависящая от оптимального значения волнового числа p_m , плавно меняется при изменении параметров структуры. Этому соответствует непрерывное изменение как T_c , так и $\Lambda_L^{-2}(p)$ при переходах от однородного по z состояния к модулированному.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе приведены результаты теоретических исследований неоднородных и вихревых состояний в гибридных структурах сверхпроводник/ферромагнетик с неодносвязной геометрией (полый сверхпроводящий цилиндр с ферромагнитной сердцевинной), в которых орбитальный и обменный механизмы подавления сверхпроводимости конкурируют друг с другом. Эффект близости и обменный эффект как стимулируют переходы между сверхпроводящими состояниями с различным орбитальным моментом L (завихренностью) при отсутствии внешнего магнитного поля, так и формируют неоднородное состояние типа Ларкина – Овчинникова – Фульде – Феррелла с фазовой модуляцией вдоль оси цилиндра на масштабе порядка ξ_f , определяемом волновым числом p_m . На основе линеаризованных уравнений Узаделя выполнены расчеты критической температуры фазового перехода T_c в неоднородные сверхпроводящие состояния с различными значениями L и p , которая немонотонно зависит от характерного размера ферромагнитной области. Изучены особенности, устойчивость и условия формирования неоднородного ЛОФФ-состояния и проанализированы экранирующие свойства мезоскопической гибридной SF-структуры с неодносвязной геометрией. Фазовый переход в ЛОФФ-состояние совпадает с подавлением диамагнитного отклика, так что эффективная глубина проникновения магнитного поля Λ в SF-цилиндр расходится ($\Lambda^{-2} = 0$). Переключения между различными орбитальными и/или ЛОФФ-состояниями сопровождаются немонотонной зависимостью Λ от радиуса ферромагнитной сердцевинной цилиндра R_f .

Автор благодарит С. В. Миронова, который инициировал эту работу, А. И. Буздина и А. С. Мельникова за полезные обсуждения и советы. Работа выполнялась при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-02-04116). Экранирующие свойства SF-цилиндра (разд. 5) были изучены при финансовой поддержке РНФ (грант № 15-12-10020).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Holm and W. Meissner, *Z. Phys.* **74**, 715 (1932).
2. В. Л. Гинзбург, *ЖЭТФ* **31**, 202 (1956).
3. Д. Сан-Жам, Г. Сарма, Е. Томас, *Сверхпроводимость второго рода*, Мир, Москва (1970), с. 198.
4. A. I. Buzdin, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 935 (2005).
5. Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Прошин, М. Г. Хусаинов, *УФН* **172**, 113 (2002).
6. F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 1321 (2005).
7. M. Eschrig, *Rep. Progr. Phys.* **78**, 10450 (2015).
8. А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, *ЖЭТФ* **47**, 1136 (1964).
9. P. Fulde and R. A. Ferrell, *Phys. Rev.* **135**, A550 (1964).
10. А. И. Буздин, Л. Н. Булаевский, С. В. Панюков, *Письма в ЖЭТФ* **35**, 147 (1982).
11. А. И. Буздин, М. Ю. Куприянов, *Письма в ЖЭТФ* **53**, 308 (1991).
12. А. И. Буздин, В. Вуйчич, М. Ю. Куприянов, *ЖЭТФ* **101**, 231 (1992).
13. А. И. Буздин, М. Ю. Куприянов, *Письма в ЖЭТФ* **52**, 1089 (1990).
14. Z. Radovic, M. Ledvij, L. Dobrosavljevic-Grujic et al., *Phys. Rev. B* **44**, 759 (1991).
15. J. S. Jiang, D. Davidović, D. H. Reich, and C. L. Chien, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 314 (1995).
16. Th. Mühge, N. N. Garif'yanov, Yu. V. Goryunov et al., *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1857 (1996).
17. M. G. Khusainov and Yu. N. Proshin, *Phys. Rev. B* **56**, R14283 (1997).
18. L. R. Tagirov, *Physica C* **307**, 145 (1998).
19. I. A. Garifullin, D. A. Tikhonov, N. N. Garif'yanov et al., *Phys. Rev. B* **66**, 020505 (2002).
20. V. I. Zdravkov, J. Kehrle, G. Obermeier et al., *Phys. Rev. B* **82**, 054517 (2010).
21. A. Buzdin, *Phys. Rev. B* **62**, 11377 (2000).
22. I. Baladié and A. Buzdin, *Phys. Rev. B* **64**, 224514 (2001).
23. D. Yu. Gusakova, A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and A. Buzdin, *Pis'ma v Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **83**, 385 (2006).
24. T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, and X. Grison, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 304 (2001).
25. G. Pepe, R. Latempa, L. Parlato et al., *Phys. Rev. B* **73**, 054506 (2006).
26. K. M. Boden, W. P. Pratt, and N. O. Birge, *Phys. Rev. B* **84**, 020510 (2011).
27. S. Oh, D. Youm, and M. R. Beasley, *Appl. Phys. Lett.* **71**, 2376 (1997).
28. A. K. Suszka, F. S. Bergeret, and A. Berger, *Phys. Rev. B* **85**, 024529 (2012).
29. L. R. Tagirov, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2058 (1999).
30. A. I. Buzdin, A. V. Vedyayev, and N. V. Ryzhanova, *Europhys. Lett.* **48**, 686 (1999).
31. J. Y. Gu, C.-Y. You, J. S. Jiang et al., *Phys. Rev. Lett.* **89**, 267001 (2002).
32. V. I. Zdravkov, J. Kehrle, G. Obermeier et al., *Phys. Rev. B* **87**, 144507 (2013).
33. P. V. Leksin, N. N. Garif'yanov, I. A. Garifullin et al., *Phys. Rev. Lett.* **106**, 144507 (2013).
34. P. V. Leksin, N. N. Garif'yanov, I. A. Garifullin et al., *Phys. Rev. Lett.* **109**, 057005 (2012).
35. V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov et al., *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2427 (2001).
36. T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur et al., *Phys. Rev. Lett.* **89**, 137007 (2002).
37. Л. Н. Булаевский, В. В. Кузий, А. А. Собянин, *Письма в ЖЭТФ* **25**, 314 (1977).
38. M. Giroud, H. Courtois, K. Hasselbach et al., *Phys. Rev. B* **58**, R11872 (1998).
39. J. W. A. Robinson, J. D. S. Witt, and M. G. Blamire, *Science* **329**, 59 (2010).
40. T. S. Khaire, M. A. Khasawneh, W. P. Pratt, Jr., and N. O. Birge, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 137002 (2010).
41. I. Sosnin, H. Cho, V. T. Petrashov, and A. F. Volkov, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 157002 (2006).
42. R. S. Keizer, S. T. B. Goennenwein, T. M. Klapwijk et al., *Nature* **439**, 825 (2006).
43. J. Wang, M. Singh, M. Tian et al., *Nature Phys.* **6**, 389 (2010).
44. F. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4096 (2001).
45. A. Kadigrobov, R. I. Shekhter, and M. Jonson, *Europhys. Lett.* **54**, 394 (2001).

46. С. Н. Вдовичев, Ю. Н. Ноздрин, Е. Е. Пестов и др., Письма в ЖЭТФ **104**, 336 (2016).
47. T. R. Lemberger, I. Hetel, A. J. Hauser, and F. Y. Yang, J. Appl. Phys. **103**, 07C701 (2008).
48. M. Houzet and J. S. Meyer, Phys. Rev. B **80**, 012505 (2009).
49. A. V. Samokhvalov and A. I. Buzdin, Phys. Rev. B **92**, 054511 (2015).
50. N. Pompeo, K. Torokhtii, C. Cirillo et al., Phys. Rev. B **90**, 064510 (2014).
51. M. J. Hinton, S. Steers, B. Peters et al., Phys. Rev. B **94**, 014518 (2016).
52. F. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Phys. Rev. B **64**, 134506 (2001).
53. Y. Asano, A. A. Golubov, Y. V. Fominov, and Y. Tanaka, Phys. Rev. Lett. **107**, 087001 (2011).
54. T. Yokoyama, Y. Tanaka, and N. Nagaosa, Phys. Rev. Lett. **106**, 246601 (2011).
55. S. Mironov, A. Mel'nikov, and A. Buzdin, Phys. Rev. Lett. **109**, 237002 (2012).
56. M. Krawiec, B. L. Gewrffy, and J. F. Annett, Phys. Rev. B **70**, 134519 (2004).
57. I. V. Bobkova and Yu. S. Barash, Pis'ma v Zh. Eksp. Teor. Fiz. **80**, 563 (2004).
58. S. Mironov and A. Buzdin, Phys. Rev. Lett. **118**, 077001 (2017).
59. A. V. Samokhvalov, A. S. Mel'nikov, and A. I. Buzdin, Phys. Rev. B **76**, 184519 (2007).
60. A. V. Samokhvalov, A. S. Mel'nikov, P. Ader, and A. I. Buzdin, Phys. Rev. B **79**, 174502 (2009).
61. B. Krunavakarn and S. Yoksan, Physica C **495**, 5 (2013).
62. B. Krunavakarn, Physica C **527**, 63 (2016).
63. Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Прошин, М. Г. Хусаинов, Письма в ЖЭТФ **71**, 202 (2000).
64. В. П. Минеев, К. В. Самохин, *Введение в теорию необычной сверхпроводимости*, МФТИ, Москва (1998).
65. T. Tokuyasu, J. A. Sauls, and D. Rainer, Phys. Rev. B **38**, 8823 (1988).
66. L. Usadel, Phys. Rev. Lett. **25**, 507 (1970).
67. T. Champel and M. Eschrig, Phys. Rev. B **71**, 220506 (2005).
68. М. Ю. Куприянов, В. Ф. Лукичев, ЖЭТФ **94**, 139 (1988).
69. V. N. Krivoruchko and E. A. Koshina, Phys. Rev. B **66**, 014521 (2002).
70. F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Phys. Rev. B **69**, 174504 (2004).
71. I. A. Garifullin, Письма в ЖЭТФ **93**, 674 (2011).
72. V. A. Oboznov, V. V. Bolginov, A. K. Feofanov et al., Phys. Rev. Lett. **96**, 197003 (2006).
73. Ya. V. Fominov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Golubov, Phys. Rev. B **66**, 014507 (2002).
74. A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and M. M. Kha-raev, Письма в ЖЭТФ **104**, 862 (2016).
75. A. I. Buzdin and H. Kachkachi, Phys. Lett. A **225**, 341 (1997).
76. Я. В. Фоминов, М. Ю. Куприянов, М. В. Фейгельман, УФН **173**, 113 (2003).