

КУЛОНОВСКОЕ ОТТАЛКИВАНИЕ ДЫРОК И КОНКУРЕНЦИЯ $d_{x^2-y^2}$ - И s -СПАРИВАНИЙ В КУПРАТНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

В. В. Вальков^{a*}, Д. М. Дзедзисавили^{a,b}, М. М. Коровушкин^a, А. Ф. Барабанов^c

^a Институт физики им. Л. В. Киренского, ФИЦ КНЦ Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия

^b Сибирский государственный университет науки и технологий им. М. Ф. Решетнева
660037, Красноярск, Россия

^c Институт физики высоких давлений им. Л. Ф. Верещагина Российской академии наук
108840, Троицк, Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 мая 2017 г.

При учете особенностей кристаллографического строения CuO_2 -плоскости, связанных с наличием двух ионов кислорода и одного иона меди в элементарной ячейке, а также сильной спин-фермионной связи проанализировано влияние кулоновского отталкивания дырок на куперовскую неустойчивость в ансамбле спин-поляронных квазичастиц. Исследование возможности реализации сверхпроводящих фаз с d - и s -типами симметрии параметра порядка показало, что во всей области допирования только d -фаза удовлетворяет уравнениям самосогласования, тогда как решение для s -фазы отсутствует. Этот результат полностью соответствует экспериментальным данным по купратным ВТСП. Аналитически показано, что межзельное кулоновское взаимодействие не влияет на сверхпроводящую d -фазу, поскольку его фурье-образ V_q не входит в ядро соответствующего интегрального уравнения.

DOI: 10.7868/S0044451017110116

1. ВВЕДЕНИЕ

Анализ особенностей свойств нормальной фазы высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) привел к заключению [1] о мотт-Хаббардовской природе [2, 3] диэлектрического состояния этих материалов. Соответственно этому, описание слабо допированных ВТСП предлагалось проводить на основе модели Хаббарда [3] в режиме сильных электронных корреляций (СЭК). В работе [1] подсистема спиновых моментов ионов меди рассматривалась по сценарию «резонирующих валентных связей», а ансамбль зарядовых возбуждений, появляющийся при допировании, интерпретировался как фермиевская подсистема, проявляющая куперовскую неустойчивость. Возникающий при таком подходе механизм формирования сверхпроводящей фазы имел электронную природу и приводил к высоким значениям критической температуры T_c .

Другое решение проблемы сверхпроводящего спаривания с большими T_c предложено в работе [4], где было показано, что ансамбль фермионов, описываемых моделью Хаббарда в предельном режиме СЭК ($U \rightarrow \infty$), в области низкой концентрации дырок проявляет куперовскую неустойчивость в s -канале. Новый сценарий сверхпроводящего спаривания основывался на кинематическом взаимодействии, которое инициируется в ансамбле фермионов Хаббарда из-за квазифермиевских антикоммутирующих соотношений между Хаббардовскими операторами [5]. Кинематический механизм куперовской неустойчивости также имел электронную природу и обеспечивал высокие критические температуры. Учет межзельного кулоновского взаимодействия между фермионами в рамках модели Шубина–Вонсовского [6, 7] понижал температуру сверхпроводящего перехода [8–10] и приводил к температурам, соответствующим экспериментальным данным.

Одноорбитальная модель Хаббарда, позволявшая на принципиальном уровне отразить роль СЭК

* E-mail: vvv@iph.krasn.ru

в свойствах основного состояния и проанализировать новые электронные механизмы куперовской неустойчивости в ансамбле сильно коррелированных фермионов, не учитывала конкретных особенностей кристаллического строения ВТСП. В результате терялись важные свойства фурье-образов матричных элементов межузельного кулоновского отталкивания, свойственные реальной структуре ВТСП. Поэтому возникла проблема (см. ниже), связанная с сильным подавлением сверхпроводящей фазы с d -типом симметрии параметра порядка при учете кулоновского отталкивания фермионов, находящихся на ближайших узлах кристаллической решетки.

Модель, отражающая реальную структуру CuO_2 -плоскости, была сформулирована в работе [11]. В ней учитывалось, что в одной элементарной ячейке CuO_2 -плоскости находятся один ион меди и два иона кислорода. Учет одноузельных кулоновских взаимодействий позволял перейти к режиму СЭК и правильно описать мотт-хаббардовское основное состояние системы в случае, когда на одну ячейку приходится одна дырка. Следует также отметить работы [12–14], в которых были предложены модели, учитывающие структуру ВТСП, но отличающиеся либо числом электронных орбиталей меди и характером заполнения электронных орбиталей для ионов Cu^{3+} [13], либо структурой принимаемых во внимание взаимодействий [14].

В рамках наиболее часто используемой модели [11], получившей название модели Эмери, было показано, что появление дополнительной дырки в CuO_2 -плоскости приводит к формированию спин-синглетного состояния дырки, находящейся на ионе меди, и дополнительной дырки, движущейся по связывающей орбитали кислорода [15]. На основании этого были предприняты попытки построения эффективной однозонной модели купратных ВТСП [16–19].

Предполагая, что в конечном итоге должна возникнуть эффективная модель Хаббарда или ее низкоэнергетические варианты в пределе СЭК, большинство работ по проблеме ВТСП выполнялись в рамках t - J -модели на простой квадратной решетке. При таком подходе одни и те же фермионы формировали как зарядовую, так и спиновую подсистемы, а обменный и спин-флуктуационный механизмы инициировали куперовское спаривание в d -канале [20–22].

Таким образом, на принципиальном уровне природа эффективного притяжения между хаббардовскими фермионами, казалось бы, была

выявлена. Однако оставалась проблема, связанная с межузельным кулоновским отталкиванием дырок на кислороде. Дело в том, что куперовская неустойчивость, рассматриваемая в модели Хаббарда [4], t - J -модели [21, 22] или t - J^* -модели [23, 24], подавлялась, как только принималось во внимание межузельное кулоновское отталкивание носителей тока. Особенно сильно этот эффект проявлялся в d -канале, так что при $V_1 \sim 1$ –2 эВ сверхпроводимость полностью подавлялась. В результате, для компенсации сильного отталкивательного вклада, обусловленного межузельным кулоновским взаимодействием дырок, приходилось дополнительно учитывать вклады, связанные с электрон-фононным, спин-флуктуационными и зарядово-флуктуационными вкладами [25, 26]. Заметим, однако, что в работах [25, 26] величина кулоновского взаимодействия между дырками в разных ячейках выбиралась равной $V = 0.2$ эВ, что значительно меньше величины спин-флуктуационного спаривания за счет кинематического взаимодействия $g_{sf} = 1.5$ эВ, и лишь поэтому сверхпроводящая d -фаза сохранялась. Для сверхпроводящей s -фазы из-за более сильного кинематического механизма [4] куперовское спаривание реализовывалось и при сравнительно высоких V .

В результате обозначилась очевидная проблема: необходимая для объяснения эксперимента сверхпроводящая d -фаза сильно подавлялась кулоновским отталкиванием дырок, находящихся на ближайших узлах. Заметим, что используемая иногда аргументация, связанная с экранировкой кулоновского взаимодействия, в данном случае представлялась малоубедительной, поскольку речь шла об отталкивании дырок, находящихся на ближайших расстояниях [27]. Слабая эффективность экранировки в ВТСП отмечалась в работе [14] и связывалась с низкой концентрацией дырок на ионах кислорода.

Проблема нейтрализации кулоновского отталкивания дырок на кислороде потребовала пересмотра существующих теорий куперовской неустойчивости в ВТСП. В этой связи уместно отметить, что аналогичная проблема в свое время существовала и в теории классических сверхпроводников. Ее решение стало возможным после того, как было показано [28, 29], что электрон-фононное взаимодействие в некоторой области импульсного пространства инициирует эффективное притяжение между фермионами, которое может компенсировать затравочное отталкивание.

Ранее нами показано [30], что решение проблемы устойчивости сверхпроводящей d -фазы в купратах

связано с отказом от использования модели Хаббарда, а также ее эффективных низкоэнергетических модификаций и возвращением к модели, учитывающей реальное строение CuO_2 -плоскости ВТСП. В качестве таковой выступает полученная на ранних этапах развития теории ВТСП спин-фермионная модель (СФМ) [31–36]. Она следует непосредственно из модели Эмери [11], если, приняв во внимание реальные соотношения между параметрами исходного гамильтониана, учесть по теории возмущений эффекты ковалентного смешивания орбиталей меди и кислорода. Существенные особенности СФМ связаны со следующими факторами. Во-первых, в СФМ учитывается пространственная разнесенность подсистемы ионов меди и кислорода, причем гомеополлярные состояния меди описывают одну дырку. Во-вторых, и это существенно, принимается во внимание наличие в элементарной ячейке двух ионов кислорода с p_x - и p_y -орбиталями.

В работе [30] было показано, что учет указанных выше особенностей СФМ приводит к устойчивости сверхпроводящей фазы с $d_{x^2-y^2}$ -типом симметрии параметра порядка относительно сильного кулоновского отталкивания дырок, находящихся на ближайших ионах кислорода. При этом, однако, остались два вопроса: 1) проявление кулоновского взаимодействия дырок, находящихся на одном ионе кислорода, в проблеме куперовской неустойчивости; 2) конкуренция сверхпроводящих d - и s -фаз. Данная работа посвящена решению этих вопросов.

Изложение результатов организовано следующим образом. В разд. 2 формулируется модель Эмери для купратных сверхпроводников. В разд. 3 записывается спин-фермионная модель, которая следует из модели Эмери в режиме СЭК. Раздел 4 посвящен получению уравнений для нормальных и аномальных функций Грина. Система интегральных уравнений для компонент сверхпроводящего параметра порядка представлена в разд. 5. В разд. 6 анализируется влияние кулоновского взаимодействия на развитие куперовской неустойчивости ансамбля спиновых поляронов. Демонстрируется устойчивость сверхпроводящего d -спаривания относительно учета кулоновского отталкивания дырок, находящихся на одном ионе и на соседних ионах кислорода. На основе рассчитанных концентрационных зависимостей сверхпроводящей критической температуры исследуется конкуренция d - и s -спариваний. В заключительном разделе обсуждаются полученные результаты. В целях удобства изложения результатов громоздкие математические выражения вынесены в Приложения статьи.

2. ГАМИЛЬТониАН МОДЕЛИ ЭМЕРИ

Как известно, главные особенности электронного строения CuO_2 -плоскости высокотемпературных сверхпроводников хорошо описываются моделью Эмери [11, 12, 14], гамильтониан которой в представлении операторов вторичного квантования может быть записан в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{U}_p + \hat{T}_{pd} + \hat{T}_{pp} + \hat{V}_{pp}, \quad (1)$$

$$\hat{H}_0 = \varepsilon_d \sum_f \hat{n}_f^d + U_d \sum_f \hat{n}_{f\uparrow}^d \hat{n}_{f\downarrow}^d + \varepsilon_p \sum_l \hat{n}_l^p + V_{pd} \sum_{f\delta} \hat{n}_f^d \hat{n}_{f+\delta}^p,$$

$$\hat{U}_p = U_p \sum_l \hat{n}_{l\uparrow}^p \hat{n}_{l\downarrow}^p, \quad \hat{T}_{pp} = \sum_{l\Delta\sigma} t_{pp}(\Delta) p_{l\sigma}^\dagger p_{l+\Delta,\sigma},$$

$$\hat{T}_{pd} = t_{pd} \sum_{f\delta\sigma} \vartheta(\delta) (d_{f\sigma}^\dagger p_{f+\delta,\sigma} + \text{H.c.}),$$

$$\hat{T}_{pp} = \sum_{l\Delta\sigma} t_{pp}(\Delta) p_{l\sigma}^\dagger p_{l+\Delta,\sigma},$$

$$\hat{V}_{pp} = \sum_{l \neq l'} V_{pp}(l-l') \hat{n}_l^p \hat{n}_{l'}^p.$$

Здесь $d_{f\sigma}^\dagger (d_{f\sigma})$ и $p_{l\sigma}^\dagger (p_{l\sigma})$ — операторы рождения (уничтожения) d - и p -фермионов соответственно на узлах меди f и кислорода l , обладающих проекцией спина $\sigma = +1/2, -1/2$. Посредством δ обозначен один из четырех векторов, связывающих ион меди с ионами кислорода в CuO_2 -плоскости: $\delta = \{\pm x/2, \pm y/2\}$, где $x = (a, 0)$ и $y = (0, a)$, a — параметр элементарной ячейки. Вектор δ соединяет ион меди в узле f с ионом кислорода, находящимся в позиции $l = f + \delta$ (рис. 1). Операторы числа частиц на ионах меди и кислорода определяются выражениями $\hat{n}_f^d = \sum_\sigma \hat{n}_{f\sigma}^d = \sum_\sigma d_{f\sigma}^\dagger d_{f\sigma}$ и $\hat{n}_l^p = \sum_\sigma \hat{n}_{l\sigma}^p = \sum_\sigma p_{l\sigma}^\dagger p_{l\sigma}$. Посредством ε_d и ε_p обозначены затравочные одноузельные энергии фермионов соответственно на ионах меди и кислорода. Параметры U_d и U_p в гамильтониане обозначают энергии кулоновского отталкивания двух частиц с противоположными проекциями спина на одном узле соответственно меди и кислорода, V_{pd} — энергия кулоновского отталкивания фермионов на ионах меди и кислорода, V_{pp} — параметр кулоновского взаимодействия фермионов на ионах кислорода. Посредством t_{pd} обозначен интеграл перескока носителя заряда с иона кислорода на ион меди. При этом функция $\vartheta(\delta)$ учитывает влияние соотношений между фазами орбиталей меди и кислорода на процессы гибридизации. Для показанных на рис. 1 профилей орбиталей функция $\vartheta(\delta)$ при изменении δ принимает

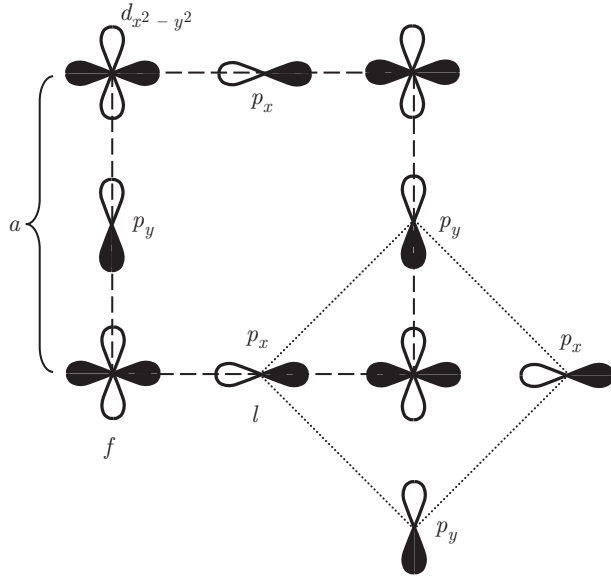


Рис. 1. $d_{x^2-y^2}$ -орбитали фермионов на ионах меди и p_x - и p_y -орбитали фермионов на ионах кислорода CuO_2 -плоскости, учитываемых в модели Эмери. Штриховая линия ограничивает элементарную ячейку с параметром a . Пунктирная линия соединяет четыре орбитали кислорода, являющиеся ближайшими к орбитали меди

следующие значения: $\vartheta(\delta) = \mp 1$ при $\delta = \pm x/2$ или $\delta = \pm y/2$ [15]. Посредством $t_{pp}(\Delta) = t \cdot \rho(\Delta)$ обозначен интеграл перескока фермионов между ближайшими орбиталями кислорода. Его знак определяется функцией $\rho(\Delta)$, где вектор Δ соединяет ближайшие ионы кислорода. При выбранной последовательности фаз орбиталей кислорода $\rho(\Delta) = 1$ при $\Delta = \pm(x+y)/2$ и $\rho(\Delta) = -1$ при $\Delta = \pm(x-y)/2$.

Гамильтониан модели Эмери является типичным гамильтонианом многозонной теории металлов в представлении сильной связи. Он относится к Хаббардовскому типу (модель Эмери часто именуется в литературе трехзонной или расширенной моделью Хаббарда), поскольку описывает как внутриионные кулоновские корреляции, так и процессы перескоков между одноионными состояниями меди и кислорода. Однако модель Эмери является более реалистичной по сравнению с моделью Хаббарда, поскольку учитывает химический состав оксидов меди.

3. СПИН-ФЕРМИОННАЯ МОДЕЛЬ

Согласно экспериментальным данным, в недопированном случае, когда на элементарную ячейку приходится одна дырка, система находится в состоя-

нии мотт-Хаббардовского диэлектрика [2]. В модели Эмери этому соответствует режим СЭК:

$$\Delta_{pd}, (U_d - \Delta_{pd}) \gg t_{pd} > 0. \quad (2)$$

Эти неравенства, с одной стороны, требуют корректного учета кулоновских корреляций на ионе меди, а с другой стороны, позволяют провести редукцию гамильтониана модели Эмери и получить СФМ [31–36]

$$\hat{H}_{\text{sp-f}} = \hat{H}_h + \hat{U}_p + \hat{V}_{pp} + \hat{J} + \hat{I}, \quad (3)$$

где

$$\hat{H}_h = \sum_{k\alpha} \left(\xi_{k_x} a_{k\alpha}^\dagger a_{k\alpha} + \xi_{k_y} b_{k\alpha}^\dagger b_{k\alpha} + t_k (a_{k\alpha}^\dagger b_{k\alpha} + b_{k\alpha}^\dagger a_{k\alpha}) \right), \quad (4)$$

$$\hat{U}_p = \frac{U_p}{N} \sum_{1,2,3,4} [a_{1\uparrow}^\dagger a_{2\downarrow}^\dagger a_{3\downarrow} a_{4\uparrow} + (a \rightarrow b)] \delta_{1+2-3-4}, \quad (5)$$

$$\hat{V}_{pp} = \frac{4V_1}{N} \sum_{1,2,3,4} \sum_{\alpha\beta} \phi_{3-2} a_{1\alpha}^\dagger b_{2\beta}^\dagger b_{3\beta} a_{4\alpha} \delta_{1+2-3-4}, \quad (6)$$

$$\hat{J} = \frac{J}{N} \sum_{fkq\alpha\beta} e^{if(q-k)} u_{k\alpha}^\dagger (\mathbf{S}_f \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}) u_{q\beta}, \quad (7)$$

$$\hat{I} = \frac{I}{2} \sum_{f\delta} \mathbf{S}_f \mathbf{S}_{f+2\delta}. \quad (8)$$

Связь между операторами подсистемы кислорода исходной модели Эмери и операторами вторичного квантования СФМ в импульсном представлении устанавливается соотношениями

$$p_{f \pm \frac{x}{2}, \sigma} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k \exp \left\{ ik \left(f \pm \frac{x}{2} \right) \right\} a_{k\sigma}, \quad (9)$$

$$p_{f \pm \frac{y}{2}, \sigma} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k \exp \left\{ ik \left(f \pm \frac{y}{2} \right) \right\} b_{k\sigma}.$$

Операторы $a_{k\sigma}$ и $b_{k\sigma}$ отвечают уничтожению дырки с импульсом k и проекцией спина σ соответственно в x - и y -подрешетках ионов кислорода.

При записи \hat{H}_h введены функции

$$\xi_{k_{x(y)}} = \varepsilon_p + 2V_{pd} + \tau(1 - \cos k_{x(y)}) - \mu, \quad (10)$$

где μ — химический потенциал, а параметр $\tau = t_{pd}^2 / \Delta_{pd}$. Функция

$$t_k = (2\tau - 4t) \psi_k, \quad (11)$$

$$\psi_k = s_{k,x} s_{k,y}, \quad s_{k,x(y)} = \sin \frac{k_{x(y)}}{2} \quad (12)$$

описывает как процессы гибридизации во втором порядке теории возмущений (параметр τ), так и прямые перескоки дырок между ионами кислорода (параметр t). Зависимость знака интегралов перескока от направления вектора Δ приводит к появлению в (11) функции ψ_k .

Для краткости импульсы, по которым проводится суммирование, обозначены цифрами $1, \dots, 4$. Дельта-функция $\delta_{1+2-3-4}$ в указанных выражениях учитывает закон сохранения импульса. Для оператора междузельного кулоновского отталкивания \hat{V}_{pp} мы ограничимся учетом взаимодействий только между ближайшими ионами кислорода. Интенсивность этих взаимодействий характеризуется параметром V_1 . Функция ϕ_k в \hat{V}_{pp} определяется выражением

$$\phi_k = \cos(k_x/2) \cos(k_y/2). \quad (13)$$

Оператор \hat{J} описывает в k -представлении как спин-коррелированные перескоки дырок между ионами кислорода, так и обменное взаимодействие дырки на ионе кислорода со спинами на ближайших ионах меди. Параметр этого взаимодействия J определяется выражением $J = 4t_{pd}^2/\Delta_{pd}$. В операторе \hat{J} посредством \mathbf{S}_f обозначен векторный оператор локализованного спина на узле f , а векторный оператор $\boldsymbol{\sigma}$ составлен из матриц Паули: $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z)$. Для краткости записи в (7) введен оператор

$$u_{k\beta} = s_{k,x} a_{k\beta} + s_{k,y} b_{k\beta}. \quad (14)$$

Последнее слагаемое \hat{I} в гамильтониане (3) возникает в четвертом порядке теории возмущений и описывает обменное взаимодействие спинов, локализованных на ионах меди.

Гамильтониан СФМ в импульсном представлении рассматривался ранее в работе [38] при исследовании спектра фермиевских квазичастиц в $\text{Sr}_2\text{CuO}_2\text{Cl}_2$ в самосогласованном борновском приближении. При этом, однако, не принимались во внимание операторы кулоновского взаимодействия \hat{V}_{pd} , \hat{U}_p и \hat{V}_{pp} .

При получении гамильтониана спин-фермионной модели (3) предполагалось, что параметр кулоновского отталкивания дырок на ионах меди $U_d = \infty$. В дальнейшем при анализе условий развития куперовской неустойчивости в СФМ будут использоваться хорошо установленные значения параметров модели Эмери [39, 40]: $t_{pd} = 1.3$, $\Delta_{pd} = 3.6$, $U_p = 4.0$, $V_{pd} = 1.2$ (в эВ). Для интеграла перескока дырок на кислороде будет использоваться зна-

чение $t = 0.12$ эВ [41], а величина константы обменного взаимодействия между спиновыми моментами ионов меди выбирается равной $I = 0.136$ эВ, что согласуется с имеющимися экспериментальными данными по купратным сверхпроводникам. Параметр междузельного кулоновского отталкивания дырок выбирается равным $V_1 = 1-2$ эВ [37].

4. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ГРИНА

Важное свойство СФМ связано с тем, что величина обменной связи между локализованными спинами и спинами дырок оказывается большой: $J = 1.88$ эВ $\gg \tau \approx 0.47$ эВ. Это означает, что при описании подсистемы ионов кислорода необходим строгий учет сильной связи дырок на кислороде с подсистемой спинов на ионах меди. Для этой цели оказывается удобным проекционный метод Цванцига–Мори [42–44]. Методика расчета дисперсионных кривых спин-поляронных возбуждений в рамках СФМ на основе указанного подхода подробно изложена в работе [45] и активно использовалась в дальнейших работах [41, 46, 47].

Для учета отмеченной сильной спин-зарядовой связи принципиальным является введение в базисный набор операторов, наряду с $a_{k\alpha}$ и $b_{k\alpha}$, еще одного оператора

$$L_{k\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{fq\beta} e^{if(q-k)} (\mathbf{S}_f \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}) u_{q\beta}. \quad (15)$$

Для анализа условий возникновения куперовской неустойчивости к отмеченному набору трех операторов необходимо добавить еще три оператора [$\bar{\alpha} = -\alpha$):

$$a_{-k\bar{\alpha}}^\dagger, \quad b_{-k\bar{\alpha}}^\dagger, \quad L_{-k\bar{\alpha}}^\dagger. \quad (16)$$

Добавление в базис этих операторов дает возможность в рамках единого подхода изучить не только нормальные, но и аномальные термодинамические средние.

Точные уравнения движения для первых трех базисных операторов имеют вид

$$\begin{aligned} i \frac{da_{k\uparrow}}{dt} &= \xi_{k,x} a_{k\uparrow} + t_k b_{k\uparrow} + J s_{k,x} L_{k\uparrow} + \\ &+ \frac{U_p}{N} \sum_{1,2,3} a_{1\downarrow}^\dagger a_{2\downarrow} a_{3\uparrow} \delta_{k+1-2-3} + \\ &+ \frac{4V_1}{N} \sum_{1,2,\alpha} \phi_{k-2} b_{1\alpha}^\dagger b_{1-2+k,\alpha} a_{2\uparrow}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$i \frac{db_{k\uparrow}}{dt} = \xi_{k_y} b_{k\uparrow} + t_k a_{k\uparrow} + J s_{k,y} L_{k\uparrow} + \frac{U_p}{N} \sum_{1,2,3} b_{1\downarrow}^\dagger b_{2\downarrow} b_{3\uparrow} \delta_{k+1-2-3} + \frac{4V_1}{N} \sum_{1,2,\alpha} \phi_{1-2} a_{1\alpha}^\dagger a_{2\alpha} b_{1-2+k,\uparrow}, \quad (18)$$

$$i \frac{dL_{k\uparrow}}{dt} = \sum_{q\beta} (\mathbf{S}_{k-q} \sigma_{\uparrow\beta}) \left[(\xi_{q_x} s_{q,x} + t_q s_{q,y}) a_{q\beta} + (\xi_{q_y} s_{q,y} + t_q s_{q,x}) b_{q\beta} \right] + \frac{U_p}{N} \sum_{1,2,3,4} \delta_{1-2+3-4} \left[s_{1,x} (\mathbf{S}_{k-1} \cdot \sigma_{\downarrow\alpha}) a_{3\alpha}^\dagger a_{4,\downarrow} a_{2\uparrow} + s_{1,y} (\mathbf{S}_{k-1} \cdot \sigma_{\downarrow\alpha}) b_{3\alpha}^\dagger b_{4,\downarrow} b_{2\uparrow} \right] + \frac{4V_1}{N} \sum_{1,2,3} \sum_{\alpha\beta} \phi_{1-2} \left[s_{1,x} (\mathbf{S}_{k-1} \cdot \sigma_{\uparrow\alpha}) b_{3\beta}^\dagger b_{1-2+3,\beta} a_{2\alpha} + s_{3,y} (\mathbf{S}_{k-3} \cdot \sigma_{\uparrow\alpha}) a_{1\beta}^\dagger a_{2\beta} b_{1-2+3,\alpha} \right] + J \sum_{qp\alpha\beta} s_p^2 (\mathbf{S}_{k-p} \cdot \sigma_{\uparrow\alpha}) (\mathbf{S}_{p-q} \sigma_{\alpha\beta}) u_{q\beta} + \frac{iJ}{N} \sum_{pq\alpha\beta} (\sigma_{\uparrow\nu} \times \sigma_{\alpha\beta}) \cdot \mathbf{S}_{k+p-q-q_1} u_{p\alpha}^\dagger u_{q\beta} u_{q_1\nu} + -4iI \sum_{qp\alpha} \gamma_{1p} u_{q\alpha} \sigma_{\uparrow\alpha} \cdot (\mathbf{S}_{k-q+p} \times \mathbf{S}_{-p}), \quad (19)$$

где $s_k^2 = s_{k,x}^2 + s_{k,y}^2$, а инвариант квадратной решетки γ_{1p} определен ниже в (24). Кроме того, при записи уравнения движения (19) введен фурье-образ спинового оператора

$$\mathbf{S}_k = \frac{1}{N} \sum_f e^{-ikf} \mathbf{S}_f.$$

В рамках проекционного метода [42, 43] система уравнений движения для функций Грина записывается в виде

$$\omega \hat{G}(k, \omega) = \hat{K}(k) + \hat{D}(k) \hat{K}^{-1}(k) \hat{G}(k, \omega), \quad (20)$$

где матричная запаздывающая функция Грина определяется элементами $G_{ij}(k, \omega) = \langle \langle A_{ik} | A_{jk}^\dagger \rangle \rangle_\omega$, а элементы энергетической $\hat{D}(k)$ и нормировочной $\hat{K}(k)$ матриц задаются выражениями

$$D_{ij}(k) = \langle \langle [A_{ik}, \hat{H}_{\text{sp-f}}], A_{jk}^\dagger \rangle \rangle, \quad (21)$$

$$K_{ij}(k) = \langle \langle A_{ik}, A_{jk}^\dagger \rangle \rangle.$$

Операторы A_{ik} в правой части выражений (21) пробегают множество из шести базисных операторов

$$\{a_{k\uparrow}, b_{k\uparrow}, L_{k\uparrow}, a_{-k\downarrow}^\dagger, b_{-k\downarrow}^\dagger, L_{-k\downarrow}^\dagger\},$$

а угловые скобки в (21) обозначают термодинамическое среднее.

Вычисляя элементы (21) и подставляя их в матричное уравнение (20), получаем замкнутую систему уравнений для нормальных G_{ij} и аномальных F_{ij} функций Грина ($j = 1, 2, 3$):

$$\begin{aligned} (\omega - \xi_x) G_{1j} &= \delta_{1j} + t_k G_{2j} + J_x G_{3j} + \Delta_{1k} F_{1j} + \Delta_{2k} F_{2j}, \\ (\omega - \xi_y) G_{2j} &= \delta_{2j} + t_k G_{1j} + J_y G_{3j} + \Delta_{3k} F_{1j} + \Delta_{4k} F_{1j}, \\ (\omega - \xi_L) G_{3j} &= \delta_{3j} K_k + (J_x G_{1j} + J_y G_{2j}) K_k + \frac{\Delta_{5k}}{K_k} F_{3j}, \\ (\omega + \xi_x) F_{1j} &= \Delta_{1k}^* G_{1j} + \Delta_{3k}^* G_{2j} - t_k F_{2j} + J_x F_{3j}, \\ (\omega + \xi_y) F_{2j} &= \Delta_{2k}^* G_{1j} + \Delta_{4k}^* G_{2j} - t_k F_{1j} + J_y F_{3j}, \\ (\omega + \xi_L) F_{3j} &= \frac{\Delta_{5k}^*}{K_k} G_{3j} + (J_x F_{1j} + J_y F_{2j}) K_k. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь введены следующие обозначения для нормальных функций Грина:

$$G_{11} = \langle \langle a_{k\uparrow} | a_{k\uparrow}^\dagger \rangle \rangle_\omega, \quad G_{21} = \langle \langle b_{k\uparrow} | a_{k\uparrow}^\dagger \rangle \rangle_\omega,$$

$$G_{31} = \langle \langle L_{k\uparrow} | a_{k\uparrow}^\dagger \rangle \rangle_\omega.$$

Функции G_{i2} и G_{i3} ($i = 1, 2, 3$) определяются аналогичным образом, с тем отличием, что на месте $a_{k\uparrow}^\dagger$ стоят соответственно операторы $b_{k\uparrow}^\dagger$ и $L_{k\uparrow}^\dagger$. Аномальные функции Грина определяются выражениями

$$F_{11} = \langle \langle a_{-k\downarrow}^\dagger | a_{k\uparrow}^\dagger \rangle \rangle_\omega, \quad F_{21} = \langle \langle b_{-k\downarrow}^\dagger | a_{k\uparrow}^\dagger \rangle \rangle_\omega,$$

$$F_{31} = \langle \langle L_{-k\downarrow}^\dagger | a_{k\uparrow}^\dagger \rangle \rangle_\omega.$$

При этом для F_{i2} и F_{i3} ($i = 1, 2, 3$) используются те же обозначения относительно второго индекса.

При записи системы уравнений (22) были использованы следующие функции:

$$\begin{aligned} \xi_{x(y)} &= \xi_{k_x(y)}, \quad J_{x(y)} = J s_{k_x(y)}, \\ \xi_L(k) &= \tilde{\varepsilon}_p - \mu - 2t + 5\tau/2 - J + [(\tau - 2t)(-C_1 \gamma_{1k} + C_2 \gamma_{2k}) + \tau(-C_1 \gamma_{1k} + C_3 \gamma_{3k})/2 + J C_1(1 + 4\gamma_{1k})/4 - I C_1(\gamma_{1k} + 4)] K_k^{-1}, \end{aligned} \quad (23)$$

где $K_k = \langle \langle L_{k\uparrow}, L_{k\uparrow}^\dagger \rangle \rangle = 3/4 - C_1 \gamma_{1k}$, а посредством γ_{jk} обозначены инварианты квадратной решетки:

$$\begin{aligned} \gamma_{1k} &= (\cos k_x + \cos k_y)/2, \\ \gamma_{2k} &= \cos k_x \cos k_y, \\ \gamma_{3k} &= (\cos 2k_x + \cos 2k_y)/2. \end{aligned} \quad (24)$$

Для компонент сверхпроводящего параметра порядка, определенных выражениями

$$\begin{aligned} \Delta_{1k} &= \langle \{ [a_{k\uparrow}, \hat{H}_{\text{sp-f}}], a_{-k\downarrow} \} \rangle, \\ \Delta_{2k} &= \langle \{ [a_{k\uparrow}, \hat{H}_{\text{sp-f}}], b_{-k\downarrow} \} \rangle, \\ \Delta_{3k} &= \langle \{ [b_{k\uparrow}, \hat{H}_{\text{sp-f}}], a_{-k\downarrow} \} \rangle, \\ \Delta_{4k} &= \langle \{ [b_{k\uparrow}, \hat{H}_{\text{sp-f}}], b_{-k\downarrow} \} \rangle, \\ \Delta_{5k} &= \langle \{ [L_{k\uparrow}, \hat{H}_{\text{sp-f}}], L_{-k\downarrow} \} \rangle, \end{aligned} \quad (25)$$

получаем

$$\begin{aligned} \Delta_{1k} &= -\frac{U_p}{N} \sum_q \langle a_{q\uparrow} a_{-q\downarrow} \rangle, \\ \Delta_{2k} &= -\frac{4V_1}{N} \sum_q \phi_{k-q} \langle a_{q\uparrow} b_{-q\downarrow} \rangle, \\ \Delta_{3k} &= -\frac{4V_1}{N} \sum_q \phi_{k-q} \langle b_{q\uparrow} a_{-q\downarrow} \rangle, \\ \Delta_{4k} &= -\frac{U_p}{N} \sum_q \langle b_{q\uparrow} b_{-q\downarrow} \rangle, \\ \Delta_{5k} &= \frac{1}{N} \sum_q \left\{ I_{k-q} (\langle L_{q\uparrow} L_{-q\downarrow} \rangle - C_1 \langle u_{q\uparrow} u_{-q\downarrow} \rangle) + \right. \\ &+ 8IC_1 \langle u_{q\uparrow} u_{-q\downarrow} \rangle \left. \right\} + \frac{J}{N} \sum_q \left\{ -2\gamma_{1q} \langle L_{q\uparrow} L_{-q\downarrow} \rangle + \right. \\ &+ \left(\frac{3}{2} - 4C_1\gamma_{1k} \right) \langle u_{q\uparrow} u_{-q\downarrow} \rangle \left. \right\} - \\ &- \frac{U_p}{N} \sum_q \left\{ \left(\frac{3}{8} - \frac{C_1}{2} \cos k_x \right) \langle a_{q\uparrow} a_{-q\downarrow} \rangle + \right. \\ &+ \left(\frac{3}{8} - \frac{C_1}{2} \cos k_y \right) \langle b_{q\uparrow} b_{-q\downarrow} \rangle \left. \right\} - \\ &- \frac{V_1}{N} \sum_q \left\{ \left(\frac{3}{4} - 2C_1\gamma_{1k} + C_2\gamma_{2k} \right) \psi_q + \right. \\ &+ C_2 \sin k_x \sin k_y \phi_q \left. \right\} (\langle a_{q\uparrow} b_{-q\downarrow} \rangle + \langle b_{q\uparrow} a_{-q\downarrow} \rangle) + \\ &+ \frac{2}{N} \sum_q (\xi(q_x) s_{q,x} + t_q s_{q,y}) \langle a_{q\uparrow} L_{-q\downarrow} \rangle + \\ &+ \frac{2}{N} \sum_q (\xi(q_y) s_{q,y} + t_q s_{q,x}) \langle b_{q\uparrow} L_{-q\downarrow} \rangle, \end{aligned} \quad (26)$$

где $I_k = 4I\gamma_{1k}$, а среднее

$$\begin{aligned} \langle u_{q\uparrow} u_{-q\downarrow} \rangle &= -s_{q,x}^2 \langle a_{q\uparrow} a_{-q\downarrow} \rangle - s_{q,y}^2 \langle b_{q\uparrow} b_{-q\downarrow} \rangle - \\ &- \psi_q (\langle a_{q\uparrow} b_{-q\downarrow} \rangle + \langle b_{q\uparrow} a_{-q\downarrow} \rangle). \end{aligned} \quad (27)$$

При получении выражений (23) и (26) принималось во внимание, что подсистема локализованных

спинов на ионах меди находится в состоянии квантовой спиновой жидкости. В этом случае возникающие в (23) и (26) спиновые корреляционные функции $C_j = \langle S_0 S_{r_j} \rangle$ удовлетворяют соотношениям

$$C_j = 3\langle S_0^x S_{r_j}^x \rangle = 3\langle S_0^y S_{r_j}^y \rangle = 3\langle S_0^z S_{r_j}^z \rangle, \quad (28)$$

где r_j — координата иона меди в координационной сфере j . При этом $\langle S_f^x \rangle = \langle S_f^y \rangle = \langle S_f^z \rangle = 0$.

При выводе пятого уравнения в (26) для средних от произведений операторов, не сводящихся к базисным, было использовано соотношение

$$\begin{aligned} \langle (\mathbf{S}_f \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\downarrow\alpha} c_{k\alpha}) (\mathbf{S}_g \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\uparrow\beta} c_{p\beta}) \rangle &= 2\langle (\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{S}_g) c_{k\uparrow} c_{p\downarrow} \rangle - \\ &- \langle (\mathbf{S}_f \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\downarrow\alpha} c_{p\alpha}) (\mathbf{S}_g \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\uparrow\beta} c_{k\beta}) \rangle, \end{aligned} \quad (29)$$

где по индексам α и β подразумевается суммирование. Соотношение (29) справедливо в $SU(2)$ -инвариантной фазе и позволяет выразить данное среднее через среднее от базисных операторов. Только при использовании этого соотношения в уравнении для компоненты параметра порядка Δ_{5k} в (26) под знаком суммы возникает аномальное среднее $\langle L_{q\uparrow} L_{-q\downarrow} \rangle$, играющее решающую роль в реализации d -волновой сверхпроводимости в ансамбле спинполяронных квазичастиц. Для термодинамических средних, содержащих скалярное произведение спиновых операторов, была применена процедура расщепления. Этим объясняется, в частности, появление в выражении для Δ_{5k} магнитного коррелятора C_1 в первом слагаемом правой части, пропорциональном обменному интегралу I .

Вклады в Δ_{5k} от межузельного кулоновского взаимодействия непосредственно после вычисления коммутаторов имеют вид

$$\begin{aligned} &- \frac{4V_1}{N} \sum_{\substack{1,2,3,4 \\ \alpha\beta}} \phi_{1-2} s_{1x} s_{3y} \delta_{1-2+3-4} \times \\ &\times [\langle (\mathbf{S}_{k-1} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\uparrow\alpha} a_{2\alpha}) (\mathbf{S}_{-k-3} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\downarrow\beta} b_{4\beta}) \rangle + \\ &+ \langle (\mathbf{S}_{k-3} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\uparrow\alpha} b_{4\alpha}) (\mathbf{S}_{-k-1} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\downarrow\beta} a_{2\beta}) \rangle]. \end{aligned} \quad (30)$$

Поскольку операторы, стоящие под знаком среднего, не могут быть сведены к базисным операторам даже при использовании соотношения (29), к средним в (30) применяется процедура расщепления с учетом $SU(2)$ -инвариантности спиновой подсистемы. Эта процедура приводит к появлению слагаемого, пропорционального V_1 , в пятом уравнении (26).

Необходимо также отметить, что поскольку нас интересует режим слабого допирования, вклады в выражениях (23) и (26), возникающие в результате

расцепления средних и пропорциональные корреляторам типа плотность–плотность, нами не рассматриваются.

Из анализа системы уравнений (22) в нормальной фазе получаем, что спектр фермиевских возбуждений СФМ определяется решениями дисперсионного уравнения

$$\det_k(\omega) = (\omega - \xi_x)(\omega - \xi_y)(\omega - \xi_L) - 2J_x J_y t_k K_k - (\omega - \xi_y) J_x^2 K_k - (\omega - \xi_x) J_y^2 K_k - (\omega - \xi_L) t_k^2 = 0 \quad (31)$$

и состоит из трех ветвей: ϵ_{1k} , ϵ_{2k} и ϵ_{3k} [47]. Нижняя ветвь ϵ_{1k} характеризуется минимумом вблизи точки $(\pi/2, \pi/2)$ зоны Бриллюэна и значительно отделена от двух верхних зон ϵ_{2k} и ϵ_{3k} . Появление нижней ветви обусловлено сильной спин-зарядовой связью, которая индуцирует обменное взаимодействие между дырками и локализованными спинами на ближайших ионах меди, а также спин-коррелированные перескоки. При малых уровнях допирования динамика дырок на ионах кислорода будет определяться преимущественно нижней зоной ϵ_{1k} .

5. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ КОМПОНЕНТ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА

Для анализа условий возникновения куперовской неустойчивости выразим в линейном приближении необходимые аномальные функции Грина через параметры Δ_{lk}^* . Эти функции имеют вид

$$F_{ij}(k, \omega) = \sum_{i,j=1}^3 \sum_{l=1}^5 \frac{S_{ij}^{(l)}(k, \omega)}{\text{Det}_k(\omega)} \Delta_{lk}^*. \quad (32)$$

Здесь

$$\text{Det}_k(\omega) = -\det_k(\omega)\det_k(-\omega),$$

а соответствующие функции $S_{ij}^{(l)}(k, \omega)$ приведены в Приложении А. Актуальными для анализа условий возникновения сверхпроводимости функциями Грина являются

$$F_{11}(k, \omega), \quad F_{12}(k, \omega), \quad F_{21}(k, \omega), \quad F_{22}(k, \omega),$$

$$F_{31}(k, \omega), \quad F_{32}(k, \omega), \quad F_{33}(k, \omega).$$

Используя спектральную теорему [48], получаем выражения для аномальных средних и замкнутую систему однородных интегральных уравнений

для компонент сверхпроводящего параметра порядка ($l = 1, \dots, 5$):

$$\begin{aligned} \Delta_{1k}^* &= -\frac{U_p}{N} \sum_{lq} M_{11}^{(l)}(q) \Delta_{lq}^*, \\ \Delta_{2k}^* &= -\frac{4V_1}{N} \sum_{lq} \phi_{k-q} M_{21}^{(l)}(q) \Delta_{lq}^*, \\ \Delta_{3k}^* &= -\frac{4V_1}{N} \sum_{lq} \phi_{k-q} M_{12}^{(l)}(q) \Delta_{lq}^*, \\ \Delta_{4k}^* &= -\frac{U_p}{N} \sum_{lq} M_{22}^{(l)}(q) \Delta_{lq}^*, \\ \Delta_{5k}^* &= -\frac{1}{N} \sum_{lq} R_0^{(l)}(q) \Delta_{lq}^* + \\ &\quad + \frac{1}{N} \sum_{lq} I_{k-q} R_{1a}^{(l)}(q) \Delta_{lq}^* + \\ &\quad + \cos k_x \frac{1}{N} \sum_{lq} R_{1b}^{(l)}(q) \Delta_{lq}^* + \\ &\quad + \cos k_y \frac{1}{N} \sum_{lq} R_{1c}^{(l)}(q) \Delta_{lq}^* - \\ &\quad - \gamma_{2k} \frac{1}{N} \sum_{lq} \psi_q R_2^{(l)}(q) \Delta_{lq}^* - \\ &\quad - \sin k_x \sin k_y \frac{1}{N} \sum_{lq} \phi_q R_2^{(l)}(q) \Delta_{lq}^*, \end{aligned} \quad (33)$$

где введены следующие функции:

$$\begin{aligned} R_0^{(l)}(q) &= \frac{3}{4} V_1 \psi_q M_{ab}^{(l)}(q) + 2J\gamma_{1q} M_{33}^{(l)}(q) - \\ &\quad - \left(8IC_1 + \frac{3J}{2} \right) M_{uu}^{(l)}(q) + \\ &\quad + \frac{3}{8} U_p (M_{11}^{(l)}(q) + M_{22}^{(l)}(q)) - \\ &\quad - 2(\xi(q_x) s_{q,x} + t_q s_{q,y}) M_{31}^{(l)}(q) - \\ &\quad - 2(\xi(q_y) s_{q,y} + t_q s_{q,x}) M_{32}^{(l)}(q), \end{aligned}$$

$$R_{1a}^{(l)}(q) = M_{33}^{(l)}(q) - C_1 M_{uu}^{(l)}(q),$$

$$R_{1b}^{(l)}(q) = C_1 (V_1 \psi_q M_{ab}^{(l)}(q) - 2JM_{uu}^{(l)}(q) + U_p M_{11}^{(l)}(q)),$$

$$R_{1c}^{(l)}(q) = C_1 (V_1 \psi_q M_{ab}^{(l)}(q) - 2JM_{uu}^{(l)}(q) + U_p M_{22}^{(l)}(q)),$$

$$R_2^{(l)}(q) = V_1 C_2 M_{ab}^{(l)}(q),$$

$$M_{uu}^{(l)}(q) = -s_{qx}^2 M_{11}^{(l)}(q) - s_{qy}^2 M_{22}^{(l)}(q) - \psi_q M_{ab}^{(l)}(q),$$

$$M_{ab}^{(l)}(q) = M_{21}^{(l)}(q) + M_{12}^{(l)}(q),$$

$$M_{nm}^{(l)}(q) = \frac{S_{nm}^{(l)}(q, E_{1q}) + S_{nm}^{(l)}(q, -E_{1q})}{4E_{1q}(E_{1q}^2 - E_{2q}^2)(E_{1q}^2 - E_{3q}^2)} \times \text{th} \left(\frac{E_{1q}}{2T} \right). \quad (34)$$

Ниже система уравнений (33) используется для нахождения критической температуры перехода ансамбля спиновых поляронов в сверхпроводящее состояние с заданными типами симметрии параметра порядка.

6. КОНКУРЕНЦИЯ *d*- И *s*-СПАРИВАНИЙ СПИНОВЫХ ПОЛЯРОНОВ ПРИ УЧЕТЕ КУЛОНОВСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Из системы (33) видно, что ядра интегральных уравнений имеют расщепленный вид, поэтому решение этой системы можно искать в виде

$$\begin{aligned} \Delta_{1k} &= B_1, \\ \Delta_{2k} &= B_{1\phi}\phi_k + B_{1\psi}\psi_k, \\ \Delta_{3k} &= B_{2\phi}\phi_k + B_{2\psi}\psi_k, \\ \Delta_{4k} &= B_2, \\ \Delta_{5k} &= B_3 + B_{cx} \cos k_x + B_{cy} \cos k_y + \\ &\quad + B_{cc} \cos k_x \cos k_y + B_{ss} \sin k_x \sin k_y, \end{aligned} \quad (35)$$

где одиннадцать амплитуд B_j ($j = 1, 1\phi, 1\psi, \dots$) определяют вклад соответствующих базисных функций в разложение компонент параметра порядка. Подставляя эти выражения в уравнения (33) и приравнявая коэффициенты при соответствующих тригонометрических функциях, получаем систему одиннадцати алгебраических уравнений для нахождения амплитуд B_j . В действительности ситуация упрощается из-за того, что система распадается на две независимые подсистемы. Первая подсистема определяет три амплитуды: $B_{1\phi}$, $B_{2\phi}$ и B_{ss} . Численные расчеты показывают, что во всей актуальной области допирования эта система не имеет решений и поэтому далее нами не рассматривается.

Вторая подсистема уравнений определяет оставшиеся восемь амплитуд B_j , которые удобно записать в виде вектора-столбца

$$B = (B_3, B_{cx}, B_{cy}, B_{cc}, B_{1\psi}, B_{2\psi}, B_1, B_2)^T. \quad (36)$$

В матричном виде система восьми уравнений

$$B = \hat{W}B, \quad (37)$$

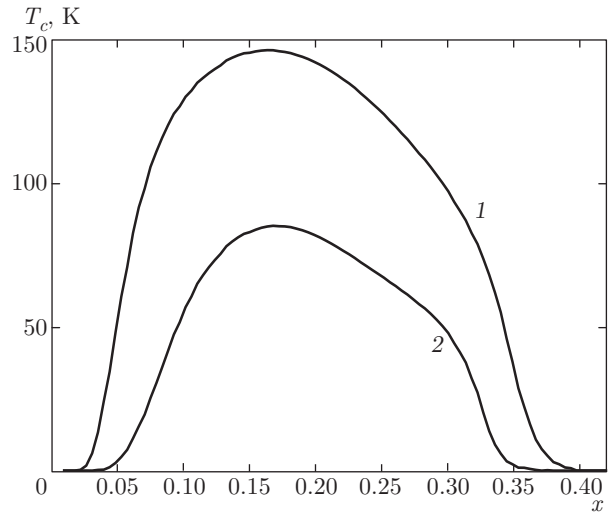


Рис. 2. Зависимости критической температуры перехода в сверхпроводящую фазу для $d_{x^2-y^2}$ -типа спаривания от допирования, полученные для параметров модели $J = 1.88$, $\tau = 0.47$, $t = 0.12$, $I = 0.136$. Кривые 1 и 2 описывают $T_c(x)$ для $U_p = 0$ и $U_p = 3$, соответственно. Включение межузельного кулоновского взаимодействия V_1 на данные зависимости не влияет. Все энергетические параметры измеряются в эВ

где компоненты матрицы \hat{W} восьмого порядка рассчитываются по формулам

$$W_{ij} = \frac{1}{N} \sum_k w_{ij}(k), \quad i, j = 1, \dots, 8, \quad (38)$$

а функции $w_{ij}(q)$ приведены в Приложении В.

Для нахождения зависимости критической температуры T_c от допирования x для различных типов симметрии параметра порядка необходимо решить уравнение (37) совместно с уравнением для химического потенциала μ . При получении уравнения для μ следует учесть, что в интересующем нас пределе $T \rightarrow T_c$ все параметры порядка $\Delta_{jk} \rightarrow 0$. В результате получаем следующее уравнение для определения химического потенциала:

$$x = \frac{2}{N} \sum_q \frac{f(\epsilon_{1q}) [Q_{3x}(q, \epsilon_{1q}) + Q_{3y}(q, \epsilon_{1q})]}{(\epsilon_{1q} - \epsilon_{2q})(\epsilon_{1q} - \epsilon_{3q})}, \quad (39)$$

где $f(E) = (e^{E/T} + 1)^{-1}$ — функция распределения Ферми–Дирака.

Результаты численного самосогласованного решения системы уравнений (37), совместно с уравнением для химического потенциала (39), представлены на рис. 2. Сплошной кривой 1 изображена зависимость критической температуры сверхпроводящего $d_{x^2-y^2}$ -спаривания от допирования при $U_p = 0$

и $V_1 = 0$. Эта кривая ранее была получена в работе [47] и хорошо согласуется с экспериментальными данными как по абсолютному значению T_c , так и по интервалу допирования, в котором развивается куперовская неустойчивость.

Важный аспект развиваемого подхода состоит в том, что учет кулоновского взаимодействия V_1 фермионов, находящихся на ближайших ионах кислорода, не влияет на зависимость $T_c(x)$ для сверхпроводящего $d_{x^2-y^2}$ -спаривания: кривая 1 на рис. 2 не изменяется [30]. Причина такого поведения может быть установлена после анализа решений системы интегральных уравнений (33). В области допирования, в которой реализуется отмеченный тип спаривания при $T \lesssim T_c$, решения алгебраической системы (37) для амплитуд таковы, что отличными от нуля оказываются только четыре амплитуды B_{cx} , B_{cy} , $B_{1\psi}$ и $B_{2\psi}$, причем $B_{cx} = -B_{cy}$, $B_{1\psi} = -B_{2\psi}$, а $|B_{cx}|/|B_{1\psi}| \sim 10^3$. Это означает, что k -зависимость сверхпроводящей щели обусловлена главным образом пятой компонентой сверхпроводящего параметра порядка Δ_{5k} , которая в этом случае имеет вид

$$\Delta_{5k}^{(d)} = B_{cx}(\cos k_x - \cos k_y). \quad (40)$$

Поскольку для d -типа спаривания в случае $U_p = 0$ амплитуды B_{cx} и B_{cy} в уравнении для Δ_{5k} определяются не параметром V_1 , а только обменной константой I , приходим к выводу, что кулоновское отталкивание дырок, находящихся на соседних узлах кислорода, не будет подавлять сверхпроводящую фазу с $d_{x^2-y^2}$ -типом симметрии параметра порядка [30].

Сказанное означает, что в случае d -спаривания и $U_p = 0$ вместо системы (37) может быть получено и решено более простое уравнение для критической температуры T_c [47, 49, 50]. Это уравнение следует из пятого уравнения системы (33) и имеет вид

$$1 = \frac{I}{N} \sum_q (\cos q_x - \cos q_y)^2 \times \left(M_{33}^{(5)}(q, \epsilon_{1q}) - C_1 M_{uu}^{(5)}(q, \epsilon_{1q}) \right). \quad (41)$$

Из этого уравнения, в частности, следует, что в качестве механизма, обуславливающего развитие куперовской неустойчивости, выступает обменное взаимодействие спиновых моментов ионов меди, которое в результате сильной спин-зарядовой связи трансформируется в эффективное притяжение. Результаты решения уравнения (41) и системы (37) для d -спаривания и $U_p = 0$, очевидно, совпадают и отвечают сплошной кривой 1 на рис. 2.

Учет кулоновского взаимодействия U_p двух дырок на одном ионе кислорода, в отличие от меж-

узельного взаимодействия, приводит к подавлению сверхпроводящей d -фазы. Однако, как следует из сравнения кривой 2 ($U_p = 3$ эВ) и кривой 1 ($U_p = 0$) на рис. 2, оно не является существенным для реализации ВТСП, поскольку в области оптимального допирования $x \approx 0.16$ критическая температура остается высокой.

Из системы интегральных уравнений (33) следует, что решение, соответствующее s -фазе, должно иметь вид

$$\begin{aligned} \Delta_{1k}^{(s)} &= \Delta_{4k}^{(s)} = B_1, \\ \Delta_{2k}^{(s)} &= \Delta_{3k}^{(s)} = 0, \\ \Delta_{5k}^{(s)} &= B_3 + 2B_{cx}\gamma_{1k} + B_{cc}\gamma_{2k}. \end{aligned} \quad (42)$$

Однако расчеты показали, что при всех параметрах модели нетривиального решения не существует. Следовательно, в спин-фермионной модели, когда осуществляется корректный учет сильной связи дырок на ионах кислорода со спиновыми моментами ионов меди, сверхпроводящая фаза с s -типом симметрии параметра порядка не реализуется. В этом заключается главное отличие развитой нами теории высокотемпературной сверхпроводимости от теорий, основанных на эффективных однозонных моделях сильно коррелированных фермионов на квадратной решетке, в которых, наряду со сверхпроводящей d -фазой существует решение для сверхпроводящей s -фазы.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы можно сформулировать следующим образом:

1) Показано, что в купратных ВТСП нейтрализация негативного влияния межузельного кулоновского взаимодействия дырок в подсистеме кислорода на куперовскую неустойчивость в d -канале происходит в результате двух факторов. Первый из них связан с рассмотрением реальной кристаллографической структуры CuO_2 -плоскости, в соответствии с которой кулоновское отталкивание фермионов в подрешетке кислорода определяется фурье-образом межузельного взаимодействия $V_q = 4V_1 \cos(q_x/2) \cos(q_y/2)$. Второй фактор обусловлен электронными корреляциями, приводящими к возникновению сильной связи между локализованными спинами ионов меди и дырками на ионах кислорода. В результате формируются движущиеся по подрешетке ионов меди спин-поляронные квазичастицы, в ансамбле которых и развивается

ся куперовская неустойчивость. При этом кулоновское отталкивание между голыми дырками с фурье-образом V_q ренормируется во взаимодействие между спин-поляронными квазичастицами таким образом, что импульсная зависимость этого эффективного взаимодействия соответствует структуре подрешетки ионов меди. В результате возникает ситуация, при которой эффективное отталкивание между спиновыми поляронами выпадает из уравнения для сверхпроводящего параметра порядка с d -типом симметрии. В то же время, для куперовской неустойчивости в s -канале вклад отмеченного эффективного отталкивания остается.

2) Решение системы интегральных уравнений самосогласования для сверхпроводящих фаз показало, что в спин-фермионной модели реализуется только фаза с d -типом симметрии параметра порядка, тогда как решения для s -фазы нет при всех реально допустимых уровнях допирования. Эти результаты полностью соответствуют экспериментальным данным по купратным сверхпроводникам. В этой связи заметим, что при использовании t - J -модели сверхпроводящая s -фаза реализуется, а соответствующая ей критическая температура существенно превышает T_c для d -фазы. Относительно возникших различий уместно указать, что в нашем подходе существенную роль играет спиновая подсистема ионов меди, отделенная от дырочной подсистемы, тогда как в t - J -модели электронные и спиновые степени свободы относятся к одним и тем же электронам.

3) Проанализировано влияние кулоновского отталкивания U_p квазичастиц, находящихся на одном ионе кислорода, на зависимости критической температуры. Показано, что учет U_p приводит к уменьшению критической температуры перехода в сверхпроводящую фазу, однако эта температура остается в пределах тех значений, которые наблюдаются экспериментально.

Необходимо также отметить, что различный вклад кулоновского взаимодействия в условия реализации сверхпроводящих фаз с разными типами симметрии параметра порядка проявляется, например, в теории сверхпроводимости Кона – Латтинжера [51]. В нашем случае определяющую роль играет фактор разнесенности, когда учитываются два типа кислородных орбиталей, пространственно отделенных от спинов ионов меди.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда поддержки науч-

ной и научно-технической деятельности в рамках научных проектов №№ 16-42-240435, 16-42-243056 и 16-42-243057, а также Комплексной Программой СО РАН (проект № 356-2015-0406). Работа А. Ф. Б. поддержана РФФИ (грант № 16-02-00304). Работа М. М. К. поддержана Советом по грантам Президента РФ (МК-1398.2017.2).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Функции $S_{ij}^{(l)}(k, \omega)$, входящие в выражения для аномальных функций Грина $F_{ij}(k, \omega)$ (32), имеют вид

$$\begin{aligned}
 S_{11}^{(1)}(k, \omega) &= Q_{3y}(k, -\omega)Q_{3y}(k, \omega), \\
 S_{11}^{(2)}(k, \omega) &= S_{21}^{(1)}(k, \omega) = Q_3(k, -\omega)Q_{3y}(k, \omega), \\
 S_{11}^{(3)}(k, \omega) &= S_{12}^{(1)}(k, \omega) = S_{11}^{(2)}(k, -\omega), \\
 S_{11}^{(4)}(k, \omega) &= S_{12}^{(2)}(k, \omega) = S_{21}^{(3)}(k, \omega) = \\
 &= S_{22}^{(1)}(k, \omega) = Q_3(k, -\omega)Q_3(k, \omega), \\
 S_{11}^{(5)}(k, \omega) &= -Q_y(k, -\omega)Q_y(k, \omega), \\
 S_{12}^{(3)}(k, \omega) &= Q_{3y}(k, -\omega)Q_{3x}(k, \omega), \\
 S_{21}^{(2)}(k, \omega) &= S_{12}^{(3)}(k, -\omega), \\
 S_{12}^{(4)}(k, \omega) &= S_{22}^{(3)}(k, \omega) = Q_3(k, -\omega)Q_{3x}(k, \omega), \\
 S_{21}^{(4)}(k, \omega) &= S_{22}^{(2)}(k, \omega) = S_{12}^{(4)}(k, -\omega), \\
 S_{12}^{(5)}(k, \omega) &= -Q_y(k, -\omega)Q_x(k, \omega), \\
 S_{21}^{(5)}(k, \omega) &= S_{12}^{(5)}(k, -\omega), \\
 S_{22}^{(4)}(k, \omega) &= Q_{3x}(k, -\omega)Q_{3x}(k, \omega), \\
 S_{22}^{(5)}(k, \omega) &= -Q_x(k, -\omega)Q_x(k, \omega), \\
 S_{31}^{(1)}(k, \omega) &= -K_k Q_y(k, -\omega)Q_{3y}(k, \omega), \\
 S_{31}^{(2)}(k, \omega) &= -K_k Q_x(k, -\omega)Q_{3y}(k, \omega), \\
 S_{31}^{(3)}(k, \omega) &= S_{32}^{(1)}(k, \omega) = -K_k Q_y(k, -\omega)Q_3(k, \omega), \\
 S_{31}^{(4)}(k, \omega) &= S_{32}^{(2)}(k, \omega) = -K_k Q_x(k, -\omega)Q_3(k, \omega), \\
 S_{31}^{(5)}(k, \omega) &= Q_{xy}(k, -\omega)Q_y(k, \omega), \\
 S_{32}^{(3)}(k, \omega) &= -K_k Q_y(k, -\omega)Q_{3x}(k, \omega), \\
 S_{32}^{(4)}(k, \omega) &= -K_k Q_x(k, -\omega)Q_{3x}(k, \omega), \\
 S_{32}^{(5)}(k, \omega) &= Q_{xy}(k, -\omega)Q_x(k, \omega), \\
 S_{33}^{(1)}(k, \omega) &= -K_k^2 S_{11}^{(5)}(k, \omega), \\
 S_{33}^{(2)}(k, \omega) &= K_k^2 S_{12}^{(5)}(k, -\omega),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{33}^{(3)}(k, \omega) &= S_{33}^{(2)}(k, -\omega), \\ S_{33}^{(4)}(k, \omega) &= K_k^2 S_{22}^{(5)}(k, \omega), \\ S_{33}^{(5)}(k, \omega) &= Q_{xy}(k, -\omega) Q_{xy}(k, \omega). \end{aligned} \quad (43)$$

Данные выражения включают функции

$$\begin{aligned} Q_{x(y)}(k, \omega) &= (\omega - \xi_{x(y)}) J_{y(x)} + t_k J_{x(y)}, \\ Q_3(k, \omega) &= (\omega - \xi_L) t_k + J_x J_y K_k, \\ Q_{3x(3y)}(k, \omega) &= (\omega - \xi_L)(\omega - \xi_{x(y)}) - J_{x(y)}^2 K_k, \\ Q_{xy}(k, \omega) &= (\omega - \xi_x)(\omega - \xi_y) - t_k^2. \end{aligned} \quad (44)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Подынтегральные функции $w_{ij}(k)$, определяющие матричные элементы W_{ij} в выражении (38), имеют вид

$$\begin{aligned} w_{11}(k) &= \zeta_k^{(5)}, & w_{12}(k) &= \zeta_k^{(5)} \cos k_x, \\ w_{13}(k) &= \zeta_k^{(5)} \cos k_y, & w_{14}(k) &= \zeta_k^{(5)} \gamma_{2k}, \\ w_{15}(k) &= \zeta_k^{(2)} \psi_k, & w_{16}(k) &= \zeta_k^{(3)} \psi_k, \\ w_{17}(k) &= \zeta_k^{(1)}, & w_{18}(k) &= \zeta_k^{(4)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{21}(k) &= \zeta_{x,k}^{(5)}, & w_{22}(k) &= \zeta_{x,k}^{(5)} \cos k_x, \\ w_{23}(k) &= \zeta_{x,k}^{(5)} \cos k_y, & w_{24}(k) &= \zeta_{x,k}^{(5)} \gamma_{2k}, \\ w_{25}(k) &= \zeta_{x,k}^{(2)} \psi_k, & w_{26}(k) &= \zeta_{x,k}^{(3)} \psi_k, \\ w_{27}(k) &= \zeta_{x,k}^{(1)}, & w_{28}(k) &= \zeta_{x,k}^{(4)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{31}(k) &= \zeta_{y,k}^{(5)}, & w_{32}(k) &= \zeta_{y,k}^{(5)} \cos k_x, \\ w_{33}(k) &= \zeta_{y,k}^{(5)} \cos k_y, & w_{34}(k) &= \zeta_{y,k}^{(5)} \gamma_{2k}, \\ w_{35}(k) &= \zeta_{y,k}^{(2)} \psi_k, & w_{36}(k) &= \zeta_{y,k}^{(3)} \psi_k, \\ w_{37}(k) &= \zeta_{y,k}^{(1)}, & w_{38}(k) &= \zeta_{y,k}^{(4)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{41}(k) &= -V_1 C_2 \psi_k M_{ab}^{(5)}(k), & w_{42}(k) &= w_{41}(k) \cos k_x, \\ w_{43}(k) &= w_{41}(k) \cos k_y, & w_{44}(k) &= w_{41}(k) \gamma_{2k}, \\ w_{45}(k) &= -V_1 C_2 M_{ab}^{(2)}(k) \psi_k^2, & w_{46}(k) &= -V_1 C_2 M_{ab}^{(3)}(k) \psi_k^2, \\ w_{47}(k) &= -V_1 C_2 M_{ab}^{(1)}(k) \psi_k, & w_{48}(k) &= -V_1 C_2 M_{ab}^{(4)}(k) \psi_k, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{51}(k) &= -4V_1 \psi_k M_{21}^{(5)}(k), & w_{52}(k) &= w_{51}(k) \cos k_x, \\ w_{53}(k) &= w_{51}(k) \cos k_y, & w_{54}(k) &= w_{51}(k) \gamma_{2k}, \\ w_{55}(k) &= -4V_1 \psi_k^2 M_{21}^{(2)}(k), & w_{56}(k) &= -4V_1 \psi_k^2 M_{21}^{(3)}(k), \\ w_{57}(k) &= -4V_1 \psi_k M_{21}^{(1)}(k), & w_{58}(k) &= -4V_1 \psi_k M_{21}^{(4)}(k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{61}(k) &= -4V_1 \psi_k M_{12}^{(5)}(k), & w_{62}(k) &= w_{61}(k) \cos k_x, \\ w_{63}(k) &= w_{61}(k) \cos k_y, & w_{64}(k) &= w_{61}(k) \gamma_{2k}, \\ w_{65}(k) &= -4V_1 \psi_k^2 M_{12}^{(2)}(k), & w_{66}(k) &= -4V_1 \psi_k^2 M_{12}^{(3)}(k), \\ w_{67}(k) &= -4V_1 \psi_k M_{12}^{(1)}(k), & w_{68}(k) &= -4V_1 \psi_k M_{12}^{(4)}(k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{71}(k) &= -U_p M_{11}^{(5)}(k), & w_{72}(k) &= w_{71}(k) \cos k_x, \\ w_{73}(k) &= w_{71}(k) \cos k_y, & w_{74}(k) &= w_{71}(k) \gamma_{2k}, \\ w_{75}(k) &= -U_p M_{11}^{(2)}(k) \psi_k, & w_{76}(k) &= -U_p M_{11}^{(3)}(k) \psi_k, \\ w_{77}(k) &= -U_p M_{11}^{(1)}(k), & w_{78}(k) &= -U_p M_{11}^{(4)}(k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{81}(k) &= -U_p M_{22}^{(5)}(k), & w_{82}(k) &= w_{81}(k) \cos k_x, \\ w_{83}(k) &= w_{81}(k) \cos k_y, & w_{84}(k) &= w_{81}(k) \gamma_{2k}, \\ w_{85}(k) &= -U_p M_{22}^{(2)}(k) \psi_k, & w_{86}(k) &= -U_p M_{22}^{(3)}(k) \psi_k, \\ w_{87}(k) &= -U_p M_{22}^{(1)}(k), & w_{88}(k) &= -U_p M_{22}^{(4)}(k), \end{aligned}$$

где $(l = 1, \dots, 5)$

$$\begin{aligned} \zeta_k^{(l)} &= 2\xi_{t,x} M_{31}^{(l)}(k) + 2\xi_{t,y} M_{32}^{(l)}(k) - \frac{3}{4} V_1 \psi_k M_{ab}^{(l)}(k) - \\ &- 2J \gamma_{1k} M_{33}^{(l)}(k) + \left(\frac{3}{2} J + 8IC_1 \right) M_{uu}^{(l)}(k) - \frac{3}{8} U_p M_{aa}^{(l)}(k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta_{x,k}^{(l)} &= 2I \cos k_x M_{33}^{(l)}(k) + V_1 C_1 \psi_k M_{ab}^{(l)}(k) - \\ &- 2C_1 (J + I \cos k_x) M_{uu}^{(l)}(k) + \frac{1}{2} U_p C_1 M_{11}^{(l)}(k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta_{y,k}^{(l)} &= 2I \cos k_y M_{33}^{(l)}(k) + V_1 C_1 \psi_k M_{ab}^{(l)}(k) - \\ &- 2C_1 (J + I \cos k_y) M_{uu}^{(l)}(k) + \frac{1}{2} U_p C_1 M_{22}^{(l)}(k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_{t,x(y)} &= \xi_{x(y)} s_{k,x(y)} + t_k s_{k,y(x)}, \\ M_{uu}^{(l)}(k) &= -s_{k,x}^2 M_{11}^{(l)}(k) - s_{k,y}^2 M_{22}^{(l)}(k) - \psi_k M_{ab}^{(l)}(k), \\ M_{ab}^{(l)}(k) &= M_{21}^{(l)}(k) + M_{12}^{(l)}(k), \\ M_{aa}^{(l)}(k) &= M_{11}^{(l)}(k) + M_{22}^{(l)}(k). \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. P. W. Anderson, Science **235**, 1196 (1987).
2. Н. Ф. Мотт, *Переходы металл-изолятор*, Наука, Москва (1979).
3. J. C. Hubbard, Proc. R. Soc. London A **276**, 238 (1963).
4. Р. О. Зайцев, В. А. Иванов, ФТТ **29**, 2554 (1987).

5. J. C. Hubbard, Proc. R. Soc. London A **285**, 542 (1965).
6. S. Shubin and S. Vonsowsky, Proc. Roy. Soc. A **145**, 159 (1934).
7. S. Shubin and S. Vonsowsky, Phys. Zs. UdSSR **7**, 292 (1935); **10**, 348 (1936).
8. Р. О. Зайцев, В. А. Иванов, Ю. В. Михайлова, ФММ **65**, 1032 (1988); ФММ **68**, 1108 (1989).
9. Р. О. Зайцев, ЖЭТФ **125**, 891 (2004).
10. В. В. Вальков, М. М. Коровушкин, ЖЭТФ **139**, 126 (2011).
11. V. J. Emery, Phys. Rev. Lett. **58**, 2794 (1987).
12. J. E. Hirsch, Phys. Rev. Lett. **59**, 228 (1987).
13. Yu. B. Gaididei and V. M. Loktev, Phys. Stat. Sol. B **147**, 307 (1988).
14. C. M. Varma, S. Schmitt-Rink, and E. Abrahams, Sol. St. Comm. **62**, 681 (1987).
15. F. C. Zhang and T. M. Rice, Phys. Rev. B **37**, 3759 (1988).
16. J. H. Jefferson, H. Eskes, and L. F. Feiner, Phys. Rev. B **45**, 7959 (1992).
17. V. I. Belinicher and A. L. Chernyshev, Phys. Rev. B **47**, 390 (1993).
18. L. F. Feiner, J. H. Jefferson, and R. Raimondi, Phys. Rev. B **53**, 8751 (1996).
19. V. Gavrichkov, A. Borisov, and S. G. Ovchinnikov, Phys. Rev. B **64**, 235124 (2001).
20. M. Yu. Kagan and T. M. Rice, J. Phys.: Condens. Matter **6**, 3771 (1994).
21. Ю. А. Изюмов, УФН **167**, 465 (1997); **169**, 225 (1999).
22. N. M. Plakida, *High-Temperature Cuprate Superconductors*, Springer, Berlin–Heidelberg (2010).
23. V. Yu. Yushankhai, G. M. Vujicic, and R. B. Zakula, Phys. Lett. A **151**, 254 (1990).
24. В. В. Вальков, Т. А. Валькова, Д. М. Дзевбисашвили, С. Г. Овчинников, Письма в ЖЭТФ **75**, 450 (2002).
25. N. M. Plakida and V. S. Oudovenko, Eur. Phys. J. B **86**, 115 (2013); ЖЭТФ **146**, 631 (2014).
26. N. M. Plakida, Physica C **531**, 39 (2016).
27. Р. О. Зайцев, Препринт Института атомной энергии им. И. В. Курчатова No. ИАЭ-3927/1 (1984).
28. H. Fröhlich, Phys. Rev. **79**, 845 (1950).
29. В. В. Толмачев, ДАН СССР **140**, 563 (1961).
30. В. В. Вальков, Д. М. Дзевбисашвили, М. М. Коровушкин, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **103**, 433 (2016).
31. А. Ф. Барабанов, Л. А. Максимов, Г. В. Уймин, Письма в ЖЭТФ **47**, 532 (1988); ЖЭТФ **96**, 665 (1989).
32. P. Prelovšek, Phys. Lett. A. **126**, 287 (1988).
33. J. Zaanen and A. M. Oleś, Phys. Rev. B. **37**, 9423 (1988).
34. E. B. Stechel and D. R. Jennison, Phys. Rev. B **38**, 4632 (1988).
35. V. J. Emery and G. Reiter, Phys. Rev. B. **38**, 4547 (1988).
36. H. Matsukawa and H. Fukuyama, J. Phys. Soc. Jpn. **58**, 2845 (1989).
37. M. H. Fischer and E.-A. Kim, Phys. Rev. B **84**, 144502 (2011).
38. O. A. Starykh, O. F. A. Bonfim, and G. F. Reiter, Phys. Rev. B **52**, 12534 (1995).
39. M. Ogata and H. Fukuyama, Rep. Progr. Phys. **71**, 036501 (2008).
40. M. S. Hybertsen, M. Schluter, and N. E. Christensen, Phys. Rev. B **39**, 9028 (1989).
41. Д. М. Дзевбисашвили, В. В. Вальков, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **98**, 596 (2013).
42. R. Zwanzig, Phys. Rev. **124**, 983 (1961).
43. H. Mori, Progr. Theor. Phys. **33**, 423 (1965).
44. L. M. Roth, Phys. Rev. Lett. **20**, 1431 (1968).
45. А. Ф. Барабанов, А. А. Ковалев, О. В. Уразаев, А. М. Белемук, Р. Хайн, ЖЭТФ **119**, 777 (2001).
46. В. В. Вальков, Д. М. Дзевбисашвили, А. Ф. Барабанов, ЖЭТФ **145**, 1087 (2014).
47. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, and A. F. Barabanov, Phys. Lett. A **379**, 421 (2015).
48. Д. Н. Зубарев, УФН **81**, 71 (1960).
49. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, and A. F. Barabanov, J. Low Temp. Phys. **181**, 134 (2015).
50. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, and A. F. Barabanov, J. Supercond. Nov. Magn. **29**, 1049 (2016).
51. М. Ю. Каган, В. А. Мицкан, М. М. Коровушкин, УФН **185**, 785 (2015).