

ЭКРАНИРОВАНИЕ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ НА ПРИМЕРЕ ПЛАЗМЫ ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА

А. В. Филиппов^{а}, И. Н. Дербенев^{а,б}, С. А. Куркин^{а,с}*

*^а ГНЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований
108840, Троицк, Москва, Россия*

*^б School of Chemistry, University of Nottingham, University Park
Nottingham, United Kingdom*

*^с Московский физико-технический институт (государственный университет)
141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 29 июня 2017 г.

Создана общая теория экранирования заряда пылевой частицы в многокомпонентной плазме на основе асимптотической теории экранирования. В асимптотической теории уравнения баланса числа заряженных частиц плазмы в диффузионно-дрейфовом приближении, дополненные точечными стоками плазменных частиц на пылевую частицу и уравнением Пуассона для потенциала самосогласованного электрического поля, решаются методом линеаризации и трехмерного фурье-преобразования. Для определения коэффициентов векового или характеристического полинома, нули которого определяют постоянные экранирования в многокомпонентной плазме, использовался метод Леверье–Фаддеева, который позволяет найти коэффициенты при любом числе исходных уравнений баланса числа заряженных частиц плазмы. Далее на примере плазмы влажного воздуха, создаваемой внешним источником ионизации газа, рассмотрена процедура составления укороченной системы уравнений баланса для основных ионов плазмы и определены постоянные экранирования. Рассмотрено влияние числа основных ионов на постоянные экранирования и установлен физический смысл всех постоянных экранирования.

DOI: 10.7868/S004445101711027X

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] развита асимптотическая теория экранирования заряда пылевой частицы в диффузионно-дрейфовом приближении на основе модели точечных стоков. Рассматривалась плазма, состоящая из двух компонент: электронной и одной ионной с положительным зарядом, в качестве источника ионизации рассматривались как внешний источник ионизации газа, так и ионизация собственными электронами плазмы. Далее асимптотическая теория использовалась для изучения взаимодействия двух макрочастиц [3] и экранирования движущегося заряда в неравновесной плазме [4, 5], для исследования экранирования в неравновесной плазме с двумя сортами положительных ионов [6, 7], в рамках нелокальной теории зарядки [8] и в плазме сухого воздуха, создаваемой внешним источником ионизации [9]. Было установлено, что число постоянных экрани-

рования равно числу решаемых уравнений баланса числа или энергии частиц плазмы. В каждом случае коэффициенты алгебраического или векового уравнения для постоянных экранирования определялись в явном виде и в случае трех и четырех уравнений имели достаточно сложный вид. В плазме смесей молекулярных газов, особенно содержащих электроотрицательные примеси или добавки, число основных ионов может быть и больше четырех, поэтому представляет интерес развитие общего метода определения постоянных экранирования для многокомпонентной плазмы. В настоящей работе для получения коэффициентов векового уравнения используется метод Леверье–Фаддеева [10], который позволяет найти решение при любом числе исходных уравнений баланса числа и энергии частиц плазмы. Далее на примере плазмы влажного воздуха, создаваемой внешним источником ионизации газа, рассматривается процедура составления укороченной системы уравнений баланса для основных ионов плазмы и определяются постоянные экранирования.

* E-mail: fav@triniti.ru

**2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ
АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ
ЭКРАНИРОВАНИЯ В
МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ**

В работе [11] создана кинетическая модель ионно-молекулярных процессов с участием заряженных частиц плазмы во влажном воздухе, ионизируемом пучком быстрых электронов. Модель включала более 600 процессов с участием электронов, 41 положительного и 14 отрицательных ионов. Константы скоростей процессов перезарядки и конверсии ионов, коэффициенты электрон-ионной рекомбинации, а также термодинамические параметры обратных реакций трехтельных процессов взяты из литературных данных и скорректированы для достижения лучшего согласия с экспериментальными данными. Константы скоростей трехтельных процессов рассчитывались с учетом диффузионного ограничения при высоких давлениях и фактора «уширения», связанного с зависимостью вероятности осуществления реакции от распределения энергии по вращательным и колебательным степеням свободы промежуточного комплекса. При расчете константы скорости образования связанного комплекса при высоких давлениях по формуле Ланжевена учитывался дипольный момент молекул воды. Коэффициенты ион-ионной рекомбинации в пределе высоких давлений рассчитывались согласно теории Ланжевена через подвижности пар рекомбинирующих ионов, а при низких давлениях учитывалась трехтельная рекомбинация. Коэффициент рекомбинации в промежуточном диапазоне давлений рассчитывался как для трехтельных процессов с фактором «уширения», равным единице. Подвижности ионов брались из литературных данных, а в случае отсутствия определялись на основе закона Бланка для подвижности в смеси газов или оценивались по формуле Ланжевена, связывающей подвижность с поляризуемостью атомов и молекул нейтрального газа.

В работе [11] также были проведены расчеты энергетических цен образования электрон-ионных пар и электронного, колебательного (а для молекул воды и вращательного) возбуждения молекул в азоте, кислороде, парах воды, в воздухе и во влажном воздухе. Предложена методика расчета энергетических цен в смесях по данным расчетов в однокомпонентных газах. Было установлено, что при абсолютной влажности 0.015–1.5% в воздухе при атмосферном давлении и комнатной температуре ос-

новными являются два типа положительных ионов $H_3O^+(H_2O)_n$ с числом молекул воды $n = 5, 6$ и три типа отрицательных ионов $O_2^-(H_2O)_n$ с $n = 5, 8, 9$.

Кинетическая модель ионно-молекулярных процессов в работе [11] включала процессы с участием электронов, ионов $O_2^+, O^+, N_2^+, N^+, H_2O^+, OH^+, H^+$ и H_2^+ , производимых электронами пучка, образующихся в процессах их перезарядки и конверсии положительных ионов $O_4^+, N_3^+, N_4^+, O_2^+(N_2), NO^+, NO_2^+, NO^+(N_2), NO^+(O_2), H_3O^+, H_3O^+(OH)$, гидратированных комплексов $H_3O^+(H_2O)_{n=1-12}, O_2^+(H_2O), H_2O^+(N_2), NO^+(H_2O)_{n=1-4}, NO_2^+(H_2O)_{n=1,2}, H_2NO^+, H_2NO^+(H_2O), N_2H^+$ и отрицательных ионов O_2^-, O_4^- , гидратированных комплексов $O_2^-(H_2O)_{n=1-12}$. Отрицательные ионы, отличные от O_2^- и его производных, не рассматривались ввиду пренебрежимо малой скорости их образования под действием пучка электронов.

Стационарные уравнения зарядки пылевых частиц в диффузионно-дрейфовом приближении в модели точечных стоков в системе координат с центром в центре пылевой частицы имеют следующий вид (см., например, [2, 9]):

$$\nabla \cdot \mathbf{j}_k = Q_{ion,k} + \sum_m \nu_{1,km} n_m - \sum_m k_{2,km} n_k n_m - \sum_m k_{3,km} n_1^2 n_m - S_k \delta(\mathbf{r}), \quad k = 1, 2, \dots, N_t; \quad (1)$$

$$\Delta \phi = -4\pi e q_0 \delta(\mathbf{r}) - 4\pi e \sum_k z_k n_k. \quad (2)$$

Здесь N_t — полное число компонент плазмы, равное в настоящей работе 56, n_k — концентрация электронов или ионов с номером k (см. таблицу), \mathbf{j}_k — плотность потока: $\mathbf{j}_k = \text{sign}(e_k) \mu_k n_k \mathbf{E} - D_k \nabla n_k$, μ_k — подвижность и D_k — коэффициент диффузии, \mathbf{E} — напряженность электрического поля: $\mathbf{E} = -\nabla \phi$, ϕ — потенциал электрического поля, q_0 — стационарный заряд пылевой частицы, определяемый равенством нулю суммарного тока электронов и ионов: $\sum_{k=1,43-56} S_k = \sum_{k=2-42} S_k$, S_k — стоки, e_k — заряд электронов и ионов: $e_1 = -e, e_{2-42} = e, e_{43-56} = -e, e$ — элементарный заряд, $Q_{ion,k}$ — скорость образования ионов с порядковым номером k внешним источником ионизации, причем $Q_{ion} \equiv Q_{ion,1} = \sum_{k=2-9} Q_{ion,k}$, $\nu_{1,km}$ — частота процесса конверсии или перезарядки с участием иона с номером m (причем, если процесс идет с образованием иона с номером k ($k \neq m$), то частота положительна, если же он приводит к гибели иона k ($k = m$),

Таблица. Порядковые номера k электронов и ионов кинетической модели ионно-молекулярных процессов во влажном воздухе

k	Ион	k	Ион	k	Ион
1	e	11	N_3^+	32	$O_2^+(H_2O)$
2	O_2^+	12	N_4^+	33	$H_2O^+(N_2)$
3	O^+	13	$O_2^+(N_2)$	34–37	$NO^+(H_2O)_{n=1-4}$
4	N_2^+	14	NO^+	38,39	$NO_2^+(H_2O)_{n=1,2}$
5	N^+	15	NO_2^+	40	H_2NO^+
6	H_2O^+	16	$NO^+(N_2)$	41	$H_2NO^+(H_2O)$
7	OH^+	17	$NO^+(O_2)$	42	N_2H^+
8	H^+	18	H_3O^+	43	O_2^-
9	H_2^+	19	$H_3O^+(OH)$	44	O_4^-
10	O_4^+	20–31	$H_3O^+(H_2O)_{n=1-12}$	45–56	$O_2^-(H_2O)_{n=1-12}$

то отрицательна, а когда нет процесса с участием ионов с номерами k и m , частота $\nu_{1,km} = 0$), $k_{2,km}$ — коэффициент электрон-ионной или ион-ионной рекомбинации, $k_{3,km}$ — коэффициент трехтельной электрон-ионной рекомбинации с третьим телом — электроном. Частота $\nu_{1,km}$ в случае двухчастичных процессов при $m = k$ определяется выражением $\nu_{1,kk} = -\sum_{i,i \neq k} k_{1,ik} n_{ni}$, где $k_{1,ik}$ — константа скорости перезарядки иона с номером i с образованием иона с номером k , n_{ni} — концентрация нейтральных частиц, из которых образуется ион с номером i , при $k \neq m$ имеем $\nu_{1,km} = k_{1,km} n_{nk}$, n_{nk} — концентрация нейтральных частиц, из которых образуется ион с номером k . В случае трехтельных процессов константа скорости дополнительно умножается на концентрацию частиц третьего тела. Отметим, что индекс k в константах скорости процессов $k_{1,km}$ и $k_{3,km}$ просто указывает на номер уравнения баланса. Все константы скоростей процессов и скорости образования ионов рассчитывались по данным работы [11].

Стационарные концентрации электронов и ионов $n_{k,0}$ в невозмущенной плазме вдали от пылевой частицы определяются системой уравнений

$$Q_{ion,k} + \sum_m \nu_{1,km} n_{m,0} - \sum_m k_{2,km} n_{k,0} n_{m,0} - \sum_m k_{3,km} n_{1,0}^2 n_{m,0} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N_t. \quad (3)$$

Решение системы нелинейных уравнений (3) будем искать методом итераций. Задаем начальное решение $n_{k,i} = 0$ для всех негидратированных ионов с номерами $k = 1-17, 19, 32-44$. Для ионов цепочек с номерами $k = 18, 20-31$ и $45-56$ концентрации ионов

оказываются связанными только с концентрациями ионов с соседними номерами, поэтому начальное решение для них находилось методом прогонки в предположении, что скорости образования ионов начала цепочки равны полной скорости ионизации газа. Такой способ задания начального решения приводил к тому, что метод итерации дает сходимость и достаточно быстро.

Решение на следующем шаге итерации находилось следующим образом. Введем невязки $x_k = n_{k,i} - n_{k,0}$ i -й итерации и обозначим

$$b_k = Q_{ion,k} + \sum_m \nu_{1,km} n_{m,i} - \sum_m k_{2,km} n_{k,i} n_{m,i} - \sum_m k_{3,km} n_{1,i}^2 n_{m,i}, \quad k = 1, 2, \dots, N_t. \quad (4)$$

Вычитая из уравнений (3) выражения (4), после линеаризации для нахождения невязок получим систему уравнений

$$\sum_{m=1}^{N_t} a_{km} x_m = b_k, \quad (5)$$

где элементы матрицы a_{km} определены соотношениями

$$a_{km} = \nu_{1,km} - k_{2,km} n_{k,i} - k_{3,km} n_{1,i}^2 - \delta_{m,1} \sum_{j=1}^{N_t} 2k_{3,kj} n_{1,i} n_{j,i} - \delta_{m,k} \sum_{j=1}^{N_t} k_{2,kj} n_{j,i}, \quad (6)$$

$\delta_{m,k}$ — символ Кронекера.

Решая систему уравнений (5) методом LU-декомпозиции, находим очередные невязки. Итерации

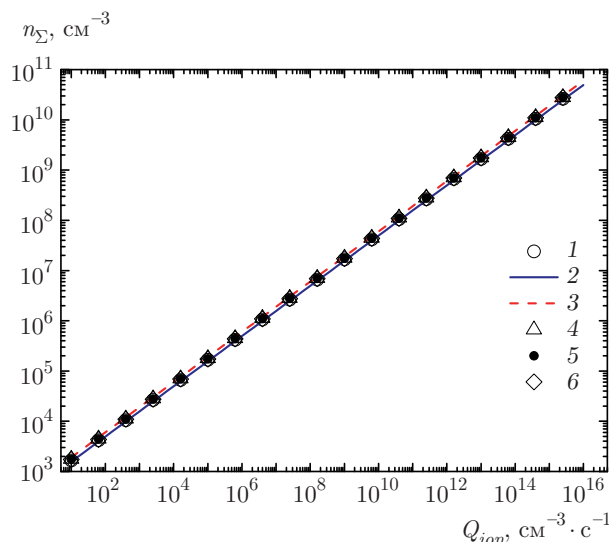


Рис. 1. Суммарная концентрация ионов одного знака как функция скорости ионизации влажного воздуха при атмосферном давлении и парциальном давлении паров воды, равном давлению насыщенных паров (1–4), меньшем давлении насыщенных паров в 10^3 (5) и 10^6 (6) раз. Температура воздуха $T = 273.16$ К (1), 253.16 К (2), 313.16 К (3), 293.16 К (4–6)

проводим до тех пор, пока максимальная невязка не станет меньше заданной:

$$\max(|x_k| \leq \varepsilon \sqrt{Q_{ion}/\beta_{ii}}), \quad k = 1, 2, \dots, N_t,$$

где β_{ii} — характерный коэффициент ион-ионной рекомбинации, в качестве которого взят коэффициент рекомбинации ионов $H_3O^+(H_2O)$ и $O_2^-(H_2O)$, ε — малое число, которое задавалось равным 10^{-12} .

На рис. 1 приведены зависимости от скорости ионизации суммарной концентрации ионов одного знака во влажном воздухе при атмосферном давлении и разных температурах. Парциальное давление паров воды задавалось равным или меньшим в 10^3 и 10^6 раз давления насыщенных паров, которое определялось согласно работе [12]. Видно, что изменение температуры воздуха практически не влияет на суммарную концентрацию плазмы, хотя при этом происходит изменение набора ионов с наибольшими концентрациями. При температурах воздуха -20°C , 0 и 20°C во всем исследованном диапазоне скоростей ионизации основными являются ионы $H_3O^+(H_2O)_6$, $H_3O^+(H_2O)_7$, $O_2^-(H_2O)_9$ и $O_2^-(H_2O)_{12}$, только при температуре -20°C при скоростях ионизации $Q_{ion} \geq 10^{15} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ последний ион меняется на $O_2^-(H_2O)_5$. При температуре воздуха 40°C основными являются те же положительные ионы, а основные отрицательные ионы — это $O_2^-(H_2O)_8$ и $O_2^-(H_2O)_9$.

При уменьшении парциального давления паров воды в 10^3 раз при $T = 20^\circ\text{C}$ (концентрация паров воды $5.8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) основными ионами при малых скоростях ионизации газа до $Q_{ion} < 4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ являются $H_3O^+(H_2O)_4$, $H_3O^+(H_2O)_5$, $O_2^-(H_2O)_2$ и $O_2^-(H_2O)_3$; при больших скоростях ионизации до $Q_{ion} \leq 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ число молекул воды в положительных ионах уменьшается на единицу, после $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ среди основных остается только ион $H_3O^+(H_2O)_4$, а среди отрицательных добавляется $O_2^-(H_2O)$; при $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ основными отрицательными ионами становятся O_2^- , $O_2^-(H_2O)$ и $O_2^-(H_2O)_2$.

При уменьшении парциального давления паров воды в 10^6 раз при $T = 20^\circ\text{C}$ (концентрация паров воды $5.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$) при малых скоростях ионизации газа до $\sim 2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ основными ионами плазмы являются $H_3O^+(H_2O)_2$, $H_3O^+(H_2O)_3$, $O_2^-(H_2O)$ и $O_2^-(H_2O)_2$, т.е. несмотря на столь малое содержание молекул воды при малых скоростях ионизации основными ионами плазмы являются гидратированные ионы. Потом с ростом скорости ионизации среди основных появляются ионы NO_2^+ вместо $H_3O^+(H_2O)_2$, O_2^- вместо $O_2^-(H_2O)_2$, O_4^+ вместо $H_3O^+(H_2O)_3$ и при $Q_{ion} \geq 4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ гидратированные ионы исчезают и основными становятся O_2^- , O_4^- , O_4^+ и $NO^+(O_2)$.

На рис. 2 приведены зависимости от скорости ионизации стационарных концентраций электронов во влажном воздухе, содержащем 1.5% (что соответствует относительной влажности 60%) паров H_2O при $T = T_e = 300$ К и атмосферном давлении. Видно, что концентрация электронов много меньше концентрации основных ионов, которыми являются ионы $H_3O^+(H_2O)_6$, $H_3O^+(H_2O)_7$, $O_2^-(H_2O)_5$ и $O_2^-(H_2O)_8$. Там же приведены концентрации соседних в цепочке к основным ионов $H_3O^+(H_2O)_5$, $H_3O^+(H_2O)_8$, $O_2^-(H_2O)_4$ и $O_2^-(H_2O)_9$. Концентрация ионов $O_2^-(H_2O)_6$ не превышала 1.5% от суммарной концентрации ионов, а ионов $O_2^-(H_2O)_7$ была еще на порядок меньше.

Из рис. 3 видно, что с уменьшением содержания паров воды до 100 раз приведенная суммарная концентрация ионов одного знака меняется менее чем на 1%, хотя при изменении содержания паров воды меняется набор основных ионов и при 0.15% основными становятся ионы $H_3O^+(H_2O)_4$, $H_3O^+(H_2O)_5$, $O_2^-(H_2O)_4$ и $O_2^-(H_2O)_5$, а при 0.015% — ионы $H_3O^+(H_2O)_4$, $O_2^-(H_2O)_2$, $O_2^-(H_2O)_3$, $O_2^-(H_2O)_4$, т.е. с уменьшением содержания паров воды уменьшаются число молекул воды в гидратированных ионах.

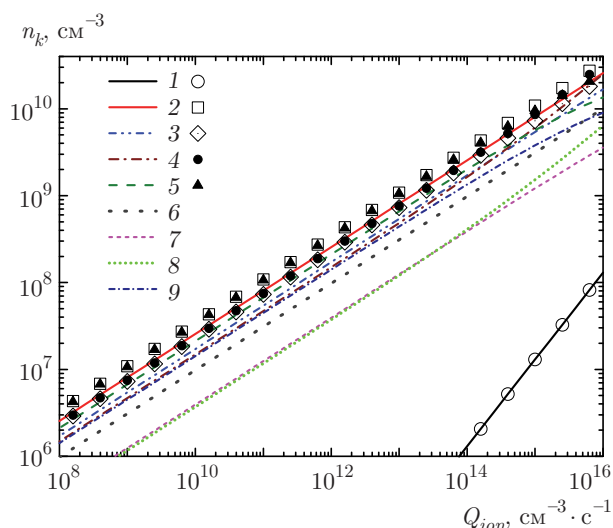


Рис. 2. Стационарные концентрации электронов и ионов как функции скорости ионизации влажного воздуха, содержащего 1.5% паров H₂O при $T = T_e = 300$ К и атмосферном давлении: 1 — концентрация электронов, 2 — ионов H₃O⁺(H₂O)₆, 3 — H₃O⁺(H₂O)₇, 4 — O₂⁻(H₂O)₅, 5 — O₂⁻(H₂O)₈, 6 — H₃O⁺(H₂O)₅, 7 — H₃O⁺(H₂O)₈, 8 — O₂⁻(H₂O)₄, 9 — O₂⁻(H₂O)₉. Кривые — численное решение полной системы, символы — укороченной системы с $n_{sh} = 5$

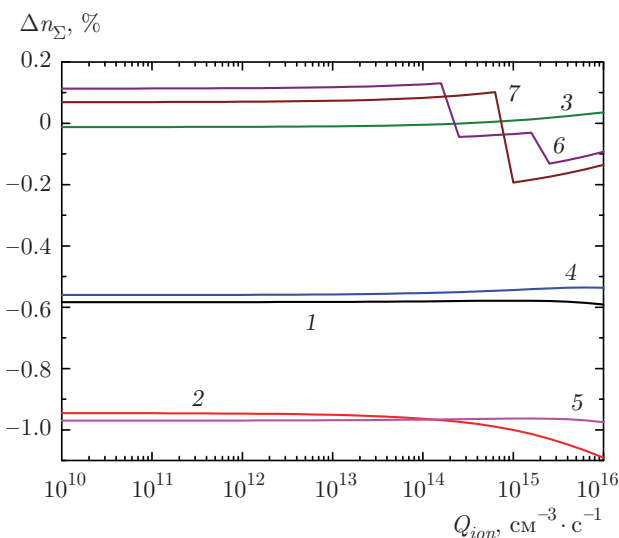


Рис. 3. Относительные изменения суммарной концентрации ионов одного знака $\Delta n_{\Sigma} = (n_{\Sigma} - n_{\Sigma 1.5}) / n_{\Sigma 1.5}$ ($n_{\Sigma 1.5}$ — суммарная концентрация при содержании 1.5% паров воды) как функции скорости ионизации влажного воздуха при $T = T_e = 300$ К и атмосферном давлении. Кривые 1, 2 — решения полной системы при содержании паров воды 0.15% (1) и 0.015% (2), 3–7 — решения укороченной системы при $n_{sh} = 5$ (доли паров воды 1.5% (3), 0.15% (4), 0.015% (5)), $n_{sh} = 4$ (6, доля паров воды 1.5%) и $n_{sh} = 3$ (7, доля паров воды 1.5%)

3. ФОРМИРОВАНИЕ УКРОЧЕННОЙ СИСТЕМЫ

Для нахождения постоянных экранирования и установления их физического смысла необходимо уменьшить число решаемых уравнений, так как процедура вычисления коэффициентов и само решение алгебраического уравнения большого (в нашем случае 56-го) порядка встречается с определенными численными трудностями и анализ большого числа постоянных экранирования лишен смысла. При моделировании нестационарного процесса зарядки пылевой частицы или сферического зонда также необходимо ограничить число решаемых уравнений и рассматривать только уравнения баланса для основных компонент плазмы с наибольшими концентрациями, тем более что многие компоненты плазмы имеют пренебрежимо малые концентрации (набор таких компонент зависит от состава, давления, температуры и скорости ионизации газа). Поэтому перейдем к формированию укороченной системы, в которую включим уравнения баланса для электронов и уравнения баланса по крайней мере для одного положительного и одного отрицательного ионов с наибольшими концентрациями в невозмущенной плазме. Среди основных типов заряженных частиц плазмы в укороченной системе мы оставляем электроны из-за их высокой подвижности, поэтому даже при их малой концентрации они могут оказать существенное влияние на зарядку и экранирование электрического поля пылевой частицы. В работах [9, 13] было показано, что зарядка пылевой частицы определяется электронной компонентой при выполнении условия

$$Q_{ion} \gg \frac{1}{\beta_{ii}} \left(\frac{\mu_i \alpha_e}{\mu_e} \right)^2,$$

где β_{ii} — характерный коэффициент ион-ионной рекомбинации, μ_i — характерная подвижность отрицательных ионов, α_e — частота прилипания электронов во влажном воздухе (отметим, что в формуле (31) в работе [9] опечатка — потеряно возведение в квадрат). Согласно [11], во влажном воздухе при температуре 300 К и атмосферном давлении имеем $\beta_{ii} \approx 3 \cdot 10^{-6}$ см³/с, $\mu_i \approx 2$ см²/(В·с), $\mu_e = 1.7 \cdot 10^4$ см²/(В·с), $\alpha_e = 7.66 \cdot 10^7$ с⁻¹ и находим, что зарядка во влажном воздухе будет определяться электронной компонентой при выполнении условия $Q_{ion} \gg 2.7 \cdot 10^{13}$ см⁻³·с⁻¹.

На основе численного решения полной системы уравнений формируем массив с номерами основных ионов с размерностью n_{sh} , которая задается или

определяется числом ионов, чьи концентрации превышают заданное значение, например, 1% от $n_{\Sigma} = (1/2) \sum_{k=1}^{N_t} n_{k,0}$. Далее в каждом j -м стационарном уравнении баланса для выбранных таким образом основных ионов все источники рождения и гибели, не связанные с основными ионами, суммируем и называем $Q_{ion,j}$. Затем из частот и констант скоростей процессов, взаимно связывающих основные ионы, формируем новые массивы частот и коэффициентов рекомбинации. Далее находим решение укороченной системы по той же схеме, что и для полной.

Особый случай возникает при появлении разрывов в цепочках гидратированных положительных или отрицательных ионов (как, например, при содержании паров воды 1.5% основными отрицательными ионами являются $O_2^-(H_2O)_5$ и $O_2^-(H_2O)_8$ с пропуском двух ионов цепочки). В этом случае нужно устранить фиктивные источники рождения и гибели прилегающих к разрыву основных ионов. Обозначим последний ион перед разрывом n_1 , ион после разрыва — n_2 (в приведенном выше примере $n_1 = 5$ и $n_2 = 8$). Далее рассмотрим случай разрыва в два иона. Обозначим $m_1 = N(n_1)$, $m_2 = N(n_1 + 1)$, $m_3 = N(n_2 - 1)$ и $m_4 = N(n_2)$, где $N(n)$ указывает номер гидратированного иона с n молекулами воды в таблице. Для определения стационарных концентраций гидратированных ионов m_1 , m_2 , m_3 и m_4 из (1) имеем

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{j}_{m_1} &= Q_{m_1} - R_{m_1} - \nu_{1,m_2 m_1} n_{m_1} + \\ &\quad + \nu_{1,m_1 m_2} n_{m_2} - S_{m_1} \delta(\mathbf{r}), \\ 0 &= \nu_{1,m_2 m_1} n_{m_1} - \nu_{1,m_3 m_2} n_{m_2} + \\ &\quad + \nu_{1,m_2 m_3} n_{m_3} - \nu_{1,m_1 m_2} n_{m_2}, \\ 0 &= \nu_{1,m_3 m_2} n_{m_2} - \nu_{1,m_4 m_3} n_{m_3} + \\ &\quad + \nu_{1,m_3 m_4} n_{m_4} - \nu_{1,m_2 m_3} n_{m_3}, \\ \nabla \cdot \mathbf{j}_{m_4} &= Q_{m_4} - R_{m_4} + \nu_{1,m_4 m_3} n_{m_3} - \\ &\quad - \nu_{1,m_3 m_4} n_{m_4} - S_{m_4} \delta(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (7)$$

где буквами Q и R обозначены источники рождения и гибели типа ион-ионной и электрон-ионной рекомбинации, т.е. в первом и четвертом уравнениях системы (7) явно выписаны только члены, связанные с исключаемыми ионами m_2 и m_3 . Отметим, например, что $\nu_{1,m_3 m_2}$ — частота скорости прямого процесса, а $\nu_{1,m_2 m_3}$ — обратного. Для исключаемых ионов пренебрежем всеми процессами рекомбинации, переноса и стока ввиду их пренебрежимо малого вклада в гибель этих ионов. Из второго и третьего уравнений системы (7) находим

$$\begin{aligned} \nu_{1,m_1 m_2} n_{m_2} &= (1 - \alpha_1) \nu_{1,m_2 m_1} n_{m_1} + \\ &\quad + \alpha_2 \nu_{1,m_3 m_4} n_{m_4}, \\ \nu_{1,m_4 m_3} n_{m_3} &= \alpha_1 \nu_{1,m_2 m_1} n_{m_1} + \\ &\quad + (1 - \alpha_2) \nu_{1,m_3 m_4} n_{m_4}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \\ &= \frac{\nu_{1,m_4 m_3} \nu_{1,m_3 m_2}}{\nu_{1,m_1 m_2} \nu_{1,m_2 m_3} + \nu_{1,m_1 m_2} \nu_{1,m_4 m_3} + \nu_{1,m_3 m_2} \nu_{1,m_4 m_3}}, \\ \alpha_2 &= \\ &= \frac{\nu_{1,m_1 m_2} \nu_{1,m_2 m_3}}{\nu_{1,m_1 m_2} \nu_{1,m_2 m_3} + \nu_{1,m_1 m_2} \nu_{1,m_4 m_3} + \nu_{1,m_3 m_2} \nu_{1,m_4 m_3}}. \end{aligned}$$

Из (8) видно, что мы должны для ионов m_1 и m_4 в укороченной системе добавить частоты процессов конверсии, которые напрямую свяжут эти ионы:

$$\begin{aligned} \nu_{1sh,m_1 m_1} &= -\alpha_1 \nu_{1,m_2 m_1}, \\ \nu_{1sh,m_1 m_4} &= \alpha_2 \nu_{1,m_3 m_4}, \\ \nu_{1sh,m_4 m_1} &= \alpha_1 \nu_{1,m_2 m_1}, \\ \nu_{1sh,m_4 m_4} &= -\alpha_2 \nu_{1,m_3 m_4}. \end{aligned} \quad (9)$$

В случае отсутствия одного иона цепочки среди основных (в данном случае положим, что среди основных находятся ионы с номерами m_1 и m_3 , отсутствует ион с номером m_2) имеем

$$\begin{aligned} -\nu_{1sh,m_1 m_1} &= \nu_{1sh,m_3 m_1} = \frac{\nu_{1,m_3 m_2} \nu_{1,m_1 m_2}}{\nu_{1,m_3 m_2} + \nu_{1,m_1 m_2}}, \\ -\nu_{1sh,m_3 m_3} &= \nu_{1sh,m_1 m_3} = \frac{\nu_{1,m_1 m_2} \nu_{1,m_2 m_3}}{\nu_{1,m_1 m_2} + \nu_{1,m_2 m_3}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Выпишем для примера в явном виде стационарные уравнения баланса при $n_{sh} = 5$ для следующих основных ионов: электронов (обозначим индексом e), положительных ионов $H_3O^+(H_2O)_6$ (индекс $j = 1$) и $H_3O^+(H_2O)_7$ ($j = 2$), отрицательных ионов $O_2^-(H_2O)_5$ ($j = 3$) и $O_2^-(H_2O)_8$ ($j = 4$). Эти ионы являются основными во влажном воздухе при атмосферном давлении и содержании 1.5% паров H_2O и $T = T_e = 300$ К (см. рис. 2). Имеем следующую укороченную систему:

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \mathbf{j}_e &= Q_{ion} - n_e (\beta_{ei,1} n_1 + \beta_{ei,2} n_2) - \\
&\quad - \alpha n_e - S_e \delta(\mathbf{r}), \\
\nabla \cdot \mathbf{j}_1 &= Q_{ion} + \nu_{sh,12} n_2 - \nu_{sh,21} n_1 - \beta_{ei,1} n_e n_1 - \\
&\quad - n_1 (\beta_{ii,13} n_3 + \beta_{ii,14} n_4) - S_1 \delta(\mathbf{r}), \\
\nabla \cdot \mathbf{j}_2 &= \nu_{sh,21} n_1 - \nu_{sh,12} n_2 - \beta_{ei,2} n_e n_2 - \\
&\quad - n_2 (\beta_{ii,23} n_3 + \beta_{ii,24} n_4) - S_2 \delta(\mathbf{r}), \\
\nabla \cdot \mathbf{j}_3 &= \alpha n_e - \nu_{sh,43} n_3 + \nu_{sh,34} n_4 - \\
&\quad - n_3 (\beta_{ii,13} n_1 + \beta_{ii,23} n_2) - S_3 \delta(\mathbf{r}), \\
\nabla \cdot \mathbf{j}_4 &= \nu_{sh,43} n_3 - \nu_{sh,34} n_4 - \\
&\quad - n_4 (\beta_{ii,14} n_1 + \beta_{ii,24} n_2) - S_4 \delta(\mathbf{r}),
\end{aligned} \tag{11}$$

где α_e — частота трехтельного прилипания электронов к молекулам кислорода, $\beta_{ei,1}$, $\beta_{ei,2}$ — коэффициенты диссоциативной ионизации ионов $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_6$ и $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_7$ соответственно, $\beta_{ii,13}$, $\beta_{ii,14}$, $\beta_{ii,23}$, $\beta_{ii,24}$ — коэффициенты ион-ионной рекомбинации ионов $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_6$, $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_7$ и $\text{O}_2^-(\text{H}_2\text{O})_5$, $\text{O}_2^-(\text{H}_2\text{O})_8$ соответственно, $\nu_{sh,21}$ и $\nu_{sh,12}$ — частоты процессов прямой и обратной конверсии ионов $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_6$ и $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_7$ (ионов с номерами $k = 25$ и $k = 26$ в исходной системе (1)), $\nu_{sh,43}$ и $\nu_{sh,34}$ — эффективные частоты процессов прямой и обратной конверсии ионов $\text{O}_2^-(\text{H}_2\text{O})_5$ и $\text{O}_2^-(\text{H}_2\text{O})_8$, определенные соотношениями (9) (для рассматриваемого набора основных ионов $m_1 - m_4 = 49-52$).

В общем случае укороченная система для N_{pos} положительных и N_{neg} отрицательных основных ионов ($N_{pos} + N_{neg} = n_{sh} - 1$, причем $N_{pos} \geq 1$ и $N_{neg} \geq 1$) будет иметь вид

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \mathbf{j}_e &= Q_{ion} - \sum_{\sigma=1}^{N_{pos}} \beta_{ei,\sigma} n_e n_{p,\sigma} - \alpha n_e - S_e \delta(\mathbf{r}), \\
\nabla \cdot \mathbf{j}_{p,\sigma} &= Q_{ion,\sigma} + \sum_{\lambda=1, \lambda \neq \sigma}^{N_{pos}} \nu_{p,\sigma\lambda} n_{p,\lambda} - \\
&\quad - \sum_{\lambda=1, \lambda \neq \sigma}^{N_{pos}} \nu_{p,\lambda\sigma} n_{p,\sigma} - \beta_{ei,\sigma} n_e n_{p,\sigma} - \\
&\quad - \sum_{\tau=1}^{N_{neg}} \beta_{ii,\sigma\tau} n_{p,\sigma} n_{n,\tau} - S_{p,\sigma} \delta(\mathbf{r}), \\
\sigma &= 1, 2, \dots, N_{pos}, \\
\nabla \cdot \mathbf{j}_{n,\tau} &= \alpha_\tau n_e + \sum_{\lambda=1, \lambda \neq \tau}^{N_{neg}} \nu_{n,\tau\lambda} n_{n,\lambda} - \\
&\quad - \sum_{\lambda=1, \lambda \neq \tau}^{N_{neg}} \nu_{n,\lambda\tau} n_{n,\tau} - \sum_{\sigma=1}^{N_{pos}} \beta_{ii,\sigma\tau} n_{p,\sigma} n_{n,\tau} - \\
&\quad - S_{n,\tau} \delta(\mathbf{r}), \quad \tau = 1, 2, \dots, N_{neg}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Здесь $Q_{ion,\sigma}$ — эффективная скорость ионизации с образованием σ -ионов, причем $Q_{ion} = \sum_{\sigma=1}^{N_{pos}} Q_{ion,\sigma}$, α_τ — эффективная частота прилипания электронов с каналом образования τ -ионов, причем $\alpha = \sum_{\tau=1}^{N_{neg}} \alpha_\tau$, $\beta_{ei,\sigma}$ — коэффициенты электрон-ионной рекомбинации, $\beta_{ii,\sigma\tau}$ — коэффициенты ион-ионной рекомбинации, $\nu_{p,\lambda\mu}$ и $\nu_{n,\lambda\mu}$ — эффективные частоты прямых ($\lambda > \mu$) и обратных ($\lambda < \mu$) процессов конверсии и перезарядки положительных и отрицательных ионов в укороченной системе. Трехтельная рекомбинация в случае молекулярных и комплексных ионов практически не играет никакой роли, поэтому во втором уравнении системы (12) она опущена.

Укороченную систему для невозмущенной плазмы будем решать по той же описанной выше схеме, использовавшейся при нахождении стационарного решения полной системы (3) для невозмущенной плазмы. На рис. 2 и 3 представлены результаты расчетов концентрации основных ионов в невозмущенной плазме по укороченной системе при $n_{sh} = 3, 4, 5$. На рис. 2 видно, что концентрации электронов, полученные в расчетах по полной и укороченной системам, практически совпадают, а концентрации основных ионов оказываются незначительно выше в укороченной системе за счет концентрации неосновных ионов. На рис. 3 видно, что относительные изменения суммарной концентрации ионов одного знака при переходе к укороченной системе оказываются довольно малыми (сравните кривые 1 и 4, 2 и 5 и отклонение кривых 3, 6 и 7 от нуля; резкие изменения кривых 6 и 7 при высоких скоростях ионизации вызваны изменением набора основных ионов, что уже отмечалось выше). Также видно, что с уменьшением числа основных ионов отклонение от результатов расчетов по полной системе растет, но не превышает 0.2% во всем исследованном диапазоне изменения скорости ионизации газа. Поэтому ввиду того, что константы скоростей процессов с участием основных и второстепенных ионов различаются не очень сильно, мы можем ожидать, что укороченная система будет описывать процесс экранирования заряда пылевых частиц во влажном воздухе с достаточно высокой точностью.

4. ЭКРАНИРОВАНИЕ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

Процесс стационарной зарядки пылевой частицы, помещенной в начало сферической системы координат $\mathbf{r} = 0$, в рамках укороченной системы

описывается системой уравнений (12), дополненной уравнением Пуассона:

$$\Delta\phi = -4\pi e \left(\sum_{\sigma=1}^{N_{pos}} n_{p,\sigma} - \sum_{\tau=1}^{N_{neg}} n_{n,\tau} - n_e + q\delta(\mathbf{r}) \right). \quad (13)$$

Линеаризуем укороченную систему (12), выполним трехмерное интегральное преобразование полученных уравнений и уравнения (13) и после несложных преобразований находим

$$(A + k^2 I) X = B. \quad (14)$$

Здесь k — длина волнового вектора, I — единичная матрица, A — матрица размерностью $n_{sh} \times n_{sh}$, элементы которой определены соотношениями (индекс σ ниже в формулах и суммах пробегает значения $1, 2, \dots, N_{pos}$, τ — значения $1, 2, \dots, N_{neg}$)

$$A_{1,1} = k_{De}^2 + \sum_{\sigma} \frac{\beta_{ei,\sigma} n_{p,\sigma 0}}{D_e} + \frac{\alpha}{D_e},$$

$$A_{1,1+\sigma} = -k_{De}^2 + \frac{\beta_{ei,\sigma} n_{e0}}{D_e}, \quad A_{1,1+N_{pos}+\tau} = k_{De}^2;$$

строка $\lambda = 1 + \sigma$ ($\mu \neq \sigma$, $v = 1 + \mu$):

$$A_{\lambda,1} = -k_{Dp,\sigma}^2 + \frac{\beta_{ei,\sigma} n_{p,\sigma 0}}{D_{p,\sigma}},$$

$$A_{\lambda,\lambda} = k_{Dp,\sigma}^2 + \sum_{\mu=1, \mu \neq \sigma}^{N_{pos}} \frac{\nu_{p,\mu\sigma}}{D_{p,\sigma}} + \frac{\beta_{ei,\sigma} n_{e0}}{D_{p,\sigma}} + \sum_{\tau} \frac{\beta_{ii,\sigma\tau} n_{n,\tau 0}}{D_{p,\sigma}},$$

$$A_{\lambda,v} = k_{Dp,\sigma}^2 - \frac{\nu_{p,\sigma\mu}}{D_{p,\sigma}},$$

$$A_{1,1+N_{pos}+\tau} = -k_{Dp,\sigma}^2 + \frac{\beta_{ii,\sigma\tau} n_{p,\sigma 0}}{D_{p,\sigma}};$$

строка $\lambda = 1 + N_{pos} + \tau$ ($\mu \neq \tau$, $v = 1 + N_{pos} + \mu$):

$$A_{\lambda,1} = k_{Dn,\tau}^2 - \frac{\alpha}{D_{n,\tau}}, \quad A_{\lambda,1+\sigma} = -k_{Dn,\tau}^2 + \frac{\beta_{ii,\sigma\tau} n_{n,\tau 0}}{D_{n,\tau}},$$

$$A_{\lambda,\lambda} = k_{Dn,\tau}^2 + \sum_{\mu=1, \mu \neq \tau}^{N_{neg}} \frac{\nu_{n,\mu\tau}}{D_{n,\tau}} + \sum_{\sigma} \frac{\beta_{ii,\sigma\tau} n_{p,\sigma 0}}{D_{n,\tau}},$$

$$A_{\lambda,v} = k_{Dn,\tau}^2 - \frac{\nu_{n,\tau\mu}}{D_{n,\tau}};$$

$X = (x_e, x_{p,1}, \dots, x_{p,N_{pos}}, x_{n,1}, \dots, x_{n,N_{neg}})^T$ — столбец фурье-образов отклонений концентраций заряженных частиц плазмы от невозмущенной:

$x_{\lambda} = \int (n_{\lambda} - n_{\lambda,0}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r}$; $n_{e,0}$, $n_{p,\sigma 0}$ и $n_{n,\tau 0}$ — концентрации основных ионов в невозмущенной плазме, B — столбец с элементами $B_{\lambda} = -\text{sign}(e_{\lambda}) q k_{D\lambda}^2 - S_{\lambda}/D_{\lambda}$; $k_{D\lambda}^2$ — постоянная экранирования λ -компоненты плазмы: $k_{D\lambda}^2 = 4\pi e_{\lambda}^2 n_{\lambda,0}/T_{\lambda}$.

Рассмотрим область применимости используемого асимптотического метода решения задачи о экранировании заряда пылевой частицы в многокомпонентной плазме (см. также [2, 9]). Во-первых, она ограничена областью применимости диффузионно-дрейфового приближения. Длина свободного пробега ионов в воздухе при атмосферном давлении оказывается меньше 0.1 мкм, поэтому диффузионно-дрейфовое приближение применимо на микронных и больших расстояниях и, следовательно, имеют физический смысл только постоянные экранирования, которые меньше 10^4 см^{-1} . Во-вторых, она ограничена областью расстояний, на которых справедлива линеаризация системы (12). При получении линеаризованной системы (14) были отброшены все нелинейные члены, которые содержат произведения $\delta n_{\lambda} \delta n_{\sigma}$ или $E \delta n_{\lambda}$, где δn_{λ} — отклонение концентрации заряженных частиц плазмы от значений в невозмущенной плазме вдали от пылевой частицы: $\delta n_{\lambda} = n_{\lambda} - n_{\lambda,0}$. Поэтому асимптотический метод применим только на тех расстояниях, где выполнены условия $\delta n_{\lambda} \ll n_{\lambda,0}$.

Для оценок рассмотрим случай плазмы, близкой к равновесной. В этом случае имеем

$$\mathbf{j}_{\lambda} \equiv \text{sign}(e_{\lambda}) \mu_{\lambda} n_{\lambda} \mathbf{E} - D_{\lambda} \nabla n_{\lambda} \approx 0. \quad (15)$$

Интегрируя (15), получим распределение Больцмана с «температурой», равной характеристической энергии (которая равна обычной температуре в случае максвелловского распределения) $T_{\lambda} = D_{\lambda}/|e_{\lambda}| \mu_{\lambda}$:

$$n_{\lambda} = n_{\lambda,0} \exp \left[-\frac{\text{sign}(e_{\lambda}) \phi}{T_{\lambda}} \right]. \quad (16)$$

Здесь принято, что $\phi|_{r=\infty} = 0$ в невозмущенной плазме. После линеаризации потока (15) получаем

$$\mathbf{j}_{\lambda} \approx -\text{sign}(e_{\lambda}) \mu_{\lambda} n_{\lambda,0} \nabla \phi - D_{\lambda} \nabla n_{\lambda}. \quad (17)$$

После интегрирования (17) с учетом $n_{\lambda} = n_{\lambda,0}$ при $\phi = 0$ для близкой к равновесной плазмы находим

$$\delta n_{\lambda} = -n_{\lambda,0} \frac{\text{sign}(e_{\lambda}) \phi}{T_{\lambda}}. \quad (18)$$

Выражение (18) можно также получить путем линеаризации (16), как в теории Дебая – Хюккеля [14].

Из (18) видно, что требование малости отклонений концентрации электронов и ионов сводится к условию

$$\frac{|e_\lambda \phi|}{T_\lambda} \ll 1, \tag{19}$$

т. е. к известному условию применимости теории Дебая – Хюккеля. Включение стоков электронов и ионов на пылевую частицу приведет к уменьшению их концентраций, но достаточно сильными эти изменения будут только вблизи пылевой частицы. Поэтому можно ожидать, что условие (19) позволит правильно определить область применимости асимптотической теории и в случае неравновесной плазмы.

4.1. Метод Леверье – Фаддеева

Постоянные экранирования определяются корнями определителя матрицы:

$$\det(A + k^2 I) = 0. \tag{20}$$

Уравнение (20) напоминает характеристическое или вековое уравнение для определения собственных значений матрицы A , поэтому для определения коэффициентов полинома ($n = n_{sh}$)

$$\det(A + sI) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n, \quad s = k^2, \tag{21}$$

используем метод Леверье – Фаддеева [10]:

$$\begin{aligned} N_1 &= I, & a_1 &= \frac{1}{1} \text{tr} AN_1, \\ N_2 &= -AN_1 + a_1 I, & a_2 &= \frac{1}{2} \text{tr} AN_2, \\ &\dots & & \\ N_n &= -AN_{n-1} + a_{n-1} I, & a_n &= \frac{1}{n} \text{tr} AN_n, \\ 0 &= -AN_n + a_n I, \end{aligned} \tag{22}$$

где $\text{tr} AN_k$ означает след произведения матриц A и N_k . Последнее уравнение служит для контроля точности выполнения расчетов.

Решая алгебраическое уравнение (21), найдем постоянные экранирования $k_{sh,i}$, $i = 1, n_{sh}$. Затем, выполнив обратное фурье-преобразование, для распределения потенциала в случае однократных и положительных корней уравнения (21) получим [2]

$$\phi(r) = \sum_{i=1}^{n_{sh}} \frac{eq}{r} C_i \exp(-k_{sh,i} r), \tag{23}$$

где C_i – коэффициенты, для определения которых необходимо решить систему (12), (13). В случае

комплексных корней для распределения потенциала имеем [8, 9] (пусть комплексны второй и третий корни)

$$\begin{aligned} \phi(r) = \frac{eq}{r} \left\{ \sum_{i=1, i \neq 2,3}^{n_{sh}} C_i \exp(-k_{sh,i} r) + \right. \\ \left. + \exp(-\kappa_2 r) [Q_2 \cos(\kappa_3 r) + Q_3 \sin(\kappa_3 r)] \right\}, \tag{24} \end{aligned}$$

где

$$\kappa_2 = \frac{1}{2} (k_{sh,2} + k_{sh,3}), \quad \kappa_3 = \frac{i}{2} (k_{sh,3} - k_{sh,2}),$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} (C_2 + C_3), \quad Q_3 = \frac{i}{2} (C_3 - C_2).$$

В случае чисто мнимой константы экранирования, $k_{sh,n_{sh}} = ik_{sh,c}$, распределение потенциала принимает форму

$$\begin{aligned} \phi(r) = \sum_{i=1}^{n_{sh}-1} \frac{eq}{r} C_i \exp(-k_{sh,i} r) + \\ + \frac{eq}{r} C_{n_{sh}} \cos(k_{sh,c} r). \end{aligned} \tag{25}$$

5. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ПОСТОЯННЫХ ЭКРАНИРОВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ

Действительные части постоянных экранирования как функции скорости ионизации влажного воздуха Q_{ion} при разных значениях числа основных ионов показаны на рис. 4, а мнимые – на рис. 5. Как видно на рис. 4, действительные части трех постоянных экранирования при изменении числа основных компонент плазмы практически не меняются. Аналогичная картина наблюдается и для мнимых частей постоянных, зависимости которых от скорости ионизации приведены на рис. 5. При $n_{sh} = 5$ добавляются две действительные постоянные экранирования к постоянным при $n_{sh} = 3$, связанные с процессами конверсии положительных и отрицательных ионов (см. рис. 6). При $n_{sh} = 4$ четвертая постоянная при малых и больших скоростях ионизации совпадает с пятой постоянной при $n_{sh} = 5$, а в области $Q_{ion} \sim 10^{15} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ совпадает с четвертой при $n_{sh} = 5$ (нумерация постоянных по величине действительной части – от малых к большим). Это связано с изменением набора основных ионов плазмы: при малых и больших Q_{ion} при $n_{sh} = 4$ основными являются ионы $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_6$, $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_7$ и $\text{O}_2^-(\text{H}_2\text{O})_8$, а в области $2.3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1} < Q_{ion} < 1.9 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ ион

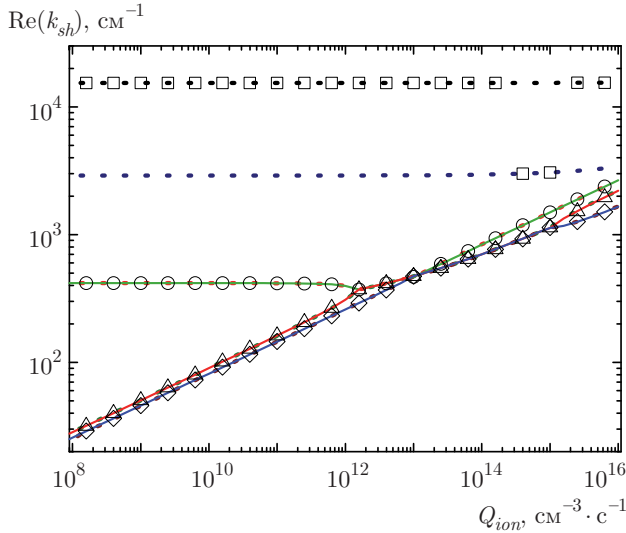


Рис. 4. Действительные части постоянных экранирования во влажном воздухе при содержании 1.5 % паров воды, $T = T_e = 300$ К и атмосферном давлении как функции Q_{ion} при разном числе типов основных ионов: $n_{sh} = 3$ (сплошные линии), 4 (символы), 5 (пунктирные линии)

$\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_7$ заменяется на $\text{O}_2^-(\text{H}_2\text{O})_8$. При $n_{sh} = 3$ до $Q_{ion} \approx 6.6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ основными являются ионы $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_6$ и $\text{O}_2^-(\text{H}_2\text{O})_8$, а при $Q_{ion} > 6.6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ последний ион меняется на $\text{O}_2^-(\text{H}_2\text{O})_5$ (это изменение сопровождается небольшим скачком на рис. 5); при $n_{sh} = 5$ во всем исследованном диапазоне Q_{ion} основными являются ионы $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_6$, $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_7$, $\text{O}_2^-(\text{H}_2\text{O})_5$ и $\text{O}_2^-(\text{H}_2\text{O})_8$.

Из рис. 5 видно, что постоянные экранирования являются комплексными только в ограниченном диапазоне изменения скорости ионизации газа. Левая граница этого диапазона находится в точке, в которой становятся равными вторая и третья постоянные экранирования. При дальнейшем увеличении Q_{ion} мнимые части комплексно-сопряженных корней растут по абсолютной величине и вблизи точки максимума комплексно-сопряженными становятся первая и вторая постоянные. При $Q_{ion} \sim 10^{15} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ все постоянные становятся действительными.

Анализ постоянных экранирования, проведенный в работах [2, 7, 9], позволяет предложить следующие выражения для описания их поведения во влажном воздухе:

$$k_D^2 = k_{De}^2 + \sum_{\sigma=1}^{N_{pos}} k_{Dp,\sigma}^2 + \sum_{\tau=1}^{N_{neg}} k_{Dn,\tau}^2, \quad (26)$$

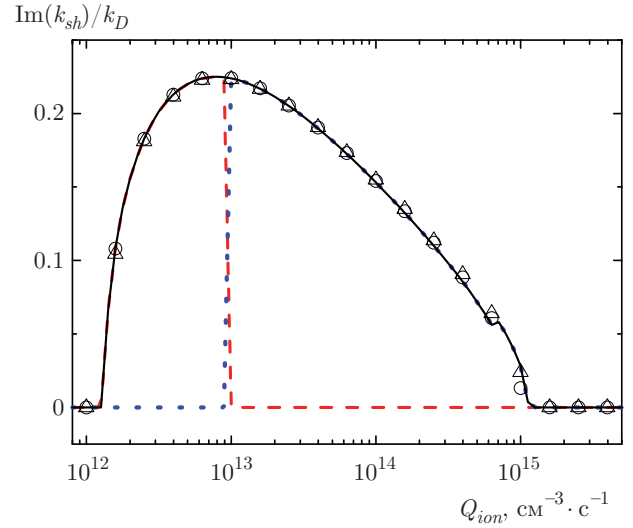


Рис. 5. Мнимые части постоянных экранирования во влажном воздухе при содержании 1.5 % паров воды, $T = T_e = 300$ К и атмосферном давлении как функции Q_{ion} при разном числе типов основных ионов: $n_{sh} = 3$ (штриховая линия — мнимая часть первого корня, сплошная — второго и пунктирная — третьего), 4 (о), 5 (Δ)

$$k_e^2 = \alpha D_e + \sum_{\sigma=1}^{N_{pos}} \left(\frac{\beta_{ei,\sigma} n_{p,\sigma 0}}{D_e} + \frac{\beta_{ii,\sigma \vartheta} n_{p,\sigma 0} n_{n,\vartheta 0}}{D_{n,\vartheta} n_{\Sigma,neg}} \right), \quad (27)$$

$$k_s^2 = \sum_{\sigma=1}^{N_{pos}} \sum_{\tau=1}^{N_{neg}} \beta_{ii,\sigma \tau} \frac{n_{p,\sigma 0} n_{n,\tau 0}}{n_{\Sigma,neg}} \left(\frac{1}{D_{p,\sigma}} + \frac{1}{D_{n,\tau}} \right), \quad (28)$$

$$k_{c1}^2 = \frac{\nu_{p,\lambda_1 \lambda_2}}{D_{p,\lambda_1}} + \frac{\nu_{p,\lambda_2 \lambda_1}}{D_{p,\lambda_2}}, \quad (29)$$

$$k_{c2}^2 = \frac{\nu_{n,\lambda_3 \lambda_4}}{D_{n,\lambda_3}} + \frac{\nu_{n,\lambda_4 \lambda_3}}{D_{n,\lambda_4}}, \quad (30)$$

где ϑ — ион, начинающий цепочку отрицательных гидратированных ионов среди основных, $n_{\Sigma,neg}$ — суммарная концентрация отрицательных ионов (без электронов): $n_{\Sigma,neg} = \sum_{\tau=1}^{N_{neg}} n_{n,\tau 0}$ ($n_{\Sigma,neg} \approx n_{\Sigma,pos} \equiv \sum_{\sigma=1}^{N_{pos}} n_{p,\sigma 0}$), λ_1, λ_2 и λ_3, λ_4 — пары положительных и отрицательных ионов, связанных процессами конверсии друг с другом.

На рис. 6 видно, что предложенные выражения достаточно хорошо описывают поведение постоянных экранирования, четвертая постоянная связана с процессом конверсии отрицательных ионов, а пятая — положительных. На рис. 6 также видно, что при малых скоростях ионизации до левой границы области комплексных корней значения постоянных экранирования, вычисленные из выражений (26)–(28), практически совпадают с данными численных расчетов, причем точка пересечения кривых k_e и k_D

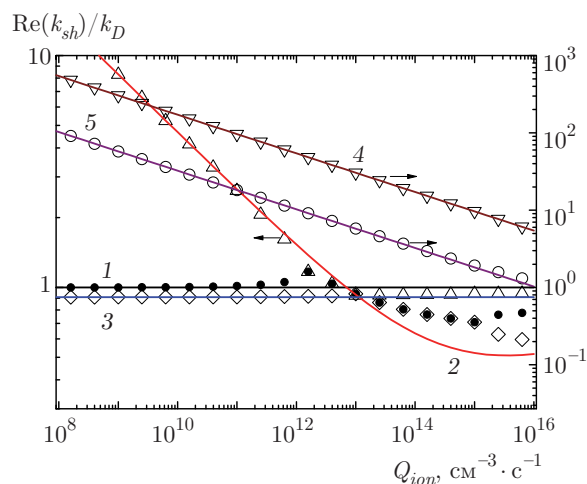


Рис. 6. Действительные части постоянных экранирования как функции скорости ионизации при содержании паров воды 1.5 %, $T = T_e = 300$ К и атмосферном давлении в расчетах с $n_{sh} = 5$. Символы — численные решения векторного уравнения (21), сплошные кривые 1 — дебаевская постоянная экранирования k_D (26), 2 — k_e (27), 3 — k_s (28), 4 — k_{c1} (29), 5 — k_{c2} (30)

находится вблизи левой границы области комплексных постоянных. Аналогичное хорошее согласие наблюдается и при уменьшении содержания паров воды до 0.15 % и 0.015 % (см. рис. 7). В области комплексных корней и при больших скоростях имеет место согласие только для двух постоянных, причем три наименьшие постоянные, как видно на рис. 6 и 7, оказываются меньше дебаевской.

На рис. 8 приведены зависимости мнимой части постоянных экранирования от скорости ионизации при $T = T_e = 300$ К и атмосферном давлении, полученные в расчетах с $n_{sh} = 3$ при разном содержании паров воды во влажном воздухе: 0.015 %, 0.15 % и 1.5 %. Видно, что с ростом содержания паров воды кривые незначительно сдвигаются вправо и незначительно вырастают по величине в точке максимума.

Для $n_{sh} = 4$ и 5 при некоторых значениях скорости ионизации газа, меньших $10^7 \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, появлялась чисто мнимая постоянная экранирования, причем не всегда при одинаковых значениях Q_{ion} (чисто мнимая константа скорости приводит к поведению потенциала без экспоненциального затухания с увеличением расстояния, см. выражение (25)). При $n_{sh} = 3$ таких корней не было, поэтому появление чисто мнимого корня, скорее всего, связано с накоплением ошибок при перемножении матриц в процедуре определения коэффициентов характеристического полинома методом Лаврье – Фаддеева и

с ограниченной точностью численного решения алгебраического уравнения (21), так как при $Q_{ion} < 10^7 \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ две постоянные экранирования, связанные с процессами конверсии ионов, оказываются на 3–4 порядка больше дебаевской постоянной (значение величины $s = k^2$ при этом на 7 и 9 порядков больше).

Хорошее согласие значений постоянных экранирования, даваемых выражениями (26)–(30), с данными численных расчетов позволяет легко оценить чувствительность полученных результатов к значениям констант скоростей элементарных процессов, неопределенность которых имеет место в литературе (см. [11] и цитированную там литературу). В работе [9] было показано, что постоянные экранирования, намного превосходящие дебаевскую постоянную, в численных расчетах зарядки на основе диффузионно-дрейфового приближения не проявляются. Как отмечалось выше, физический смысл в рамках диффузионно-дрейфового приближения имеют только те постоянные, обратная величина которых много больше длины свободного пробега ионов и/или электронов. Значения пятой и четвертой постоянных экранирования во влажном воздухе при атмосферном давлении оказываются достаточно большими (см. рис. 4), поэтому соответствующие им радиусы экранирования ($k_{sh,5}^{-1} = 0.65 \text{ мкм}$, $k_{sh,4}^{-1} = 3.4 \text{ мкм}$) оказываются сравнимыми с длиной свободного пробега электронов и ионов, поэтому они не имеют физического смысла. К тому же на этих расстояниях для пылевых частиц микронных размеров будет нарушено условие применимости асимптотической теории (19).

На рис. 4 также видно, что по мере роста скорости ионизации газа четыре наименьшие постоянные экранирования сближаются и при $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ их различие не превышает двух раз. Поэтому при больших скоростях ионизации газа все радиусы экранирования оказываются сравнимыми с длиной свободного пробега электронов и/или ионов и в этой области асимптотическая теория становится неприменимой. Отметим, что имеющие физический смысл три наименьшие постоянные экранирования определяются коэффициентами электрон-ионной и ион-ионной рекомбинации, константой скорости трехтельного прилипания и коэффициентами диффузии электронов и ионов, которые известны с достаточно высокой точностью. Поэтому мы можем ожидать, что точность определения этих постоянных будет достаточно высокой.

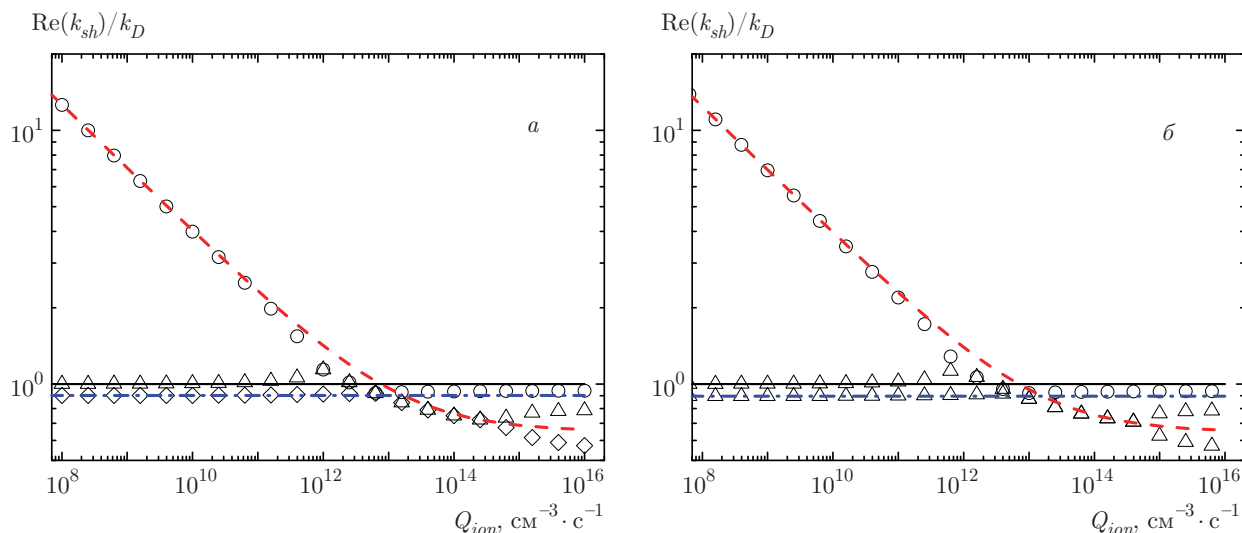


Рис. 7. Действительные части постоянных экранирования как функции скорости ионизации при $T = T_e = 300$ К и атмосферном давлении в расчетах с $n_{sh} = 3$ и содержании паров воды 0.015 % (а) и 0.15 % (б). Символы — численное решение векового уравнения (21), сплошная линия — k_D (26), штриховая — k_e (27), штрихпунктирная — k_s (27)

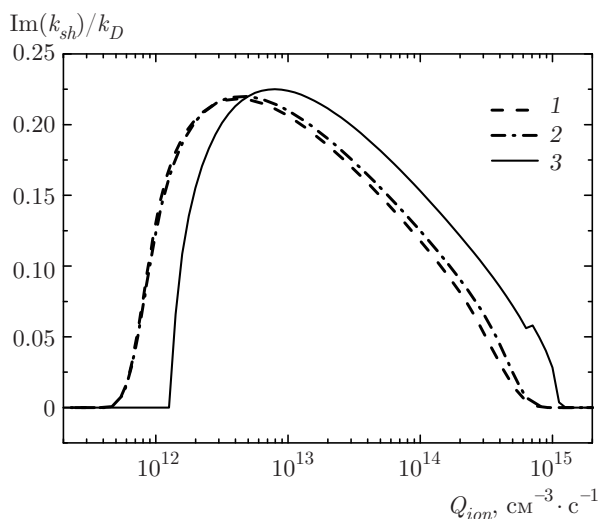


Рис. 8. Мнимые части постоянных экранирования как функции скорости ионизации при $T = T_e = 300$ К и атмосферном давлении в расчетах с $n_{sh} = 3$. Содержание паров воды 0.015 % (1), 0.15 % (2), 1.5 % (3)

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрено экранирование заряда пылевой частицы в многокомпонентной плазме на основе асимптотической теории экранирования. Для определения коэффициентов векового или характеристического полинома, нули которого определяют постоянные экранирования в многокомпонентной плазме, использовался метод Ле-

рье–Фаддеева. На примере плазмы влажного воздуха, создаваемой внешним источником ионизации газа, рассмотрена процедура составления укороченной системы уравнений баланса для основных ионов плазмы и определены постоянные экранирования. Показано, что число оставленных в укороченной системе основных компонент плазмы практически не влияет на значения физически важных постоянных экранирования. Установлено, что одна из постоянных экранирования практически совпадает с дебаевской во всем исследованном диапазоне изменения скорости ионизации газа от 10 до 10^{16} $\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, а остальные определяются обратными характерными длинами, проходимыми электронами и ионами из-за диффузии за характерные времена процессов прилипания электронов, электрон-ионной и ион-ионной рекомбинации и конверсии ионов.

Проведенные исследования показали, что как суммарная концентрация ионов, так и постоянные экранирования слабо зависят от содержания паров воды во влажном воздухе, хотя набор основных ионов при этом меняется. Оказалось, что среди постоянных экранирования есть по крайней мере одна, значение которой меньше дебаевской постоянной. Следовательно, возмущения плазмы, например, зондом при зондовых измерениях или область нарушения квазинейтральности плазмы вблизи стенок разрядной камеры будут простираться на расстояния, большие радиуса Дебая. Это необходимо учитывать при проектировании

плазменных установок, работающих с влажным воздухом, типа установок очистки атмосферы от вредных примесей или аэрозолей.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 16-12-10424).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, Письма в ЖЭТФ **81**, 180 (2005).
2. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, ЖЭТФ **131**, 164 (2007).
3. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, ЖЭТФ **132**, 949 (2007).
4. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот, Письма в ЖЭТФ **88**, 27 (2008) [A. V. Filippov, A. G. Zagorodny, and A. I. Momot, JETP Lett. **88**, 24 (2008)].
5. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, ЖЭТФ **135**, 567 (2009) [A. V. Filippov, A. G. Zagorodny, A. I. Momot, A. F. Pal', and A. N. Starostin, JETP **108**, 497 (2009)].
6. A. V. Filippov and I. N. Derbenev, Contr. Pl. Phys. **49**, 769 (2009).
7. И. Н. Дербенев, А. В. Филиппов, Физика плазмы **36**, 121 (2010) [I. N. Derbenev and A. V. Filippov, Plasma Phys. Rep. **36**, 105 (2010)].
8. И. Н. Дербенев, А. В. Филиппов, ЖЭТФ **143**, 590 (2013).
9. И. Н. Дербенев, А. В. Филиппов, ЖЭТФ **148**, 391 (2015) [I. N. Derbenev and A. V. Filippov, JETP **121**, 340 (2015)].
10. Shui-Hung Ho, SIAM Rev. **40**, 706 (1998).
11. А. В. Филиппов, И. Н. Дербенев, Н. А. Дятко, С. А. Куркин, Г. Б. Лопанцева, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, ЖЭТФ **152**, 293 (2017).
12. D. M. Murphy and T. Koop, Quart. J. Roy. Met. Soc. **131**, 1539 (2005).
13. А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. В. Филиппов, Физика плазмы **27**, 155 (2001).
14. P. Debye and E. Hückel, Phys. Zeitschr. **24**, 185 (1923).