

СТРУКТУРНЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ В НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ С ГИБРИДНОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ

*В. А. Делев**, *А. П. Крехов*

*Институт физики молекул и кристаллов Уфимского научного центра Российской академии наук
450075, Уфа, Россия*

Поступила в редакцию 23 июня 2017 г.

Изучены структурные превращения в слое нематического жидкого кристалла (НЖК) МББА с гибридной ориентацией, когда на одной из подложек создается планарная ориентация директора, а на другой — гомеотропная. Для случая приложенного к слою постоянного напряжения первичной неустойчивостью является флексоэлектрическая, приводящая к возникновению флексоэлектрических доменов, ориентированных вдоль директора на подложке с планарной ориентацией. При дальнейшем увеличении напряжения на фоне флексоэлектрических доменов развивается электроконвективная неустойчивость в виде движущихся роллов, практически перпендикулярных флексодоменам. Таким образом, в одной системе наблюдается сосуществование пространственно-периодических структур различной природы: равновесной статической флексоэлектрической деформации директора и диссипативных движущихся наклонных электроконвективных роллов. Для случая переменного напряжения первичной неустойчивостью является электроконвективная, приводящая, в зависимости от частоты электрического поля, к движущимся наклонным или нормальным роллам. Выше порога электроконвекции наблюдается переход к движущимся «анормальным» роллам, волновой вектор которых совпадает с исходным направлением директора на подложке с планарной ориентацией, а проекция директора в середине слоя на плоскость слоя НЖК образует с волновым вектором некоторый угол. Результаты численных расчетов пороговых характеристик первичных неустойчивостей хорошо согласуются с полученными экспериментальными данными.

DOI: 10.7868/S0044451017120000

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в физике конденсированных сред широко исследуются системы, демонстрирующие возникновение надмолекулярного порядка. Это связано с фундаментальными вопросами установления механизмов структурных превращений, возникновения хаоса и турбулентности в таких системах, а также с возможностью использования результатов исследований в различных областях техники. Жидкие кристаллы (ЖК) представляют собой анизотропные жидкости и по своим физическим свойствам занимают промежуточное положение между изотропными жидкостями и кристаллическими твердыми телами [1, 2]. Одним из отличительных свойств ЖК является их способность изменять ориентационную структуру при очень слабых внешних воздействиях. Благодаря анизотропии физических свойств в ЖК наблюдается широкий спектр струк-

турных превращений под действием внешних электрических и магнитных полей, гидродинамических потоков, градиента температуры [2, 3].

Механизмы образования надмолекулярного порядка наиболее активно изучаются в нематических жидких кристаллах (НЖК) под действием электрического поля. Уникальной особенностью данной системы является возможность реализации большого числа как равновесных (пространственно-периодический переход Фредерика, флексоэлектрические домены), так и диссипативных (электроконвективные роллы в проводящем и диэлектрическом режимах, решетки дефектов, фазовые волны) пространственно-периодических структур [3]. НЖК характеризуются наличием ориентационного упорядочения молекул удлинённой формы, они имеют тенденцию устанавливаться параллельно некоторой общей оси, характеризующейся единичным вектором — директором \mathbf{n} ; в то же время дальний порядок в расположении центров масс молекул отсутствует [1, 2]. В результате переориентации директора изменяются оптические свойства среды,

* E-mail: deleev@anrb.ru

что позволяет очень точно регистрировать пороги образования пространственно-периодических структур и получать информацию о распределении директора [4].

Основой практически всех экспериментальных исследований структурных превращений в НЖК служит тонкослойная ячейка типа «сэндвич», в которой слой НЖК толщиной (5–100) мкм заключен между двумя прозрачными электродами на стеклянных подложках. С помощью различных способов обработки (механического натирания, нанесения полиимидной пленки, использования ПАВ) на ограничивающих слой ЖК поверхностях обеспечивается однородная ориентация молекул НЖК: параллельно подложке — так называемая планарная ориентация, перпендикулярно подложке — гомеотропная ориентация. Зазор между электродами фиксируется диэлектрическими прокладками. К электродам прикладывается постоянное или переменное напряжение. В случае переменного напряжения, кроме амплитуды, его частота является вторым важным контрольным параметром, который позволяет расширить спектр наблюдаемых структурных превращений в НЖК. Относительная простота управления амплитудой и частотой приложенного напряжения, высокий оптический контраст возникающих пространственно-периодических структур (вследствие оптической анизотропии НЖК) дают значительные преимущества при экспериментальных исследованиях структурных превращений в НЖК.

В ряде нематиков при приложении к планарному слою НЖК постоянного напряжения выше некоторого порогового значения возникает флексоэлектрическая неустойчивость, наблюдаемая в виде доменов, ориентированных вдоль исходного направления директора. Механизм неустойчивости обусловлен возникновением флексоэлектрической поляризации при неоднородном распределении директора [5]. Флексоэлектрическая поляризация характеризуется двумя флексокоэффициентами, e_1 и e_3 , для деформаций соответственно поперечного и продольного изгибов. Образующиеся флексоэлектрические домены (флексодомены) представляют собой пример равновесной пространственно-периодической структуры, в которой отсутствует течение и распределение директора соответствует минимуму полной свободной энергии НЖК в электрическом поле [2]. Впервые такие домены были описаны в работах [6, 7], а их флексоэлектрическая природа была установлена в последующих экспериментальных [8, 9] и теоретических [10, 11] работах. Согласно теории [12],

образование флексодоменов в планарном слое НЖК возможно только в определенной, ограниченной области значений материальных параметров НЖК, отвечающих за неустойчивость: разности флексокоэффициентов $e_1 - e_3$, анизотропии диэлектрической проницаемости $\varepsilon_a = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$ (\parallel означает направление вдоль директора, \perp — перпендикулярно директору), констант упругости k_{11} и k_{33} для деформаций соответственно поперечного и продольного изгибов. Этим объясняется тот факт, что флексоэлектрические домены наблюдались не во всех исследованных нематических жидких кристаллах.

Наиболее характерным типом наблюдающихся в планарных НЖК пространственно-периодических структур являются электроконвективные роллы, возникающие под действием как переменного, так и постоянного приложенного напряжения. Электроконвективные роллы ориентированы (в зависимости от частоты переменного напряжения) перпендикулярно или под небольшим углом к исходной ориентации директора и являются примером диссипативной структуры, в которой пространственно-периодическая деформация директора сопровождается конвективным гидродинамическим течением. Начиная с их открытия [13, 14], электроконвективные структуры в НЖК продолжают оставаться объектом активных исследований. Сценарий неустойчивости определяется знаками анизотропии диэлектрической проницаемости ε_a и электропроводности $\sigma_a = \sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}$, а также исходным распределением поля директора [15, 16]. Анализ механизма электроконвекции в НЖК базируется на идеях Карра [17] и Хельффриха [18], которые привели к построению так называемой стандартной модели электроконвекции [1, 19]. В рамках стандартной модели необходимым условием возникновения электроконвективной неустойчивости является положительный знак анизотропии электропроводности, $\sigma_a > 0$. Данная модель исключает существование электроконвективных структур в НЖК с комбинацией материальных параметров $\varepsilon_a < 0$, $\sigma_a < 0$, что противоречит результатам экспериментальных исследований [20–23]. Электроконвекция в НЖК, для которых механизм Карра–Хельффриха неприменим, получила название «нестандартной» электроконвекции [21]. Некоторые особенности структур, наблюдавшихся в нестандартной электроконвекции, в частности, ориентация роллов, близкая к параллельной исходной ориентации директора, аналогично флексоэлектрическим доменам, указывают на возможную роль флексополяризации в механизме их образования. Дальнейшее развитие модели

электроконвекции, учитывающей флексополяризацию [12, 24], позволило объяснить нестандартную электроконвекцию, продемонстрировав хорошее количественное согласие с экспериментальными пороговыми характеристиками. Существенное влияние флексополяризации на электроконвекцию было продемонстрировано в ряде случаев и для НЖК с $\sigma_a > 0$ [25, 26].

Закритическая область электроконвекции в НЖК также весьма богата различными вторичными неустойчивостями и сценариями их развития. Один из наиболее важных механизмов связан с возбуждением однородной (в плоскости слоя НЖК) твист-моды директора, который приводит к образованию так называемых «анормальных» (abnormal) роллов [27–29]. Кроме того, взаимодействие твист-моды с конвективными модами роллов в переменном электрическом поле может приводить к развитию локальных осцилляций между двумя вырожденными состояниями (зиг и заг) наклонных роллов [30]. Динамика таких осцилляций представляет собой типичные картины пространственно-временного хаоса [31]. В случае приложенного постоянного напряжения выше критического в планарных НЖК может наблюдаться электроконвективная неустойчивость, приводящая к формированию двумерной доменной структуры, представляющей собой суперпозицию зиг- и заг-роллов [32, 33]. Потеря устойчивости такой структуры сопровождается развитием зиг-заг-осцилляций с последующей их фазовой синхронизацией, проявляющаяся в генерации фазовых волн [34–39].

Таким образом, в настоящее время структурные превращения в НЖК с симметричными граничными условиями являются хорошо изученными.

Результаты одних из первых экспериментальных исследований пространственно-периодических структур в НЖК с несимметричными граничными условиями представлены в работах [40, 41], где изучался НЖК с гибридной ориентацией (на одной подложке создавалась планарная ориентация директора, а на другой — гомеотропная) под действием переменного напряжения. В отличие от случая начальной планарной ориентации, увеличение приложенного напряжения выше порога приводило к возникновению не стационарных, а движущихся электроконвективных роллов. Теоретический анализ порогов электроконвекции в НЖК с гибридной и наклонной ориентациями был проведен в работе [42]. В дальнейшем были экспериментально исследованы пороговые характеристики электроконвек-

тивной неустойчивости в НЖК с гибридной ориентацией под действием переменного электрического поля, которые хорошо согласуются с результатами численных расчетов [43].

Структурные превращения в НЖК с гибридной ориентацией под действием постоянного напряжения описаны в работах [44, 45]. Было обнаружено, что в этом случае первичной неустойчивостью является флексоэлектрическая, что приводит к образованию флексодоменов. В работе [46] приводится численный анализ флексоэлектрической неустойчивости в слое НЖК с гибридной ориентацией под действием постоянного электрического поля. В частности, показано, что пороговое напряжение образования флексодоменов зависит от направления приложенного электрического поля относительно исходной ориентации директора. Однако экспериментальная проверка данного вывода до настоящего времени не была проведена. Отметим, что в холестерических ЖК и в закрученных НЖК также наблюдается флексоэлектрическая неустойчивость [47, 48], обладающая целым рядом особенностей по сравнению с планарными слоями, что связано с неоднородностью начального распределения директора (твист-структура).

Несмотря на ряд имеющихся экспериментальных и теоретических результатов, исследования структурных превращений в НЖК с гибридной ориентацией продолжают носить несистематический характер. Целью данной работы является детальное исследование пространственно-периодических структур, возникающих в слоях НЖК с гибридной ориентацией под действием постоянного и переменного электрического поля в широком диапазоне контрольных параметров — частоты и амплитуды приложенного напряжения. В разд. 2 описана методика эксперимента. В разд. 3 приводятся результаты исследований структурных превращений в НЖК с гибридной ориентацией под действием постоянного электрического поля. Детально анализируется первичная неустойчивость — флексоэлектрические домены, а также структурные переходы выше порога образования флексодоменов. Раздел 4 посвящен первичным и вторичным электроконвективным неустойчивостям, возникающим под действием переменного электрического поля. В разд. 5 подводятся итоги работы.

2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В работе использовался НЖК 4-*n*-метоксибензиден-*n*-бутиланилин (МБА), представляющий со-

бой пример типичного нематика, структурные превращения в котором под действием электрического поля продолжают наиболее активно исследоваться. МББА также является одним из немногих НЖК, материальные параметры которого хорошо известны, что делает возможным количественное сопоставление результатов теоретических расчетов с полученными экспериментальными данными. НЖК помещался между двумя стеклянными подложками с проводящим покрытием, разделенными майларовыми прокладками. Для создания гибридной ориентации НЖК использовались подложки с различными поверхностными характеристиками. Одна из подложек с проводящим покрытием из SnO₂ натиралась в одном направлении, что обеспечивало однородную планарную (параллельно плоскости подложки) ориентацию директора на поверхности. Гомеотропная (перпендикулярно плоскости подложки) ориентация на другой подложке с проводящим покрытием из ITO достигалась очисткой ее поверхности этанолом [49, 50]. Ориентация директора в изготовленных гибридных ЖК-ячейках контролировалась поляризационно-оптическими методами. Было установлено, что в исходной гибридной ориентации директор лежит в плоскости $x-z$, образованной планарной ориентацией директора, $\mathbf{n} \parallel \hat{\mathbf{x}}$, на нижней подложке и гомеотропной, $\mathbf{n} \parallel \hat{\mathbf{z}}$, на верхней подложке. Увеличение приложенного к ЖК-ячейке постоянного напряжения от 0 до 1 В приводит к непрерывному росту фазовой задержки в геометрии скрещенных николей, что соответствует деформации исходного профиля директора, при этом директор не выходит из плоскости $x-z$; при выключении напряжения значение фазовой задержки возвращается к исходному. Для изучения зависимостей пороговых характеристик пространственно-периодических структур от толщины слоя НЖК использовались прокладки толщиной 13 мкм, 23 мкм и 40 мкм. Температура ЖК-ячейки стабилизировалась термостатом Instec при $T = (25 \pm 0.1)^\circ\text{C}$. Прикладываемое к ЖК-ячейке напряжение генерировалось цифроаналоговым преобразователем L-card-1250, сопряженным с усилителем Talbot-9200.

Возникающие под действием приложенного напряжения пространственно-периодические структуры наблюдались в поляризационно-оптический микроскоп Zeiss Axio Imager, а их изображения регистрировались при помощи CCD-камеры PCO VX44 с разрешением 512×512 точек, частотой кадров 25 Гц и 256 уровнями серого цвета. Оцифрованные изображения обрабатывались на компьютере. Для определения порогов образования пространственно-

периодических структур приложенное напряжение изменялось с шагом 50 мВ и ячейка выдерживалась в течение 2–3 мин при данном напряжении, чтобы обеспечить релаксацию возможных переходных процессов. Контраст полученного изображения C вычислялся по формуле:

$$C = \left\langle \sqrt{\frac{1}{512} \sum_{i=1}^{512} \left(\frac{I_{ij}}{I_j^{av}} - 1 \right)^2} \right\rangle, \quad (1)$$

где I_{ij} — интенсивность i -го пиксела в j -й линии, I_j^{av} — средняя величина интенсивности j -й линии, а угловые скобки означают усреднение по различным линиям. Как правило, для определения контраста каждого изображения использовалось 100 линий, ориентированных перпендикулярно направлению ориентации доменной структуры. Линейный фиттинг зависимости контраста C от приложенного напряжения U вблизи порога позволяет достаточно точно определить критическое напряжение U_c образования пространственно-периодической структуры. Пространственный период структур определялся с помощью двумерного фурье-преобразования оцифрованных изображений. Изучение гидродинамических потоков в пространственно-периодических структурах проводилось с помощью анализа движения пробных частиц диаметром (2–4) мкм, добавленных в НЖК.

3. НЖК С ГИБРИДНОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассмотрим ориентационные неустойчивости, наблюдающиеся в НЖК МББА с гибридной ориентацией под действием приложенного к ЖК-ячейке постоянного напряжения. Начальная гибридная ориентация директора в отсутствие электрического поля однородна в плоскости слоя $x-y$ и изменяется в плоскости $x-z$ от планарной, $\mathbf{n}(z = -d/2) \parallel \hat{\mathbf{x}}$, на нижней подложке до гомеотропной, $\mathbf{n}(z = d/2) \parallel \hat{\mathbf{z}}$, на верхней, где d — толщина слоя НЖК.

3.1. Флексозлектрическая неустойчивость и ее пороговые характеристики

При увеличении приложенного постоянного напряжения выше некоторого порогового значения возникает пространственно-периодическая неустойчивость в виде доменов, ориентированных вдоль исходной планарной ориентации директора $\mathbf{n} \parallel \hat{\mathbf{x}}$ на нижней подложке (рис. 1). Изображения регистрировались в оптической геометрии, когда поляриза-

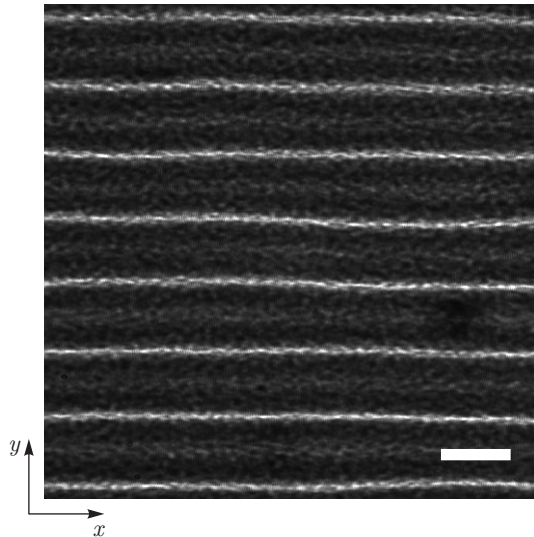


Рис. 1. Флексоэлектрические домены в НЖК МБА с гибридной ориентацией вблизи порога. Толщина ЖК-ячейки $d = 40$ мкм. Масштаб 100 мкм

тор и анализатор параллельны директору на нижней подложке с планарной ориентацией. В случае недостаточно высокого контраста исходных изображений проводилась их стандартная программная обработка (усиление контраста).

Наблюдения за примесными частицами показали, что в пороге образования продольных доменов частицы остаются неподвижными. Продольная ориентация доменов, отсутствие гидродинамических потоков и стационарный характер деформации директора свидетельствуют о флексоэлектрической природе данной неустойчивости. Поляризационно-оптический анализ доменной структуры показал, что образование флексодоменов сопровождается выходом директора из плоскости $x-z$ начальной гибридной ориентации на угол $\pm\phi$ в соседних полупериодах флексоэлектрических доменов.

На рис. 2 представлены зависимости контраста C , вычисленного по формуле (1), от приложенного «положительного» и «отрицательного» напряжений, подаваемых на нижнюю подложку с планарной ориентацией директора. Критическое напряжение образования флексоэлектрических доменов U_c^{fl} определялось из линейного фиттинга $C(U)$ вблизи порога (рис. 2). При «положительном» напряжении на нижней подложке имеем $U_c^{fl(+)} = 1.75$ В. При смене полярности, когда на подложку с планарной ориентацией директора подается «отрицательное» напряжение, порог образования флексоэлектрических доменов увеличивается, $U_c^{fl(-)} = 2.38$ В (рис. 2).

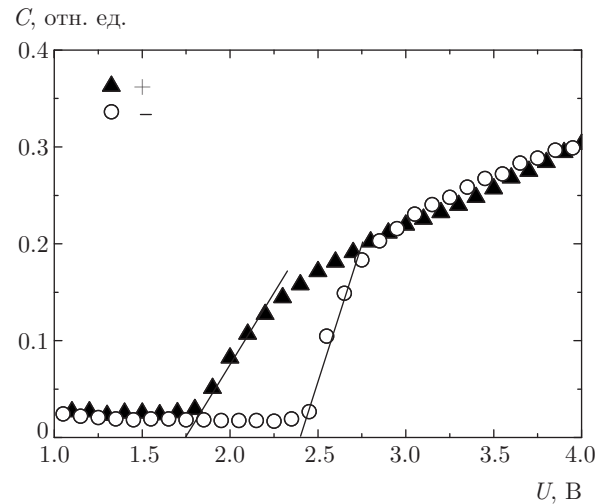


Рис. 2. Зависимости контраста C от приложенных «положительного» и «отрицательного» напряжений для ЖК-ячейки толщиной $d = 40$ мкм

Установлено, что для ЖК-ячеек различной толщины ($d = 13, 23, 40$ мкм) пороговые «положительное» и «отрицательное» напряжения образования флексоэлектрических доменов практически не изменяются и составляют соответственно $U_c^{fl(+)} = (1.8 \pm 0.1)$ В и $U_c^{fl(-)} = (2.4 \pm 0.1)$ В. Пространственный период (ширина) доменной структуры Λ растет линейно с увеличением толщины слоя НЖК $\Lambda/d = 2.5 \pm 0.1$ и уменьшается с увеличением приложенного напряжения выше порога.

3.2. Анализ пороговых характеристик флексоэлектрической неустойчивости

Рассмотрим слой НЖК толщиной d с осью z , направленной перпендикулярно ограничивающим подложкам при $z = \pm d/2$. Аналогично экспериментальной геометрии директор ориентирован параллельно оси x при $z = -d/2$, $\mathbf{n}(z = -d/2) = (1, 0, 0)$, и параллельно оси z при $z = d/2$, $\mathbf{n}(z = d/2) = (0, 0, 1)$. С учетом нормировки $\mathbf{n}^2 = 1$ компоненты директора могут быть записаны в виде

$$n_x = \cos \theta \cos \phi, \quad n_y = \cos \theta \sin \phi, \quad n_z = \sin \theta, \quad (2)$$

где θ — угол между директором и плоскостью $x-y$, а ϕ — угол между проекцией директора на плоскость $x-y$ и осью x . Постоянное электрическое поле напряженностью E_0 приложено вдоль оси z и электрическое поле \mathbf{E} внутри слоя НЖК имеет вид $\mathbf{E} = E_0 \hat{z} - \nabla \Phi$, где Φ — индуцированный электрический потенциал. Равновесное стационарное распре-

ление директора может быть найдено минимизацией полной свободной энергии НЖК:

$$\mathcal{F} = \int \left\{ \frac{1}{2} [k_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + k_{22}(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + k_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2] - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_a (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E})^2 - \mathbf{P}_{fl} \cdot \mathbf{E} \right\} dV, \quad (3)$$

где флексоэлектрическая поляризация имеет вид

$$\mathbf{P}_{fl} = e_1 \mathbf{n}(\nabla \cdot \mathbf{n}) - e_3 \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{n}). \quad (4)$$

В основном состоянии (до возникновения пространственно-периодической неустойчивости) имеем $\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 = \{\cos \theta_0(z), 0, \sin \theta_0(z)\}$, $\Phi = \Phi_0(z)$. В дальнейшем для упрощения задачи рассмотрим одноконстантное приближение $k_{11} = k_{22} = k_{33} = K$ и будем считать электрическое поле постоянным ($\Phi = 0$, что является хорошим приближением при малых значениях $\varepsilon_0 \varepsilon_a E_0^2 d^2 / (K \pi^2)$). Вводя единицу длины d/π , после минимизации (3) получим уравнение для основного состояния $\theta_0(z)$:

$$\theta_{0,zz} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_a E_0^2 d^2}{K \pi^2} \sin \theta_0 \cos \theta_0 = 0, \quad (5)$$

$$\theta_0(-\pi/2) = 0, \quad \theta_0(\pi/2) = \pi/2,$$

где введено обозначение ${}_z \equiv \partial/\partial z$. Уравнение (5) имеет решение в неявном виде:

$$z = -\frac{\pi}{2} + \int_0^{\theta_0} \frac{da}{\sqrt{C + \varepsilon_0 \varepsilon_a E_0^2 d^2 / (K \pi^2) \cos^2 a}}, \quad (6)$$

где константа интегрирования C определяется из граничного условия $\theta_0(\pi/2) = \pi/2$.

Проведем линейный анализ устойчивости основного состояния $\mathbf{n} = \mathbf{n}_0$ по отношению к малым возмущениям $\theta_1(y, z)$, $\phi_1(y, z)$, периодическим по y :

$$\theta_1(y, z) = \cos(py) \tilde{\theta}(z), \quad \phi_1(y, z) = \sin(py) \tilde{\phi}(z). \quad (7)$$

Варируя свободную энергию (3) по отношению к $\tilde{\theta}(z)$, $\tilde{\phi}(z)$, получим систему линейных уравнений:

$$\tilde{\theta}_{,zz} - [p^2 - \tilde{U}^2 \mu (2 \cos^2 \theta_0 - 1)] \tilde{\theta} + p \tilde{U} \cos^2 \theta_0 \tilde{\phi} = 0, \quad (8)$$

$$(\cos^2 \theta_0 \tilde{\phi}_{,z})_{,z} - p^2 \cos^2 \theta_0 \tilde{\phi} + p \tilde{U} \cos^2 \theta_0 \tilde{\theta} = 0,$$

где для удобства введены безразмерное напряжение $\tilde{U} = (e_1 - e_3)U / (K\pi)$ (приложенное к слою НЖК напряжение $U = E_0 d$) и параметр $\mu = \varepsilon_0 \varepsilon_a K / (e_1 - e_3)^2$. Граничные условия для возмущений запишутся в виде

$$\tilde{\theta}(\pm\pi/2) = 0, \quad \tilde{\phi}(\pm\pi/2) = 0. \quad (9)$$

Будем искать решение системы уравнений (8) разложением в ряд по тригонометрическим функциям, удовлетворяющим граничным условиям (метод Галеркина)

$$\tilde{\theta} = \sum_{n=1}^N A_n S_n(z), \quad \tilde{\phi} = \sum_{n=1}^N B_n S_n(z), \quad (10)$$

$$S_n(z) = \sin[n(z + \pi/2)].$$

Проектируя уравнения (8) на $S_n(z)$, получим систему $2N$ линейных однородных уравнений для коэффициентов разложения A_i, B_i . Условие существования нетривиального решения для A_i, B_i дает нейтральную кривую $\tilde{U}_0(p)$. Минимизируя $\tilde{U}_0(p)$ относительно волнового числа p , получим (безразмерное) пороговое напряжение \tilde{U}_c для флексоэлектрической неустойчивости и критическое волновое число p_c . При ограничении в разложении (10) значением $N = 6$ обеспечивается относительная погрешность в определении критических значений менее 0.1 %.

Для случая малых значений $\varepsilon_0 \varepsilon_a U^2 / (K \pi^2) \lesssim 1$ можно получить приближенное аналитическое решение уравнения (5):

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \left(z + \frac{\pi}{2} + \mu \tilde{U}^2 \cos z \right), \quad (11)$$

$$\cos^2(\theta_0) = \frac{1}{2} \left(1 - \sin z - \mu \tilde{U}^2 \cos^2 z \right).$$

Используя одномодовое приближение для возмущений ($N = 1$ в выражениях (10)) и проектируя уравнения (8) на $S_1(z)$, получим следующее выражение для нейтральной кривой $\tilde{U}_0(p)$ вплоть до членов первого порядка по μ :

$$\tilde{U}^4 \mu \frac{3}{2} p^2 - \tilde{U}^2 \left[p^2 + \mu \left(\frac{3}{2} p^4 + 2p^2 + \frac{1}{2} \right) \right] + 2(p^2 + 1)^2 = 0. \quad (12)$$

Минимизируя решение уравнения (12) $\tilde{U}(p)$ относительно p , получим пороговое напряжение \tilde{U}_c и критическое волновое число p_c . Результаты, полученные из (12), близки соответствующим величинам, найденным из численного решения системы (8). Поскольку коэффициенты в (8) (и соответственно в (12)) не содержат толщину слоя НЖК d в явном виде, критическое напряжение U_c (в физических единицах) и критическое волновое число p_c (в единицах π/d) не зависят от d .

Используя материальные параметры НЖК МББА [51] для среднего значения константы упругости $K = (k_{11} + k_{22})/2 = 5.43 \cdot 10^{-12}$ Н, анизотропии диэлектрической проницаемости $\varepsilon_a = -0.53$

и подставляя для разности флексоэлектрических коэффициентов значение $e_1 - e_3 = 1.7 \cdot 10^{-11}$ Кл/м (близкое к величине, измеренной в [52]), получим $\mu = -0.088$. Уравнение (12) дает при этом критические значения $\tilde{U}_c = 2.39$, $p_c = 0.95$. В физических единицах это соответствует критическому напряжению возникновения флексоэлектрических доменов $U_c = 2.4$ В и пространственному периоду $\Lambda_c = 2.1d$. Соотношение между возмущениями $\tilde{\theta}$ и $\tilde{\phi}$ в середине слоя НЖК, где они максимальны, составляет $\tilde{\theta}_m/\tilde{\phi}_m = 0.7$.

Необходимо отметить, что при использовании одноконстантного приближения линейные уравнения (8) для возмущений $\tilde{\theta}$, $\tilde{\phi}$ имеют симметрию $\tilde{U} \rightarrow -\tilde{U}$, $\tilde{\phi} \rightarrow -\tilde{\phi}$. В этом случае порог флексоэлектрической неустойчивости не зависит от направления электрического поля по отношению к начальной гибридной ориентации директора. Как показывают численные расчеты в работе [46], для случая $k_{11} \neq k_{22}$ такая симметрия нарушается и пороговые напряжения и критические волновые числа различны для различных направлений электрического поля $\mathbf{E} = \pm E_0 \hat{z}$. С помощью ряда упрощений в работе [46] так же были получены приближенные выражения для зависимости приложенного напряжения от волнового числа (нейтральные кривые). Пороговые характеристики флексоэлектрических доменов находятся с помощью минимизации нейтральных кривых. Подставляя в приближенные выражения для нейтральных кривых из [46] материалы параметры НЖК МББА [51] $k_{11} = 6.66 \cdot 10^{-12}$ Н, $k_{22} = 4.2 \cdot 10^{-12}$ Н, $\varepsilon_a = -0.53$ и использованное выше значение $e_1 - e_3 = 1.7 \cdot 10^{-11}$ Кл/м получим для $\mathbf{E} = E_0 \hat{z}$ (на подложку с планарной ориентацией директора подается положительное напряжение) $U_c^+ = 3.45$ В, $\Lambda^+ = 1.58d$, а для случая противоположной полярности — $U_c^- = 4.28$ В, $\Lambda^- = 1.53d$. Использование в расчетах разности флексоэлектрических коэффициентов $e_1 - e_3$ в качестве параметра фиттинга приводит для значения $e_1 - e_3 = 2.9 \cdot 10^{-11}$ Кл/м к пороговым напряжениям $U_c^+ = 1.9$ В, $U_c^- = 2.33$ В, близким к экспериментальным, однако при этом величина пространственного периода $\Lambda^+ = 1.65d$, $\Lambda^- = 1.64d$ остается на 30% меньше экспериментальной и само значение $e_1 - e_3$ существенно превышает известные из литературы данные [53]. Тем не менее полученные теоретические оценки пороговых напряжений качественно согласуются с экспериментальными результатами, свидетельствующими, что $U_c^{fl(+)} < U_c^{fl(-)}$. Согласно приближенным выражениям для нейтральных кривых в [46], для случая $e_1 - e_3 < 0$ соотношение

между пороговыми напряжениями противоположной полярности изменяется на $U_c^+ > U_c^-$. Таким образом, сравнение порогов образования флексоэлектрических доменов в ячейке НЖК с гибридной ориентацией для различной полярности приложенного напряжения позволяет определить знак разности флексоэлектрических коэффициентов.

3.3. Структурные переходы выше порога флексоэлектрической неустойчивости

Рассмотрим структурные переходы, которые наблюдаются выше порога образования флексоэлектрических доменов, на примере «отрицательного» напряжения, приложенного к нижней подложке. С увеличением напряжения выше порога образования флексодоменов до $U \approx 2.74$ В примесные частицы в ЖК-ячейке начинают медленно вращаться в плоскости $y-z$, перпендикулярной оси продольных доменов, что свидетельствует о возникновении гидродинамического потока внутри флексоэлектрических доменов. Заметим, что напряжение, выше которого в системе флексодоменов возникает течение, соответствует значению контрольного параметра $\varepsilon = U^2/U_c^2 - 1 = 0.3$, что значительно превышает типичные пороги вторичных неустойчивостей электроконвективных роллов [51]. Траектории движения двух частиц в соседних полупериодах одного флексоэлектрического домена показаны на рис. 3 вместе со схематическим распределением проекции директора в середине слоя НЖК на плоскость $x-y$ (с-директор). Изображения регистрировались в оптической геометрии, когда поляризатор и анализатор скрещены и поляризатор параллелен директору на нижней подложке. Зависимость y -компоненты средней скорости движения примесных частиц от приложенного напряжения представлена на рис. 4.

Для определения угла отклонения с-директора от оси x (направление планарной ориентации на нижней подложке) ЖК-ячейка фиксировалась неподвижно на предметном столике микроскопа, а скрещенные николи поворачивались с шагом 1° относительно направления исходной планарной ориентации директора на нижней подложке. Полученные изображения записывались и затем обрабатывались: профили интенсивности прошедшего света, усредненные по 100 линиям вдоль оси y , сравнивались друг с другом. Поскольку в ЖК-ячейке ориентация директора на верхней подложке гомеотропная, угол отклонения поляризации прошедшего света от входящей, параллельной оси x , будет практически совпадать с максимальным

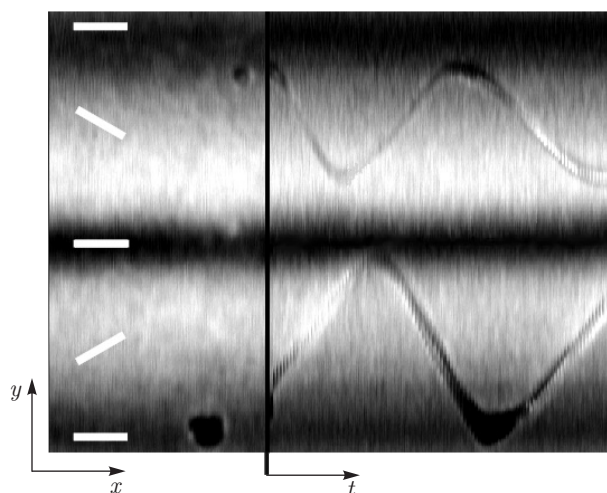


Рис. 3. Траектории движения двух частиц, развернутые по времени $y - t$, в соседних полупериодах одного флексодомена и схематическое распределение s -директора. Толщина ЖК-ячейки $d = 40$ мкм

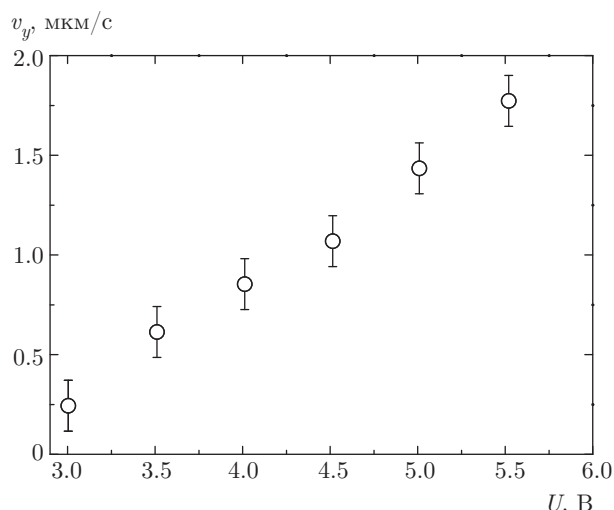


Рис. 4. Зависимость y -компоненты скорости движения частиц от приложенного напряжения U . Толщина ЖК-ячейки $d = 40$ мкм

углом отклонения директора от плоскости исходной ориентации $x-z$ в середине ЖК-слоя. В этой ситуации амплитуда профиля интенсивности прошедшего света достигнет максимальной величины, когда ось анализатора совпадет с направлением s -директора. Анализ показал, что максимальное отклонение директора ϕ_m от плоскости исходной ориентации $x-z$ меняет знак в соседних полупериодах флексоэлектрического домена. Зависимость угла ϕ_m от приложенного напряжения представлена на рис. 5.

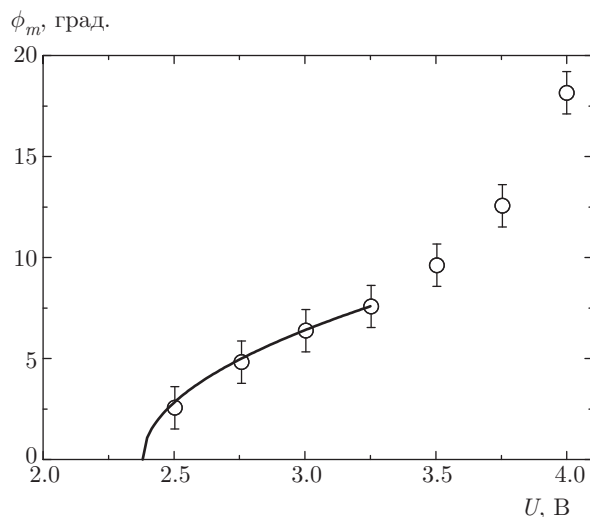


Рис. 5. Зависимость угла выхода директора ϕ_m из плоскости начальной гибридной ориентации в середине полупериода флексоэлектрического домена от приложенного постоянного напряжения U . Толщина ЖК-ячейки $d = 40$ мкм. Фиттинг вблизи порога $\phi_m = 8.13\sqrt{U - 2.38}$ (сплошная линия)

Оценим влияние возмущений скорости, которыми пренебрегалось в линейном анализе устойчивости (7), (8). Рост возмущений $\phi_1(y, z)$ и соответственно выход директора из плоскости $x-z$ приводит к нетривиальной плотности объемного заряда $\rho_{el} = \nabla \cdot (\epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} + \mathbf{P}_{fl})$ в первом порядке по ϕ_1 , где ϵ — тензор диэлектрической проницаемости НЖК. Возникающая в уравнении Навье — Стокса объемная сила $\rho_{el} E_0 \hat{\mathbf{z}}$ должна быть уравновешена вязкими напряжениями, что приводит к возникновению ненулевой скорости течения \mathbf{v} . В приближении одной ведущей моды по z поле скоростей имеет вид

$$\begin{aligned} v_x &= 0, & v_y &= V_y \sin(py) \sin z, \\ v_z &= V_z \cos(py) \cos z \end{aligned} \quad (13)$$

и удовлетворяет условию несжимаемости $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$. Подставляя (13) в уравнение Навье — Стокса для НЖК, получим для амплитуд безразмерных скоростей (в единицах $(d/\pi)\tau_d^{-1}$, где $\tau_d = \gamma_1 d^2 / (\pi^2 k)$ — характерное время релаксации директора):

$$V_y = \tilde{\phi}_m \frac{\alpha_4}{\gamma_1} \frac{1}{16} \tilde{U}_c, \quad V_z = \tilde{\phi}_m \frac{\alpha_4}{\gamma_1} \frac{1}{16} p_c \tilde{U}_c. \quad (14)$$

Вязкий момент, действующий на директор благодаря движению жидкости, равен

$$\mathbf{n}_0 \times \left(v_z \mathbf{n}_{0,z} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \mathbf{A} \mathbf{n}_0 \right),$$

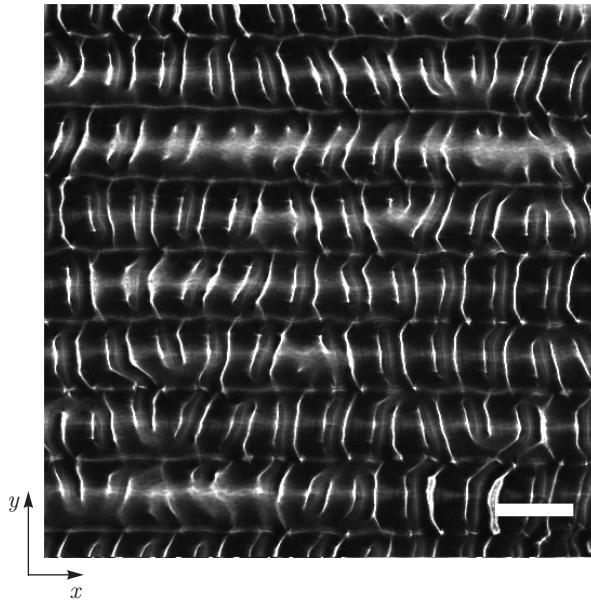


Рис. 6. Сосуществование флексоэлектрических доменов и электроконвективных роллов в ЖК-ячейке при $U_{EC} = 5.8$ В. Толщина ЖК-ячейки $d = 40$ мкм. Масштаб 100 мкм

где $A_{ij} = (1/2)(v_{i,j} + v_{j,i})$ пропорциональны амплитудам скоростей V_y, V_z . Для типичных значений коэффициентов вязкости $\alpha_4/\gamma_1 \approx 1, |\gamma_2/\gamma_1| \approx 1$ согласно (14) вязкий момент примерно в 16 раз меньше, чем моменты от упругого, диэлектрического и флексоэлектрического вкладов в уравнениях (8). Используя найденное из эксперимента значение $\tilde{\phi}_m \approx 6^\circ$ при $U = 3$ В (выше порога возникновения флексоэлектрических доменов) (рис. 5) и выражение (14), получим оценку скорости в физических единицах $v_y \approx 0.1$ мкм/с для $d = 40$ мкм, близкую к значению 0.25 мкм/с, измеренному экспериментально (рис. 4).

При дальнейшем увеличении приложенного напряжения до $U_{EC} \approx 5.8$ В на фоне флексоэлектрических доменов развивается электроконвективная неустойчивость в виде сегментов движущихся наклонных роллов, локализованных в продольных флексодоменах (рис. 6).

Таким образом, в одной системе наблюдается сосуществование двух пространственно-периодических структур различной природы: равновесной статической флексоэлектрической деформации директора и диссипативных движущихся наклонных электроконвективных роллов. Пороговое напряжение, пространственный период и угол наклона движущихся электроконвективных роллов близки по своим значениям аналогичным характеристикам роллов, наблюдающихся под действием низко-

частотного переменного электрического поля (см. разд. 4). При дальнейшем увеличении постоянного напряжения электроконвективная мода подавляет флексоэлектрическую доменную структуру и в системе развивается динамический хаос. Отметим, что режим сосуществования двух неустойчивостей различной природы, когда электроконвективные роллы возникали на фоне флексоэлектрических доменов, наблюдался ранее в слое НЖК с наклонной ориентацией директора [54].

4. НЖК С ГИБРИДНОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассмотрим структурные превращения, наблюдающиеся в слое НЖК МББА с гибридной ориентацией при воздействии переменного напряжения. Ориентация директора на нижней подложке планарная, на верхней — гомеотропная, толщина слоя НЖК $d = 40$ мкм. Частота f приложенного переменного напряжения является, помимо амплитуды, еще одним контрольным параметром.

4.1. Первичные неустойчивости и их пороговые характеристики

При увеличении приложенного к ЖК-ячейке переменного напряжения выше некоторого порогового значения наблюдаются движущиеся электроконвективные роллы, в отличие от случая НЖК МББА с однородной планарной ориентацией, где выше порога возникают стационарные роллы [51]. Кроме того, при увеличении частоты f переменного напряжения ориентация движущихся роллов по отношению к плоскости исходной ориентации директора изменяется от наклонной к нормальной (рис. 7). Частота, при которой происходит переход от наклонных роллов к нормальным (так называемая частота Лифшица [19]) составляет $f_L \approx 19.8$ Гц. Для частот переменного напряжения $f < f_L$ движущиеся наклонные электроконвективные роллы, как правило, вначале возникают вблизи границы ЖК-ячейки, причем таким образом, что у одного края возникают зиг-роллы, а у другого — заг-роллы (рис. 7a). Суперпозиция зиг- и заг-роллов в некоторых областях ЖК-ячейки образует при этом двумерную в плоскости x - y решетку.

Поскольку начальная гибридная ориентация директора в слое НЖК является вырожденной по отношению к направлению выхода директора из плоскости x - z , угол наклона роллов $\pm\alpha$ по отношению к оси нормальных роллов является равнове-

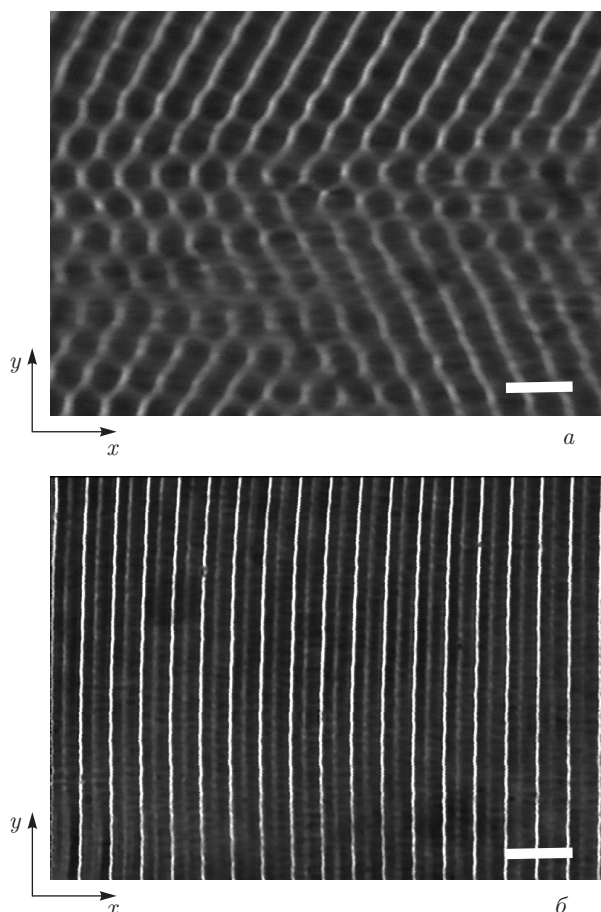


Рис. 7. Движущиеся электроконвективные роллы в ЖК-ячейке с гибридной ориентацией под действием переменного напряжения: *a* — наклонные роллы при $f = 10$ Гц, $U = 6.3$ В; *b* — нормальные роллы при $f = 30$ Гц, $U = 8.5$ В. Масштаб 100 мкм

роятным (рис. 7а). Одним из важных материальных параметров НЖК, обуславливающих образование наклонных роллов, является анизотропия проводимости σ_a . Увеличение σ_a приводит к усилению механизма Карра–Хельфриха электроконвективной неустойчивости для наклонной ориентации роллов по сравнению с нормальными роллами [55]. Кроме того, на низких частотах может быть существенна роль флексоэлектрической поляризации, за счет которой роллы стремятся переориентироваться вдоль планарной ориентации директора на одной из подложек, что также может приводить к образованию наклонных роллов [56, 57].

Исследования характера конвективного течения в движущихся роллах и средней скорости движения роллов (групповой скорости) методом пробных частиц показали, что частицы движутся по замкнутым траекториям внутри электроконвективных роллов в

плоскости, перпендикулярной оси роллов, и вместе с роллами. При этом для частот $f < f_L$ (режим наклонных роллов) направление групповой скорости движения роллов не совпадает с направлением волнового вектора структуры. В частности, для $f = 10$ Гц и приложенного напряжения $U = 6.3$ В угол между направлением средней скорости движения роллов и направлением волнового вектора структуры составляет приблизительно 20° . Отметим, что направление движения электроконвективных роллов зависит от знака производной $n_{0x,z}$ компоненты директора в начальной гибридной ориентации. Знак производной, в свою очередь, определяется направлением ЖК-потока при заправке ячейки жидким кристаллом.

С увеличением частоты переменного напряжения f порог образования роллов U_c увеличивается, а пространственный период структуры Λ и угол наклона роллов α по отношению к оси нормальных роллов (оси y) уменьшаются. Период движения роллов T (время, за которое роллы смещаются на пространственный период структуры) уменьшается с увеличением частоты до f_L (в режиме наклонных роллов), а затем в режиме нормальных роллов остается практически неизменным. Соответствующие экспериментальные зависимости представлены на рис. 8 в сравнении с численными результатами анализа линейной устойчивости. При дальнейшем увеличении частоты переменного напряжения выше $f_c \approx 60$ Гц наблюдается переход от проводящего к диэлектрическому режиму электроконвекции.

4.2. Анализ пороговых характеристик электроконвективной неустойчивости

Теоретический анализ электроконвективной неустойчивости в слое НЖК с гибридной ориентацией проводился с использованием уравнений электрогидродинамики НЖК [1, 19, 58]. Система уравнений включает уравнение динамики директора (баланс упругих, электрических и вязких моментов), уравнение Навье–Стокса для анизотропной жидкости и уравнения Максвелла в квазистатическом приближении для описания электрического поля в НЖК.

Рассмотрим слой НЖК толщиной d с осью z , направленной перпендикулярно слою и ограничивающим подложкам при $z = \pm d/2$. В исходной гибридной ориентации директор ориентирован в плоскости x – z , и на ограничивающих подложках имеем $\mathbf{n}(z = -d/2) = (1, 0, 0)$ и $\mathbf{n}(z = d/2) = (0, 0, 1)$. Приложенное к слою переменное напряжение $U(t)$ с час-

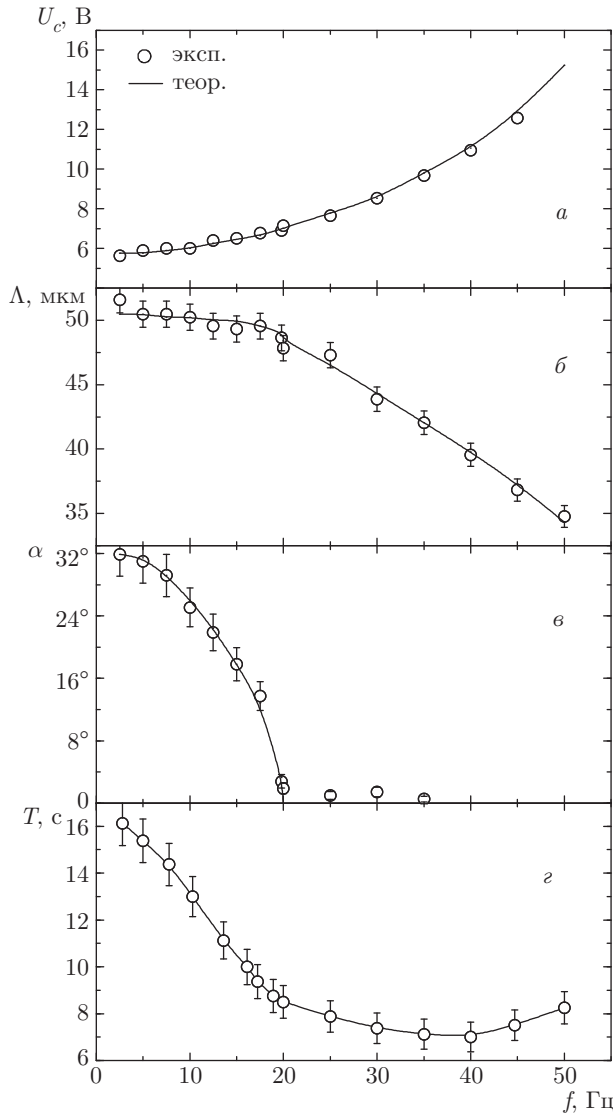


Рис. 8. Зависимости порогового напряжения U_c (а), характерного пространственного периода Λ (б), угла наклона α (в), периода движения роллов T (г) от частоты переменного напряжения f

той $\omega = 2\pi f$ и электрическое поле \mathbf{E} внутри слоя НЖК имеют вид

$$U(t) = \sqrt{2}U_0 \cos(\omega t),$$

$$\mathbf{E} = E_0 \cos(\omega t)\hat{\mathbf{z}} - \nabla\Phi, \quad E_0 = \sqrt{2}U_0/d, \quad (15)$$

где U_0 — действующее значение приложенного переменного напряжения, Φ — индуцированный в слое НЖК электрический потенциал.

НЖК характеризуется анизотропией диэлектрической проницаемости $\varepsilon_a = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$, анизотропией проводимости $\sigma_a = \sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}$, константами упругости k_{11}, k_{22}, k_{33} для деформаций соответственно

поперечного изгиба, кручения и продольного изгиба, а также коэффициентами вязкости Лесли $\alpha_k, k = 1, \dots, 6$. Для приведения к безразмерному виду уравнений электрогидродинамики НЖК выразим длины в единицах d/π , а времена — в единицах времени релаксации заряда $\tau_q = \varepsilon_0\varepsilon_{\perp}/\sigma_{\perp}$. Безразмерный контрольный параметр R , входящий в уравнения, определяется как

$$R = \frac{\varepsilon_0 E_0^2 d^2}{k_{11} \pi^2} = \frac{\varepsilon_0 2U_0^2}{k_{11} \pi^2}. \quad (16)$$

По отношению к полю скоростей \mathbf{v} применялась стандартная для несжимаемых жидкостей декомпозиция [59], в которой введены два потенциала скорости, f и g :

$$\mathbf{v} = \nabla \times (\nabla \times \hat{\mathbf{z}}f) + \nabla \times \hat{\mathbf{z}}g. \quad (17)$$

Входящие в уравнения динамические переменные удобно представить в векторном виде $\mathbf{u} = (\Phi, n_x, n_y, n_z, f, g)$. В основном состоянии (до возникновения электроконвекции) ориентация директора остается в плоскости x - z и гидродинамические потоки отсутствуют, т.е. имеем $n_y = f = g = 0$ и основное состояние $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0(R) = (\Phi_0, n_{0x}, n_{0z})$ зависит от координаты z и является периодической функцией времени t . Уравнения, описывающие основное состояние $\mathbf{u}_0(R)$, решались методом Галеркина. Для гибридной ориентации директора использовалось разложение [42]

$$\Phi_0 = \sum_{n=1}^N \sum_{m=-M}^M b_{n,m} S_n(z) e^{im\omega t},$$

$$(n_{0x}, d_{0z}) = \mathbf{c}_0 \sin \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - z \right) \right] + \sum_{n=1}^N \sum_{m=-M}^M \mathbf{c}_{n,m} S_n(z) e^{im\omega t}, \quad (18)$$

где $S_n(z) = \sin[n(z + \pi/2)]$, $\mathbf{c}_0 = (\pm 1, 1)$ и вместо n_{0z} введена переменная $d_{0z} = 1 - n_{0z}$, которая описывает отклонение z -компоненты директора от гомеотропной ориентации. С использованием (18) планарная ориентация (директор параллелен оси x) будет иметь место на нижней подложке ($z = -\pi/2$), а гомеотропная ориентация (директор параллелен оси z) — на верхней подложке ($z = \pi/2$). Поскольку индуцированный потенциал $\Phi_0(z, t)$ должен равняться нулю на границах $z = \pm\pi/2$, для Φ_0 применяется разложение, аналогичное компонентам директора, но без первого слагаемого.

Используя разложение (18) и проектируя уравнения для основного состояния на моды Галеркина на $S_n(z)e^{im\omega t}$, задачу можно свести к нелинейной

алгебраической системе для коэффициентов разложения $b_{n,m}$, $c_{n,m}$, которая решается итерационным методом Ньютона. Как правило, достаточно использовать $M = 1$ (ведущие фурье-коэффициенты в разложении по времени) пока частота ω не слишком велика ($\omega\tau_q \lesssim 1$). Это имеет место в так называемом проводящем режиме, когда индуцированный потенциал изменяется с периодичностью внешнего поля, а директор имеет преимущественно стационарное распределение. Ограничение $N = 6$ в разложении по z обеспечивает относительную погрешность расчетов менее 0.1%.

Заметим, что для нематиков с отрицательной анизотропией диэлектрической проницаемости $\varepsilon_a < 0$ ориентация директора перпендикулярно направлению электрического поля является предпочтительной. В этом случае с увеличением напряжения директор будет ориентироваться параллельно подложкам во все большей части ЖК-ячейки, начиная от границы с планарной ориентацией. Поэтому в дальнейшем развитие электроконвективной неустойчивости происходит по тому же сценарию, как и в случае НЖК с исходной планарной ориентацией.

Для вычисления порога электроконвекции проводился линейный анализ устойчивости основного состояния $\mathbf{u}_0(R)$, определенного ранее, по отношению к малым возмущениям всех динамических переменных: $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \delta\mathbf{u}$, где $\delta\mathbf{u} = (\delta\Phi, \delta n_x, \delta n_y, \delta n_z, \delta f, \delta g)$. Из-за периодического по времени воздействия электрического поля и трансляционной инвариантности уравнений в плоскости x - y можно записать возмущения $\delta\mathbf{u}$ в общей форме в соответствии с теоремой Флоке [60]:

$$\delta\mathbf{u}(x, y, z, t) = e^{\sigma t} e^{i(qx+py)} \sum_{m=-M}^M \delta\mathbf{u}_m(z) e^{im\omega t}, \quad (19)$$

где σ — показатель степени роста, q и p — волновые числа в направлениях x и y соответственно. Зависящие от z коэффициенты $\delta\mathbf{u}_m(z)$ разлагаются по полному набору базисных функций аналогично разложению (18). Потенциалы скорости δf и δg , которые равны нулю на границах, разлагаются в ряд соответственно по тригонометрическим функциям $S_n(z)$ для δg и по функциям Чандрасекара [61] для δf . Проектируя линеаризованные уравнения для возмущений $\delta\mathbf{u}$ на соответствующие базисные функции получим линейную задачу на собственные значения для коэффициентов разложения $\delta\mathbf{v}$:

$$[A(R) + RB(R)] \delta\mathbf{v} = \sigma C(R) \delta\mathbf{v}. \quad (20)$$

Дополнительная зависимость матриц A , B и C от контрольного параметра R появляется из-за того, что основное состояние $\mathbf{u}_0(R)$ зависит от R , в отличие от случая исходной планарной ориентации директора в слое НЖК.

Знак вещественной части показателя степени роста $\text{Re}(\sigma)$ для заданного R определяет линейную устойчивость основного состояния: если он отрицателен, то малые возмущения затухают во времени, если положителен, то растут. Значение мнимой части $\text{Im}(\sigma)$ определяет тип неустойчивости: стационарная для $\text{Im}(\sigma) = 0$ или нестационарная (осциллирующая) для $\text{Im}(\sigma) \neq 0$. Условие $\text{Re}[\sigma(q, p, R)] = 0$ дает нейтральную поверхность $R_0(q, p)$, которая представляет собой границу между областями устойчивости и неустойчивости основного состояния. Пороговое значение контрольного параметра R_c и критический волновой вектор $\mathbf{q}_c = (q_c, p_c)$ определяются из условия минимума нейтральной поверхности $R_c = \min_{q,p} R_0(q, p)$. Критическое напряжение U_c в физических единицах находится из соотношения (16).

При вычислении пороговых характеристик использовались стандартные материальные параметры НЖК МББА при $T = 25^\circ\text{C}$ [51]. Расчеты показали, что электроконвективная неустойчивость в НЖК с гибридной ориентацией, в отличие от планарной или гомеотропной, имеет характер нестационарной бифуркации (бифуркация Хопфа). Величина $\Omega_c = \text{Im}(\sigma(q_c, p_c, R_c)) \neq 0$ представляет собой частоту, с которой движутся конвективные роллы. Время, за которое роллы смещаются на пространственный период структуры (период движения), определяется как $T = 2\pi/\Omega_c$. С помощью фиттинга экспериментальных данных по порогу электроконвекции U_c на низких частотах переменного напряжения и значения критической частоты f_c перехода из проводящего режима электроконвекции в диэлектрический режим были определены значения компонент электропроводности $\sigma_{\parallel} = 1.7\sigma_{\perp}$, $\sigma_{\perp} = 0.55 \cdot 10^{-8}$ См/м, что позволило получить хорошее соответствие пороговых характеристик с экспериментальными данными (рис. 8).

4.3. Структурные переходы в закритической области электроконвекции

Для напряжений выше порога электроконвекции U_c будем использовать безразмерный контрольный параметр $\varepsilon = U^2/U_c^2 - 1$, характеризующий степень закритичности. Установлено, что для частот переменного напряжения $f < f_L$ (режим наклонных

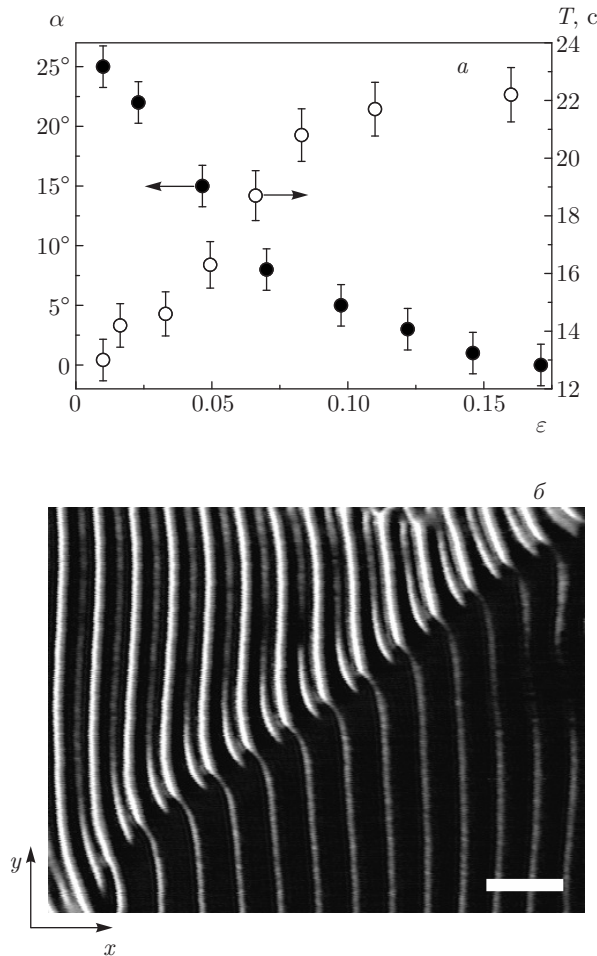


Рис. 9. *a*) Зависимости угла наклона роллов α и периода их движения T от контрольного параметра $\epsilon = U^2/U_c^2 - 1$ для $f = 10$ Гц. *б*) Аномальные роллы при $\epsilon = 0.17$ и $f = 10$ Гц (*б*). Ось анализатора совпадает с *c*-директором в светлой области. Масштаб 100 мкм

роллов) угол наклона роллов α относительно оси y непрерывно уменьшается с увеличением ϵ и при некотором значении контрольного параметра становится равным нулю. Период движения роллов T при этом возрастает. Зависимости $\alpha(\epsilon)$ и $T(\epsilon)$ для $f = 10$ Гц приведены на рис. 9*a*.

Поляризационно-оптический анализ показал, что при $\epsilon > \epsilon_{AR} = U_{AR}^2/U_c^2 - 1 (\approx 0.16)$, в отличие от нормальных роллов, директор выходит из плоскости исходной ориентации $x-z$, т.е. появляется твист-деформация директора (рис. 9*б*). Таким образом, напряжение U_{AR} соответствует порогу возникновения вторичной неустойчивости, когда образуются так называемые «аномальные» роллы (*abnormal rolls*) [27]. Аномальные роллы характеризуются тем, что волновой век-

тор структуры параллелен исходной планарной ориентации директора на одной из подложек (оси x), а *c*-директор (проекция директора в середине слоя НЖК на плоскость $x-y$) составляет с ним некоторый угол $\pm\phi$. Области (или кластеры) с ориентацией *c*-директора $+\phi$ и $-\phi$ разделяются доменными границами (рис. 9*б*). Отметим, что в НЖК с гибридной ориентацией аномальные роллы движутся, в отличие от НЖК с планарной ориентацией, где наблюдались стационарные аномальные роллы [27].

При симметричных планарных граничных условиях ($\mathbf{n} \parallel \hat{\mathbf{x}}$ на обеих подложках) прошедший через ЖК-ячейку поляризованный свет выходит практически без какого-либо вращения плоскости поляризации. В результате экспериментальное определение угла выхода директора из плоскости $x-y$ в слое с помощью только скрещенных поляризатора и анализатора весьма затруднительно. Для детектирования аномальных роллов в такой ситуации можно использовать фазовую пластинку $\lambda/4$, помещенную между скрещенными поляризатором и анализатором [29]. В случае гибридной ориентации, когда падающий свет входит через нижнюю подложку с планарной ориентацией директора, а выходит из верхней с гомеотропной ориентацией директора, поляризация прошедшего света будет практически параллельна *c*-директору. Эффективный угол выхода директора ϕ_m из плоскости начальной гибридной ориентации $x-z$ можно определить вращением анализатора на угол, соответствующий максимальному контрасту профилей интенсивности прошедшего света вдоль линии, перпендикулярной роллам. Было обнаружено, что для частот переменного напряжения $f < f_L$ угол выхода директора ϕ_m практически не изменяется для значений контрольного параметра выше критического $\epsilon > \epsilon_{AR}$. В частности, для $f = 10$ Гц и $\epsilon = 0.17 > \epsilon_{AR}$ эффективный угол выхода директора из плоскости $x-z$ составляет $\phi_m \approx \pm 45^\circ$.

При увеличении контрольного параметра $\epsilon > \epsilon_{AR}$ в системе движущихся аномальных роллов наблюдаются движущиеся доменные стенки. Поляризационно-оптический анализ показал, что возникают доменные стенки двух типов: параллельные (1), в которых *c*-директор ориентирован вдоль оси роллов, и перпендикулярные (2), в которых *c*-директор ориентирован перпендикулярно оси роллов (рис. 10). Доменные стенки движутся преимущественно вдоль оси роллов и ограничивают область доменов с однородной ориентацией *c*-директора (рис. 10*a*). Схематическое распределение *c*-

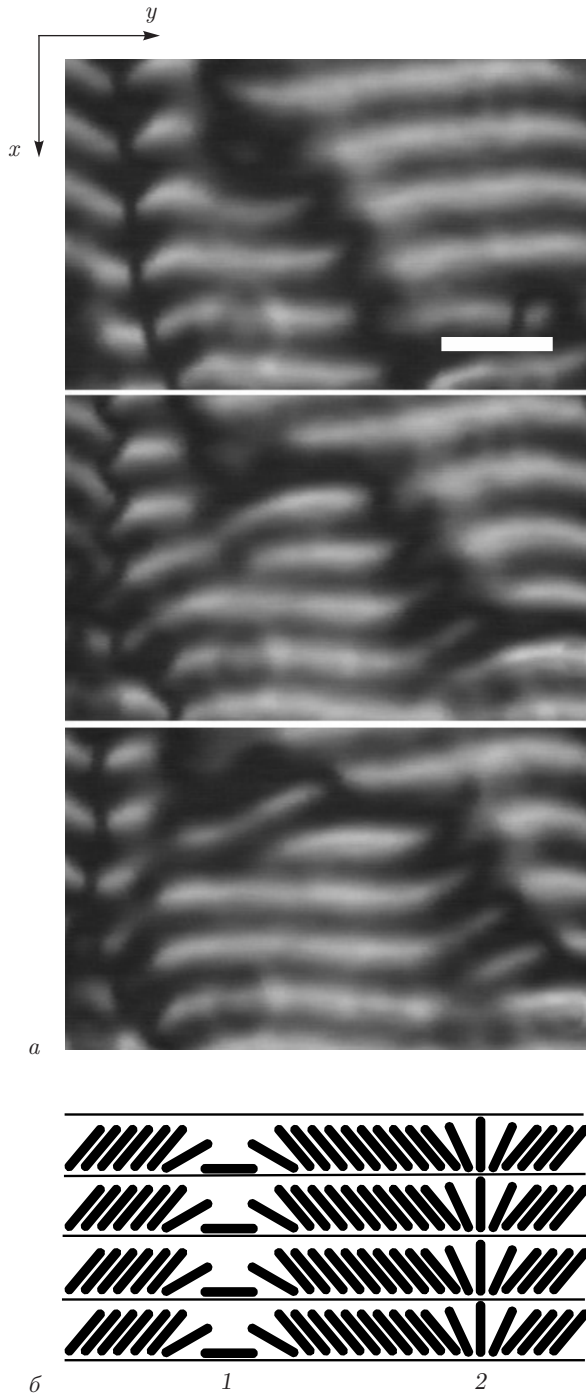


Рис. 10. а) Динамика параллельной (1) и перпендикулярной (2) доменных стенок в НЖК с гибридной ориентацией при $f = 10$ Гц и $\epsilon = 0.23$. Интервал между кадрами $\Delta t = 9$ с, анализатор и поляризатор скрещены, поляризатор параллелен оси x . Масштаб 100 мкм. б) Схематическое распределение s -директора в доменных стенках первого и второго типов

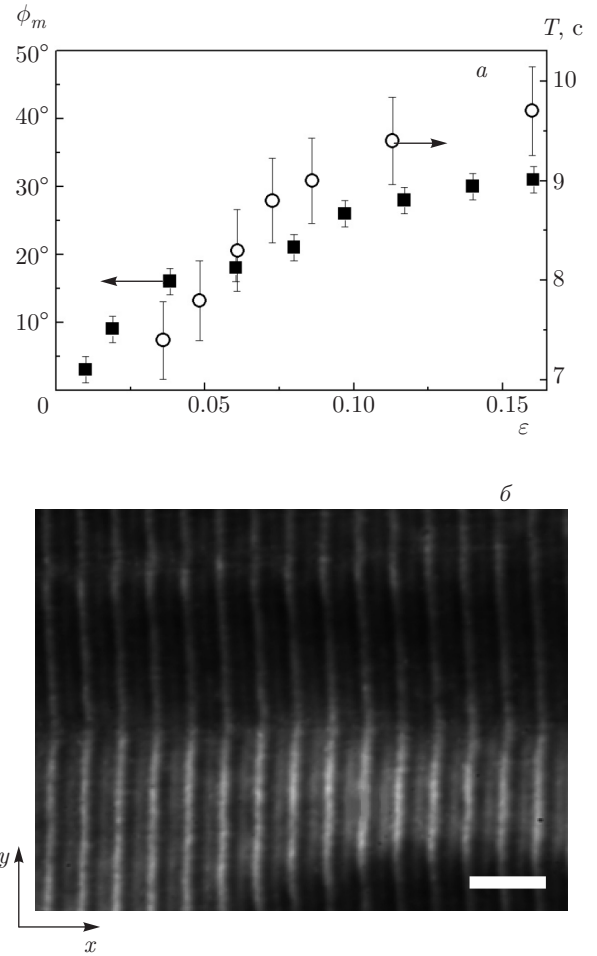


Рис. 11. а) Зависимости угла выхода директора ϕ_m из плоскости начальной ориентации $x-z$ и периода движения роллов T от контрольного параметра ϵ . б) Зиг-заг-неустойчивость в системе аномальных роллов в НЖК с гибридной ориентацией при $f = 30$ Гц и $\epsilon = 0.11$. Ось анализатора совпадает с s -директором в светлой области. Масштаб 100 мкм

директора в доменных стенках первого и второго типов показано на рис. 10б. Возможность образования параллельных и перпендикулярных доменных стенок выше порога электроконвекции в планарно ориентированных НЖК была теоретически предсказана в работе [62], однако учет особенностей, связанных с гибридной ориентацией директора, и описание динамики доменных стенок требует дальнейшего развития предложенной феноменологической модели.

Для частот переменного напряжения выше частоты Лифшица, $f > f_L$, практически уже при пороге электроконвективной неустойчивости наблюдаются не нормальные, а аномальные роллы, т.е.

когда \mathbf{c} -директор не совпадает с волновым вектором роллов (рис. 11а). При этом эффективный угол выхода директора из плоскости $x-z$ составляет $\phi_m \approx 2^\circ-3^\circ$. В пределах погрешности измерений ($\Delta\phi = \pm 1^\circ$) можно говорить о прямой бифуркации к аномальным роллам [43]. С увеличением контрольного параметра ε при $f > f_L$ эффективный угол выхода директора ϕ_m из плоскости $x-z$ и период движения роллов T возрастают (рис. 11а). При этом в системе движущихся аномальных роллов начинает развиваться зиг-заг-неустойчивость (рис. 11б).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе впервые проведены систематические исследования структурных превращений в НЖК с несимметричными граничными условиями под действием постоянного и переменного электрических полей. При последовательном увеличении постоянного напряжения, приложенного к слою НЖК с гибридной ориентацией директора, обнаружена следующая последовательность структурных переходов: 1) статическая флексоэлектрическая деформация директора, наблюдаемая в виде продольных доменов, в которых выше порога возникают геликоидальные гидродинамические потоки; 2) режим сосуществования флексоэлектрических доменов и движущихся электроконвективных роллов; 3) состояние динамического хаоса, характеризующегося взаимодействующими дефектами и доменными стенками. Показано, что пороговое напряжение образования флексоэлектрических доменов не зависит от толщины слоя НЖК, а их пространственный период растет линейно с увеличением толщины слоя НЖК, что хорошо согласуется с численными расчетами. Экспериментально установлено, что порог флексоэлектрической неустойчивости в гибридном НЖК зависит от полярности приложенного напряжения. Сравнение порогов образования флексоэлектрических доменов в ячейке НЖК с гибридной ориентацией для различной полярности приложенного напряжения позволяет определить знак разности флексоэлектрических коэффициентов. Благодаря гибридной ориентации в системе наблюдается сосуществование двух пространственно-периодических структур различной природы: равновесных флексоэлектрических доменов и диссипативных движущихся наклонных электроконвективных роллов.

При воздействии переменного напряжения, в зависимости от его частоты, в НЖК с гибридной

ориентацией директора наблюдаются движущиеся наклонные или нормальные электроконвективные роллы. Направление движения роллов определяется исходной ориентацией директора в слое НЖК. Движение роллов происходит преимущественно в направлении исходной планарной ориентации директора на одной из подложек. Направление групповой скорости наклонных роллов не совпадает с направлением волнового вектора электроконвективной структуры. Ниже частоты Лифшица при увеличении амплитуды переменного напряжения наблюдается переход от движущихся наклонных роллов к движущимся аномальным. Выше частоты Лифшица наблюдается прямой переход к движущимся аномальным роллам с последующим возникновением зиг-заг-неустойчивости при увеличении амплитуды переменного напряжения.

Теоретический анализ неустойчивостей в НЖК с гибридной ориентацией директора под действием постоянного и переменного электрических полей продемонстрировал существенное отличие пороговых характеристик от случая НЖК с планарной ориентацией. Результаты расчетов для флексоэлектрической и электроконвективной неустойчивостей хорошо согласуются с экспериментальными данными для первичных неустойчивостей.

Таким образом, НЖК с несимметричными граничными условиями демонстрируют широкое многообразие пространственно-временных структур в постоянном и переменном электрических полях. Результаты исследования динамики структур выше порога образования могут способствовать развитию теории нелинейных явлений в жидких кристаллах.

Авторы благодарят Ю. А. Лебедева за полезные обсуждения. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-02-09366).

ЛИТЕРАТУРА

1. П. де Жен, *Физика жидких кристаллов*, Мир, Москва (1977).
2. С. А. Пикин, *Структурные превращения в жидких кристаллах*, Наука, Москва (1981).
3. *Pattern Formation in Liquid Crystals*, ed. by Á. Buka and L. Kramer, Springer-Verlag, New York (1996).
4. Л. М. Блинов, *Электро- и магнитооптика жидких кристаллов*, Наука, Москва (1978).
5. R. B. Meyer, Phys. Rev. Lett. **22**, 918 (1969).

6. Л. К. Вистинь, ДАН СССР **194**, 1318 (1970).
7. Л. К. Вистинь, Кристаллография **15**, 594 (1970).
8. М. И. Барник, Л. М. Блинов, А. Н. Труфанов, Б. А. Уманский, ЖЭТФ **73**, 1936 (1977) [M. I. Barnik, L. M. Blinov, A. N. Trufanov, and B. A. Umanski, JETP **46**, 1016 (1977)].
9. M. I. Barnik, L. M. Blinov, A. N. Trufanov, and B. A. Umanski, J. Phys. (France) **39**, 417 (1978).
10. Ю. П. Бобылев, С. А. Пикин, ЖЭТФ **72**, 369 (1977) [Yu. P. Bobylev and S. A. Pikin, JETP **45**, 195 (1977)].
11. Yu. P. Bobylev, V. G. Chigrinov, and S. A. Pikin, J. Phys. Colloq. (France) **40**, 331 (1979).
12. A. Krekhov, W. Pesch, and Á. Buka, Phys. Rev. E **83**, 051706 (2011).
13. R. Williams, J. Chem. Phys. **39**, 384 (1963).
14. А. П. Капустин, Л. С. Ларионова, Кристаллография **9**, 297 (1964).
15. Á. Buka, N. Éber, W. Pesch, and L. Kramer, in *Self Assembly, Pattern Formation and Growth Phenomena in Nano-Systems*, ed. by A. A. Golovin and A. A. Nepomnyashchy, Springer, Dordrecht (2006), p. 55.
16. Á. Buka, N. Éber, W. Pesch, and L. Kramer, Phys. Rep. **448**, 115 (2007).
17. E. F. Carr, Mol. Cryst. Liq. Cryst. **7**, 253 (1969).
18. W. Helfrich, J. Chem. Phys. **51**, 4092 (1969).
19. E. Bodenschatz, W. Zimmermann, and L. Kramer, J. de Phys. **49**, 1875 (1988).
20. M. Goscianski and L. Legel, J. Phys. (France) **36**, 231 (1975); L. M. Blinov, M. I. Barnik, V. T. Lazareva, and A. N. Trufanov, J. Phys. (France) **40**, 263 (1979).
21. E. Kochowska, Sz. Nemeth, G. Pelzl, and Á. Buka, Phys. Rev. E **70**, 011711 (2004).
22. T. Tóth-Katona, A. Cauquil-Vergnes, N. Éber, and Á. Buka, Phys. Rev. E **75**, 066210 (2007).
23. P. Kumar, S. N. Patil, U. S. Hiremath, and K. S. Krishnamurthy, J. Phys. Chem. B **111**, 8792 (2007).
24. A. Krekhov, W. Pesch, N. Éber, T. Tóth-Katona, and Á. Buka, Phys. Rev. E **77**, 021705 (2008).
25. T. Tóth-Katona, N. Éber, Á. Buka, and A. Krekhov, Phys. Rev. E **78**, 036306 (2008).
26. M. May, W. Schöpf, I. Rehberg, A. Krekhov, and Á. Buka, Phys. Rev. E **78**, 046215 (2008).
27. E. Plaut, W. Decker, A. G. Rossberg, L. Kramer, W. Pesch, A. Belaidi, and R. Ribotta, Phys. Rev. Lett. **79**, 2367 (1997).
28. S. Rudroff, H. Zhao, L. Kramer, and I. Rehberg, Phys. Rev. Lett. **81**, 4144 (1998).
29. S. Rudroff, V. Frette, and I. Rehberg, Phys. Rev. E **59**, 1814 (1999).
30. E. Plaut and W. Pesch, Phys. Rev. E **59**, 1747 (1999).
31. M. Dennin, Phys. Rev. E **62**, 6780 (2000).
32. S. Hirata and T. Tako, Jpn. J. Appl. Phys. **20**, L459 (1981).
33. А. Н. Чувывров, В. Г. Чигринов, ЖЭТФ **87**, 177 (1984) [A. N. Chuvyrov and V. G. Chigrinov, Sov. Phys. JETP **60**, 101 (1984)].
34. V. A. Delev, O. A. Scaldin, and A. N. Chuvyrov, Liq. Cryst. **12**, 441 (1992).
35. В. А. Делев, О. А. Скалдин, А. Н. Чувывров, Кристаллография **37**, 1575 (1992).
36. Э. С. Батыршин, В. А. Делев, А. Н. Чувывров, Кристаллография **44**, 548 (1999) [E. S. Batyrshin, V. A. Delev, and A. N. Chuvyrov, Crystal. Rep. **44**, 506 (1999)].
37. V. A. Delev, E. S. Batyrshin, O. A. Scaldin, and A. N. Chuvyrov, Mol. Cryst. Liq. Cryst. **329**, 499 (1999).
38. В. А. Делев, О. А. Скалдин, Э. С. Батыршин, Е. Г. Аксельрод, ЖТФ **81**, 11 (2011) [V. A. Delev, O. A. Scaldin, E. S. Batyrshin, and E. G. Axelrod, Tech. Phys. **56**, 8 (2011)].
39. Э. С. Батыршин, А. П. Крехов, О. А. Скалдин, В. А. Делев, ЖЭТФ **141**, 1200 (2012) [E. S. Batyrshin, A. P. Krekhov, O. A. Scaldin, and V. A. Delev, JETP **114**, 1052 (2012)].
40. О. Г. Ахметшин, О. А. Скалдин, В. А. Делев, А. Н. Чувывров, Письма в ЖТФ **20**, 1 (1994).
41. O. G. Akhmetshin, V. A. Delev, and O. A. Scaldin, Mol. Cryst. Liq. Cryst. **265**, 315 (1995).
42. A. Hertrich, A. P. Krekhov, and W. Pesch, J. Phys. (France) **5**, 733 (1995).
43. V. A. Delev and A. P. Krekhov, Mol. Cryst. Liq. Cryst. **366**, 2693 (2001).
44. V. A. Delev, A. P. Krekhov, and L. Kramer, Mol. Cryst. Liq. Cryst. **366**, 2701 (2001).

45. В. А. Делев, О. А. Скалдин, Письма в ЖТФ **30**, 36 (2004).
46. S. P. Palto, N. J. Mottram, and M. A. Osipov, Phys. Rev. E **75**, 061707 (2007).
47. Б. А. Уманский, Л. М. Блинов, М. И. Барник, Письма в ЖТФ **6**, 200 (1980).
48. Б. А. Уманский, В. Г. Чигринов, Л. М. Блинов, Ю. Б. Подъячев, ЖЭТФ **81**, 1307 (1981) [B. A. Umanskii, V. G. Chigrinov, L. M. Blinov, and Yu. B. Podyachev, JETP **54**, 694 (1981)].
49. T. Börzsönyi, Á. Buka, A. P. Krekhov, O. A. Scaldin, and L. Kramer, Phys. Rev. Lett. **84**, 1934 (2000).
50. T. Börzsönyi, Á. Buka, A. P. Krekhov, and L. Kramer, Phys. Rev. E **58**, 7419 (1998).
51. A. Krekhov, B. Dressel, W. Pesch, V. Delev, and E. Batyrshin, Phys. Rev. E **92**, 062510 (2015).
52. T. Takahashi, S. Hashidate, H. Nishijou, M. Usui, M. Kimura, and T. Akahane, Jpn. J. Appl. Phys. **37**, 1865 (1998).
53. *Flexoelectricity in Liquid Crystals. Theory, Experiments and Applications*, ed. by Á. Buka and N. Éber, World Sci. Publ. (UK) (2012).
54. H. P. Hinov and L. K. Vistin, J. Phys. (France) **40**, 269 (1979).
55. W. Zimmermann and L. Kramer, Phys. Rev. Lett. **55**, 402 (1985).
56. N. V. Madhusudana, V. A. Raghunathan, and K. R. Sumathy, J. Phys. **28**, L311 (1987).
57. W. Thom, W. Zimmermann, and L. Kramer, Liq. Cryst. **4**, 309 (1989).
58. A. Hertrich, W. Decker, W. Pesch, and L. Kramer, J. Phys. (France) **2**, 1915 (1992).
59. F. H. Busse and E. W. Bolton, J. Fluid. Mech. **146**, 115 (1984).
60. Э. А. Коддингтон, Н. Левинсон, *Теория обыкновенных дифференциальных уравнений*, Изд-во иностр. лит., Москва (1958).
61. S. Chandrasekhar, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Dover Publ., New York (1981).
62. H. Zhao and L. Kramer, Phys. Rev. E **62**, 5092 (2000).