

МАСШТАБНЫЕ ЭФФЕКТЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЛАКА ФРАГМЕНТОВ ПРИ РАЗРУШЕНИИ УДАРНИКА НА ТОНКИХ СЕТОЧНЫХ ЭКРАНАХ ПРИ ВЫСОКИХ СКОРОСТЯХ УДАРА

*Н. Н. Мягков**

*Институт прикладной механики Российской академии наук
125040, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 12 марта 2017 г.

В трехмерной постановке рассматривается задача о фрагментации алюминиевого ударника на тонком стальном сеточном экране при высоких скоростях удара. Численное моделирование фрагментации было выполнено на основе полной системы уравнений механики деформируемого твердого тела методом гладких частиц. Дана количественная характеристика разрушения ударника посредством статистики облака фрагментов. Значительное внимание было уделено масштабным эффектам, сопровождающим фрагментацию ударника. Масштабирование проводилось с помощью параметра K , определяющего число ячеек сетки, приходящихся на диаметр ударника. Найдено, что зависимость критической скорости фрагментации V_c от параметра K (или апертуры ячейки сетки l_a) состоит из двух ветвей, соответствующих двум режимам фрагментации ударника на сеточных экранах. В результате получена зависимость критической скорости V_c от диаметра ударника и параметров сетки для обоих режимов фрагментации. Показано, что средние кумулятивные распределения по массам, построенные при критических скоростях удара, проявляют свойство масштабной инвариантности, расщепляясь на две группы распределений, в точности соответствующие двум режимам фрагментации ударника. В каждой группе распределения демонстрируют удовлетворительное совпадение во всей области масс, причем в средней области масс имеют место степенные распределения с различными показателями τ . В работе делается вывод о зависимости показателя степенного распределения τ от механизма фрагментации.

DOI: 10.7868/S0044451018010066

1. ВВЕДЕНИЕ

Динамическая фрагментация, вызванная ударом или взрывом, исследовалась на протяжении ряда лет [1–25]. Типичные экспериментальные ситуации, в которых наблюдается фрагментация, соответствуют столкновению тяжелых ядер в атомной физике [3, 4, 19, 20], столкновению макроскопических тел [1, 12, 16], в том числе столкновению ударника с массивной преградой [1, 17, 18, 23, 25], взрывному разрушению оболочек [13] и разрушению ударника при высокоскоростном пробитии тонкого экрана [2, 5, 6, 8–11, 21, 22].

Возможность критического поведения в процессе фрагментации впервые анализировалась применительно к задаче, исследующей ядерные столкновения при промежуточных энергиях [3, 4, 19, 20]. Авто-

ры этих работ использовали подход, основанный на подобии наблюдаемого распределения фрагментов и предсказаниями известной теории критических явлений — перколяции [26]. Эти методы были затем применены к исследованию поведения фрагментации в механических системах [8–10, 12–18, 24]. Существование критического перехода от повреждения к фрагментации было подтверждено для различных типов механических систем как экспериментально [14, 15], так и посредством численного моделирования [8–10, 12, 13, 16–18].

Переход от поврежденности к фрагментации, или степень разрушения, могут быть охарактеризованы различными путями: массой среднего фрагмента, массой наибольшего фрагмента, флуктуациями массы наибольшего фрагмента и др. [3, 4, 12, 13, 19, 20]. В задачах, где присутствует соударение, в качестве контрольного параметра обычно выбирают скорость удара или энергия удара [8–10, 12, 13], или общее число образующихся фрагментов [3, 4, 14].

* E-mail: nn_myagkov@mail.ru

Эксперименты [1, 3, 13–16, 19, 23, 25] и численное моделирование [7, 10, 12, 13, 16, 24] показали, что распределение фрагментов по массам может быть представлено степенной функцией

$$n(m) \propto m^{-\tau} \quad (1)$$

в некоторой непренебрежимой области изменения масс фрагментов. Заметим, что зависимость (1) является необходимым, но не достаточным условием критического поведения при фрагментации. В критической точке перколяции показатель $\tau > 2.0$ [26]. Эксперименты по фрагментации ядер дают значение τ , согласующееся с этой величиной [3, 4], в то время как эксперименты по фрагментации хрупких и пластичных тел дают различные значения τ , как больше, так и меньше 2.0 [7, 9, 10, 12–18, 23–25].

Эксперименты и численное моделирование показали зависимость τ от эффективной размерности фрагментируемого объекта, т. е. более высокой размерности механической системы соответствует, как правило, большее значение показателя τ [23]. Зависимость показателя τ от начальной энергии, сообщаемой фрагментируемому объекту, была получена в экспериментах и при численном моделировании (например, [11, 12, 15, 24]). Было найдено, что показатель степенного распределения растет с увеличением начальной энергии. Авторы ряда работ (например, [24]) интерпретировали такое поведение, как пример того, что фрагментация не является самоорганизующимся явлением, в противоположность предположению, сделанному в ряде работ, начиная с известной работы [25]. Вообще говоря, это ставит под сомнение критическую природу фрагментации, которая обсуждалась в работах [7, 12, 13, 15–17]. В ряде работ [9, 13, 16, 17, 25] была найдена независимость показателя τ от импортируемой энергии. В то же время была показана зависимость τ от критерия разрушения [9] или от определяющего уравнения материала [17]. В работах [16, 18] было высказано утверждение, что видимая зависимость τ от импортируемой энергии, найденная в ряде работ, связана с неправильной интерпретацией результатов измерений или численных расчетов.

Отличительной особенностью настоящей работы является то, что численное моделирование фрагментации было выполнено на основе полной системы уравнений механики деформируемого твердого тела (МДТТ) методом гладких частиц (smoothed particle hydrodynamics, SPH) [27–29] в трехмерной постановке. Этот подход, который уже применялся нами в работах [8, 9], позволил в частности проверить выводы, сделанные ранее на базе моделей молекулярной

динамики и моделей дискретных элементов, широко применяемых для решения задач фрагментации [12, 13, 16–18, 24].

При фрагментации ударника на сплошной пластинке наблюдается высокая степень подобия результатов моделирования [8]. Представляет интерес исследовать аналогичную задачу для сеточных экранов. Однако в отличие от пластинки, для сеток появляется дополнительный параметр длины, так как ячейка сетки характеризуется двумя параметрами — диаметром проволоки и апертурой (видимое на просвет расстояние между проволоками). Появление дополнительного параметра, вообще говоря, существенно усложняет задачу, в частности, требует проведения большего объема вычислений.

В настоящей работе в трехмерной постановке мы рассматриваем задачу о фрагментации алюминиевого ударника на тонком стальном сеточном экране при высоких скоростях удара. Дается количественная характеристика облака фрагментов, образованного при разрушении ударника, посредством статистики облака фрагментов. Значительное внимание в работе уделено масштабным эффектам, сопровождающим фрагментацию ударника.

2. МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ И МОДЕЛИ МАТЕРИАЛОВ

2.1. Метод численного решения

Численное моделирование в трехмерной геометрии было выполнено на основе полной системы уравнений МДТТ методом SPH с помощью лицензионного пакета LS-DYNA [30] версии 971. Он дает возможность решения трехмерных динамических нелинейных задач механики деформируемого твердого тела.

Вычисления были выполнены с ударниками сферической формы из сплава алюминия диаметрами $D_{prj} = 6.35, 7.92, 9.50$ мм и стальными сетками с диаметром проволоки $d_w = 0.6$ мм, и апертурой ячейки l_a от 0.6 до 2.2 мм. Во всех расчетах линия движения ударника была перпендикулярна плоскости экрана и нацелена в узел (пересечение проволок), расположенный в центре сетки.

Число SPH-частиц в ударнике и общее число (ударник + экран) SPH-частиц, которые использовались в расчетах, показаны в табл. 1. Число SPH-частиц в экране зависит от геометрических параметров сетки l_a и d_w . В табл. 1 показаны числа SPH-частиц для экрана, которые соответствуют сетке с параметрами $l_a \times d_w = 2.0$ мм \times 0.6 мм.

Таблица 1. Числа SPH-частиц, которые использовались в расчетах

Диаметр ударника D_{prj} , мм	6.35	7.92	9.50
Число SPH-частиц в ударнике	17269	35825	59757
Общее число (ударник + + экран) SPH-частиц	27979	54455	78387

В настоящей работе, так же, как и в работе [8], результаты представлены только для фрагментов ударника. Это связано не только с общей картиной фрагментации, которая показывает, что характерные времена разрушения ударника и экрана существенно различаются. Задача о дроблении ударника на сеточном экране при высоких скоростях соударения связана с проблемой защиты космического аппарата (КА) от метеороидов и космического мусора [11, 21], которая решается посредством установки на КА так называемой экранной защиты. Дробление ударника (имитирующего метеороид или частицу мусора) на экране при высоких скоростях удара, свойственных космическим условиям, приводит к перераспределению импульса удара на большей площади защищаемой стенки КА, уменьшая, тем самым, вероятность ее пробития, поэтому исследователей традиционно интересуют вопросы, связанные с фрагментацией ударника.

Во всех задачах вычисления проводились до момента времени, когда распределение фрагментов по массам можно считать стационарным. В зависимости от размера ударника, как показали предварительные расчеты, это время составляет $t_{st} = 50\text{--}70$ мкс после удара. Исходными данными для программы поиска фрагментов являлись 3D-координаты всех SPH-частиц в момент времени t_{st} . Для иллюстрации на рис. 1 представлены кумулятивные распределения фрагментов по массам в разные моменты времени для ударника диаметром $D_{prj} = 6.35$ мм и сетки $l_a \times d_w = 2.0 \text{ мм} \times 0.6 \text{ мм}$, скорость удара ударника по экрану была 3 км/с. Видно, что на временах $t > 40$ мкс распределение фрагментов практически не меняется. В результате нами было выбрано значение $t_{st} = 50$ мкс для ударника диаметром $D_{prj} = 6.35$ мм.

Важной характеристикой для поиска фрагментов является радиус влияния r_{inf} , который имеет смысл максимального расстояния, на котором должны находиться две частицы, чтобы они принад-

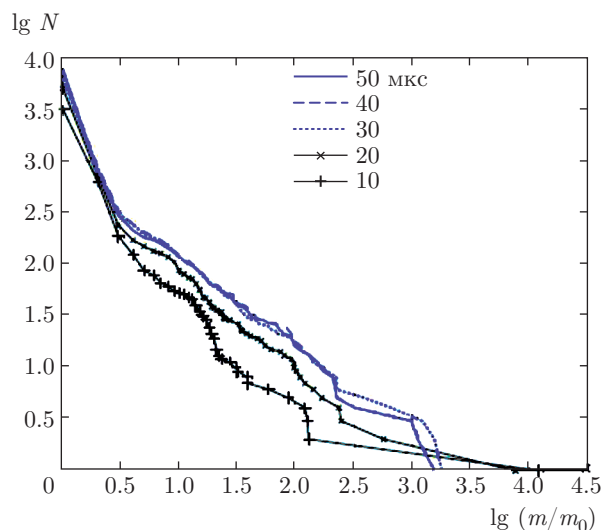


Рис. 1. Кумулятивные распределения фрагментов ударника по массам в различные моменты времени (скорость удара 3 км/с, $D_{prj} = 6.35$ мм, сетка $l_a \times d_w = 2.0 \text{ мм} \times 0.6 \text{ мм}$). Видно, что при $t \geq 40$ мкс распределение практически не меняется; m_0 — масса одной SPH-частицы в ударнике

лежали одному фрагменту. Напомним, что при расчете методом SPH при задании начальных условий SPH-частицы располагаются, как правило, в вершинах кубической решетки [27–30]. Следуя нашей предыдущей работе [9], в качестве радиуса влияния в расчетах брали значение $r_{inf} = a\sqrt{3}$, где a — длина ребра кубической решетки.

Результаты расчетов усреднялись по ансамблю (не менее десяти) моделирований (расчетов), соответствующих одному и тому же значению скорости удара. Вычислялись средние значения кумулятивного распределения, моментов, массы наибольшего фрагмента и т. д. Среднее кумулятивное распределение строилось по усредненному дифференциальному распределению. Расчеты, соответствующие одной и той же скорости удара, отличались друг от друга возмущением, вносимым в начальные условия начальным угловым смещением ударника относительно его оси вращения таким образом, что после вращения начальные кубические решетки сеточного экрана и ударника располагались под разными углами друг к другу.

2.2. Модели материалов

Модели материалов аналогичны тем, которые использовались нами в работе [8]. Пластический режим течения определяется моделью среды типа Прандтля–Рейсса с условием текучести Мизеса [30].

Таблица 2. Параметры материалов

Материал	ρ_0 , г/см ³	K_s , ГПа	G , ГПа	σ_p , ГПа	k^*	Γ	Теплоемкость кДж/(кг·К)	T_m , К
Сталь	7.85	166.7	76.9	1.66	1.49	1.93	0.477	1793
Сплав алюминия	2.71	72.8	27.3	1.15	1.34	2.0	0.875	875

Примечание. Здесь ρ_0 — начальная плотность материала, K_s — объемный модуль, G — модуль сдвига, σ_p — предельное напряжение растяжения, при котором наступает разрыв материала, k^* — коэффициент в ударной адиабате $D = c_0 + k^*U$, Γ — коэффициент Грюнайзена, который считается постоянным, T_m — температура плавления. Значения σ_p соответствуют измерениям откольной прочности для алюминиевого сплава АМГ6 и стали марки Ст.3, которые взяты из книги [33]. Параметры для модели Джонсона–Кука брались из работы [32].

В качестве определяющих уравнений брали уравнение состояния Ми–Грюнайзена [31] и модель Джонсона–Кука [32] для предела текучести. Основные данные для сплава алюминия и стали, использованные нами в расчетах, показаны в табл. 2.

В работе рассматривалась фрагментация ударника, в диапазоне скоростей удара от 2 до 4 км/с. При скоростях удара более 4.5 км/с [8] начинается плавление ударника и здесь требуются другие, более сложные уравнения состояния для моделирования процесса столкновения ударника и экрана.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

3.1. Картины фрагментации ударника на сеточном экране

Моделирование (см. рис. 3 в работе [9]) и эксперимент [2, 5, 11] показывают, что характер разрушения ударника на экране зависит от скорости удара. Из баллистики хорошо известно, что ударник пробивает тонкий экран при скоростях, значительно меньших, чем скорости, при которых разрушается сам. При относительно небольших скоростях удара экран пробит и одновременно наблюдается частичное разрушение ударника. При этом наибольшая масса отколовшихся фрагментов ударника много меньше массы наиболее крупного (доминирующего) фрагмента ударника. Этот режим называют обычно повреждением ударника. При более высоких скоростях удара происходит полная дезинтеграция ударника, средняя масса фрагмента становится значительно меньше исходной массы ударника, наблюдается режим фрагментации ударника. Таким образом, можно предположить существование критиче-

ской скорости удара V_c , выше которой при $V > V_c$ наблюдается фрагментация ударника.

Расчет взаимодействия алюминиевого ударника со стальной сеткой со скоростью, превышающей критическую, демонстрирует (рис. 2) три главных свойства облака фрагментов. Во-первых, в направлении, противоположном направлению удара, выбрасываются эжекционные частицы, являющиеся почти полностью фрагментами ударника (рис. 2б), масса которых значительно меньше массы эжекционных частиц в случае удара по сплошному экрану. Это наблюдение, сделанное на основании расчетов, подтверждается экспериментально [22]. Во-вторых, фрагментация ударника на сеточном экране характеризуется формированием струй осколков, выбрасываемых с фронтальной части ударника вдоль и поперек направления его движения (рис. 2в). В-третьих, тыльная часть ударника на поздних временах эволюции облака фрагментов распадается на несколько осколков, которые являются наиболее крупными фрагментами в облаке (рис. 2г). Последние два свойства совершенно не похожи на те, которые наблюдаются при взаимодействии ударника со сплошным экраном (см. рис. 1 из работы [8] или экспериментальные работы [5, 6]).

Однако, как показывают эксперименты и расчеты [11] с сетками различной апертуры, фрагментация ударника на сеточном экране характеризуется не только формированием фронтальных струй, но ударно-волновым разрушением тыльной части ударника, которое свойственно разрушению на сплошном экране. После контакта ударника с проволокой сетки, от места внедрения каждой проволоки в глубь ударника распространяются ударные волны. Через некоторое время ударные волны сливаются, образуя единую ударную волну. Эта ударная вол-

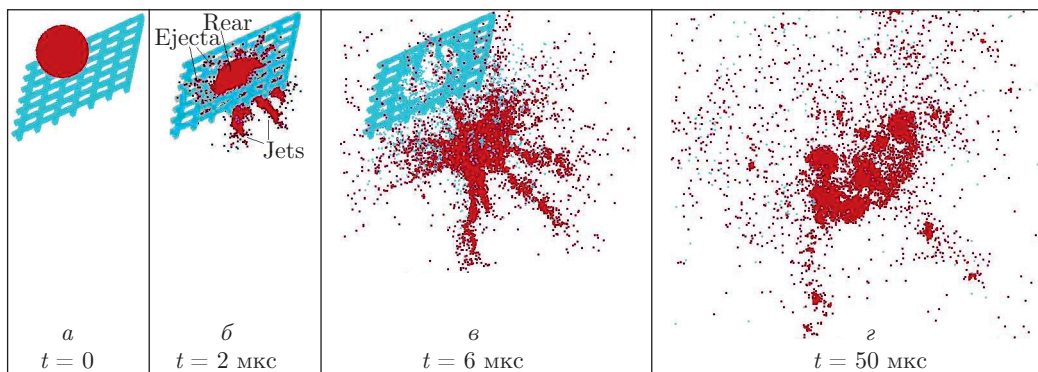


Рис. 2. Разрушение алюминиевого ударника диаметром 6.35 мм после его удара по стальной сетке $l_a \times d_w = 2.0 \text{ мм} \times 0.6 \text{ мм}$ со скоростью 3 км/с. Все рисунки даны в одинаковом масштабе, поэтому на рис. г показана только центральная часть облака фрагментов

на подобна той, которая формируется при взаимодействии ударника со сплошным экраном, однако ее интенсивность сильно зависит от апертюры сеточного экрана: при уменьшении апертюры интенсивность ударной волны растет (предельный случай апертюры равной нулю соответствует сплошному экрану). Ударная волна отражается от свободной тыльной поверхности ударника, что приводит к откольному разрушению тыльной части ударника. Это наглядно демонстрируется модельным расчетом, результаты которого представлены на рис. 3, взятому нами из работы [11]. Разрушение тыльной части ударника на рис. 3 (2б), соответствующем апертюре 0.5 мм, уже подобно разрушению, наблюдаемому на сплошном экране.

Таким образом, при больших апертюрах ячейки сеточного экрана преобладает фронтальная фрагментация, но при уменьшении апертюры доля массы ударника, фрагментируемого за счет струеобразования, существенно уменьшается и преобладает ударно-волновой механизм разрушения ударника. Какой из этих механизмов является преимущественным, зависит от отношения диаметра ударника к периоду сеточного экрана

$$K = D_{prj} / (l_a + d_w), \tag{2}$$

и, вообще говоря, отношения апертюры ячейки сетки к диаметру ее проволоки

$$\kappa = l_a / d_w. \tag{3}$$

Первый параметр определяет, сколько ячеек сетки экрана приходится на диаметр ударника, второй параметр характеризует степень дискретности сеточного экрана (значение $\kappa = 0$ соответствует сплошному экрану). Таким образом, в случае фрагментации

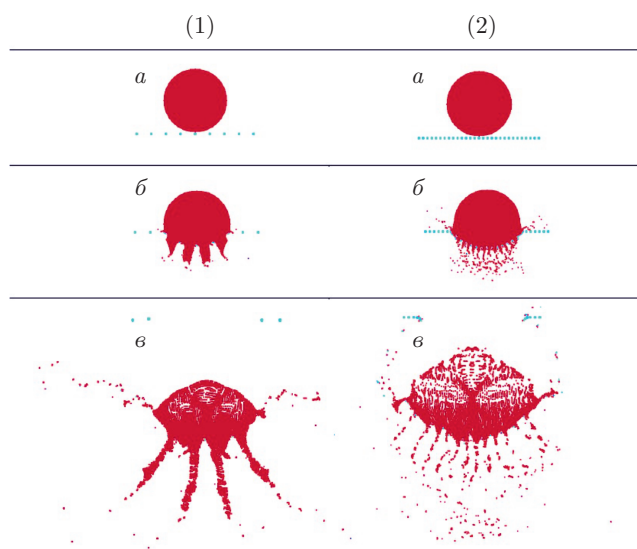


Рис. 3. Численное 2D-моделирование разрушения полиэтиленового ударника диаметром 15 мм на стальном сеточном экране. Апертюра ячейки экрана: (1) — 3 мм; (2) — 0.5 мм; диаметр проволоки 0.5 мм; скорость удара 3 км/с; время: а — $t = 0$; б — $t = 2 \text{ мкс}$; в — $t = 10 \text{ мкс}$. Рисунок взят из работы [11]

сферического ударника на сеточном экране решение в общем случае зависит от двух безразмерных геометрических параметров (2) и (3). В настоящей работе представлены результаты расчетов с фиксированным диаметром проволоки $d_w = 0.6 \text{ мм}$. Поэтому решение будет зависеть от одного безразмерного геометрического параметра (2).

Как было показано в экспериментах по взаимодействию ударника со сплошной пластинкой [5, 6], для подобных h/D_{prj} (h — толщина пластинки) и

одинаковых скоростей удара морфология и внутренняя структура облаков фрагментов будут подобны. Это свойство используется при тестировании экранных защит, устанавливаемых на КА (см., например, [34]). Для сеточных экранов такого общепризнанного параметра подобия, аналогичного h/D для сплошных экранов, пока не выявлено. Фактически представленная работа, вслед за нашими экспериментами [11], тестирует параметр (2) на эту роль.

3.2. Средняя масса фрагментов в зависимости от скорости удара для различных сеточных экранов

Как отмечалось выше, для фрагментации ударника необходимо, чтобы скорость удара V превысила критическое значение V_c . Для количественной оценки степени разрушения обычно вычисляется средняя масса фрагментов $M_{avr} = \langle \overline{M}_2^j / \overline{M}_1^j \rangle$, где $\overline{M}_1^j, \overline{M}_2^j$ — соответственно первый и второй моменты распределения фрагментов по массам в j -м моделировании (4), скобки $\langle \dots \rangle$ — усреднение по ансамблю моделирований (расчетов), соответствующих одному и тому же значению V . Как отмечалось выше, для каждого значения V было выполнено не менее десяти расчетов. Моделирования, соответствующие одной и той же скорости удара V , отличались друг от друга возмущением, вносимым в начальные условия начальным угловым смещением ударника относительно его оси вращения таким образом, что после вращения начальные кубические решетки сеточного экрана и ударника располагались под разными углами друг к другу. Моменты распределения фрагментов по массам, получаемые в одном моделировании, определяются как [3, 12, 19, 20]:

$$\overline{M}_k^j(V) = \sum_m^{\wedge} m^k n^j(m, V), \quad (4)$$

где $n^j(m, V)$ — число фрагментов ударника с массой m , произведенных в j -м моделировании (расчете) при скорости удара V . Шляпка над знаком суммы в (4) означает, что суммирование пробегает по всем фрагментам, исключая наибольший фрагмент.

На рис. 4 показаны зависимости M_{avr}/m_{tot} (m_{tot} — масса ударника) от скорости удара для ударника диаметром $D_{prj} = 6.35$ мм и различных сеточных экранов с апертурами l_a от 0 до 2.0 мм и диаметром проволоки $d_w = 0.6$ мм (апертура $l_a = 0$ соответствует сплошному экрану). Пики зависимостей соответствуют критическим скоростям удара V_c , при которых наступает фрагментация [8].

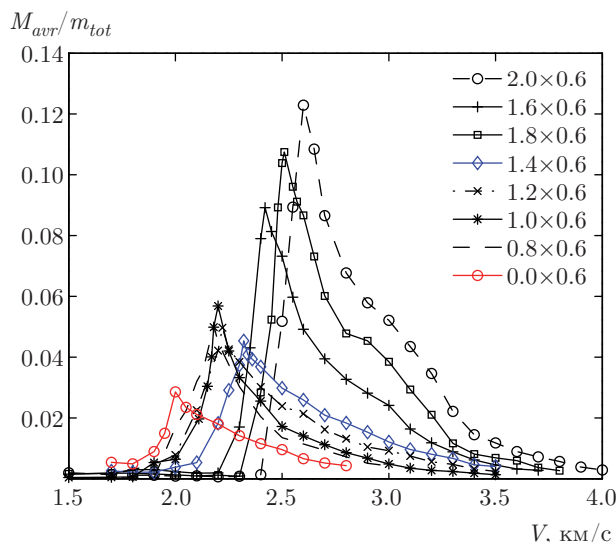


Рис. 4. Зависимости нормированной средней массы фрагментов M_{avr}/m_{tot} от скорости удара V для ударника диаметром $D_{prj} = 6.35$ мм и различных сеточных экранов с параметрами $l_a \times d_w$ (в мм)

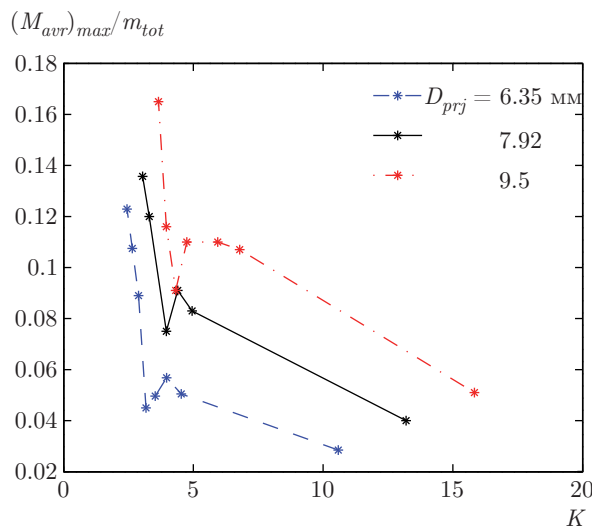


Рис. 5. Огибающие пиковых значений средней массы фрагментов в зависимости от параметра K (2) для различных диаметров ударника (показаны на рисунке)

На рис. 5 показаны огибающие пиковых значений средней массы фрагментов, показанных на рис. 4 для ударника диаметром 6.35 мм, и еще для двух других диаметров ударника (показаны на рисунке) в зависимости от параметра K (2), имеющего смысл числа периодов сетки, укладываемых на длине диаметра ударника. Видно, что везде $(M_{avr}/m_{tot})_{max}$ немонотонно уменьшается с увеличением параметра K (уменьшением апертуры ячеек).

ки сетки), проходя через локальный минимум. Наличие локального минимума, по-видимому, связано с двумя режимами фрагментации, которые имеют место при «малых» и «больших» значениях апертур сетки (см. разд. 3.1).

Для того чтобы получить критерий, разделяющий малые и большие апертуры, поступим следующим образом. Изменим масштаб кривых на рис. 5 вдоль оси абсцисс с помощью замены $D_{prj}/(l_a + d_w) \rightarrow (D_{prj})^\gamma/(l_a + d_w)$, где γ — подгоночный параметр. Наилучшее совмещение локальных минимумов кривых получается для значения $\gamma = 1/4$, при этом получаем $(D_{prj})^{1/4}/(l_a + d_w) = 0.8 \text{ мм}^{-3/4}$. Отсюда следует критическое значение апертуры сетки

$$(l_a)_c = 1.25(D_{prj})^{1/4} - d_w, \quad (5)$$

где диаметр ударника D_{prj} и диаметр проволоки d_w надо брать в мм. Таким образом, будем считать, что значения $0 < l_a < (l_a)_c$ соответствуют малым апертурам, а $l_a > (l_a)_c$ — большим апертурам. Для ударников диаметром 6.35, 7.92, 9.5 мм из выражения (5) имеем соответственно $(l_a)_c \approx 1.4, 1.5, 1.6$ мм.

3.3. Критические скорости удара в зависимости от параметров сеточного экрана и диаметра ударника

В общем случае зависимости нормированной средней массы фрагментов M_{avr}/m_{tot} от скорости удара V , представленные на рис. 4, не обладают масштабной инвариантностью. Однако для двух групп кривых, соответствующих малым и большим апертурам такая инвариантность все же имеет место.

На рис. 6 показан коллапс трех кривых из рис. 4, соответствующих апертурам $l_a = 1.6, 1.8, 2.0$ мм, полученный масштабированием с помощью замены $V \rightarrow VK^\alpha$ и $M_{avr}/m_{tot} \rightarrow (M_{avr}/m_{tot})K^\beta$. Наилучший результат получается для показателей $\alpha = 0.4$ и $\beta = 1.70$. Из этого следует, что $(M_{avr}/m_{tot})K^\beta$ зависит только от VK^α .

Для критической скорости удара из рис. 6 получается соотношение $V_c K^{0.4} = 3.70 \text{ км/с}$. Отсюда, с учетом (2), получается зависимость критической скорости от апертуры в области больших апертур:

$$V_c = 3.7K^{-0.4} \quad \text{или} \quad V_c = k_{1a}(l_a + d_w)^{0.4}, \quad (6)$$

где коэффициент $k_{1a} = 1.8 \text{ км/с} \cdot \text{мм}^{-0.4}$. Видно, что в области больших апертур критическая скорость растет с увеличением апертуры сетки.

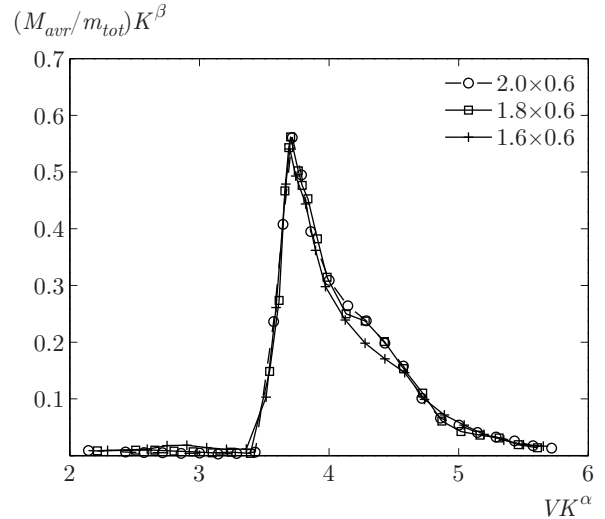


Рис. 6. Изменение масштаба кривых из рис. 4, соответствующих апертурам 2.0, 1.8, 1.6 мм, с помощью степенных функций от параметра K . На рисунке показано наилучшее совпадение кривых, которое наблюдается для показателей $\alpha = 0.4$ и $\beta = 1.70$, $D_{prj} = 6.35$ мм

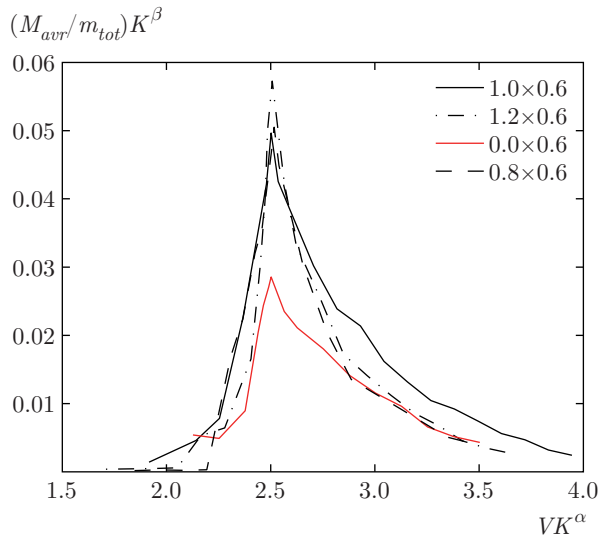


Рис. 7. Изменение масштаба кривых из рис. 5, соответствующих апертурам 1.2, 1.0, 0.8, 0 мм, с помощью степенных функций от K . На рисунке показан случай, когда $\alpha = 0.095$ и $\beta = 0$, $D_{prj} = 6.35$ мм

Для кривых из рис. 4, соответствующих апертурам $l_a = 1.2, 1.0, 0.8, 0$ мм, масштабные преобразования позволяют совместить максимумы кривых только по оси абсцисс (см. рис. 7). Наилучший результат наблюдается для показателя $\alpha = 0.095$, при этом имеем $V_c K^{0.095} = 2.5 \text{ км/с}$. Отсюда получается зависимость критической скорости от параметра K для малых апертур:

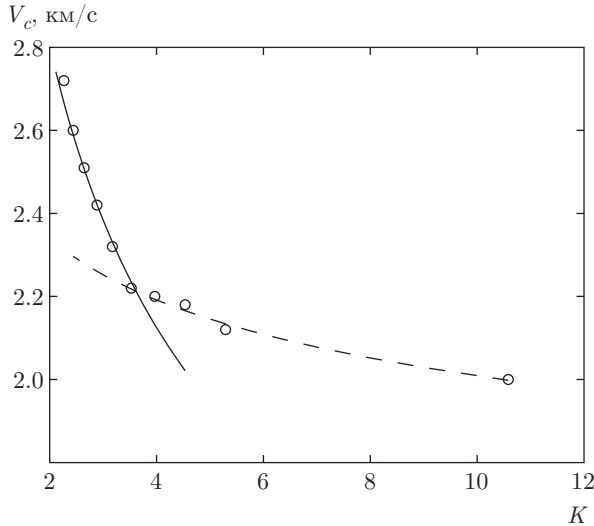


Рис. 8. Сравнение критических скоростей удара, полученных в расчетах (о) и с помощью формул (6) (сплошная линия) и (7) (штриховая), для ударника диаметром 6.35 мм

$$V_c = 2.5K^{-0.095} \quad \text{или} \quad V_c = k_{2a}(l_a + d_w)^{0.095}, \quad (7)$$

где коэффициент $k_{2a} = 2.1 \text{ км/с} \cdot \text{мм}^{-0.095}$. Видно, что в случае малых апертур, критическая скорость очень слабо растет с увеличением апертуры сетки.

На рис. 8 показана зависимость критической скорости от безразмерного параметра $K = D_{prj}/(l_a + d_w)$, полученная в расчетах с ударником диаметром 6.35 мм. Там же для сравнения построены кривые по зависимостям (6) и (7). На верхней ветвь, соответствующую большим апертурам, кроме точек, соответствующих апертурам сетки $l_a = 1.6, 1.8, 2.0$ мм (по которым строилась зависимость (6)), также ложатся точки, соответствующие апертурам $l_a = 1.2, 1.4, 2.2$ мм. На нижней ветви, соответствующей малым апертурам, расположены точки с апертурами $l_a = 1.2, 1.0, 0.8, 0.6, 0$ мм. Крайняя правая точка на нижней ветви ($l_a = 0$) соответствует сплошной пластинке.

Наличие излома в зависимости критической скорости (рис. 8), связано с двумя режимами фрагментации, которые имеют место при малых и больших значениях апертур сетки (см. разд. 3.1).

Рассмотрим зависимость критической скорости от диаметра ударника при неизменном сеточном экране для случаев малых и больших апертур.

На рис. 9а показаны зависимости нормированной средней массы фрагментов M_{avr}/m_{tot} от скорости удара V для сеточного экрана с параметрами $l_a \times d_w = 1.0 \text{ мм} \times 0.6 \text{ мм}$ и трех ударников с диаметрами 6.35, 7.92, 9.5 мм. На следующем рис. 9б показан коллапс этих зависимостей, который получается

масштабированием с помощью замены $V \rightarrow V/K^\alpha$ и $M_{avr}/m_{tot} \rightarrow (M_{avr}/m_{tot})/K^\beta$. Наилучший результат получается для показателей $\alpha = 0.166$ и $\beta = 1.54$.

Для критической скорости удара из рис. 9б получается соотношение $V_c/K^{1/6} = 1.75 \text{ км/с}$. Отсюда с учетом (2) получается зависимость критической скорости от диаметра ударника для малых апертур:

$$V_c = k_{2d}(D_{prj})^{1/6}, \quad (8)$$

где коэффициент $k_{2d} = 1.6 \text{ км/с} \cdot \text{мм}^{-1/6}$. Видно, что в случае малых апертур, критическая скорость растет с увеличением диаметра ударника. Комбинируя (7) и (8) получим зависимость критической скорости от диаметра ударника и параметров сетки для малых апертур в виде

$$V_c \sim (D_{prj})^{1/6}(l_a + d_w)^{0.095}. \quad (9)$$

На рис. 10а показаны зависимости нормированной средней массы фрагментов M_{avr}/m_{tot} от скорости удара V для сеточного экрана с параметрами $l_a \times d_w = 2.0 \text{ мм} \times 0.6 \text{ мм}$ и трех ударников с диаметрами 6.35, 7.92, 9.5 мм. С помощью масштабных преобразований удается совместить только пик кривых, показанных на рис. 10. Найденные масштабные преобразования имеют вид $V \rightarrow VH^{\alpha_1}K^{\alpha_2}$ и $M_{avr}/m_{tot} \rightarrow (M_{avr}/m_{tot})/H^{\beta_1}K^{\beta_2}$, где параметр K берется из (2), параметр $H = m_{eff}/M_{prj}$, где m_{eff} — эффективная масса экрана [25], накрываемая ударником и M_{prj} — масса ударника. Для сетки $2.0 \text{ мм} \times 0.6 \text{ мм}$ вычисления дают значения $H = 0.090, 0.078, 0.063$ для ударников с диаметрами соответственно 6.35, 7.92, 9.5 мм.

Наилучший результат, представленный на рис. 10б, получается для показателей $\alpha_1 = 0.75$, $\alpha_2 = 0.70$, $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 0.8$. Для критической скорости удара из рис. 10б получается соотношение $V_c H^{0.75} K^{0.70} = 0.8 \text{ км/с}$. Отсюда следует зависимость критической скорости от диаметра ударника для больших апертур через параметры H и K :

$$V_c = k_{1d}H^{-0.75}(D_{prj})^{-0.70}, \quad (10)$$

где коэффициент $k_{1d} = 1.56 \text{ км/с} \cdot \text{мм}^{0.7}$.

Комбинируя (7) и (10) и учитывая, что $H = m_{eff}/M_{prj}$, получим зависимость критической скорости от диаметра ударника и параметров сетки для больших апертур в виде

$$V_c \sim (m_{eff})^{-0.75}(D_{prj})^{1.55}(l_a + d_w)^{0.4}. \quad (11)$$

Видно, что в случае больших апертур критическая скорость растет с увеличением диаметра ударника

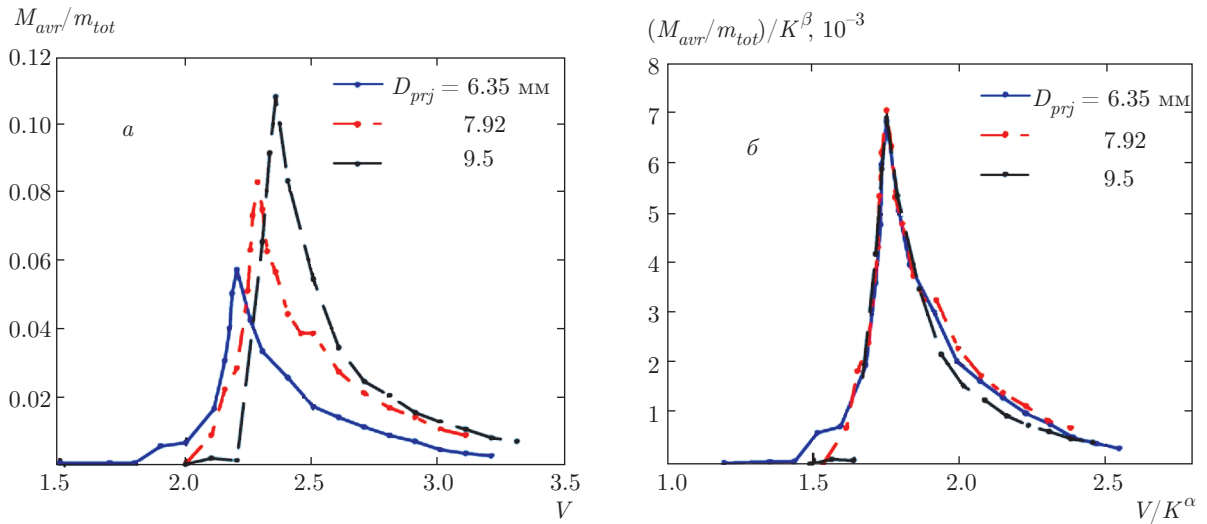


Рис. 9. а) Зависимости нормированной средней массы фрагментов M_{avr}/m_{tot} от скорости удара V для сеточного экрана с параметрами $l_a \times d_w = 1.0 \text{ мм} \times 0.6 \text{ мм}$ и ударников различных диаметров. б) Изменение масштаба кривых с помощью степенных функций от параметра K (2). На рисунке показано наилучшее совпадение кривых, которое наблюдается для показателей $\alpha = 0.166$ и $\beta = 1.54$

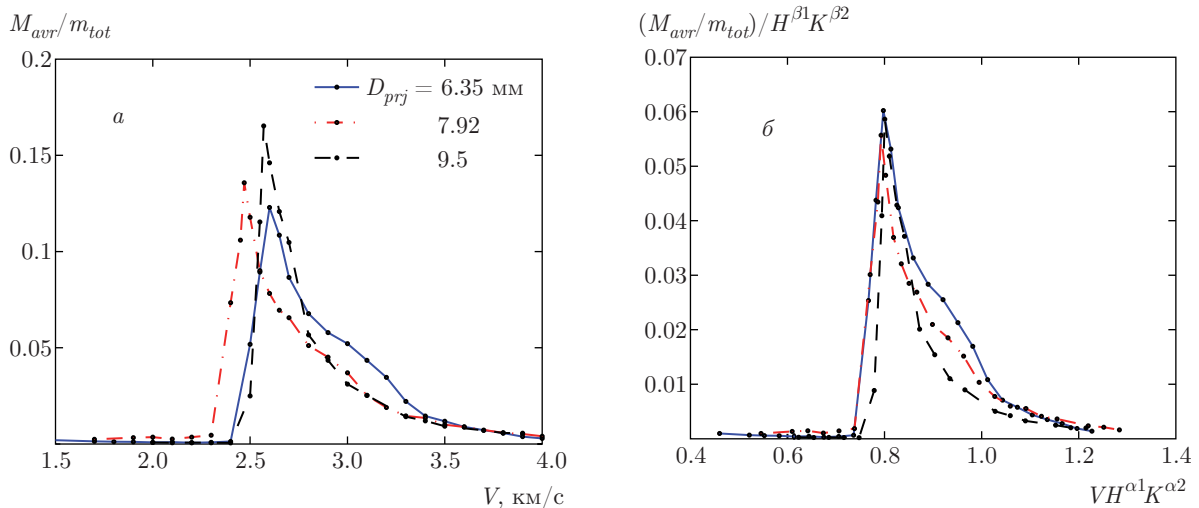


Рис. 10. а) Зависимости нормированной средней массы фрагментов M_{avr}/m_{tot} от скорости удара V для сеточного экрана с параметрами $l_a \times d_w = 2.0 \text{ мм} \times 0.6 \text{ мм}$ и ударников различных диаметров. б) Изменение масштаба кривых из рис. 10а с помощью степенных функций от параметров K (2) и H . На рисунке показано наилучшее совпадение кривых, которое наблюдается для показателей $\alpha_1 = 0.75$, $\alpha_2 = 0.70$, $\beta_1 = 0$ и $\beta_2 = 0.8$

примерно как $(D_{prj})^{1.55}$ и падает с увеличением эффективной массы сетки, накрываемой сферическим ударником примерно как $(m_{eff})^{-0.75}$.

3.4. Средневзвешенные массы фрагментов в зависимости от скорости удара

Снова обратимся к вычислению средней массы фрагментов, но теперь с учетом наибольшего фраг-

мента. Определим средневзвешенную массу фрагментов в виде

$$m_{avr} = \frac{\langle M_2^j(V) \rangle}{M_1}, \quad (12)$$

где первый и второй моменты в (12) определяются как

$$M_k^j(V) = \sum_m m^k n^j(m, V). \quad (13)$$

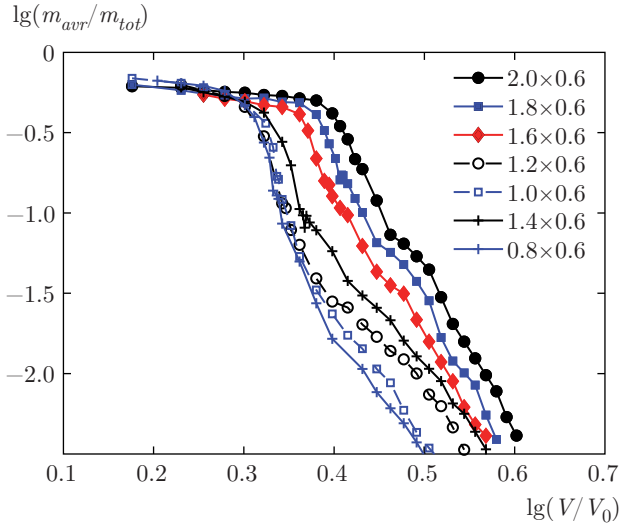


Рис. 11. Средневзвешенные массы фрагментов, нормированные на массу ударника, в зависимости от скорости удара для ударника с $D_{prj} = 6.35$ мм и различных сеточных экранов с параметрами $l_a \times d_w$ (в мм), $V_0 = 1$ км/с

В правой части (13) обозначения такие же, как и в (4). Отличие (13) от (4) состоит в том, что суммирование в (13) пробегает по всем фрагментам, включая наибольший фрагмент. В этом случае первый момент M_1 является общей массой фрагментов, которая остается неизменной в вычислениях и равной массе ударника m_{tot} (по этой причине M_1 выведена из-под знака усреднения в выражении (12)).

На рис. 11 показаны средневзвешенные массы фрагментов, нормированные на массу ударника, в зависимости от скорости удара для ударника с $D_{prj} = 6.35$ мм и различных сеточных экранов. Для зависимостей на рис. 11 с помощью масштабных преобразований можно совместить только результаты для сеток с большой апертурой 2.0 мм, 1.8 мм, 1.6 мм. Результат представлен на рис. 12. Видно, что изменение масштаба кривых по осям с помощью степеней параметра K дает хорошее совпадение зависимостей для $\alpha = 0.6$ и $\beta = 0$. Таким образом, здесь свойство масштабной инвариантности имеет место только для сеток с большими апертурами.

В закритической области ($V > V_c$) данные на рис. 12 аппроксимировались (методом наименьших квадратов) прямой линией. В результате мы получили, что при $V > V_c$ в области больших апертур средневзвешенная масса

$$m_{avr} \propto \left(\left(\frac{l_a + d_w}{(D_{prj})_0} \right)^{-0.6} \frac{V}{V_0} \right)^\kappa, \quad (14)$$

где $\kappa = -9.4 \pm 0.2$, $V_0 = 1$ км/с и $(D_{prj})_0 = 6.35$ мм.

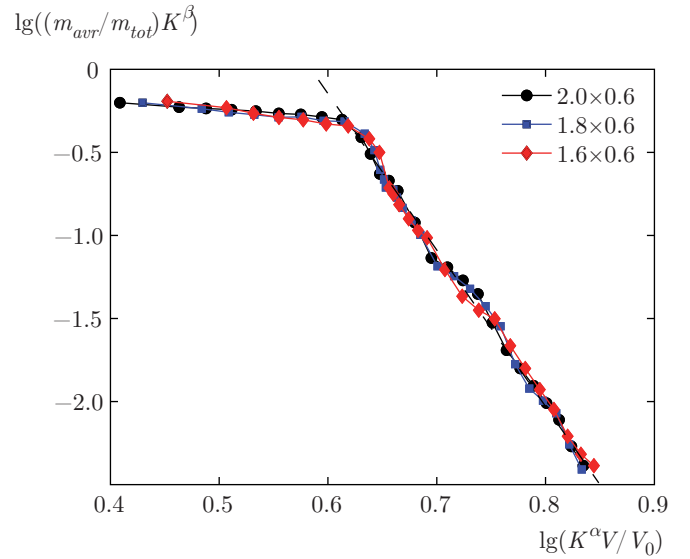


Рис. 12. Коллапс зависимостей средневзвешенной массы фрагмента от скорости удара для трех сеточных экранов (показаны на рисунке), взятых из рис. 11, с помощью степенных функций от параметра K (2) при значениях показателей $\alpha = 0.6$ и $\beta = 0$

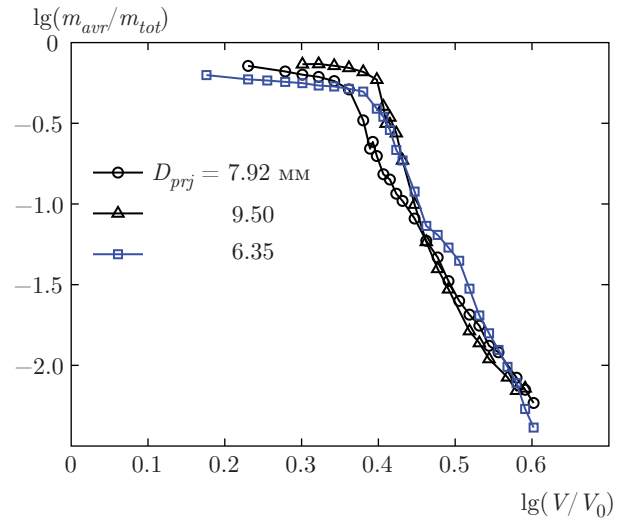


Рис. 13. Средневзвешенные массы фрагментов, нормированные на массу ударника, в зависимости от скорости удара для ударников различных диаметров и сетки с $l_a \times d_w = 2.0$ мм \times 0.6 мм, $V_0 = 1$ км/с

На рис. 13 показаны средневзвешенные массы фрагментов, нормированные на массу ударника, в зависимости от скорости удара для ударников различных диаметров (показаны на рисунке) и сетки $l_a \times d_w = 2.0$ мм \times 0.6 мм. Видно, что в закритической области ($V > V_c$) зависимости, соответствующие разным размерам ударника, не имеют уни-

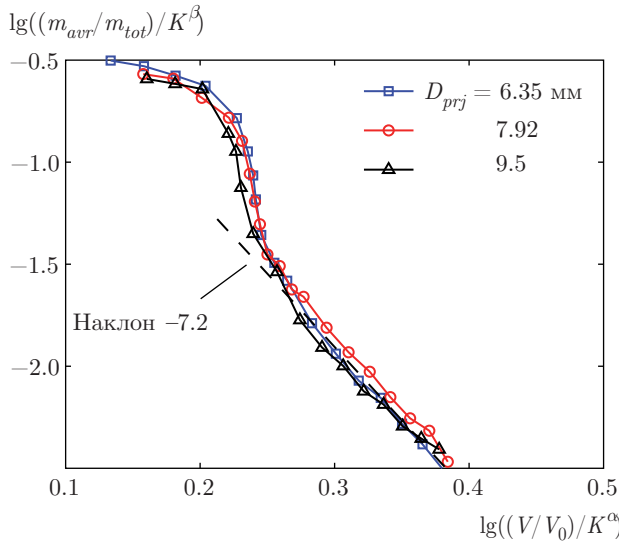


Рис. 14. То же, что и на рис. 13, но для сетки с $l_a \times d_w = 1.0 \text{ мм} \times 0.6 \text{ мм}$. Показано изменение масштаба кривых с помощью степенных функций от параметра K (2). На рисунке показано наилучшее совпадение кривых, которое наблюдается для показателей $\alpha = 0.25$ и $\beta = 0.8$

версальной асимптотики. Степенной показатель в асимптотике $m_{avr} \propto V^\chi$ зависит от диаметра ударника, изменяясь от $\chi = -8.2$ до $\chi = -9.4$.

В противоположность этому в области малых апертур для сетки $l_a \times d_w = 1.0 \text{ мм} \times 0.6 \text{ мм}$, можно получить хорошее совпадение кривых за счет изменения их масштаба с помощью степенных функций от параметра K (2). На рис. 14 показано наилучшее совпадение кривых, которое наблюдается для показателей $\alpha = 0.25$ и $\beta = 0.8$. Видно, что в закритической области ($V > V_c$) зависимости, соответствующие разным размерам ударника, имеют приблизительно одинаковую асимптотику

$$m_{avr} \propto D_{prj}^{0.8-0.25\chi} (V/V_0)^\chi \quad (15)$$

со значением $\chi = -7.2 \pm 0.2$.

3.5. Распределения фрагментов по массам

Распределение фрагментов по массам описывалось кумулятивным распределением

$$N(m) = \int_m^\infty n(m') dm', \quad (16)$$

где $n(m)$ — число фрагментов с массой m . Для данного значения скорости удара V среднее кумулятивное распределение $\langle N(m, V) \rangle$ строилось по средне-

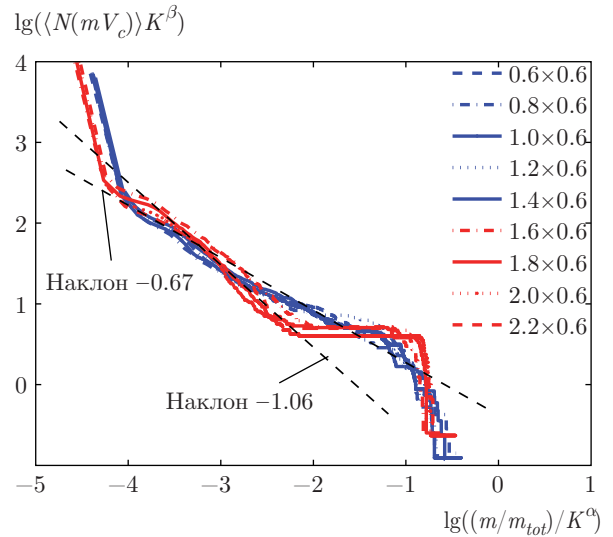


Рис. 15. Средние кумулятивные распределения, построенные при критических скоростях удара для ударника с $D_{prj} = 6.35 \text{ мм}$ и сеток с параметрами $l_a \times d_w$ (в мм) после масштабных преобразований с помощью степенных функций от параметра K (2). Показано совпадение кривых, которое наблюдается для показателей: $\alpha = 0.25$ и $\beta = 0.16$ (малые апертуры) и $\alpha = 0.8$, $\beta = 0.9$ (большие апертуры)

му дифференциальному распределению, полученному в результате усреднения по серии (не менее десяти) расчетов при этом значении V . Как отмечалось ранее, расчеты, соответствующие одной и той же скорости удара V , отличались друг от друга возмущением, вносимым в начальные условия посредством начального углового смещения ударника относительно его оси вращения.

Как было показано в экспериментах и численных расчетах [1, 3, 7, 10, 12–16, 19, 23–25] $n(m)$ имеет вид степенного распределения (1) в критической и выше критической точки V_c в некоторой непренебрежимой области масс. В этой области кумулятивное распределение $N(m) \sim m^{1-\tau}$. Во многих работах отмечалась универсальность показателя τ , например, была найдена [9, 13, 16, 17, 25] независимость показателя τ от импортируемой энергии или скорости удара. В то же время, эксперименты и численное моделирование показали зависимость τ от эффективной размерности фрагментируемого объекта [23], также была показана зависимость τ от критерия разрушения [9] или от определяющего уравнения материала [17].

На рис. 15 показаны средние кумулятивные распределения, построенные при критических скоростях удара для ударника с $D_{prj} = 6.35 \text{ мм}$ и сеток с

$d_w = 0.6$ мм и апертурами l_a от 0.6 до 2.0 мм. Видно, что они собираются в две группы, соответствующие малым ($l_a = 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4$ мм) и большим ($l_a = 1.6, 1.8, 2.0, 2.2$ мм) апертурам. Изменение масштаба кривых с помощью степеней параметра K дает удовлетворительное совпадение распределений для обеих групп распределений во всей области масс (рис. 15) при значениях показателей $\alpha_1 = 0.25$ и $\beta_1 = 0.16$ (группа малых апертур) и $\alpha_2 = 0.8$, $\beta_2 = 0.9$ (группа больших апертур). Таким образом, имеет место скейлинговое соотношение вида

$$\langle N_c(m, (l_a + d_w)/(D_{prj})_0) \rangle_i = [(l_a + d_w)/(D_{prj})_0]^{\beta_i} \times \Phi_i((m/m_{tot}) [(l_a + d_w)/(D_{prj})_0]^{\alpha_i}), \quad (17)$$

где $(D_{prj})_0 = 6.35$ мм, $\langle N_c(m) \rangle = \langle N(m, V_c) \rangle$ и Φ_i ($i = 1, 2$) обозначает масштабную функцию для двух групп распределений. В (17) учтено, что при масштабном преобразовании на рис. 15 изменяется только период сетки, входящий в параметр K (2).

На рис. 15 видно, что в каждой группе распределений в средней области масс имеют место степенные распределения с различными показателями: $\tau = 2.06 \pm 0.02$ (группа больших апертур) и $\tau = 1.67 \pm 0.02$ (группа малых апертур). Напомним, что разделение сеточных экранов на группы малых и больших апертур связано с различными механизмами фрагментации, которые наблюдаются при разрушении ударника (см. разд. 3.1), а критическое значение апертуры сетки дается формулой (5): для ударника диаметром 6.35 мм $(l_a)_c \approx 1.4$. Поэтому можно констатировать зависимость показателя τ от механизма фрагментации.

На рис. 16 представлены те же зависимости, что и на рис. 15, но для ударника диаметром 9.5 мм. Здесь также видно, что распределения собираются в две группы, соответствующие малым ($l_a = 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6$ мм) и большим ($l_a = 1.8, 2.0, 2.2$ мм) апертурам (для ударника диаметром 9.5 мм $(l_a)_c \approx 1.6$). Различие в показателях степенных распределений здесь менее заметно: $\tau = 2.06 \pm 0.02$ (группа малых апертур) и $\tau = 1.94 \pm 0.02$ (группа больших апертур). Для этого случая также имеет место скейлинг вида (17). Отметим, что распределения в группе больших апертур изначально демонстрируют хорошее совпадение и не требуют масштабных преобразований.

На рис. 17 представлены результаты расчетов средних кумулятивных распределений по массам при скоростях удара, превышающих критическую, $V \geq V_c$, для ударников диаметром

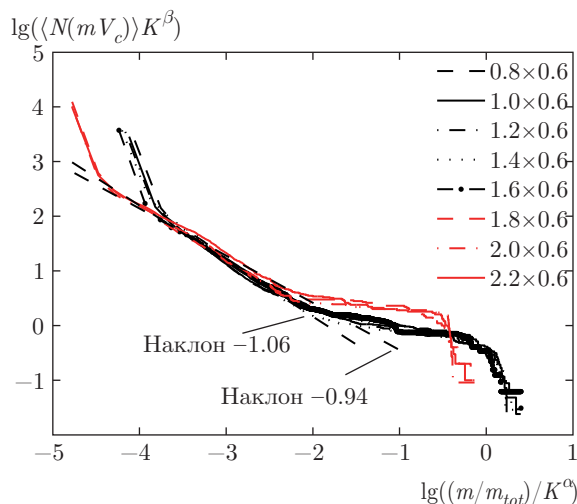


Рис. 16. То же, что и на рис. 15, но для ударника диаметром $D_{prj} = 9.5$ мм и сеток с параметрами $l_a \times d_w$ (в мм). Показано совпадение кривых, которое наблюдается для показателей: $\alpha = 0$ и $\beta = 0$ (большие апертуры) и $\alpha = -0.80$, $\beta = -0.85$ (малые апертуры)

$D_{prj} = 6.35, 7.92$ мм, и сеток соответственно $l_a \times d_w = 1.6$ мм \times 0.6 мм и 2.0 мм \times 0.6 мм. Оба расчета выполнены для области больших апертур, но для разных диаметров ударника. Видно, что показатель степенного распределения τ в области средних масс не зависит от скорости удара в широком интервале изменения скоростей и остается приблизительно равным значению τ при критической скорости удара. Для ударника с $D_{prj} = 6.35$ мм найдено значение $\tau = 2.06 \pm 0.02$, для $D_{prj} = 7.92$ мм имеем $\tau = 1.81 \pm 0.02$.

4. ВЫВОДЫ

В настоящей работе в трехмерной постановке рассматривается задача о фрагментации алюминиевого ударника на тонком стальном сеточном экране при высоких скоростях удара. Дана количественная характеристика облака фрагментов, образованного при разрушении ударника, посредством статистики облака фрагментов. Значительное внимание в работе уделено масштабным эффектам, сопровождающим фрагментацию ударника.

В известных нам работах по численному моделированию фрагментации в механических системах фрагментируемый объект описывался или набором тождественных частиц, связанных между собой парным потенциалом (по аналогии с методом молекулярной динамики), или множеством элементов

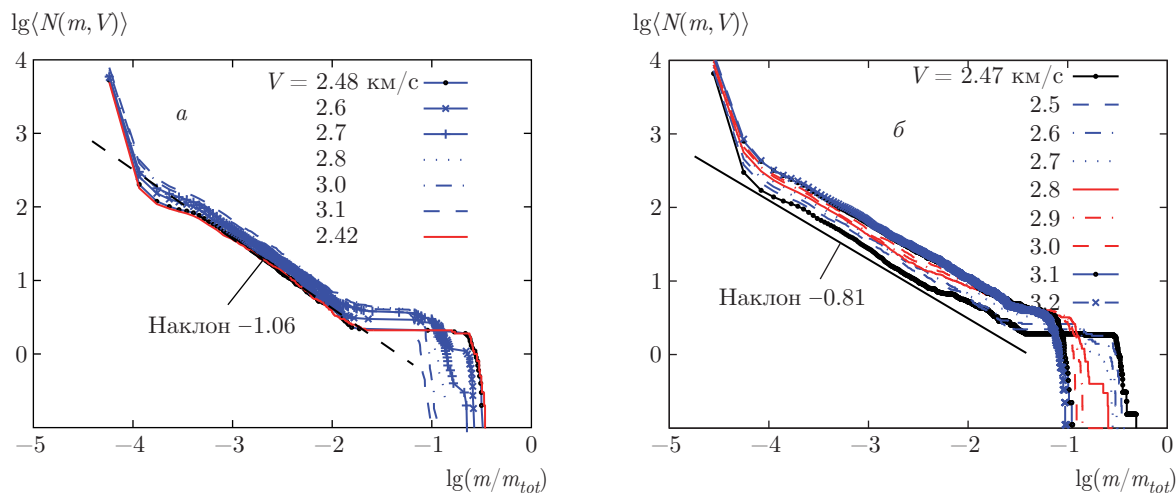


Рис. 17. Средние кумулятивные распределения по массам при скоростях удара превышающих критическую, $V \geq V_c$: *a* — ударник с $D_{prj} = 6.35$ мм, сетка с $l_a \times d_w = 1.6$ мм \times 0.6 мм, $V_c = 2.42$ км/с; *б* — ударник с $D_{prj} = 7.92$ мм, сетка с $l_a \times d_w = 2.0$ мм \times 0.6 мм, $V_c = 2.47$ км/с

различной формы, связанных друг с другом разными типами невесомых связующих элементов. Динамика частиц (элементов), включающая как поступательное, так и вращательное движение, описывалась в этих моделях системой уравнений Ньютона. Из этих методов наиболее распространенными являются метод молекулярной динамики и так называемые модели дискретных элементов (Discrete Element Models) [12, 13, 16–18].

В настоящей работе, вслед за нашими работами [8, 9], численное моделирование фрагментации было выполнено на основе полной системы уравнений МДГТ методом гладких частиц (SPH). Поведение материалов описывалось уравнением состояния Ми–Грюнайзена [31] и моделью пластичности Джонсона–Кука [32].

Вычисления были выполнены с алюминиевыми ударниками сферической формы различных диаметров (основная часть вычислений была выполнена для ударника с $D_{prj} = 6.35$ мм) и стальными сеточными экранами с различными геометрическими параметрами ячейки сетки $l_a \times d_w$ (все представленные расчеты были выполнены с $d_w = 0.6$ мм).

Главная особенность разрушения ударника на сеточном экране состоит в формировании струй фрагментов, выбрасываемых от фронтальной поверхности ударника в направлении движения ударника и в поперечных направлениях [11].

Эксперименты и расчеты показывают [11], что разрушение и фрагментация ударника на сеточном экране характеризуется не только формировани-

ем фронтальных струй, но и ударно-волновым разрушением тыльной части ударника, которое свойственно разрушению на сплошном экране. Какой из этих механизмов является преимущественным, зависит от значений параметра $K = D_{prj}/(l_a + d_w)$, определяющим, сколько ячеек сетки приходится на диаметр ударника. При больших апертурах ячейки преобладает фронтальная фрагментация, но при уменьшении апертуры доля массы ударника, фрагментируемого за счет струеобразования, существенно уменьшается и преобладает ударно-волновой механизм разрушения ударника.

Основные выводы работы могут быть сформулированы следующим образом:

моделирование показало, что процесс разрушения ударника в зависимости от скорости удара может быть разделен на два состояния — состояния поврежденности и фрагментации с резким переходом между ними при критическом значении скорости удара V_c . Этот результат согласуется с результатами моделирования, выполненными ранее на основе метода молекулярной динамики и моделей дискретных элементов [10, 12, 13, 16–18], и на основе численного моделирования методом SPH [8, 9];

наибольшее значение средней массы $(M_{avr})_{max}$ фрагментов, наблюдаемое при критической скорости удара V_c , немонотонно зависит от параметра K , имея локальный минимум при некотором значении K_c или апертуре $(l_a)_c$ (рис. 5). Разумно предположить, что это связано с наличием двух режимов фрагментации ударника на сеточном экране

[11]. При $K < K_c$ ($l_a > (l_a)_c$ — большие апертуры сетки) превалирует фронтальный механизм разрушения ударника с образованием струй фрагментов, свойственный разрушению на сеточных экранах. При $K > K_c$ ($0 < l_a < (l_a)_c$ — малые апертуры сетки) превалирует ударно-волновое разрушение тыльной части ударника, которое свойственно разрушению на сплошном экране;

показано, что зависимости нормированной средней массы фрагментов M_{avr}/m_{tot} от скорости удара V проявляют свойство масштабной инвариантности во всем рассмотренном диапазоне апертур сеточного экрана. В результате мы получили зависимости критической скорости V_c от диаметра ударника и параметров сетки как для малых (9), так и больших апертур (11). Следует отметить, что рост V_c ограничен сверху скоростями примерно 4.5–5.0 км/с, при которых начинается плавление ударника и принятая модель материалов уже не применима. Зависимость критической скорости фрагментации V_c от параметра K (или апертуры l_a) состоит из двух ветвей (рис. 8), испытывая излом в точке, соответствующей критической апертуре ячейки сетки $(l_a)_c$, еще раз подтверждая наличие двух режимов фрагментации ударника на сеточных экранах, о которых говорилось выше;

зависимости нормированной средневзвешенной массы фрагментов m_{avr}/m_{tot} от скорости удара проявляют свойство масштабной инвариантности при изменении параметра K в области больших апертур только при фиксированном диаметре ударника и в области малых апертур только при фиксированной апертуре ячейки сеточного экрана. Как результат, в первом случае была извлечена зависимость m_{avr} от скорости удара и параметров сетки (14), во втором случае — зависимость m_{avr} от скорости удара и диаметра ударника (15);

показано, что средние кумулятивные распределения по массам, построенные при критических скоростях удара, $\langle N(m, V_c) \rangle$, проявляют свойство масштабной инвариантности, расщепляясь на две группы распределений, в точности соответствующие малым и большим апертурам сеточного экрана (рис. 15 и 16). В каждой группе средние кумулятивные распределения демонстрируют хорошее совпадение во всей области масс. Видно, что в каждой группе распределений в средней области масс имеют место степенные распределения с различными показателями τ . Как отмечалось выше, разделение сеточных экранов на группы малых и больших апертур связано с различными механизмами фрагментации, которые наблюдаются

при разрушении ударника. Поэтому можно констатировать зависимость показателя τ от механизма фрагментации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-01-00565-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. W. K. Hartmann, *Icarus*, **10**, 201 (1969).
2. D. E. Grady and M. E. Kipp, *Int. J. Impact Engng.* **20**, 293 (1997).
3. X. Campi, *J. Phys. A* **19**, L917 (1986).
4. J. Richert and P. Wagner, *Phys. Rep.* **350**, 1 (2001).
5. A. J. Piekutowski, *Int. J. Impact Engng.* **17**, 627 (1995).
6. A. J. Piekutowski, *Int. J. Impact Engng.* **20**, 639 (1997).
7. J. A. Åström, B. L. Holian, and J. Timonen, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3061 (2000).
8. Н. Н. Мягков, *ЖЭТФ* **151**, 67 (2017).
9. N. N. Myagkov and V. V. Stepanov, *Physica A* **410**, 120 (2014).
10. N. N. Myagkov and T. A. Shumikhin, *Physica A* **358**, 423 (2005).
11. N. N. Myagkov, T. A. Shumikhin, and L. N. Bezrukov, *Int. J. Impact Engng.* **37**, 980 (2010).
12. F. Kun and H. Herrmann, *Phys. Rev. E* **59**, 2623 (1999).
13. F. Wittel, F. Kun, H. J. Herrmann, and B. H. Kröplin, *Phys. Rev. E* **71**, 016108 (2005).
14. H. Katsuragi, D. Sugino, and H. Honjo, *Phys. Rev. E* **68**, 046105 (2003); H. Katsuragi, D. Sugino, and H. Honjo, *Phys. Rev. E* **70**, 065103(R) (2004).
15. F. Moukarzel, S. F. Fernandez-Sabido, and J. C. Ruiz-Suarez, *Phys. Rev. E* **75**, 061127 (2007).
16. G. Timar, F. Kun, H. A. Carmona, and H. J. Herrmann, *Phys. Rev. E* **86**, 016113 (2012).
17. G. Timar, J. Blömer, F. Kun, and H. J. Herrmann, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 09550 (2010).
18. G. Pal, I. Varga, and F. Kun, *Phys. Rev. E* **90**, 062811 (2014).
19. X. Campi, *Phys. Lett. B* **208**, 351 (1988).

20. X. Campi, H. Krivine, N. Sator, and E. Plagnol, *Eur. Phys. J. D* **11**, 233 (2000).
21. D. E. Grady and N. A. Winfree, *Int. J. Impact Engng.* **26**, 249 (2001).
22. T. A. Shumikhin, N. N. Myagkov, and L. N. Bezrukov, *Int. J. Impact Engng.* **50**, 90 (2012).
23. A. Meibom and I. Balslev, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2492 (1996).
24. N. Sator, S. Mechkov, and F. Sausset, *Europ. Phys. Lett.* **81**, 44002 (2008).
25. L. Oddeshede, P. Dimon, and J. Bohr, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3107 (1993).
26. D. Stauffer and A. Aharony, *Introduction to Percolation Theory*, London (1994).
27. J. Monaghan, *Rep. Prog. Phys.* **68**, 1703 (2005).
28. D. Libersky, A. G. Petscheck et al., *J. Comput. Phys.* **109**, 67 (1993).
29. F. Stellingwerf and C. A. Wingate, *Int. J. Impact Engng.* **14**, 707 (1993).
30. O. Hallquist, *LS-DYNA Theory Manual*, Livermore Software Technology Corporation (2005).
31. Y. B. Zel'dovich and Y. P. Raizer, *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*, Academic, New York (1966).
32. G. R. Johnson and W. H. Cook, in *Proc. 7th Intern. Symp. Ballistics* (1983), p. 541.
33. G. I. Kanel, S. V. Razorenov, and V. E. Fortov, *Shock-Wave Phenomena and the Properties of Condensed Matter*, Springer, New York (2004).
34. E. L. Christiansen, J. L. Crews, J. E. Williamsen, J. H. Robinson, and A. M. Nolen, *Int. J. Impact Engng.* **17**, 217 (1995).