

ВЛИЯНИЕ ПУЧКА, НАПРАВЛЯЕМОГО В ЗЕЕМАНОВСКИЙ ЗАМЕДЛИТЕЛЬ, НА ЗАХВАТ АТОМОВ КРИПТОНА МАГНИТООПТИЧЕСКОЙ ЛОВУШКОЙ

*С. Сингх**, *В. Б. Тивари*, *С. Р. Мишра*, *Х. С. Рават*

*Отделение прикладной лазерной физики, Центр прогрессивных технологий им. Раджи Раманны
452013, Индаур, Индия*

Поступила в редакцию 12 апреля 2017 г.

(Перевод с английского)

EFFECT OF ZEEMAN SLOWER BEAM ON LOADING OF A KRYPTON MAGNETO-OPTICAL TRAP

S. Singh, V. B. Tiwari, S. R. Mishra, H. S. Rawat

Исследуется влияние мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, на скорость захвата и потери атомов за счет столкновений в атомном пучке криптона, попадающем в магнитооптическую ловушку. Результаты показывают, что увеличение мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, сначала увеличивает скорость захвата магнитооптической ловушкой и уменьшает потери атомов за счет фоновых столкновений, а это увеличивает число холодных атомов в магнитооптической ловушке до оптимального значения. При дальнейшем увеличении мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, число холодных атомов в магнитооптической ловушке уменьшается из-за увеличения потерь атомов за счет фоновых столкновений и уменьшения скорости захвата атомов ловушкой. При этом наблюдалось, что при изменении мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, потери атомов за счет столкновений с холодными атомами сохраняются. Таким образом, настоящее исследование подчеркивает необходимость оптимизации мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, для захвата максимального числа холодных атомов из атомного пучка в магнитооптической ловушке.

DOI: 10.7868/S0044451018040016

Охлажденные лазером атомы благородных газов с высокой внутренней энергией, такие как криптон, представляют собой полезные объекты для исследований, связанных со столкновениями с холодными атомами [1, 2], физикой ионизации [3, 4], нанолитографией [5], анализом следовых количеств атомов, удерживаемых в ловушке (АТТА) [6], и обнаружением темной материи [7]. Охлаждение и захват атомов криптона, а также других благородных газов в основном состоянии представляются сложным из-за отсутствия лазеров, излучающих в области вакуум-

ного ультрафиолета. Поэтому обычно используются атомы криптона в первом возбужденном состоянии, отстоящем приблизительно на 10 эВ от основного состояния. Охлаждение и захват атомов криптона возможны в метастабильном состоянии $4p^55s[3/2]_2$ (время жизни около 40 с) путем возбуждения атома в лежащее выше состояние $4p^55p[5/2]_3$ с помощью облучения лазером с длиной волны 811.5 нм. Метастабильное состояние атомов криптона (обозначенное как Kr^*) может быть получено методом радиочастотного разряда [8]. До захвата магнитооптической ловушкой метастабильные горячие атомы криптона (Kr^*), образующиеся в радиочастотном разряде, предварительно охлаждаются в зеemanовском замедлителе [9]. В зеemanовском замед-

* E-mail: surendra@rrcat.gov.in

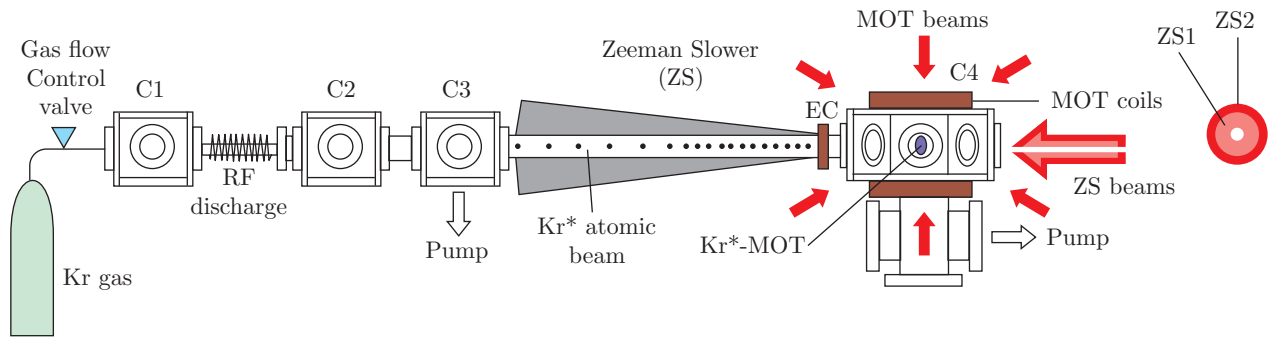


Рис. 1. Схема экспериментальной установки зеемановского замедлителя, замедляющего метастабильные атомы криптона перед захватом их магнитооптической ловушкой. ЕС, C1, C2, C3 и C4 — соответственно катушка экстракции, камера впуска газа, камера анализа, камера накачки и магнитооптическая ловушка метастабильного криптона

лителе лазерный пучок (называемый ниже пучком, направляемым в зеемановский замедлитель), который распространяется в направлении, противоположном направлению атомного пучка из радиочастотной разрядной трубки, используется для замедления атомов в присутствии пространственно-неоднородного магнитного поля соленоида. Частота излучения пучка, направляемого в зеемановский замедлитель, настраивается таким образом, что доплеровский сдвиг частоты лазера зеемановского замедлителя для движущихся атомов компенсируется зеемановским сдвигом атомной частоты перехода. Это приводит к резонансному взаимодействию лазерного пучка, направляемого в зеемановский замедлитель, с быстро движущимися атомами на всем протяжении длины соленоида. Благодаря большому потоку атомов и возможности замедлять атомы до скоростей меньших, чем скорость захвата атомов магнитооптической ловушкой, зеемановские замедлители стали очень популярны и широко используются для захвата магнитооптической ловушкой. Основной упор при этом делался на оптимизацию конструкции зеемановского замедлителя для улучшения захвата магнитооптической ловушкой [10, 11]. Цель настоящей работы — показать, что на динамику захвата ловушкой может также существенно влиять мощность пучка, направляемого в зеемановский замедлитель.

В настоящей работе исследуется влияние мощности пучка, направляемого в зеемановский замедлитель, на скорость захвата и потери атомов за счет столкновений в атомном пучке метастабильного криптона, попадающего в магнитооптическую ловушку. Полученные нами экспериментальные результаты четко показывают, что мощность пучка, направляемого в зеемановский замедлитель, может

изменять скорость захвата ловушкой так же, как потерю атомов за счет фоновых столкновений. Для получения максимального числа атомов в магнитооптической ловушке существует оптимальное значение мощности пучка, направляемого в зеемановский замедлитель, которое приводит к увеличению скорости захвата магнитооптической ловушкой и уменьшению фоновых потерь захваченных атомов за счет столкновений.

Схематическое изображение криптоновой магнитооптической ловушки, используемой в настоящей работе, показано на рис. 1. Эта установка аналогична используемой в нашей более ранней работе [12]. Атомы, замедленные пучком лазера, направляемым в зеемановский замедлитель, охлаждаются и захватываются в камере магнитооптической ловушки тремя парами встречных циркулярно поляризованных лазерных пучков в присутствии квадрупольного магнитного поля. Если частота излучения лазерного пучка, направляемого в зеемановский замедлитель, настроена близко к резонансной частоте, то захваченный атом может быть выбит из магнитооптической ловушки [13]. Во избежание этого, мы использовали пучок, направляемый в зеемановский замедлитель, состоящий из пары концентрических полых пучков разных диаметров. Это увеличило захват холодных атомов за счет меньшего разрушения облака холодных атомов в магнитооптической ловушке. Использование полого пучка большего диаметра также улучшило захват магнитооптической ловушкой благодаря лучшему охлаждению атомов, не лежащих на оси пучка, выходящего из зеемановского замедлителя. Холодное атомное облако было сформировано в темной центральной области полых пучков, направляемых в зеемановский замедлитель. Диаметр темного пятна, используемого для генера-

ции первого полого пучка, был приблизительно равен 1 мм. Второй полый пучок был сгенерирован с использованием пары аксионов с диаметром от пика до пика приблизительно 7 мм и шириной кольца приблизительно 1.5 мм. Число холодных атомов максимизировали путем изменения мощности первого полого пучка, при этом мощность второго полого пучка сохранялась равной 5 мВт при всех измерениях.

Слабый зондирующий лазерный луч от лазера ECDL (DL 100L, Toptica, Германия) пропускали через камеру магнитооптической ловушки в направлении, перпендикулярном направлению распространения атомного пучка. Индуцированное лазером флуоресцентное излучение от атомного пучка регистрировалось на калиброванном фотодиоде для оценки числа атомов $^{84}\text{Kr}^*$. Число атомов $^{84}\text{Kr}^*$ в атомном пучке дается формулой

$$N_a = \frac{4\pi}{hc} \frac{\lambda}{\Omega} \frac{P_f}{\gamma_{sc}},$$

где P_f — мощность флуоресценции, регистрируемая на откалиброванном фотодиоде, h — постоянная Планка, λ — резонансная длина волны, c — скорость света, Ω — телесный угол, стягиваемый поверхностью детектора в центре атомного пучка. Концентрация частиц $^{84}\text{Kr}^*$ (n_a) оценивалась посредством деления числа атомов $^{84}\text{Kr}^*$ на объем области пересечения атомного пучка и зондирующего лазерного луча.

Число холодных атомов в магнитооптической ловушке оценивалось с помощью детектирования ПЗС-матрицей флуоресценции облака захваченных магнитооптической ловушкой атомов [12]. Число холодных атомов N в атомном облаке было определено по полученному ПЗС-матрицей изображению с помощью соотношения

$$N = \frac{8\pi \left[1 + 6 \frac{I}{I_s} + 4 \left(\frac{\Delta_L}{\Gamma} \right)^2 \right]}{\Gamma \left(6 \frac{I}{I_s} \right) t_{exp} \eta \Omega} N_c, \quad (1)$$

где I_s — интенсивность насыщения, I — интенсивность каждого охлаждающего пучка в магнитооптической ловушке, $\Gamma = 2\pi \cdot 5.56$ МГц — естественная ширина линии охлаждающего перехода для $^{84}\text{Kr}^*$, Δ_L — отстройка лазера, N_c — полное число отсчетов на ПЗС-матрице, η — квантовая эффективность ПЗС-матрицы, Ω — телесный угол, стягиваемый поверхностью собирающей линзы, используемой для фокусировки изображения на ПЗС-матрице в течение времени экспозиции t_{exp} .

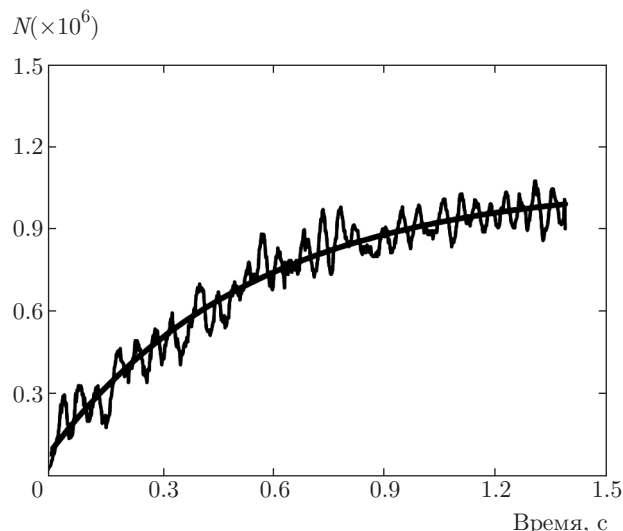


Рис. 2. Кривая захвата $^{84}\text{Kr}^*$ в магнитооптическую ловушку для фиксированных мощностей пучка, направляемого в зеемановский замедлитель, равных $P_{ZS1} = 25$ мВт и $P_{ZS2} = 5$ мВт. Кривая со случайными отклонениями — экспериментально наблюдаемый сигнал флуоресценции от облака магнитооптической ловушки, зарегистрированный с помощью фотодиода; гладкая непрерывная кривая — результат наилучшей подгонки наблюдаемых данных. $\gamma = 1.35 \text{ с}^{-1}$, $\beta = 4 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$

Мы исследовали влияние мощности пучка, направляемого в зеемановский замедлитель, на потери атомов, связанные со столкновениями в магнитооптической ловушке, анализируя кривые захвата магнитооптической ловушкой (как показано на рис. 2) для разных величин мощности пучка, направляемого в зеемановский замедлитель. Изменение во времени числа захваченных атомов (N), в облаке атомов $^{84}\text{Kr}^*$ в магнитооптической ловушке дается выражением

$$\frac{dN}{dt} = L - \gamma N - \beta \int n^2 d^3r, \quad (2)$$

где L — скорость захвата магнитооптической ловушкой, γ — коэффициент потери атомов из ловушки за счет столкновений с фоновыми атомами, n — концентрация атомов в облаке магнитооптической ловушки, β — коэффициент потери атомов из ловушки за счет парных столкновений с холодными атомами внутри облака магнитооптической ловушки.

Во время захвата магнитооптической ловушкой мы наблюдали линейный рост концентрации атомов в ней с увеличением числа атомов, захваченных магнитооптической ловушкой. Это указывает на то, что магнитооптическая ловушка работает в режиме постоянного объема. Тогда распределение concentra-

Таблица. Величины отношения n_a/n_b , числа холодных атомов (N), коэффициента потерь за счет фоновых столкновений (γ) и коэффициента скорости столкновений с холодными атомами (β) при разных значениях давления и мощности радиочастотного излучения

$P \cdot 10^{-8}$, Торр	P_{RF} , Вт	$n_a/n_b (\times 10^{-3})$	$N (\times 10^5)$	γ, c^{-1}	$\beta, cm^3 \cdot c^{-1} (\times 10^{-10})$
2.5	4.0	1.0	8.3	1.60	3.8
2.0	4.0	1.3	8.9	1.42	4.2
1.5	3.0	1.7	9.8	1.37	4.0
1.5	5.0	1.9	10.0	1.34	3.9

ции холодных атомов может быть приближено гауссовым распределением:

$$n(r, t) = n_0(t) \exp(-r^2/2\rho^2), \quad (3)$$

где ρ — среднеквадратичная ширина атомного облака.

Решение уравнения (2) для этого случая выглядит следующим образом [14]:

$$N(t) = N_s \left[1 - \frac{(1 + \xi) \exp(-t/t_L)}{1 + \xi \exp(-t/t_L)} \right], \quad (4)$$

где

$$t_L = \frac{1 - \xi}{1 + \xi} \frac{1}{\gamma}, \quad \xi = \left(1 + \sqrt{8} \frac{\gamma}{\beta n_{0s}} \right)^{-1}.$$

Здесь N_s и n_{0s} — соответственно число атомов и максимальная концентрация атомов в облаке магнитооптической ловушки в установившемся режиме, а t_L — время захвата магнитооптической ловушкой. Величины γ и β для магнитооптической ловушки могут быть оценены [15] подгонкой выражением (4) экспериментально полученных кривых захвата в магнитооптической ловушке для разных комбинаций радиочастотной мощности и фонового давления. Максимальная концентрация атомов в установившемся режиме n_{0s} была получена из соотношения числа атомов N_s и объема ловушки. Скорость захвата L оценивалась из градиента кривой захвата магнитооптической ловушкой (такой, как график, показанный на рис. 2), измеренного на начальном участке кривой ($t = 0-100$ мс). Значение скорости захвата L определялось с помощью линейной подгонки $N(t) = Lt$ начального участка кривой захвата.

Коэффициент потери атомов γ определяется их столкновениями с атомами фона. На этот множитель влияет число атомов фона, включая атомы $^{84}\text{Kr}^*$ в пучке или в окрестностях облака магнитооптической ловушки, которые не захватываются

магнитооптической ловушкой. Множитель γ может быть выражен как

$$\gamma = \sum_i (n_i \sigma_i \bar{v}_i),$$

где суммирование осуществляется по всем видам частиц фона, σ_i — сечение рассеяния при столкновениях, $\bar{v}_i = \sqrt{8k_B T / \pi m_i}$ — средняя скорость, T — температура газа, m_i и n_i — соответственно масса и концентрация атомов.

Отметим, что средняя концентрация фоновых атомов (n_b) связана с фоновым давлением (P) уравнением состояния идеального газа $P/n_b = k_B T$, где k_B — постоянная Больцмана и T — температура. При комнатной температуре ($T = 300$ К) $n_b/P \approx 3.2 \cdot 10^{16}$ атомов/(см³·Торр), откуда можно получить концентрацию фоновых атомов при разных значениях давления (P) в камере магнитооптической ловушки. Это давление может меняться путем изменения потока газа криптона в разрядном отделении. Давление в камере без потока газа криптона намного ниже (на порядок), чем давление в присутствии газа криптона.

Мощность радиочастотного излучения, используемого для создания метастабильных атомов криптона, и давление в камере магнитооптической ловушки определяют отношение плотности атомов $^{84}\text{Kr}^*$ (n_a) к средней концентрации атомов фона (n_b). Средняя концентрация атомов фона n_b учитывает атомы основного и метастабильного состояний ^{84}Kr , наряду с основным и метастабильным состояниями атомов других изотопов криптона. Изменение коэффициента γ потери атомов за счет столкновений в зависимости от отношения n_a/n_b приведено в таблице. Можно видеть, что увеличение соотношения n_a/n_b приводит к уменьшению величины γ . Это, на первый взгляд, выглядит удивительно, поскольку увеличение отношения n_a/n_b означает ограничение движения атомов в ловушке и связанную с этим ионизацию ловушки. Однако более высо-

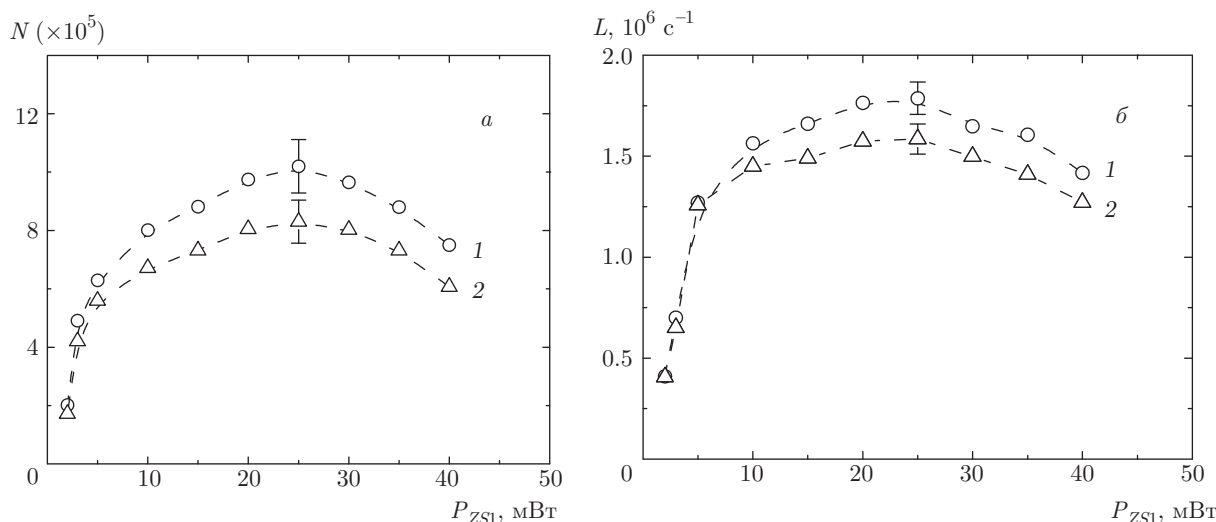


Рис. 3. Измеренные числа холодных атомов $^{84}\text{K}^*$ (N) в магнитооптической ловушке (а) и скорости захвата атомов (L) магнитооптической ловушкой (б) в зависимости от мощности первого пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, (P_{ZS1}) при двух разных величинах давления и мощности радиочастотного излучения. 1 — $P_{RF} = 5$ Вт, $P = 1.5 \cdot 10^{-8}$ Торр; 2 — $P_{RF} = 4$ Вт, $P = 2.5 \cdot 10^{-8}$ Торр. Интервалы погрешностей измерений были определены из повторных измерений. Штриховые линии соединяют точки для удобства восприятия

кие значения n_a/n_b также означают, что пучок, направляемый в зеemanовский замедлитель, при более высокой мощности может замедлить больше атомов $^{84}\text{K}^*$ до скорости, находящейся в интервале скоростей захвата ловушкой. Это приводит к увеличению скорости захвата магнитооптической ловушкой и уменьшению потерь атомов за счет фоновых столкновений благодаря уменьшению скорости незахваченных атомов $^{84}\text{K}^*$.

Изменение числа холодных атомов (N) и скорости захвата $^{84}\text{K}^*$ магнитооптической ловушкой с изменением мощности первого полого пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, (P_{ZS1}) показаны на рис. 3. Число холодных атомов увеличивается с увеличением мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, и достигает максимального значения при величине мощности $P_{ZS1} \approx 25$ мВт, после чего начинает уменьшаться, как показано на рис. 3а. Отметим, что скорость захвата следует той же зависимости. Скорость захвата $^{84}\text{K}^*$ магнитооптической ловушкой также достигает максимума при мощности направляемого в зеemanовский замедлитель пучка $P_{ZS1} \approx 25$ мВт, как показано на рис. 3б. Давление излучения при низких мощностях направляемого в зеemanовский замедлитель пучка (меньше 25 мВт) становится слабее, что приводит к меньшему торможению внутри зеemanовского замедлителя. Таким образом, с увеличени-

ем мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, скорость захвата сначала растет. При мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, приблизительно равной 25 мВт скорость захвата достигает максимального значения, которое примерно в четыре раза превышает скорость захвата при самой низкой мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель (2 мВт). При дальнейшем увеличении мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, атомы выталкиваются этим пучком, что приводит к уменьшению скорости захвата.

Число холодных атомов зависит от мощности радиочастотного излучения, используемого для генерации метастабильных атомов $^{84}\text{K}^*$, и величины давления в камере магнитооптической ловушки. Для того чтобы исследовать вклад фоновых столкновений и столкновений с холодными атомами в процессе захвата магнитооптической ловушкой, мы изучили изменение коэффициента потери атомов за счет фоновых столкновений (γ) и коэффициента потери за счет столкновений с холодными атомами (β) как функцию мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, при разных сочетаниях величин фонового давления и мощности радиочастотного излучения, используемых в экспериментах. На рис. 4 показаны результаты этих измере-

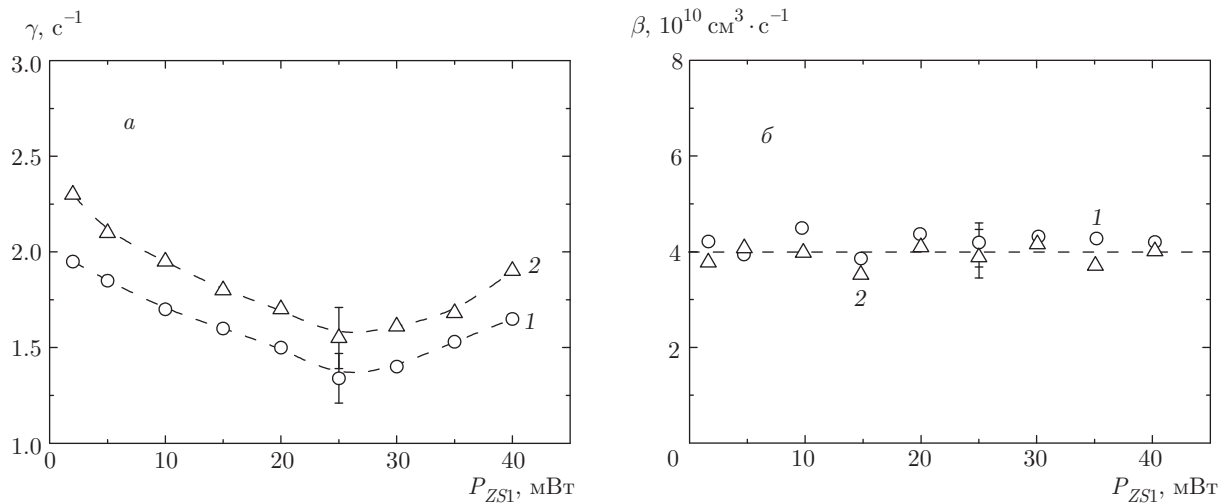


Рис. 4. Измеренные коэффициенты γ потери атомов за счет фоновых столкновений (а) и коэффициенты β потери атомов за счет столкновений с холодными атомами (б) в магнитооптической ловушке атомов $^{84}\text{Kr}^*$, в зависимости от мощности первого полого пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель (P_{ZS1}), при двух разных значениях давления и мощности радиочастотного излучения. 1 — $P_{RF} = 5$ Вт, $P = 1.5 \cdot 10^{-8}$ Торр; 2 — $P_{RF} = 4$ Вт, $P = 2.5 \cdot 10^{-8}$ Торр. Интервалы погрешностей измерений были определены из повторных измерений. Штриховые линии соединяют точки для удобства восприятия

ний. Как можно видеть из таблицы, отношение концентрации атомов $^{84}\text{Kr}^*$ к концентрации фоновых атомов (n_a/n_b) изменяется при разных сочетаниях мощности радиочастотного излучения и давления. Для данной мощности радиочастотного излучения и давления, как показано на рис. 4а, при изменении мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, в интервале 2–40 мВт величина γ изменяется. При более высоких давлениях и меньших мощностях радиочастотного поля отношение n_a/n_b становится меньше, что приводит к более высоким значениям γ благодаря увеличению концентрации атомов фона. Кроме того, экспериментально наблюдается систематическое уменьшение величины γ от 2.0 s^{-1} до 1.3 s^{-1} с увеличением мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, приблизительно от 2 мВт до 25 мВт для данной комбинации давления и мощности радиочастотного излучения ($1.5 \cdot 10^{-8}$ Торр и 5 Вт, график 1 на рис. 4а). Это явно показывает, что изменение мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, влияет на потерю атомов за счет фоновых столкновений в дополнение к обсуждавшемуся выше (рис. 3б) влиянию на скорость захвата. Насколько нам известно, о наблюдении подобного уменьшения потерь атомов за счет фоновых столкновений при захвате магнитооптической ловушкой с помощью зеemanовского замедлителя ранее не сообщалось.

Число захваченных атомов также изменялось примерно от $2 \cdot 10^5$ до $1 \cdot 10^6$ (рис. 3а) при изменении мощности направляемого на зеemanовский замедлитель пучка приблизительно от 2 мВт до 25 мВт. Похожая зависимость наблюдается при других величинах фонового давления и радиочастотной мощности, используемых в эксперименте (график 2 на рис. 4а). Однако коэффициент β потерь за счет столкновений с холодными атомами остается почти неизменным и равным $\beta \approx 4 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, как показано на рис. 4б. Таким образом, динамика скорости захвата и потерь атомов из облака магнитооптической ловушки явно указывает, что величина мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, управляет числом атомов в магнитооптической ловушке посредством влияния на скорость захвата, а также на потерю атомов за счет фоновых столкновений.

Таким образом, было проведено исследование влияния мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, на скорость захвата и потери при захвате пучка атомов криптона магнитооптической ловушкой. Экспериментальные результаты ясно показывают, что мощность пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, влияет на скорость захвата и потери атомов в ловушке за счет фоновых столкновений. Наше исследование подчеркивает необходимость принимать во внимание влия-

ние мощности пучка, направляемого в зеemanовский замедлитель, на скорость захвата и потери за счет фоновых столкновений для оптимизации числа холодных атомов при захвате атомного пучка магнитооптической ловушкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Weiner, V. S. Bagnato, S. Zilio, and P. S. Julienne, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 1 (1999).
2. W. Vassen, C. Cohen-Tannoudji, M. Leduc, D. Boiron, C. I. Westbrook, A. Truscott, K. Baldwin, G. Birkl, P. Cancio, and M. Trippenbach, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 175 (2012).
3. H. Katori, H. Kunugita, and T. Ido, *Phys. Rev. A* **52**, R4324 (1995).
4. C. Orzel, M. Walhout, U. Sterr, P. S. Julienne, and S. L. Rolston, *Phys. Rev. A* **59**, 1926 (1999).
5. J. H. Thywissen, K. S. Johnson, R. Younkin, N. H. Dekker, K. K. Berggren, A. P. Chu, and M. Prentiss, *J. Vac. Sci. Technol. B* **15**, 2093 (1997).
6. K. Bailey, C. Y. Chen, X. Du, Y. M. Li, Z.-T. Lu, T. P. O'Connor, and L. Young, *Nucl. Instr. Meth. B* **172**, 224 (2000).
7. E. Aprile, T. Yoon, A. Loose, L. W. Goetzke, and T. Zelevinsky, *Rev. Sci. Instr.* **84**, 093105 (2013).
8. C. Y. Chen, K. Bailey, Y. M. Li, T. P. O'Connor, Z.-T. Lu, X. Du, L. Young, and G. Winker, *Rev. Sci. Instr.* **722**, 71 (2001).
9. W. D. Phillips and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 596 (1982).
10. C. J. Dedman, J. Nes, T. M. Hanna, R. G. Dall, K. G. H. Baldwin, and A. G. Truscott, *Rev. Sci. Instr.* **75**, 5136 (2004).
11. P. Cheiney, O. Carraz, D. Bartoszek-Bober, S. Faure, F. Vermersch, C. M. Fabre, G. L. Gattobigio, T. Lahaye, D. Guery-Odelin, and R. Mathevet, *Rev. Sci. Instr.* **82**, 063115 (2011).
12. S. Singh, V. B. Tiwari, S. R. Mishra, and H. S. Rawat, *Zh. Eksp. Theor. Fiz.* **146**, 464 (2014) [*JETP* **119**, 406 (2014)].
13. S. G. Miranda, S. R. Muniz, G. D. Telles, L. G. Marcassa, K. Helmerson, and V. S. Bagneto, *Phys. Rev. A* **59**, 882 (1999).
14. H. C. Busch, M. K. Shaffer, E. M. Ahmed, and C. I. Sukenik, *Phys. Rev. A* **73**, 023406 (2006).
15. S. Singh, V. B. Tiwari, Y. B. Kale, S. R. Mishra, and H. S. Rawat, *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **48**, 175302 (2015).