

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ В КХД В МОДЕЛИ НАМБУ–ЙОНА–ЛАЗИНЬО ДЛЯ СИСТЕМЫ С $(2 + 1)$ АРОМАТАМИ С РЕГУЛЯРИЗАЦИЕЙ СОБСТВЕННОГО ВРЕМЕНИ

Я-Пен Чжао ^a, Чен-Мин Ли ^a, Хон-Ши Чонг ^{a,b,c*}

^a Физический факультет, Нанкинский университет
210093, Нанкин, Китай

^b Объединенный центр частиц, ядерной физики и космологии
210093, Нанкин, Китай

^c Главная Государственная лаборатория теоретической физики,
Институт теоретической физики
100190, Пекин, Китай

Поступила в редакцию 28 ноября 2017 г.

(Перевод с английского)

$(2+1)$ FLAVORS QCD EQUATION OF STATE IN NJL MODEL WITH PROPER TIME REGULARIZATION

Ya-Peng Zhao, Cheng-Ming Li, Hong-Shi Zong

Для изучения уравнения состояния системы с $(2 + 1)$ ароматами впервые рассматривается модель Намбу–Йона–Лазиньо с регуляризацией собственного времени. На основании этой модели вычислены киральная восприимчивость и кварковая восприимчивость, а также найден кроссовер при значениях химического потенциала от 220 до 400 МэВ. Рассмотрены условия химического равновесия и электронейтральности в электрослабых реакциях, что накладывает некоторые ограничения на химические потенциалы различных кварковых ароматов. Наконец, сравнение устойчивости систем показало, что система с $(2 + 1)$ ароматами является более устойчивой, чем система с 2 ароматами.

DOI: 10.1134/S0044451018070076

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что квантовая хромодинамика (КХД) лежит в основе сильных взаимодействий. КХД имеет три важных характеристики, а именно, динамическое нарушение киральной симметрии (ДНКС), асимптотическую свободу и конфайнмент кварков. Асимптотическая свобода означает, что при достаточно высокой энергии взаимодействие между кварками и глюонами, из которых состоят адроны, мо-

жет быть очень слабым, поэтому там применима теория возмущений. Конфайнмент означает, что цветные объекты не могут наблюдаться в природе. Еще одна характеристика, ДНКС, рассмотрению которой посвящена настоящая работа, всегда связана с низкоэнергетической областью и позволяет объяснить динамическую массу кварка, которая составляет значительную часть массы конститuentного кварка. В отличие от случая физики высоких энергий, где мы используем пертурбативную теорию возмущений, при низких энергиях, имея дело с ДНКС, мы должны использовать непертурбативную теорию. В настоящее время решеточная КХД [1–3] является хорошо известной, основанной

* E-mail: zonghs@nju.edu.cn

на первых принципах теорией для изучения структуры КХД, однако в случае ненулевого химического потенциала возникают проблемы. Таким образом, в данной ситуации для феноменологического изучения связанных вопросов нам необходимо использовать другие эффективные модели. Модель Намбу–Йона-Лазиньо (НЙЛ) [4–8], являющаяся одной из эффективных моделей КХД, была предложена в 1961 г. Лагранжиан данной модели построен таким образом, что основные симметрии КХД, которые наблюдаются в природе, являются ее неотъемлемой частью, причем одной из наиболее важных является киральная симметрия. В частности, модель НЙЛ также демонстрирует свойство динамического нарушения киральной симметрии, так что она является довольно полезной для наблюдения за тем, как это происходит. В случае 2 ароматов (т. е. u - и d -кварков), лагранжиан НЙЛ содержит четырехчастичное взаимодействие, а в случае 3 ароматов (т. е. u -, d - и s -кварков) он содержит как четырехчастичное, так и шестичастичное взаимодействия, что делает вычисления простыми и удобными. К сожалению, эта модель не может быть перенормирована и не включает конфайнмент. Поэтому нам потребуется процедура для регуляризации расходящихся величин, для чего мы введем регуляризацию собственного времени (РСВ) [9–12], т. е. ультрафиолетовое (УФ) обрезание по импульсу. Это используется при наличии в модели УФ расходимостей, чтобы сделать петлевой интеграл конечным. Следует отметить, что обрезание не устраняет ни неперенормируемости, ни отсутствия конфайнмента. В действительности обрезание является только способом построить эффективную модель с конечными предсказаниями в некоторой низкоэнергетической области. Кроме того, имеются также некоторые другие доступные эффективные модели, такие как уравнения Дайсона–Швингера [13–18] и кварк-мезонная модель [19].

Как известно, уравнение состояния (УС) в КХД является очень важным для вычислений, относящихся к компактным звездам [20–25]. Поэтому основная цель настоящей работы заключается в численном вычислении УС при нулевой температуре и конечном химическом потенциале при условиях химического равновесия и электронейтральности в рамках модели НЙЛ с учетом РСВ. Кроме того, мы исследуем киральный переход при нулевой температуре и ненулевом химическом потенциале. Наконец, в рамках модели НЙЛ мы сравниваем устойчивость плотных систем для случаев $(2 + 1)$ и 2 ароматов.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 исследуются киральный переход и две восприимчи-

вости для случая $(2 + 1)$ ароматов в модели НЙЛ с регуляризацией собственного времени. В этом же разделе получены кварковый конденсат и число кварков при конечном значении химического потенциала и при нулевой температуре. Кроме того, там определены параметры, необходимые для соответствия экспериментальным наблюдаемым. В разд. 3 получено уравнение состояния в КХД с учетом некоторых связей в электрослабой теории. Система с 2 ароматами сравнивается с системой с $(2 + 1)$ ароматами, после чего обсуждается их устойчивость. Наконец, в разд. 4 приведены краткие выводы.

2. КИРАЛЬНЫЙ ПЕРЕХОД И ДВЕ ВОСПРИИМЧИВОСТИ В МОДЕЛИ НЙЛ ДЛЯ СИСТЕМЫ С $(2 + 1)$ АРОМАТАМИ

В данном разделе мы будем использовать модель НЙЛ с учетом регуляризации собственного времени для изучения кирального перехода в системе с $(2 + 1)$ ароматами, а затем вычислим киральную восприимчивость и восприимчивость числа кварков. Известно, что модель НЙЛ представляет собой модель, содержащую контактные взаимодействия. Исходно она возникла как предшествовавшая КХД теория нуклонов, взаимодействующих друг с другом посредством эффективного взаимодействия двух тел, а сейчас она интерпретируется как теория с кварковыми степенями свободы. Комбинируя ее с теорией среднего поля, можно получить уравнения массовой щели для различных типов кварков. Решая эти уравнения, можно получить эффективную массу кварков как функцию температуры и химического потенциала. Поскольку в настоящей работе мы рассматриваем только случай нулевой температуры, остается зависимость только от химического потенциала. Более того, следует отметить, что лагранжиан системы с $(2 + 1)$ кварковыми ароматами существенно отличается от лагранжиана системы с 2 ароматами, поэтому соответствующие результаты также будут различаться. Эти различия мы обсудим в разд. 3. Для $SU(2)_f$ кварковой модели лагранжиан имеет вид [5]

$$\mathcal{L}_{SU(2)} = \bar{\psi}(i\partial - m)\psi + G [(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\tau\psi)^2]. \quad (1)$$

А для $SU(3)_f$ кварковой модели лагранжиан имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{SU}(3)} = & \bar{\Psi} i \not{\partial} \Psi + G \sum_{a=0}^8 [(\bar{\Psi} \lambda^a \Psi)^2 + (\bar{\Psi} i \gamma_5 \lambda^a \Psi)^2] - \\ & - K [\det \bar{\Psi} (1 + \gamma_5) \Psi + \det \bar{\Psi} (1 - \gamma_5) \Psi] + \mathcal{L}_{\text{mass}} = \\ & = \bar{\Psi} i \not{\partial} \Psi + \mathcal{L}^{(4)} + \mathcal{L}^{(6)} + \mathcal{L}_{\text{mass}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь G и K — постоянные взаимодействия, τ — матрицы Паули, $\lambda^a, a = 1, \dots, 8$ — матрицы Гелл-Манна. Кроме того,

$$\lambda^0 = \sqrt{\frac{2}{3}} I,$$

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = m_u \bar{u} u + m_d \bar{d} d + m_s \bar{s} s,$$

$\mathcal{L}^{(4)}$ соответствует четырехчастичному взаимодействию, а $\mathcal{L}^{(6)}$ — шестичастичному. Обычно m_u, m_d, m_s представляют собой массы токовых u -, d - и s -кварков, соответственно. Однако доказано, что лучше преобразовать слагаемое шестичастичного взаимодействия в слагаемое четырехчастичного взаимодействия, тогда мы получим полное эффективное четырех-фермионное слагаемое для системы с $(2+1)$ ароматами, необходимое для построения систематической процедуры анализа фейнмановских диаграмм и вычисления собственной энергии. Тогда, после сложных преобразований, можно получить новый лагранжиан в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{SU}(3)} = & \bar{\Psi} i \not{\partial} \Psi + \\ & + \sum_{i=0}^8 \left[K_i^{(-)} (\bar{\Psi} \lambda^i \Psi)^2 + K_i^{(+)} (\bar{\Psi} i \gamma^5 \lambda^i \Psi)^2 \right] + \\ & + \left[\frac{1}{2} K_m^{(-)} (\bar{\Psi} \lambda^8 \Psi) (\bar{\Psi} \lambda^0 \Psi) + \right. \\ & + \left. \frac{1}{2} K_m^{(+)} (\bar{\Psi} i \gamma^5 \lambda^8 \Psi) (\bar{\Psi} i \gamma^5 \lambda^0 \Psi) \right] + \\ & + \left[\frac{1}{2} K_m^{(-)} (\bar{\Psi} \lambda^0 \Psi) (\bar{\Psi} \lambda^8 \Psi) + \right. \\ & + \left. \frac{1}{2} K_m^{(+)} (\bar{\Psi} i \gamma^5 \lambda^0 \Psi) (\bar{\Psi} i \gamma^5 \lambda^8 \Psi) \right] + \mathcal{L}_{\text{mass}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь

$$K_0^{(\pm)} = G \mp \frac{1}{3} N_c K (i \text{Tr} S^s + 2i \text{Tr} S^u),$$

$$K_1^{(\pm)} = K_2^{(\pm)} = K_3^{(\pm)} = G \pm \frac{1}{2} N_c K i \text{Tr} S^s,$$

$$K_4^{(\pm)} = K_5^{(\pm)} = K_6^{(\pm)} = K_7^{(\pm)} = G \pm \frac{1}{2} N_c K i \text{Tr} S^u,$$

$$K_8^{(\pm)} = G \mp \frac{1}{6} N_c K (i \text{Tr} S^s - 4i \text{Tr} S^u),$$

$$K_m^{(\pm)} = G \mp \frac{1}{3} N_c K \sqrt{2} (i \text{Tr} S^s - i \text{Tr} S^u).$$

След Tr берется в дираковском пространстве, а $N_c = 3$ означает, что в случае сохранения цветовой симметрии имеются три цвета. Кроме того, $S^i, i = u, d, s$, в уравнениях обозначает кварковый пропагатор, соответствующий аромату i , причем выражения для пропагаторов имеют вид

$$S_i(p^2) = \frac{1}{\not{p} - M_i}. \quad (4)$$

Теперь можно вывести уравнение для массовой щели. В результате получаем

$$M_u = m_u - 4G \langle \bar{\psi} \psi \rangle_u + 2K \langle \bar{\psi} \psi \rangle_u \langle \bar{\psi} \psi \rangle_s, \quad (5)$$

$$M_s = m_s - 4G \langle \bar{\psi} \psi \rangle_s + 2K \langle \bar{\psi} \psi \rangle_u^2, \quad (6)$$

где $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ обозначает кварковый конденсат, M_u — массу конститuentных u - и d -кварков, а M_s — массу конститuentного s -кварка. Поскольку в рамках модели НЙЛ в нашем случае $(2+1)$ ароматов имеет место изоспиновая симметрия между u - и d -кварками, мы опускаем уравнение для массовой щели для d -кварка.

Теперь выведем формулу для кваркового конденсата. По определению, кварковый конденсат описывается следующей формулой:

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle_i = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [i S^i(p^2)]. \quad (7)$$

Здесь след Tr также берется в дираковском и цветовом пространстве, после его вычисления можно получить

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle_i = -N_c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{4i M_i}{p^2 - M_i^2}. \quad (8)$$

Как можно заметить, все предыдущие вычисления проводились в пространстве Минковского. Однако, на самом деле, обычно след берется в евклидовом пространстве, так что требуется переход между этими двумя пространствами. При переходе в евклидово пространство для кваркового конденсата имеем

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle_i = -N_c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^4 p^E}{(2\pi)^4} \frac{4M_i}{(p^E)^2 + M_i^2}, \quad (9)$$

где верхний индекс « E » означает, что результат получен в евклидовом пространстве.

Чтобы перейти к следующему этапу вычислений, нужно ввести регуляризацию собственного времени. По определению,

Таблица

	M_π	f_π	M_K	M_η	$M_{\eta'}$	f_K
МэВ	138	92	496	530	958	117
МэВ	138	92	495	548	958	110

$$\frac{1}{X^n} = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^\infty d\tau \tau^{n-1} e^{-\tau X} \xrightarrow{UV} \frac{1}{(n-1)!} \int_{\tau_{UV}}^\infty d\tau \tau^{n-1} e^{-\tau X}, \quad (10)$$

это выражение можно подставить в уравнение (9). После дифференцирования получаем

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_i &= -N_c \int_{-\infty}^\infty \frac{d^4 p^E}{(2\pi)^4} \frac{4M_i}{(p^E)^2 + M_i^2} = \\ &= -\frac{N_c}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty d^3 \vec{p} dp_4 \frac{4M_i}{p_4^2 + \vec{p}^2 + M_i^2} = \\ &= -\frac{3M_i}{\pi^2} \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + M_i^2}} = \\ &= -\frac{3M_i}{\pi^{2/5}} \int_{\tau_{UV}}^\infty \int_0^\infty d\tau dp \tau^{-1/2} p^2 e^{-\tau(M_i^2 + p^2)} = \\ &= -\frac{3M_i}{4\pi^2} \int_{\tau_{UV}}^\infty d\tau \frac{e^{-\tau M_i^2}}{\tau^2}. \quad (11) \end{aligned}$$

Для дальнейшего нам потребуется найти параметры, которые включают постоянную взаимодействия, пределы интегрирования и массы токовых u - и s -кварков (из-за $SU(2)_f$ симметрии $m_u = m_d$, однако m_s много больше, чем m_u и m_d). Приведем используемые нами параметры: $\tau_{UV} = 8.57 \cdot 10^{-7} \text{ МэВ}^{-2}$, $G = 2.39 \cdot 10^{-6} \text{ МэВ}^{-2}$, $K = 7.33 \cdot 10^{-14} \text{ МэВ}^{-5}$, $m_u = m_d = 5 \text{ МэВ}$, $m_s = 150 \text{ МэВ}$. С такими параметрами получается лучшее из возможных соответствие для свойств псевдоскалярного мезона, численные и экспериментальные результаты приведены в таблице.

При этом вакуумные кварковые конденсаты равны $-\langle \bar{u}u \rangle^{1/3} = 250 \text{ МэВ}$ и $-\langle \bar{s}s \rangle^{1/3} = 280 \text{ МэВ}$. Массы конститuentных кварков равны $M_u = 215 \text{ МэВ}$ и $M_s = 410 \text{ МэВ}$.

Заметим, что эти результаты получены для нулевой температуры и нулевого химического потенциала. Если мы учтем химический потенциал μ , то

результат будет несколько отличаться. В евклидовом пространстве введение химического потенциала равнозначно преобразованию [26]

$$p^4 \rightarrow \tilde{\omega}_n = \omega_n + i\mu, \quad (12)$$

где $\omega_n = (2n+1)\pi T$ — частота Мацубары. Однако мы рассматриваем только случай $T = 0$, поэтому можно упростить уравнение (12), тогда получим

$$p^4 \rightarrow p^4 + i\mu.$$

Кроме того,

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_i &= -N_c \int_{-\infty}^\infty \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{4M_i}{(p_4 + i\mu)^2 + M_i^2 + \vec{p}^2} = \\ &= -\frac{3M_i}{\pi^3} \int_0^\infty dp \int_{-\infty}^\infty dp_4 \frac{p^2}{(p_4 + i\mu)^2 + M_i^2 + p^2}. \quad (13) \end{aligned}$$

Если это выражение сначала проинтегрировать по p_4 , а затем применить процедуру регуляризации собственного времени, то в результате получим

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle_i = \begin{cases} -\frac{3M_i}{\pi^2} \int_{\sqrt{\mu^2 - M_i^2}}^\infty dp \frac{p^2 \text{Erf}(\sqrt{\tau_{UV}} \sqrt{M_i^2 + p^2})}{\sqrt{M_i^2 + p^2}}, & M < \mu, \\ -\frac{3M_i}{4\pi^2} \left(\frac{e^{-M_i^2 \tau_{UV}}}{\tau_{UV}} - M_i^2 \Gamma(0, M_i^2 \tau_{UV}) \right), & M > \mu, \end{cases} \quad (14)$$

где

$$\Gamma(a, z) = \int_z^\infty t^{a-1} e^{-t} dt.$$

Из уравнений (14) можно видеть, что при $\mu < M$ кварковый конденсат не зависит от μ . Заметим, что полный результат является функцией эффективной массы кварков и химического потенциала, поэтому мы подставим его в уравнения (5) и (6) и получим новое итерационное уравнение. Соответствующие численные решения представлены на рис. 1 и 2. На рисунках видно, что если токовый кварк имеет ненулевую массу, то происходит не киральный переход, а только кроссовер. При $\mu_{u,d} < 210 \text{ МэВ}$ и при $\mu_s < 220 \text{ МэВ}$ масса конститuentного кварка остается такой же, как и в случае вакуума, когда кварки сильно взаимодействуют и удерживаются. При возрастании химического потенциала масса

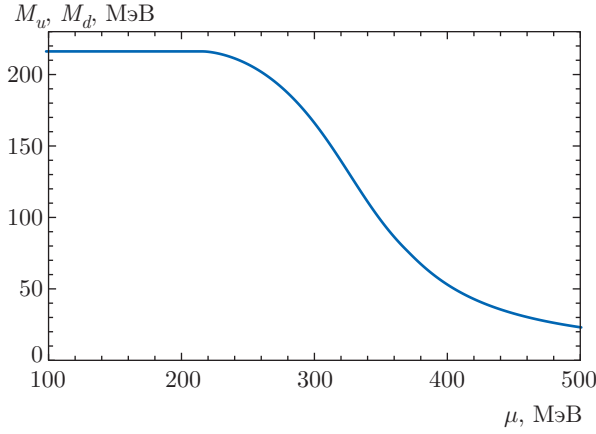


Рис. 1. Масса конститuentных u - и d -кварков как функция μ при $T = 0$

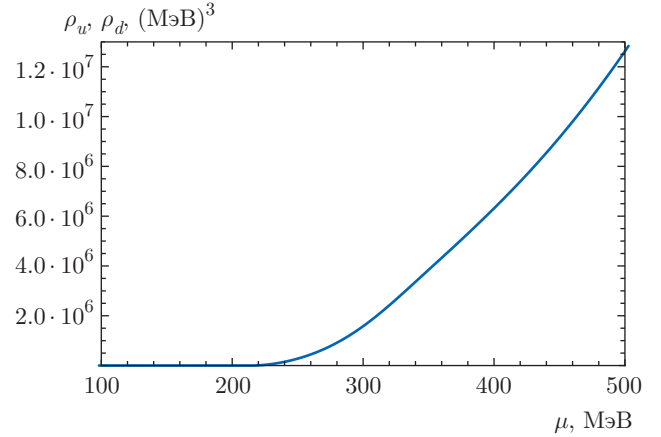


Рис. 3. Число u - и d -кварков как функция μ при $T = 0$

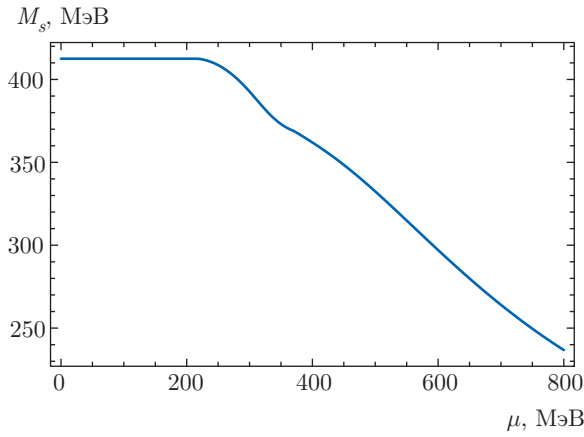


Рис. 2. Масса конститuentного s -кварка как функция μ при $T = 0$

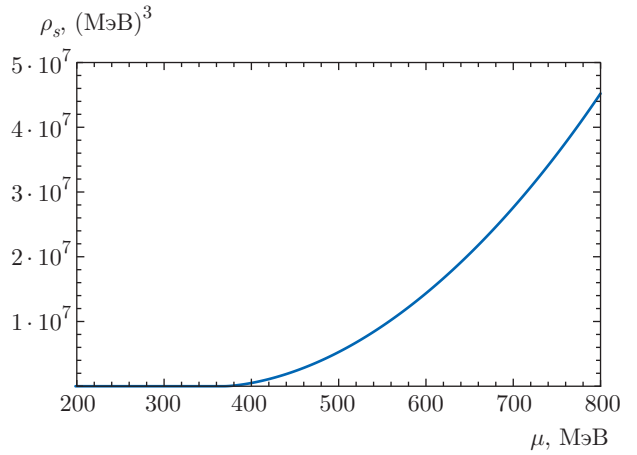


Рис. 4. Число s -кварков как функция μ при $T = 0$

конститuentного s -кварка убывает медленнее, чем массы u - и d -кварков. А именно, из рис. 1 следует, что при $\mu_{u,d} > 560$ МэВ массы конститuentных u - и d -кварков изменяются медленнее, чем раньше, а после некоторой точки перестают изменяться, что означает, что кварки слабо взаимодействуют и не удерживаются.

Известно, что число кварков ρ связано с химическим потенциалом. По определению, для аромата i имеет место следующее соотношение:

$$\rho_i(\mu, T) = \langle \psi^\dagger \psi \rangle_i = -N_c \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [i S_i \gamma_0]. \quad (15)$$

Тогда можно получить

$$\rho_i(\mu, T = 0) = 2N_c \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \theta \left(\mu - \sqrt{p^2 + M_i^2} \right) = \begin{cases} \frac{1}{\pi^2} \left(\sqrt{\mu^2 - M_i^2} \right)^3, & \mu > M_i, \\ 0, & \mu < M_i. \end{cases} \quad (16)$$

Итак, мы вычислили массы конститuentных u -, d - и s -кварков. Теперь, используя уравнение (16), можно сразу получить числа u -, d - и s -кварков, они приведены на рис. 3 и 4. На этих рисунках можно видеть, что критическая точка для u - и d -кварков находится приблизительно при $\mu_c = 220$ МэВ, после чего число u - и d -кварков становится отличным от нуля, тогда как для s -кварка критическая точка μ_c соответствует приблизительно 370 МэВ. Такое поведение качественно согласуется с общим заключением работы [27].

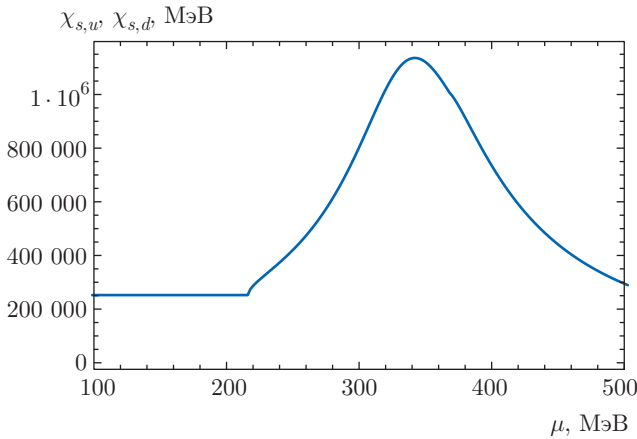


Рис. 5. Киральные восприимчивости *u*- и *d*-кварков

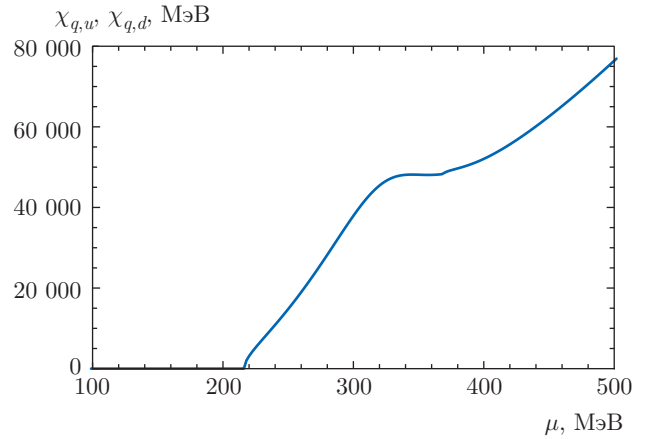


Рис. 7. Восприимчивости числа *u*- и *d*-кварков

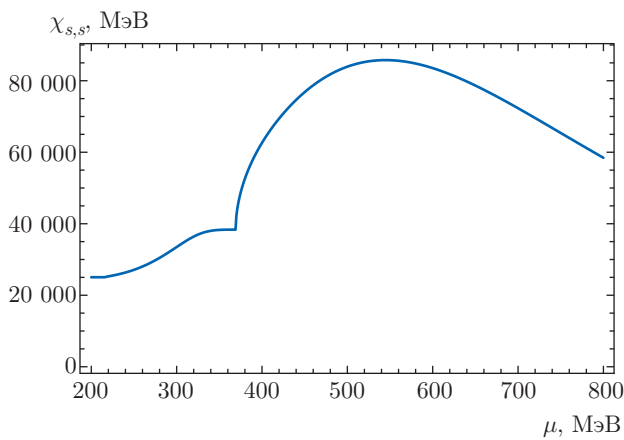


Рис. 6. Киральная восприимчивость *s*-кварка

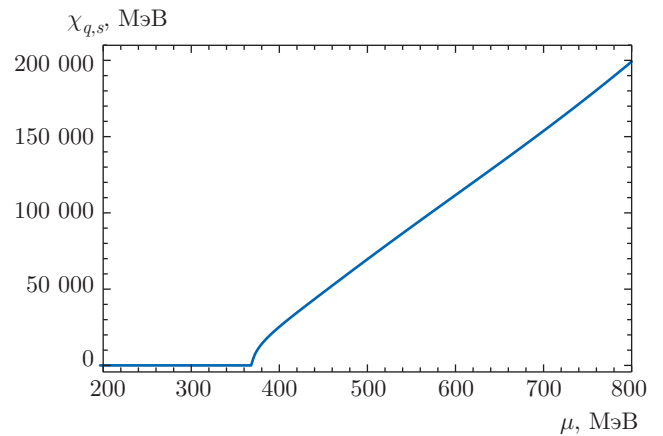


Рис. 8. Восприимчивость числа *s*-кварков

Теперь рассмотрим киральную восприимчивость χ_s и восприимчивость кваркового числа χ_q . Как известно, киральному фазовому переходу КХД и фазовой диаграмме КХД посвящены многочисленные экспериментальные и теоретические исследования [28]. Характеристики кирального фазового перехода в системе можно определить, анализируя поведение величин по отношению к соответствующим параметрам, т. е. первую и вторую производные производящего функционала. В настоящей работе это кварковые конденсаты и кварковые числа, а также их восприимчивости. По определению,

$$\chi_{s,i} = \frac{\partial \langle \bar{\psi} \psi \rangle_i}{\partial m_i}, \quad (17)$$

$$\chi_{q,i} = \frac{\partial \langle \psi^\dagger \psi \rangle_i}{\partial \mu_i}. \quad (18)$$

Тогда, подставляя сюда уравнения (14) и (16), можно получить киральные восприимчивости, приведенные на рис. 5 и 6, а также восприимчивости

числа кварков, приведенные на рис. 7 и 8. На рис. 6 кривая сначала медленно возрастает с ростом химического потенциала, в особенности при $\mu \approx 340$ МэВ значение киральной восприимчивости практически не меняется, а затем при $\mu = 370$ МэВ снова начинает расти. Это как раз соответствует точке, где начинают возникать *s*-кварки, что показано на рис. 8. На рис. 7 поведение кривых аналогично, за исключением того, что они медленно меняются, когда μ становится больше 370 МэВ. Причина этого может заключаться в эффекте смешивания ароматов, т. е. когда *u*-, *d*- и *s*-кварки влияют друг на друга. На приведенных рисунках можно видеть, что киральные восприимчивости и восприимчивости числа *u*-, *d*- и *s*-кварков являются непрерывными, что подтверждает вывод о том, что имеет место непрерывный фазовый переход (кроссовер).

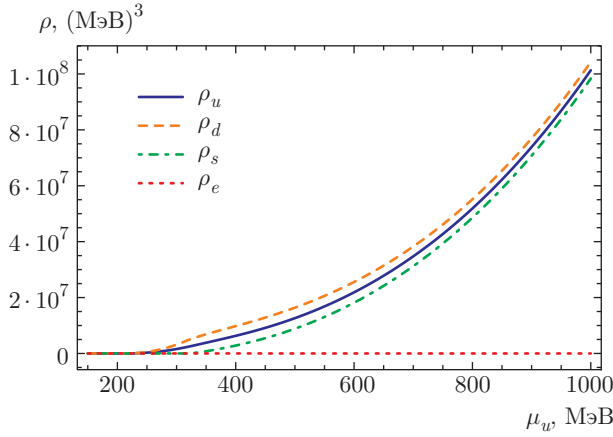


Рис. 9. Зависимости числа u -, d - и s -кварков и электронов от химического потенциала u -кварка после установления связей при условиях химического равновесия и электронейтральности в электрослабой теории

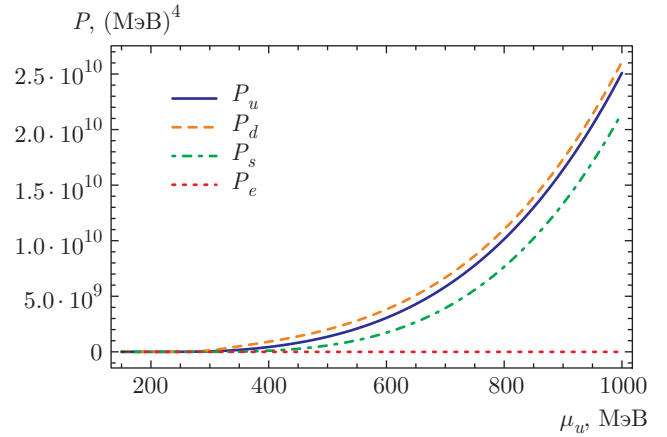
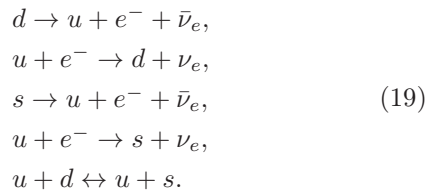


Рис. 10. Давление, соответствующее u -, d - и s -кваркам и электронам, как функция химического потенциала u -кварка при условиях химического равновесия и электронейтральности в электрослабой теории

3. СВЯЗИ И УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ В СЛУЧАЯХ $N_f = 2$ И 3

Согласно электрослабой теории Стандартной Модели, некоторые ароматы легких кварков могут переходить в другие ароматы посредством следующих реакций:



Таким образом, можно использовать условия химического равновесия и электронейтральности, чтобы установить связи между различными химическими потенциалами:

$$\begin{aligned} \mu_d &= \mu_u + \mu_e, \\ \mu_s &= \mu_u + \mu_e, \\ \frac{2}{3}\rho_u - \frac{1}{3}\rho_d - \frac{1}{3}\rho_s - \rho_e &= 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где плотность числа электронов при $T = 0$ равна [29]

$$\rho_e(\mu_e) = \frac{\mu_e^3}{3\pi^2}. \quad (21)$$

С учетом уравнений для связей, можно найти зависимости числа u -, d - и s -кварков от химического потенциала u -кварка, это показано на рис. 9.

При $T = 0$ и $\mu \neq 0$ УС в КХД имеет вид [30]

$$P(\mu) = P(0) + \int_0^\mu d\mu' \rho(\mu'). \quad (22)$$

Таким образом, для давления в системе с $(2 + 1)$ ароматами получаем [31]

$$P(\mu_u) = P_u(\mu_u) + P_d(\mu_d) + P_s(\mu_s) + P_e(\mu_e). \quad (23)$$

Как можно видеть, $P(0)$ не зависит от химического потенциала и представляет собой давление вакуума, которое нельзя вычислить в рамках модели независимым способом из первых принципов КХД. Поэтому в настоящей работе мы принимаем его просто как феноменологический параметр, введенный для описания конфайнмента в КХД, как этого требует МТГ модель мешка. Следуя работе [32], выбираем $P(0) = -(110 \text{ МэВ})^4$. В случае 2 ароматов число барионов определяется как

$$\rho_B^{2f} \equiv \frac{\rho_u(\mu_u) + \rho_d(\mu_d)}{3}, \quad (24)$$

а в случае $(2 + 1)$ ароматов — как

$$\rho_B^{3f} \equiv \frac{\rho_u(\mu_u) + \rho_d(\mu_d) + \rho_s(\mu_s)}{3}. \quad (25)$$

Теперь можно получить давление, соответствующее u -, d - и s -кваркам и электронам. Результаты представлены на рис. 10. На рис. 9 и 10 видно, что число кварков и давление, соответствующие u - и d -кваркам, отличны от нуля при $\mu_u = 210$ МэВ при возрастании химического потенциала, при этом для s -кварков эти две величины равны нулю, когда $\mu_u < 320$ МэВ.

Однако из результатов, приведенных ниже на рис. 13, можно видеть, что после $\mu_u = 210$ МэВ давление в системе при $N_f = 2$ начинает отличаться от

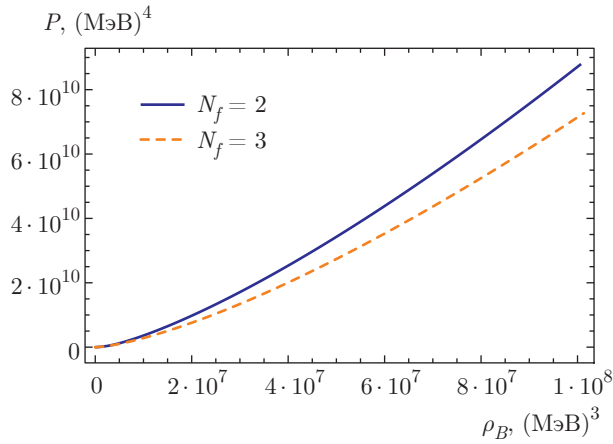


Рис. 11. Давление в системе как функция числа барионов при $N_f = 2$ и 3

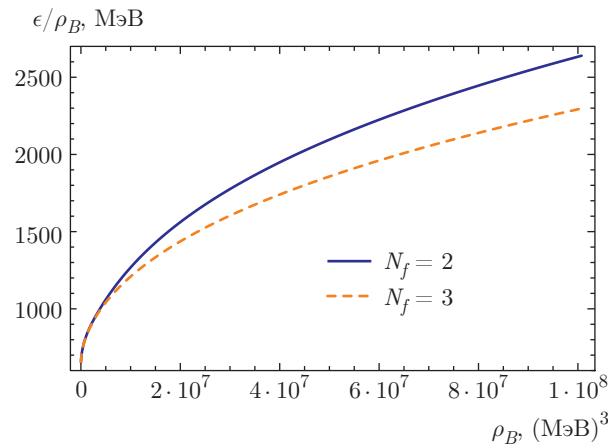


Рис. 12. Плотность энергии на барион в системе как функция числа барионов при $N_f = 2$ и 3

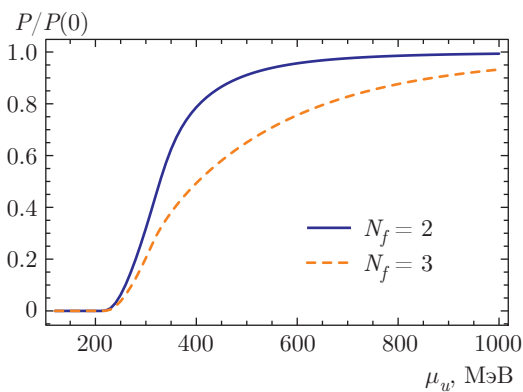


Рис. 13. Сравнение давления в системе свободного кваркового газа для случаев 2 и $(2 + 1)$ ароматов ($N_f = 2$ и 3)

давления при $N_f = 3$. На самом деле в этом диапазоне значений химического потенциала и число барионов для случая 2 ароматов отличается от числа барионов для случая $(2 + 1)$ ароматов. Этот результат имеет физическое объяснение в схеме уравнения Дайсона – Швингера, когда глюонный пропагатор включает петлевую кварковую поправку, в которую u -, d - и s -кварки входят вместе. Хотя при $\mu_u < 320$ МэВ число s -кварков по-прежнему равно нулю, их пропагатор уже повлиял на кварковый пропагатор u - и d -кварков таким образом, что как число u - и d -кварков, так и давление оказываются различны для систем с $(2 + 1)$ и с 2 ароматами. Это сравнение проиллюстрировано на рис. 11. На этом рисунке можно видеть, что если химический потенциал u -кварка становится очень большим, как предписывает электрослабая теория согласно уравнению (20), химические потенциалы d - и s -кварков также становятся большими, что делает кварки почти свободными, так что давление должно теоретически стремиться к $N_c \mu_q^4 / (12\pi^2)$. Это следствие можно объяснить свойством асимптотической свободы. Более того, давление в системе с $(2 + 1)$ ароматами не больше давления в системе с 2 ароматами, и оно более медленно возрастает. Это указывает на то, что взаимодействие в случае $(2 + 1)$ ароматов сильнее взаимодействия в случае 2 ароматов и безусловно сильнее, чем в пертурбативном случае [33,34], что согласуется с представлениями о сильно связанной кварк-глюонной плазме при большом значении химического потенциала.

Соотношение между плотностью энергии и давлением в системе имеет вид [35]

$$\epsilon = -p + \sum_i \mu_i \rho_i. \tag{26}$$

На рис. 12 приведены зависимости плотности энергии на барион от числа барионов для случаев 2 и $(2 + 1)$ ароматов. На этом рисунке видно, что плотность энергии на барион для случая $(2 + 1)$ ароматов всегда меньше соответствующего значения для 2 ароматов, если число частиц в системе отлично от нуля. Отсюда следует, что система с $(2 + 1)$ ароматами всегда более устойчива, чем система с 2 ароматами. Недавно гладкий кроссовер от адронной материи к кварковой материи был использован для описания массивных гибридных звезд [36, 37], другими словами, при более низкой плотности мы используем уравнение состояния адронной материи, а при более высокой — уравнение состояния кварковой материи. Чтобы связать эти два случая, для среднего значения плотности мы построили гладкий кроссо-

вер. Более того, некоторые авторы считают, что фазовый переход деконфайнмента и киральный фазовый переход имеют место в одной и той же или в близких точках [38–40]. Тогда уравнение состояния, полученное нами из кроссовера кирального фазового перехода, должно обосновывать более естественный способ построения полного уравнения состояния массивных гибридных звезд в рамках гладкого кроссовера [41].

4. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе исследовались киральный фазовый переход в КХД и две связанные с ним восприимчивости. Также получено УС в КХД для системы с 2 и $(2 + 1)$ кварковыми ароматами. Все вычисления проведены в рамках модели НЙЛ с учетом регуляризации собственного времени, которая очень удобна для изучения механизма ДНКС, играющего важную роль в КХД при низких энергиях. Оказалось, что лагранжиан для случая 2 ароматов отличается от лагранжиана для случая $(2 + 1)$ ароматов, поэтому мы должны оперировать с двойным набором параметров. Параметры для случая 2 ароматов были определены в работе [42], а в настоящей работе мы определили параметры для случая $(2 + 1)$ ароматов, а именно: УФ предел, массы токовых u -, d - и s -кварков, а также постоянные взаимодействия G и K . Все параметры определены путем подгонки к экспериментальным наблюдаемым, таким как массы пионов, каонов, эта- и эта-штрих-частиц, а также постоянная распада пионов. Мы рассматривали кварковые конденсаты u -, d - и s -кварков при нулевой температуре и нулевом химическом потенциале, а затем обобщили на случай нулевой температуры и ненулевого химического потенциала, используя стандартный подход теории поля при конечной температуре. Кроме того, мы вычислили число частиц и два типа восприимчивости для u -, d - и s -кварков при нулевой температуре и конечном химическом потенциале. В настоящей работе получено, что киральный фазовый переход является кроссовером в условиях некирального предела, а критическое значение химического потенциала равно $\mu = 210$ МэВ, при этом при возрастании химического потенциала число кварков становится ненулевым.

Известно, что в электрослабой теории Стандартной Модели различные кварковые ароматы могут переходить один в другой посредством электрослабого взаимодействия, что накладывает на систему некоторые дополнительные условия, например,

химическое равновесие и электронейтральность, в результате остается только одна независимая переменная (в настоящей работе мы выбрали μ_u). Мы вычислили зависимость числа кварков и давления от химического потенциала u -кварка в случае $(2 + 1)$ ароматов. На рис. 9 и 10 видно, что в случае системы $(2 + 1)$ ароматов s -кварки не появляются до значения химического потенциала $\mu_u = 320$ МэВ. Затем мы сравнили системы с 2 и $(2 + 1)$ ароматами, см. рис. 11 и рис. 13, и заключили, что давления в этих системах становятся различными при $\mu_u = 210$ МэВ, а не при $\mu_u = 320$ МэВ, из-за влияния s -кваркового пропагатора. Помимо этого, исследовали зависимости плотности энергии на барион от числа барионов в системах с 2 и $(2 + 1)$ ароматами. В результате оказалось, что плотность энергии на барион в системе с $(2 + 1)$ ароматами всегда меньше, чем в системе с 2 ароматами, что указывает на то, что взаимодействие в системе с $(2 + 1)$ ароматами сильнее, чем в системе с 2 ароматами. Другими словами, система с $(2 + 1)$ ароматами является более устойчивой, чем система с 2 ароматами. И, наконец, уравнение состояния, полученное нами из кроссовера кирального фазового перехода, должно обосновывать более естественный способ построения полного уравнения состояния массивных гибридных звезд в рамках гладкого кроссовера.

Работа выполнена при поддержке Национального фонда Китая по естественным наукам (гранты №№ 11275097, 11475085, 11535005).

ЛИТЕРАТУРА

1. Z. Fodor and S. D. Katz, **2004**, 050 (2004).
2. S. Borsanyi, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg, C. Ratti, and K. K. Szabo (Wuppertal-Budapest), *JHEP* **09**, 073 (2010), arXiv:1005.3508 [hep-lat].
3. S. Ejiri and N. Yamada, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 172001 (2013).
4. U. Vogl and W. Weise, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **27**, 195 (1991).
5. S. P. Klevansky, *Rev. Mod. Phys.* **64**, 649 (1992).
6. T. Hatsuda and T. Kunihiro, *Phys. Rep.* **247**, 221 (1994).
7. M. Buballa, *Phys. Rep.* **407**, 205 (2005).

8. M. Volkov, *Ann. Phys.* **157**, 282 (1984).
9. D. Ebert, T. Feldmann, and H. Reinhardt, *Phys. Lett. B* **388**, 154 (1996).
10. W. Bentz and A. Thomas, *Nucl. Phys. A* **696**, 138 (2001).
11. S. Lawley, W. Bentz, and A. Thomas, *Phys. Lett. B* **632**, 495 (2006).
12. Z.-F. Cui, Y.-L. Du, and H.-S. Zong, *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.* **29**, 1460232 (2014).
13. C. D. Roberts and A. G. Williams, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33**, 477 (1994); C. Roberts and S. Schmidt, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **45**, S1 (2000).
14. P. Maris and C. D. Roberts, *Int. J. Mod. Phys. E* **12**, 297 (2003).
15. C. Roberts, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **61**, 50 (2008).
16. I. C. Cloët and C. D. Roberts, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **77**, 1 (2014).
17. A.-M. Zhao, Z.-F. Cui, Y. Jiang, and H.-S. Zong, *Phys. Rev. D* **90**, 114031 (2014).
18. B. Wang, Y.-L. Wang, Z.-F. Cui, and H.-S. Zong, *Phys. Rev. D* **91**, 034017 (2015); S.-S. Xu, Z.-F. Cui, B. Wang, Y.-M. Shi, Y.-C. Yang, and H.-S. Zong, *Phys. Rev. D* **91**, 056003 (2015); Z.-F. Cui, I. C. Cloët, Y. Lu, C. D. Roberts, S. M. Schmidt, S.-S. Xu, and H.-S. Zong, *Phys. Rev. D* **94**, 071503 (2016); arXiv:1604.08454 [nucl-th].
19. B.-J. Schaefer and J. Wambach, *Nucl. Phys. A* **757**, 479 (2005).
20. F. Ozel, *Nature* **441**, 1115 (2006).
21. M. Alford, D. Blaschke, A. Drago, T. Klähn, G. Pagliara, and J. Schaffner-Bielich, *Nature* **445**, E7 (2007).
22. T. Klähn, D. Blaschke, F. Sandin, C. Fuchs, A. Faessler, H. Grigorian, G. Röpke, and J. Trümper, *Phys. Lett. B* **654**, 170 (2007).
23. T. Miyatsu, M.-K. Cheoun, and K. Saito, *Phys. Rev. C* **88**, 015802 (2013).
24. F. Özel and D. Psaltis, *Phys. Rev. D* **80**, 103003 (2009).
25. F. Özel, G. Baym, and T. Güver, *Phys. Rev. D* **82**, 101301 (2010).
26. H.-S. Zong, L. Chang, F.-Y. Hou, W.-M. Sun, and Y.-X. Liu, *Phys. Rev. C* **71**, 015205 (2005).
27. M. A. Halasz, A. D. Jackson, R. E. Shrock, M. A. Stephanov, and J. J. M. Verbaarschot, *Phys. Rev. D* **58**, 096007 (1998).
28. Z.-F. Cui, F.-Y. Hou, Y.-M. Shi, Y.-L. Wang, and H.-S. Zong, *Ann. Phys.* **358**, 172 (2015).
29. J. I. Kapusta and C. Gale, *Finite-Temperature Field Theory: Principles and Applications*, Cambridge Univ. Press (2006).
30. H.-S. Zong and W.-M. Sun, *Int. J. Mod. Phys. A* **23**, 3591 (2008).
31. S.-S. Xu, Y. Yan, Z.-F. Cui, and H.-S. Zong, *Int. J. Mod. Phys. A* **30**, 1550217 (2015).
32. T. Zhao, S.-S. Xu, Y. Yan, X.-L. Luo, X.-J. Liu, and H.-S. Zong, *Phys. Rev. D* **92**, 054012 (2015).
33. E. S. Fraga, R. D. Pisarski, and J. Schaffner-Bielich, *Phys. Rev. D* **63**, 121702 (2001).
34. E. S. Fraga, R. D. Pisarski, and J. Schaffner-Bielich, *Nucl. Phys. A* **702**, 217 (2002); arXiv:nucl-th/0110077.
35. O. G. Benvenuto and G. Lugones, *Phys. Rev. D* **51**, 1989 (1995).
36. T. Kojo, P. D. Powell, Y. Song, and G. Baym, *Phys. Rev. D* **91**, 045003 (2015).
37. K. Masuda, T. Hatsuda, and T. Takatsuka, *Astrophys. J* **764**, 12 (2013).
38. C. S. Fischer, J. Luecker, and J. A. Mueller, *Phys. Lett. B* **702**, 438 (2011).
39. Y. Aoki, Z. Fodor, S. Katz, and K. Szab, *Phys. Lett. B* **643**, 46 (2006).
40. M. Fukugita and A. Ukawa, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 503 (1986).
41. C.-M. Li, J.-L. Zhang, T. Zhao, Y.-P. Zhao, and H.-S. Zong, *Phys. Rev. D* **95**, 056018 (2017); arXiv:1703.01431 [hep-ph].
42. J.-L. Zhang, Y.-M. Shi, S.-S. Xu, and H.-S. Zong, *Mod. Phys. Lett. A* **31**, 1650086 (2016).