ЖЭТФ, 2018, том 154, вып. 2 (8), стр. 238–247

ОПТИЧЕСКИЙ ДИФФЕРЕНЦИАТОР НА ОСНОВЕ ТРЕХСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЫ С W-ОБРАЗНЫМ ПРОФИЛЕМ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

*Н. В. Головастиков**, Л. Л. Досколович, Е. А. Безус**, Д. А. Быков, В. А. Сойфер*

*Институт систем обработки изображений Российской академии наук —
филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника»
443001, Самара, Россия*

*Самарский национальный исследовательский университет им. академика С. П. Королёва
443086, Самара, Россия*

Поступила в редакцию 18 января 2018 г.

Предложен оптический дифференциатор на основе трехслойной резонансной структуры с W-образным профилем показателя преломления. Операция дифференцирования выполняется при отражении и связана с резонансным эффектом возбуждения собственной моды структуры, локализованной в центральном слое. Приведенные результаты численного моделирования демонстрируют возможность выполнения операций дифференцирования поперечного профиля падающего оптического пучка по пространственной переменной, дифференцирования огибающей падающего оптического импульса во времени, а также одновременного дифференцирования по пространственной переменной и по времени с высоким качеством. Предложенная структура может найти применение при создании систем аналоговых оптических вычислений и оптической обработки информации.

DOI: 10.1134/S0044451018080035

1. ВВЕДЕНИЕ

Математическая операция дифференцирования функции является одной из наиболее распространенных в решении самых разнообразных задач науки и техники. В последние годы наблюдается новый всплеск интереса к разработке компактных структур фотоники для дифференцирования оптических сигналов во времени, по пространственной координате, а также для реализации более сложных дифференциальных операторов. Указанные дифференцирующие структуры рассматриваются в качестве перспективной элементной базы для новых электронно-оптических устройств обработки информации [1, 2]. Для осуществления операций дифференцирования были предложены различные резонансные структуры, включая брэгговские решетки [3–8], дифракционные решетки [9, 10], плазмонные структуры на основе схемы Кречмана [11, 12], микро- и нанорезонаторы [2, 13–16]. Использование резонансных структур для пространственного и временного дифференцирования возможно благодаря тому, что профиль Фано, описывающий коэффициент отражения (пропускания) структуры в окрестности резонанса, может аппроксимировать передаточную функцию дифференцирующего фильтра [7, 10].

Помимо резонансных структур для выполнения операции дифференцирования по пространственной переменной были предложены компактные аналоги коррелятора с градиентными линзами, в котором пространственный фильтр представлен метаповерхностью, кодирующей функцию комплексного пропускания дифференцирующего фильтра [1, 17, 18]. По мнению авторов настоящей работы, дифференциаторы на основе резонансных структур (систем слоев и дифракционных решеток) значительно компактнее, поскольку не требуют дополнительных линз, выполняющих преобразование Фурье. Кроме того, такие резонансные структуры значительно проще в изготовлении по сравнению с метаповерхностями, которые обычно представляют собой массив нанорезонаторов.

* E-mail: nikita.golovastikov@gmail.com
** E-mail: evgeni.bezus@gmail.com

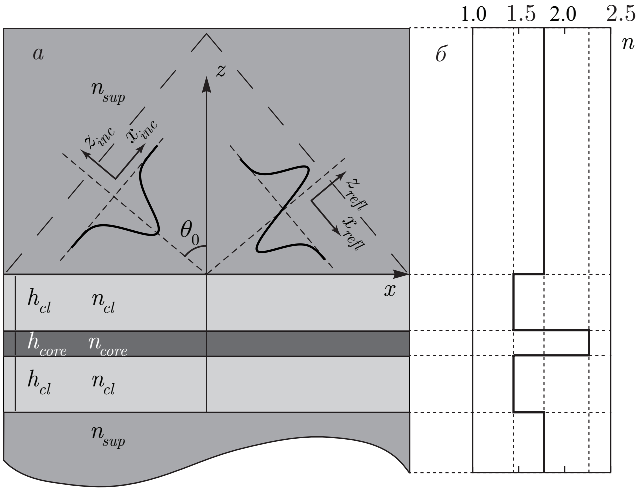

Рис. 1. Геометрия W-структуры и схематичное выполнение операции дифференцирования оптического пучка при отражении (*а*), а также профиль коэффициента преломления W-структуры (*б*)

В настоящей работе исследовано выполнение операции дифференцирования оптического сигнала с помощью простой трехслойной диэлектрической структуры с W-образным профилем показателя преломления (W-type waveguide) [19–22]. Указанная W-структура состоит из центрального волноводного слоя и двух слоев-обкладок из материала с меньшим показателем преломления, которые окружены материалом с бо́льшим показателем преломления. Профиль показателя преломления такой структуры напоминает букву W (рис. 1*б*). W-структура является простейшей волноводной структурой, в которой могут распространяться вытекающие моды. В связи с этим, в отличие от мод обычного плоскопараллельного волновода, моды W-структуры могут быть возбуждены падающей плоской волной. Соответственно, спектры отражения и пропускания W-структуры имеют резонансные особенности, обусловленные возбуждением вытекающих мод. Добротность резонансов, определяемая величиной мнимой части константы распространения или частоты моды, контролируется за счет выбора толщин слоев-обкладок [22]. Помимо применений в волноводной оптике W-структуры имеют ряд других интересных применений. В работе [23] были исследованы эффекты усиления поля в W-структуре. Было показано, что при увеличении толщин слоев-обкладок (при возрастании добротности резонансов) в центральном слое структуры достигается гигантское усиление поля. Это позволяет использовать W-структуру для усиления нелинейных эффектов, а также в качестве чувствительного элемента датчиков параметров среды [23]. В недавней работе [24] было рассмотрено применение W-структуры для выполнения операции интегрирования оптического сигнала по пространственной переменной.

В настоящей работе теоретически обоснована и подтверждена результатами численного моделирования возможность применения W-структуры для выполнения операций дифференцирования оптического сигнала во времени, по пространственной координате, а также для выполнения операции пространственно-временного дифференцирования (одновременного дифференцирования во времени и по пространственной координате). Операция дифференцирования выполняется в отражении при наклонном падении. Представленные численные примеры показывают высокую точность выполнения указанных операций дифференцирования. По сравнению с известными дифференциаторами на основе брэгговских структур и резонансных дифракционных решеток [3–10] W-структура является существенно более простой. По сравнению с плазмонными дифференцирующими структурами [11, 12] W-структура обеспечивает лучшее качество дифференцирования. Действительно, необходимым условием для выполнения операции дифференцирования является наличие нуля в спектре отражения или пропускания дифракционной структуры (см. разд. 3). В отличие от W-структуры, для плазмонных структур это условие может выполняться только приближенно [12].

2. ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА W-СТРУКТУРЫ

Несмотря на то что теория волноводных W-структур была разработана более 40 лет назад и хорошо известна [19–22], исследованию резонансных свойств W-структуры как системы однородных слоев посвящено всего несколько работ [23, 24]. Поэтому в данном разделе мы кратко рассмотрим резонансные особенности в спектрах W-структуры, которые необходимы для обоснования возможности использования W-структуры в качестве оптического дифференциатора.

Рассматриваемая W-структура (рис. 1) состоит из центрального волноводного слоя (показатель преломления n_{core}, толщина h_{core}) и двух слоев-обкладок (показатель преломления $n_{cl} < n_{core}$, толщины h_{cl}). Если $n_{sup} > n_{cl}$, где n_{sup} — показа-

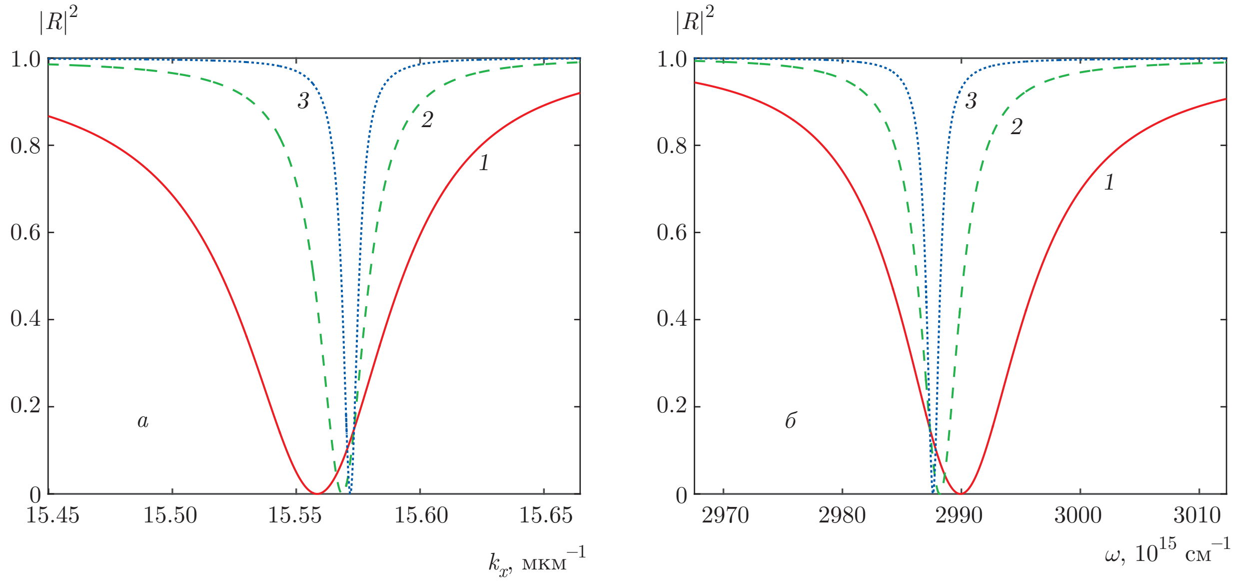

Рис. 2. (В цвете онлайн) «Пространственные» (a) и частотные (*б*) спектры отражения при различной толщине слоев-обкладок: $h_{cl} = 400$ нм (кривые *1*), $h_{cl} = 500$ нм (кривые *2*), $h_{cl} = 600$ нм (кривые *3*)

тель преломления среды над и под структурой, то в W-структуре могут распространяться вытекающие моды. Дисперсионные уравнения мод W-структуры приведены в работах [19–22]. Для вытекающей моды константа распространения моды (или частота моды) является комплексной. При этом мнимая часть константы распространения (частоты), описывающая затухание моды в направлении распространения (затухание моды во времени), является экспоненциально убывающей функцией величины $\gamma = h_{cl}/h_{core}$ [22]. При большой толщине обкладок h_{cl} (при $\gamma \gg 1$) моды W-структуры могут быть приближенно описаны дисперсионным уравнением плоскопараллельного волновода, соответствующего центральному слою структуры в бесконечных обкладках из материала с показателем преломления n_{cl}.

Поскольку моды W-структуры являются вытекающими, данные моды, согласно теореме взаимности [25], могут быть возбуждены падающей плоской волной. Соответственно, спектры отражения и пропускания W-структуры будут иметь резонансные особенности, обусловленные возбуждением вытекающих мод.

В качестве примера на рис. 2 показаны пространственные и частотные спектры отражения W-структуры, т. е. квадраты модулей коэффициентов отражения, рассматриваемых как функции x-компоненты k_x волнового вектора падающей волны (рис. 2a) и частоты ω (рис. 2*б*). Расчет спектров проводился методом фурье-мод [26] для случая TE-поляризации при следующих параметрах: $n_{core} = 2.2698$ (TiO_2), $n_{cl} = 1.457$ (SiO_2), $n_{sup} = 1.7786$ (SF11), $h_{core} = 40$ нм и трех различных значениях толщин слоев-обкладок. Спектры отражения имеют выраженные минимумы, обусловленные возбуждением собственных мод W-структуры. Как отмечено выше, при увеличении толщин обкладок h_{cl} уменьшается мнимая часть константы распространения моды или мнимая часть комплексной частоты моды. Соответственно с ростом h_{cl} возрастает добротность резонанса и уменьшается ширина резонансного минимума (см. рис. 2). Отметим, что в силу наличия у W-структуры горизонтальной плоскости симметрии коэффициент отражения в минимумах строго равен нулю [10].

Наличие резонансных минимумов отражения и, соответственно, максимумов пропускания позволяет использовать W-структуру в качестве углового или частотного фильтра, работающего в режиме пропускания [27]. При этом заданная ширина пика пропускания может быть обеспечена выбором соответствующего значения h_{cl}. В настоящей статье рассматривается применение указанной структуры для оптического выполнения операций дифференцирования по пространственной переменной и во времени (см. рис. 1a).

3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОГИБАЮЩЕЙ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА ДИФРАКЦИОННОЙ СТРУКТУРОЙ

В рамках линейной оптики преобразование профиля оптического пучка (или огибающей оптического импульса), происходящее при отражении или прохождении пучка через дифракционную структуру, может быть описано в рамках теории линейных систем [7–10, 28, 29]. Передаточная функция (ПФ) системы определяется комплексным коэффициентом отражения (пропускания) дифракционной структуры, рассматриваемым как функция от тангенциальной компоненты k_x волнового вектора и частоты ω падающей плоской волны.

На примере исследуемой в работе W-структуры получим ПФ, описывающую преобразование поперечного профиля монохроматического пучка ($\omega = \omega_0$), происходящее при отражении пучка от дифракционной структуры. В системе координат (x_{inc}, z_{inc}) падающего пучка (см. рис. 1*a*) пучок может быть представлен в виде суперпозиции плоских волн с различными значениями пространственной частоты

$$k_{x,inc} = k_0 n_{sup} \sin\theta,$$

где θ — угол между направлением распространения плоской волны и осью z_{inc}. Будем считать, что пространственный спектр пучка $G(k_{x,inc})$, $|k_{x,inc}| \leq g$, описывающий амплитуды составляющих пучок плоских волн, является достаточно узким («ширина» спектра $g \ll k_0 n_{sup}$), так что

$$k_{z,inc} = \sqrt{k_0^2 n_{sup}^2 - k_{x,inc}^2} \approx k_0 n_{sup}.$$

В этом случае имеем

$$u_{inc}(x_{inc}, z_{inc}) = \exp(-ik_0 n_{sup} z_{inc}) P_{inc}(x_{inc}) = \exp(-ik_0 n_{sup} z_{inc}) \int G(k_{x,inc}) \times \exp(ik_{x,inc} x_{inc})\, dk_{x,inc}, \quad (1)$$

где $P_{inc}(x_{inc})$ — поперечный профиль пучка. Функция $u(x_{inc}, z_{inc})$ соответствует y-компоненте электрического или магнитного поля в зависимости от поляризации (соответственно TE или TM).

Легко видеть, что преобразование спектра пучка $G(k_{x,inc})$, падающего на структуру под углом θ_0, при отражении от структуры описывается умножением на коэффициент отражения $R(k_x)$, рассматриваемый как функция x-компоненты волнового вектора плоской волны, падающей под углом $\theta + \theta_0$:

$$k_x = k_0 n_{sup} \sin(\theta + \theta_0) \approx k_{x,inc} \cos\theta_0 + k_{x,0}, \quad (2)$$

где $k_{x,0} = k_0 n_{sup} \sin\theta_0$. При этом профиль отраженного пучка в системе координат (x_{refl}, z_{refl}) отраженного пучка (см. рис. 1*a*) принимает вид

$$P_{refl}(x_{refl}) = \int G(k_{x,inc}) R(k_x) \times \exp(ik_{x,inc}, x_{refl})\, dk_{x,inc}. \quad (3)$$

Согласно выражениям (1)–(3), преобразование профиля пучка при отражении, $P_{inc}(x_{inc}) \to P_{refl}(x_{refl})$, можно описывать как преобразование сигнала $P_{inc}(x_{inc})$ линейной системой со следующей ПФ [7, 28]:

$$H_s^R(k_{x,inc}) = R(k_{x,inc} \cos\theta_0 + k_{x,0}). \quad (4)$$

Аналогично можно показать, что для импульса, соответствующего суперпозиции плоских волн с фиксированным направлением, но с различными частотами $\omega = \omega_{inc} + \omega_0$, где ω_0 — центральная частота, преобразование формы огибающей импульса, происходящее при отражении от структуры, описывается выражением [9, 10]

$$P_{refl}(t) = \int G(\omega_{inc}) R(\omega) \exp(-i\omega_{inc} t)\, d\omega_{inc}, \quad (5)$$

где $G(\omega_{inc})$ — спектр огибающей падающего импульса, $|\omega_{inc}| \leq \Omega$, Ω — его ширина, $R(\omega)$ — коэффициент отражения структуры, рассматриваемый как функция частоты. Легко видеть, что ПФ линейной системы, описывающей преобразование (5), имеет вид [9, 10]

$$H_t^R(\omega_{inc}) = R(\omega_{inc} + \omega_0). \quad (6)$$

Можно показать, что в общем случае, когда падающий пучок (импульс) представляется в виде суперпозиции плоских волн различных частот и направлений распространения, пространственно-временное преобразование профиля огибающей падающего импульса, $P_{inc}(x_{inc}, t) \to P_{refl}(x_{refl}, t)$, описывается следующей ПФ [29]:

$$H_{st}^R(k_{x,inc}, \omega_{inc}) = R\left(k_{x,inc} \cos\theta_0 + \frac{\omega_{inc} + \omega_0}{c} n_{sup} \sin\theta_0, \omega_{inc} + \omega_0\right) \quad (7)$$

(c — скорость света), являющейся обобщением ПФ (4) и (6). Отметим, что последнее выражение сводится к выражениям (4) и (6) соответственно при $\omega_{inc} = 0$ и $k_{x,inc} = 0$.

Аналогичным образом записывается ПФ для преобразования формы профиля огибающей прошедшего импульса, $P_{inc}(x_{inc},t) \to P_{tr}(x_{refl},t)$:

$$H_{st}^{T}(k_{x,inc},\omega_{inc}) = T\left(k_{x,inc}\cos\theta_0 + \right.$$
$$\left. + \frac{\omega_{inc}+\omega_0}{c}\, n_{sup}\sin\theta_0, \omega_{inc}+\omega_0\right), \quad (8)$$

где T — коэффициент пропускания. Таким образом, форма огибающей отраженного (прошедшего) оптического сигнала полностью определяется видом коэффициента отражения (пропускания) структуры.

Рассмотрим необходимые условия для выполнения операции дифференцирования. Пусть коэффициент отражения дифракционной структуры обращается в нуль при угле падения $\theta = \theta_0$ (при $k_{x,inc} = 0$) и частоте $\omega = \omega_0$ ($\omega_{inc} = 0$):

$$R\left(\frac{\omega_0}{c}\, n_{sup}\sin\theta_0, \omega_0\right) = 0.$$

Из закона сохранения энергии следует, что в этом случае

$$\left|T\left(\frac{\omega_0}{c}\, n_{sup}\sin\theta_0, \omega_0\right)\right| = 1.$$

Разложим ПФ (4), (6)–(8) в ряды Тейлора в окрестности точек $k_{x,inc} = 0$, $\omega_{inc} = 0$ до линейных членов и получим

$$\begin{gathered} H_{s}^{R}(k_{x,inc}) \approx \alpha_R k_{x,inc}, \quad H_{t}^{R}(\omega_{inc}) \approx \beta_R \omega_{inc}, \\ H_{st}^{R}(k_{x,inc},\omega_{inc}) = \alpha_R k_{x,inc} + \beta_R \omega_{inc}, \end{gathered} \quad (9)$$

$$\begin{gathered} H_{s}^{T}(k_{x,inc}) \approx e^{i\varphi} + \alpha_T k_{x,inc}, \\ H_{t}^{T}(\omega_{inc}) \approx e^{i\varphi} + \beta_T \omega_{inc}, \\ H_{t}^{T}(k_{x,inc},\omega_{inc}) = e^{i\varphi} + \alpha_T k_{x,inc} + \beta_T \omega_{inc}, \end{gathered} \quad (10)$$

где

$$\alpha_{R,T} = \left.\frac{dH_s^{R,T}}{dk_{x,inc}}\right|_{k_{x,inc}=0}, \quad \beta_{R,T} = \left.\frac{dH_t^{R,T}}{d\omega_{inc}}\right|_{\omega_{inc}=0}.$$

Первые две ПФ в выражениях (9) соответственно пропорциональны ПФ дифференциатора по пространственной переменной, $H_{s,diff}(k_{x,inc}) = ik_{x,inc}$, и ПФ дифференциатора во времени, $H_{t,diff}(\omega_{inc}) = -i\omega_{inc}$. Третья ПФ в (9) соответствует линейной комбинации пространственной и временной ПФ и поэтому далее называется ПФ пространственно-временного дифференциатора.

Представленный теоретический анализ показывает возможность использования W-структуры в качестве оптического дифференциатора. Действительно, в разд. 2 показано, что коэффициент отражения W-структуры обращается в нуль в окрестности резонанса. Это позволяет выполнить различные операции дифференцирования, описываемые ПФ (9). Отметим, что добротность резонанса (ширина резонансного минимума) для рассматриваемой структуры определяется толщиной h_{cl} слоев-обкладок. За счет выбора толщины h_{cl} можно получить требуемый интервал линейности для ПФ (4), (6), (7), согласованный с шириной пространственного (частотного) спектра падающего пучка. Выполнение операции дифференцирования профиля пучка по пространственной переменной схематично показано выше на рис. 1*a*.

Практическая реализация дифференциатора на основе W-структуры требует использования призмы для ввода оптического пучка. Этим такой дифференциатор похож на недавно предложенный плазмонный дифференциатор на основе схемы Кречмана [12]. Обе структуры являются относительно простыми в технологической реализации, однако, в отличие от плазмонного дифференциатора, в рассматриваемой W-структуре коэффициент отражения строго обращается в нуль, а также существует возможность контроля ширины резонансного минимума отражения.

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАТОРА

Исследуем возможность использования рассмотренной W-структуры (см. рис. 1) для выполнения операций дифференцирования. Для численного моделирования была выбрана структура с параметрами, указанными в разд. 2 и $h_{cl} = 400$ нм. На рис. 3*a* представлен спектр отражения $|R(k_x,\omega)|$ W-структуры, рассчитанный методом фурье-мод [26] для случая TE-поляризации падающей волны. В спектре явно виден минимум отражения, связанный с возбуждением волноводной моды, локализованной в центральном слое. В силу наличия у рассматриваемой структуры горизонтальной плоскости симметрии коэффициент отражения в указанном минимуме строго равен нулю [10]. В частности, для длины волны $\lambda = 629$ нм (частоты $\omega = \omega_0 = 2.995\cdot 10^{15}$ с$^{-1}$) нулевое отражение достигается при угле падения излучения $\theta_0 = 61.86°$ ($k_x = 15.666$ мкм$^{-1}$). Раскладывая коэффициент отражения в ряд Тейлора в окрестности данной точки, получим, что в первом

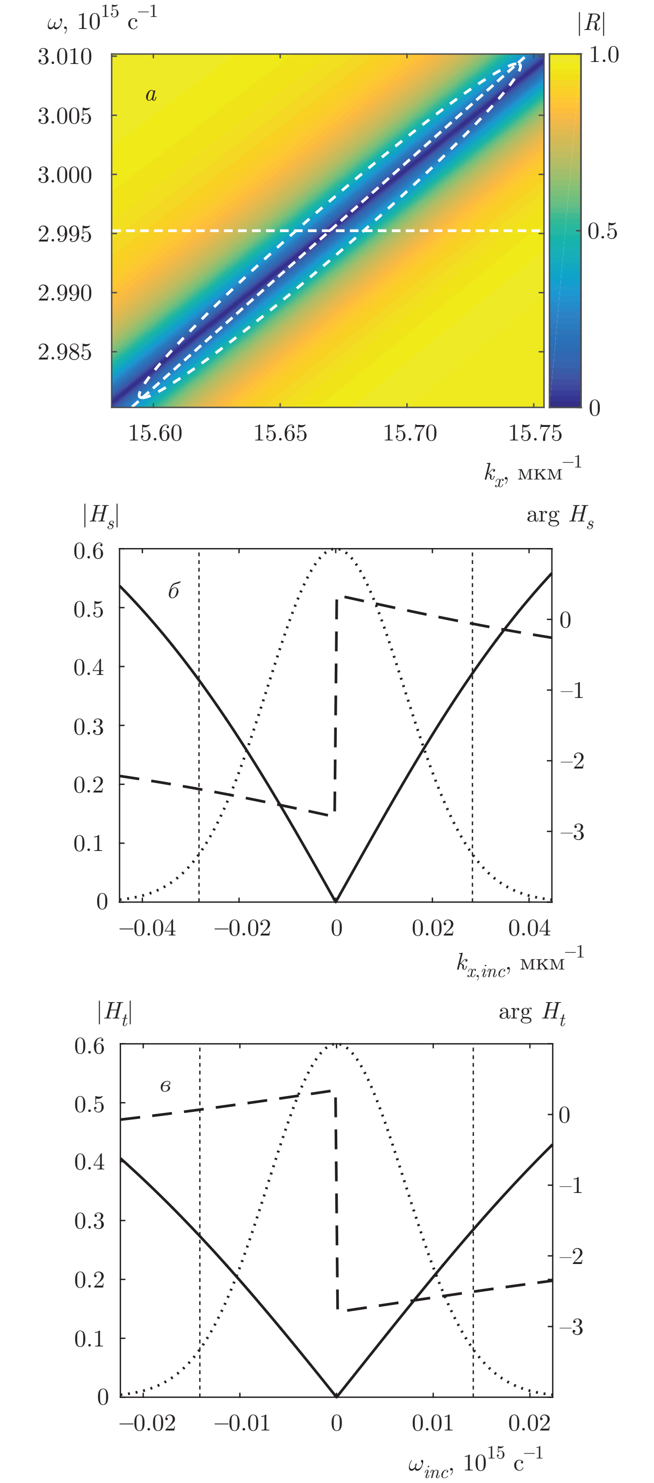

Рис. 3. (В цвете онлайн) Спектр отражения $|R(k_x,\omega)|$ W-структуры (a) и его сечения, соответствующие пространственной ПФ при $\omega_0 = 2.995\cdot10^{15}$ с$^{-1}$ ($\lambda_0 = 629$ нм) ($б$) и временной ПФ при $k_{x,0} = 0.01567$ нм$^{-1}$ ($\theta_0 = 61.86^\circ$) ($в$). Сечения отмечены белыми штриховыми линиями на рис. a. Штриховой эллипс на рис. a и вертикальные пунктирные линии на рис. $б$ и $в$ показывают границы спектров падающих пучков для рассмотренных ниже примеров

приближении положение нулей коэффициента отражения описывается прямой

$$k_x = \omega\left(\frac{n_{sup}\sin\theta_0}{c} - \frac{\beta_R}{\alpha_R}\cos\theta_0\right)\frac{\beta_R}{\alpha_R}\,\omega_0\cos\theta_0.$$

Отметим, что при наличии «строгого» нуля отражения для различных пар k_x, ω в окрестности резонанса фазы коэффициентов α и β в ПФ (9) и (10) совпадают с точностью до π (см. Приложение).

Для подтверждения резонансной природы наблюдаемого минимума была рассчитана комплексная частота собственной моды ω_p планарной структуры как полюс коэффициента отражения $R(\omega)$. Расчет проводился численным методом [30] для угла падения $\theta_0 = 61.86^\circ$. Полученное значение комплексной частоты $\omega_p = 2.991\cdot10^{15} - i6.205\cdot10^{12}$ с$^{-1}$ находится в окрестности частоты $\omega = \omega_0 = 2.995\cdot10^{15}$ с$^{-1}$.

На рис. 3$б$ показана «пространственная» ПФ $H_s(k_{x,inc})$ (4), соответствующая сечению комплексного коэффициента отражения $R(k_x,\omega)$ (7) при фиксированной частоте $\omega = \omega_0 = 2.995\cdot10^{15}$ с$^{-1}$ (горизонтальная штриховая линия на рис. 3a). На рис. 3$в$ показана «временная» ПФ $H_t(\omega_{inc})$ (6), соответствующая сечению коэффициента отражения $R(k_x,\omega)$ (7) при фиксированном угле падения $\theta_0 = 61.86^\circ$ (наклонная штриховая прямая на рис. 3a). ПФ на рис. 3$б$ и 3$в$ хорошо совпадают с ПФ идеальных дифференциаторов в окрестности соответственно точек $k_{x,inc} = 0$ и $\omega_{inc} = 0$.

Для подтверждения возможности выполнения операций пространственного и временного дифференцирований было проведено численное моделирование дифракции монохроматического пучка (рис. 4a) и временного импульса (рис. 4$б$) на рассмотренной W-структуре. На рис. 4a показаны профиль падающего монохроматического гауссова пучка $P_{inc}(x_{inc}) = \exp(-x_{inc}^2/\sigma_x^2)$, $\sigma_x = 100$ мкм (пунктирная линия, шкала справа), модуль профиля отраженного пучка, рассчитанного по формуле (3) для $\omega = \omega_0 = 2.995\cdot10^{15}$ с$^{-1}$ и угла падения $\theta_0 = 61.86^\circ$ (сплошная линия) и модуль аналитически вычисленной производной гауссовой функции $\partial P_{inc}(x_{inc})/\partial x_{inc}$ (штриховая линия). Модуль производной приведен с масштабным множителем, выбранным из условия совпадения максимумов аналитической производной и отраженного сигнала. Нормированный спектр пучка $G(k_{x,inc}) \propto \exp(-k_{x,inc}^2\sigma_x^2/4)$ и его ширина по уровню $1/e^2$ показаны пунктирными линиями на рис. 3$б$ (см. выше). Из рис. 3$б$ видно, что спектр падающего пучка лежит в интервале линейности

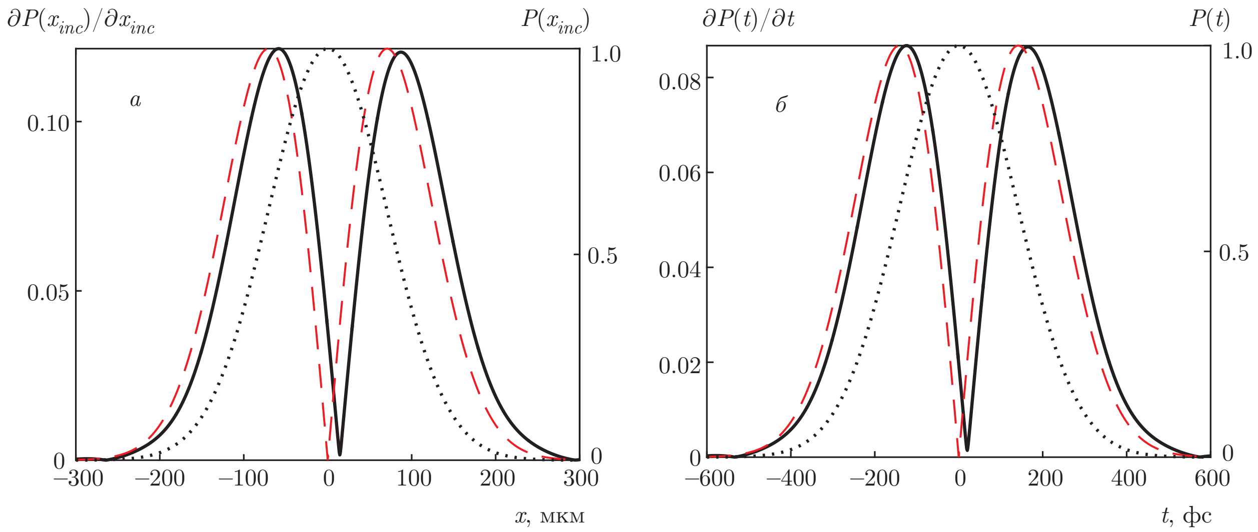

Рис. 4. *а*) Модуль профиля отраженного пучка, рассчитанного по формуле (3) (сплошная линия), модуль производной по пространственной координате от профиля падающего пучка (штриховая линия) и профиль падающего пучка (пунктирная линия, шкала справа). *б*) Модуль огибающей отраженного импульса, рассчитанной по формуле (5) (сплошная линия), модуль производной по времени от огибающей падающего импульса (штриховая линия) и огибающая падающего импульса (пунктирная линия, шкала справа)

ПФ $H_s(k_{x,inc})$. Отметим, что линейная фаза в ПФ описывает сдвиг отраженного пучка (эффект Гуса–Хенхен) и не влияет на качество дифференцирования. Рисунок 4*а* показывает высокое качество дифференцирования: среднеквадратичное отклонение (СКО) модуля профиля отраженного пучка от аналитической производной, нормированное на максимальную амплитуду отраженного пучка, составляет 2.2 %. Отметим, что при расчете СКО минимумы графиков на рис. 4*а* совмещались, т. е. сдвиг отраженного сигнала не учитывался. При этом максимальная амплитуда отраженного сигнала составляет 0.08.

На рис. 4*б* показаны огибающая падающего гауссова импульса $P_{inc}(t) = \exp(-t^2/\sigma_t^2)$, $\sigma_t = 200$ фс (пунктирная линия, шкала справа), модуль огибающей отраженного импульса, рассчитанной строго по формуле (5) (сплошная линия на рис. 4*б*) и модуль аналитически вычисленной производной гауссовой функции $\partial P_{inc}(t)/\partial t$ (штриховая линия на рис. 4*б*). Расчет проводился при центральной частоте импульса $\omega_0 = 2.995 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$ ($\lambda_0 = 629$ нм) и угле падения $\theta_0 = 61.86°$. Нормированный спектр импульса $G(\omega_{inc}) \propto \exp(-\sigma_t^2\omega_{inc}^2/4)$ и его ширина по уровню $1/e^2$ показаны пунктирными линиями на рис. 3*в* (см. выше). Из рис. 3*в* видно, что, как и в случае с пространственным преобразованием, спектр импульса лежит в интервале линейности спектра отражения. Это обеспечивает высокое качество дифференцирования: СКО огибающей отраженного импульса от аналитической производной на рис. 4*б* составляет 1.4 %. Как и в случае пространственного дифференцирования, сдвиг огибающей отраженного импульса относительно аналитической производной обусловлен линейной фазой у ПФ (см. рис. 3*в*). Величину сдвига $\tau = 16.82$ фс (задержки импульса вследствие взаимодействия с резонансной структурой) в данном случае можно интерпретировать как время дифференцирования.

Рассмотрим теперь дифракцию двумерного пространственно-временного импульса с гауссовым профилем

$$E_{inc}(x_{inc}, t) = \exp\left(-\frac{x_{inc}^2}{\sigma_x^2} - \frac{t^2}{\sigma_t^2}\right)$$

при следующих параметрах: центральная частота $\omega_0 = 2.995 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$, ширина $\sigma_x = 100$ мкм, длительность $\sigma_t = 200$ фс. Выбранные параметры совпадают с параметрами предыдущих примеров пространственного и временного дифференцирования. Спектр сигнала

$$G(k_{x,inc}, \omega_{inc}) \propto \exp(-k_{x,inc}^2\sigma_x^2/4 - \sigma_t^2\omega_{inc}^2/4)$$

по уровню $1/e^2$ отмечен на рис. 3*а* штриховым эллипсом (см. выше). В соответствии с выражением для пространственно-временной ПФ $H_{st,diff}^R(k_{x,inc}, \omega_{inc})$ (9) отраженный от W-структуры сигнал будет соответствовать линейной

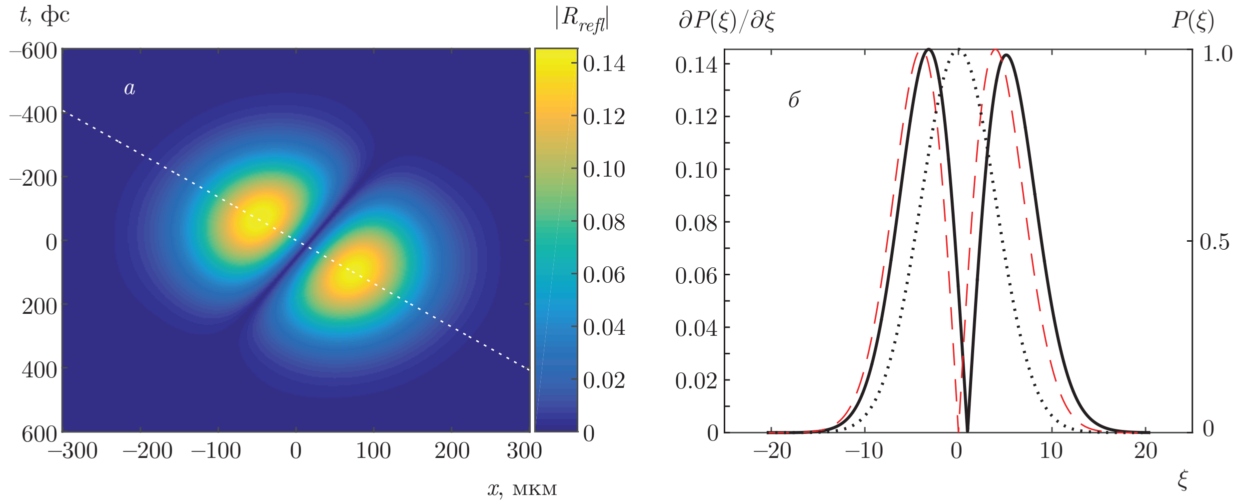

Рис. 5. (В цвете онлайн) *а*) Модуль пространственно-временной огибающей отраженного сигнала. *б*) Сечение модуля пространственно-временной огибающей вдоль прямой, показанной на рис. *а* (сплошная линия) и модуль аналитически рассчитанной производной по направлению от падающего сигнала (штриховая линия). Пунктирная линия показывает сечение пространственно-временного профиля падающего сигнала

суперпозиции производных, взятых по переменным x_{refl} и t:

$$P_{refl}(x_{refl}, t) = \\ = -i\left[\alpha_R \frac{\partial E_{inc}(x_{refl}, t)}{\partial x_{refl}} - \beta_R \frac{\partial E_{inc}(x_{refl}, t)}{\partial t}\right] = \\ = 2i\left(\frac{\alpha_R x_{refl}}{\sigma_x^2} - \frac{\beta_R t}{\sigma_t^2}\right)\exp\left(-\frac{x_{refl}^2}{\sigma_x^2} - \frac{t^2}{\sigma_t^2}\right). \quad (11)$$

В Приложении показано, что фазы коэффициентов α_R и β_R совпадают с точностью до π. Это позволяет рассматривать выражение (11) как производную по некоторому направлению в пространстве (x_{refl}, t). В рассматриваемом случае

$$\alpha_R = 13.19\exp(i\varphi - i\pi/2) \text{ мкм},$$

$$\beta_R = 17.42\exp(i\varphi + i\pi/2) \text{ фс},$$

где $\varphi = 1.968$ соответствует фазе коэффициента пропускания в выражении (10) при $k_{x,inc} = 0$, $\omega_{inc} = 0$. Приведенные значения α_R и β_R были рассчитаны численно как производные ПФ на рис. 3*б* и 3*в* соответственно при $k_{x,inc} = 0$ и $\omega_{inc} = 0$. Фазы коэффициентов α_R, β_R отличаются на π, поэтому в данном случае выражение (11) соответствует производной по направлению

$$\mathbf{d} = (d_x, d_t) \equiv (\alpha_R - \beta_R)\exp(-i\varphi + i\pi/2)$$

в пространстве (x_{refl}, t). В общем случае направление дифференцирования $\mathbf{d}$ определяется дисперсией волноводной моды $\omega_p = \omega_p(k_x)$, которая, в свою очередь, зависит от геометрических и материальных параметров структуры.

На рис. 5*а* показан рассчитанный модуль огибающей отраженного импульса, который хорошо совпадает с оценкой (11), СКО составляет 4.8 %. На рис. 5*б* представлен профиль отраженного оптического сигнала вдоль прямой $(x_{refl}, t) = (x_0 + d_x\xi, t_0 + d_t\xi)$ с направлением $\mathbf{d}$, где $(x_0, t_0) = (12.75$ мкм, 16.5 фс$)$ — центр отраженного сигнала. Этот профиль находится в хорошем соответствии с аналитически вычисленной производной по направлению $D(\xi) = dE_{inc}(d_x\xi, d_t\xi)/d\xi$, показанной штриховой линией. В рассмотренном примере $d_t/d_x = -\beta_R/\alpha_R = 1.32$ фс/мкм, что соответствует углу $52.85°$ между направлением $\mathbf{d}$ и осью x_{refl} на рис. 5*а*. СКО для кривых на рис. 5*б* составляет 3.7 %. Таким образом, пространственно-временной профиль отраженного оптического сигнала в рассмотренном примере соответствует производной от падающего сигнала по направлению $\mathbf{d}$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен оптический дифференциатор на основе трехслойной резонансной структуры с W-образным профилем показателя преломления, работающий в режиме отражения. Выполнение операции дифференцирования связано с резонансным эффектом возбуждения собственной моды структуры, локализованной в центральном слое структуры. Результаты численного моделирования демонстрируют возможность выполнения операций дифференцирования по пространственной переменной, во времени, а также по некоторому направлению в пространстве (x_{refl}, t). При этом указанные операции выполняются с высоким качеством. Полученные результаты могут найти применение при разработке систем аналоговых оптических вычислений и других устройств оптической обработки информации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-47-630323) (анализ оптических свойств W-структуры), Федерального агентства научных организаций (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) (получение выражений для передаточных функций, описывающих преобразование падающего оптического сигнала) и РНФ (грант № 14-19-00796) (численное моделирование работы дифференциатора на основе W-структуры).

ПРИЛОЖЕНИЕ

В разд. 2 рассматривается дифракционная структура, для которой при угле падения $\theta = \theta_0$ (при $k_{x,inc} = 0$) и частоте $\omega = \omega_0$ ($\omega_{inc} = 0$) коэффициент отражения обращается в нуль, а модуль коэффициента пропускания — в единицу. Используя представления для передаточных функций H_{st}^R (9) и H_{st}^T (10), запишем следующие разложения коэффициентов отражения и пропускания в окрестности точки $(k_{x,0}, \omega_0)$:

$$\begin{aligned} R(k_x,\omega) &= \frac{\alpha_R(k_x - k_{x,0})}{\cos\theta_0} + \\ &+ \left(\beta_R - \frac{\alpha_R n \operatorname{tg}\theta_0}{c}\right)(\omega-\omega_0) + o(\rho), \\ T(k_x,\omega) &= e^{i\varphi} + \frac{\alpha_T(k_x - k_{x,0})}{\cos\theta_0} + \\ &+ \left(\beta_T - \frac{\alpha_T n \operatorname{tg}\theta_0}{c}\right)(\omega-\omega_0) + o(\rho), \end{aligned} \tag{12}$$

где

$$\rho = \sqrt{\left(\frac{k_x - k_{x,0}}{\cos\theta_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega-\omega_0}{c}\right)^2}.$$

Воспользуемся следствием закона сохранения энергии для коэффициентов отражения и пропускания структуры [10]:

$$RR^* + TT^* = 1, \quad RT^* + TR^* = 0. \tag{13}$$

Подставляя представления (12) в (13) и учитывая, что выражения (13) верны для любых k_x и ω, приравняем к нулю коэффициенты перед k_x и ω и получим следующие условия для коэффициентов разложения α_T, β_T, α_R, β_R:

$$\begin{aligned} e^{i\varphi}\alpha_{R,T}^* + \alpha_{R,T}e^{-i\varphi} = 0, \\ e^{i\varphi}\beta_{R,T}^* + \beta_{R,T}e^{-i\varphi} = 0. \end{aligned} \tag{14}$$

Из (14) следует, что фазы коэффициентов α_T, β_T, α_R, β_R совпадают с точностью до π:

$$\begin{aligned} &\arg\alpha_{R,T} = \varphi \pm \pi/2, \\ &\arg\beta_{R,T} = \arg\alpha_{R,T} + \pi m, \quad m\in\mathbb{Z}. \end{aligned} \tag{15}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Silva, F. Monticone, G. Castaldi et al., Science **343**, 160 (2014).
2. W. Liu, M. Li, R. S. Guzzon et al., Nature Photonics **10**, 190 (2016).
3. R. Slavík, Y. Park, M. Kulishov et al., Opt. Lett. **34**, 3116 (2009).
4. L. M. Rivas, S. Boudreau, Y. Park et al., Opt. Lett. **34**, 1792 (2009).
5. N. K. Berger, B. Levit, B. Fischer et al., Opt. Express **15**, 371 (2007).
6. M. Kulishov and J. Azaña, Opt. Express **15**, 6152 (2007).
7. L. L. Doskolovich, D. A. Bykov, E. A. Bezus, and V. A. Soifer, Opt. Lett. **39**, 1278 (2014).
8. D. A. Bykov, L. L. Doskolovich, E. A. Bezus, and V. A. Soifer, Opt. Express **22**, 25084 (2014).
9. Д. А. Быков, Л. Л. Досколович, В. А. Сойфер, ЖЭТФ **141**, 832 (2012).
10. D. A. Bykov, L. L. Doskolovich, N. V. Golovastikov, and V. A. Soifer, J. Opt. **15**, 105703 (2015).
11. Z. Ruan, Opt. Lett. **40**, 601 (2015).
12. T. Zhu, Y. Zhou, Y. Lou et al., Nature Comm. **8**, 15391 (2017).
13. F. Liu, T. Wang, L. Qiang et al., Opt. Express **16**, 15880 (2008).
14. T. Yang, J. Dong, L. Lu et al., Sci. Rep. **4**, 5581 (2014).
15. N. L. Kazanskiy, P. G. Serafimovich, and S. N. Khonina, Opt. Lett. **38**, 1149 (2013).

16. C. Guo, M. Xiao, M. Minkov et al., Optica **5**, 251 (2018).

17. A. Pors, M. G. Nielsen, and S. I. Bozhevolnyi, Nano Lett. **15**, 791 (2015).

18. A. Chizari, S. Abdollahramezani, M. V. Jamali, and J. A. Salehi, Opt. Lett. **41**, 3451 (2016).

19. Y. Suematsu and K. Furuya, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **23**, 170 (1975).

20. S. Kawakami and S. Nishida, IEEE J. Quant. Electron. **10**, 879 (1974).

21. S. Kawakami and S. Nishida, IEEE J. Quant. Electron. **11**, 130 (1975).

22. J. Hu and C. R. Menyuk, Adv. Opt. Photonics **1**, 58 (2009).

23. R. Sainidou, J. Renger, T. V. Teperik et al., Nano Lett. **10**, 4450 (2010).

24. F. Zangeneh-Nejad and A. Khavasi, Opt. Lett. **42**, 1954 (2017).

25. R. J. Potton, Rep. Progr. Phys. **67**, 717 (2004).

26. M. G. Moharam, D. A. Pommet, E. B. Grann, and T. K. Gaylord, J. Opt. Soc. Amer. A **12**, 1077 (1995).

27. L. L. Doskolovich, E. A. Bezus, and D. A. Bykov, Photon. Res. **6**, 61 (2018).

28. Н. В. Головастиков, Д. А. Быков, Л. Л. Досколович, КЭ **44**, 984 (2014).

29. N. V. Golovastikov, D. A. Bykov, and L. L. Doskolovich, Opt. Lett. **40**, 3492 (2015).

30. D. A. Bykov and L. L. Doskolovich, J. Lightwave Technol. **31**, 793 (2013).