

ФОТОРОЖДЕНИЕ ТРИПЛЕТОВ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ И ПОИСК ТЕМНОГО ФОТОНА

Г. И. Гах^{a,b*}, М. И. Кончатный^{a,b**}, Н. П. Меренков^{a,b***}

^a Харьковский физико-технический институт
61108, Харьков, Украина

^b Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина
61022, Харьков, Украина

Поступила в редакцию 29 декабря 2017 г.

Исследован процесс фоторождения триплетов на свободных электронах, $\gamma e^- \rightarrow e^+ e^- e^-$, в котором темный фотон A' может образоваться в качестве промежуточного состояния с последующим распадом на $e^+ e^-$ -пару. Этот эффект возникает вследствие так называемого кинетического смешивания и характеризуется малым параметром ϵ , описывающим интенсивность взаимодействия темного фотона с заряженными частицами СМ в терминах электрического заряда e . Поиск проявления A' в этом процессе имеет то преимущество, что фон к A' -сигналу является чисто электродинамическим и поэтому может быть рассчитан с необходимой точностью. Мы вычисляем этот фон с учетом тождественности конечных электронов. Что касается A' , его вклад учитывается только в диаграммах комптоновского типа (виртуального комптоновского рассеяния), когда виртуальный темный фотон является временноподобным и его пропагатор имеет форму резонанса Брейта–Вигнера. Только вблизи резонанса A' и может проявить себя. Мы вычисляем распределения по инвариантным массам обеих образованных $e^+ e^-$ -пар и исследуем кинематическую область, в которой исключены сравнительно малые квадраты переданных от электрона-мишени к образованным электронам импульсов. В этих условиях вклад в дифференциальное сечение диаграмм комптоновского типа не подавлен относительно вклада остальных диаграмм (диаграмм Борселлино). Для специального способа набора событий, когда инвариантная масса одной из $e^+ e^-$ -пар остается фиксированной, а другой — сканируется, получены ограничения на параметр ϵ в зависимости от массы темного фотона и статистики (числа) событий.

DOI: 10.1134/S0044451018080114

1. ВВЕДЕНИЕ

Недавние экспериментальные открытия, такие как осцилляции нейтрино, существование темной материи (природа и взаимодействие которой в настоящее время неизвестны) приводят к необходимости рассмотрения физики вне Стандартной модели (СМ) (см. обзоры [1–4]). Одной из возможных новых частиц является так называемый темный фотон (ТФ) A' — массивный векторный бозон, который может смешиваться с обычным фотоном посредством «кинетического смешивания» [5]. Его масса M и интенсивность взаимодействия с частицами СМ ϵ не

предсказываются теорией однозначно, так как масса A' может обуславливаться различными механизмами. Некоторые ограничения на эти параметры ТФ показаны на рис. 6-2, 6-3 работы [1]. Для ТФ массой, большей 1 МэВ, возможно его обнаружение в электронных (протонных) экспериментах на фиксированной мишени, а также на адронных или электрон-позитронных коллайдерах (см. ссылки в обзоре [1]).

Экспериментальные исследования эффектов, обусловленных ТФ, проводятся и планируются в различных лабораториях: APEX [6, 7], HPS [8], DarkLight [9] (JLAB), MAMI [10] (эксперименты на фиксированной мишени) и VEPP-3 [11] (электрон-позитронный коллайдер). Проявление A' искали также в распадах известных частиц. В работе [12] исследовался радиационный распад пиона $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu \gamma$. Измерения проводились в канале $\pi E1$ в PSI, Швейцария. Эффекты проявления ТФ пытались обнаружить в распаде π^0 -мезонов

* E-mail: genagakh@gmail.com

** E-mail: konchatnij@kipt.kharkov.ua

*** E-mail: merenkov@kipt.kharkov.ua

($\pi^0 \rightarrow \gamma A' \rightarrow \gamma e^+ e^-$) [13], которые образовывались в протон-ядерных соударениях на установке HIAF (Китай). Распад π^0 -мезона также использовался для исследования ТФ в эксперименте WASA-at-COSY [14] (π^0 -мезоны рождались в реакции $pp \rightarrow pp\pi^0$) (Юлих, Германия) и в ЦЕРН (π^0 -мезоны образовывались в распаде K -мезонов, $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$) [15].

Исследование ТФ-сигнала в инклюзивном дилептонном спектре в реакциях взаимодействия протонного пучка с жидким водородом и ядрами выполнено в GSI (Дармштадт) [16]. Этот эксперимент позволил получить верхний предел для параметра смешивания ТФ для диапазона масс A' 0.02–0.6 ГэВ. В работе [17] приведено ограничение на параметры ТФ из данных экспериментов с электронными пучками. В лаборатории JLab было показано, что эксперименты с электронными пучками на фиксированной мишени могут быть потенциально привлекательны для поиска ТФ-сигнала для масс в диапазоне МэВ–ГэВ [18].

Теоретически образование ТФ в различных реакциях исследовалось в ряде работ. Бьеркен и др. [19] рассмотрели несколько возможных экспериментальных постановок опыта для поиска A' в наиболее вероятном диапазоне масс от нескольких МэВ до нескольких ГэВ и подтвердили, что эксперименты на фиксированной мишени идеально приспособлены для открытия ТФ в указанном интервале масс. Образование ТФ в процессе рассеяния электронов на протоне или тяжелом ядре исследовалось в работе [20] ([21]) для условий эксперимента MAMI (JLab) [10] ([7]). Авторы работы [22] предложили использовать редкие лептонные распады каонов и пионов, $K^+(\pi^+) \rightarrow \mu^+ \nu_\mu e^+ e^-$, для изучения легкого ТФ (с массой порядка 10 МэВ). В работе [23] получены ограничения для темного фотона в диапазоне масс 0.01–100 кэВ (также пересмотрены косвенные ограничения из распада $A' \rightarrow 3\gamma$). Предложение искать легкий ТФ в ядерном реакторе, используя процесс комптоновского типа $\gamma e \rightarrow A' e$, высказано в работе [24], в которой получены ограничения на параметр кинетического смешивания на основе существующих экспериментальных данных. В работе [25], являющейся развитием анализа [24], найдены ограничения на некоторые параметры ТФ с использованием экспериментальных данных, полученных на реакторе TEXONO. Предполагалось, что ТФ образуется в процессе $\gamma e^- \rightarrow A' e^-$. Кроме того, проанализированы данные по предполагаемому распаду $\pi^0 \rightarrow \gamma + A'$ и получены ограничения на параметры ТФ. π^0 -мезоны образовывались при взаимодей-

ствии протонного пучка с мишенью. В работе [26] представлены некоторые результаты по феноменологии ТФ в диапазоне масс от нескольких МэВ до ГэВ и проанализированы данные по $g-2$ для мюонов и электронов совместно с другими прецизионными КЭД-данными, а также радиационные распады странных частиц. Модели с двумя дублетами хиггсовских полей, являющиеся расширением СМ, рассмотрены в [27]. Изучены следствия этих моделей и получены некоторые ограничения на параметры моделей, которые следуют из имеющихся экспериментальных данных.

Физическая программа предложенного проекта IRIDE (Фраскати, Италия) [28] рассматривает поиск ТФ в процессе образования триплета лептонов в электрон-фотонном столкновении. Основной КЭД-процесс образования триплета лептонов определяется диаграммами Бете–Гайтлера, а также виртуального комптоновского рассеяния. Таким образом, часть КЭД-процесса, которая обусловлена виртуальным комптоновским рассеянием, является наиболее важной, так как она напрямую связана с образованием ТФ, в то время как вклад Бете–Гайтлера должен быть как можно больше подавлен. Это возможно сделать, используя специфические угловые ограничения для отбора событий.

В данной работе мы рассматриваем образование триплета лептонов в процессе рассеяния фотонов электронами. Образование ТФ учтено только в диаграммах комптоновского типа, в которых электрон-позитронная пара из распада $A' \rightarrow e^+ e^-$ может быть в резонансе. Преимуществом такого рассмотрения является то, что в этом случае фон есть чисто КЭД-процесс $\gamma e^- \rightarrow e^+ e^- e^-$ и может быть вычислен с требуемой точностью. Мы получили распределения по инвариантным массам образующихся $e^+ e^-$ -пар, учитывая тождественность конечных электронов. При вычислении распределений в $\gamma e^- \rightarrow e^+ e^- e^-$ учтены все восемь фейнмановских диаграмм, которые определяют фоновый процесс. Мы оценили, какое значение параметра ϵ как функции массы темного фотона может быть получено при данном числе измеренных событий.

Раздел 2 содержит формализм вычисления распределения. Раздел 2.1 посвящен описанию кинематических переменных. Вычисление двойного дифференциального распределения по массам образующихся $e^+ e^-$ -пар, обусловленных КЭД-механизмом, приведено в разд. 2.2. Вклад ТФ в распределение вычислен в разд. 2.3. Раздел 3 посвящен анализу эффектов ТФ в рассматриваемой реакции и оценке параметра ϵ как функции массы темного фотона и чис-

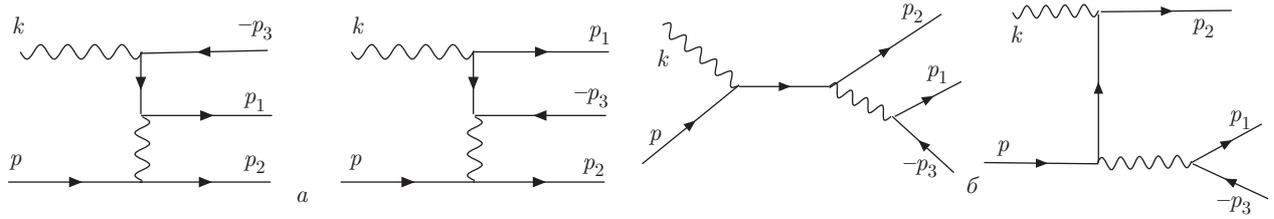


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана для КЭД-амплитуды процесса (1). Диаграммы (а) являются так называемыми диаграммами Борселлино, а диаграммы (б) — диаграммами комптоновского типа. Чтобы учесть тождественность конечных электронов, необходимо добавить соответствующие диаграммы с перестановкой 4-импульсов p_1 и p_2

ла измеренных событий. Детальный анализ кинематики для случая ограниченного фазового пространства дан в Приложении А. Приложение В содержит аналитические выражения для вкладов в распределение по инвариантным массам e^+e^- -пар, которые отвечают отдельным диаграммам и их интерференциям для случая фазового пространства без ограничений.

2. ФОРМАЛИЗМ

Как было отмечено во Введении, ТФ может проявить себя как некое резонансное состояние, распадающееся на электрон-позитронную пару. В этом случае процесс образования триплетов,

$$\gamma(k) + e^-(p) \rightarrow e^+(p_3) + e^-(p_1) + e^-(p_2), \quad (1)$$

может быть использован для поиска A' -сигнала благодаря тому, что ТФ в промежуточном состоянии образует две электрон-позитронные системы с квадратами инвариантных масс

$$s_1 = (p_3 + p_1)^2, \quad s_2 = (p_3 + p_2)^2.$$

Двойное дифференциальное распределение по переменным s_1 и s_2 в процессе (1) с учетом тождественности конечных электронов является, на наш взгляд, наиболее подходящим для этой цели. Распределение, которое обусловлено только вкладом КЭД, является фоном, значительно превышающим эффект, обусловленный ТФ. Следовательно, он должен быть вычислен как можно точнее и учтен при поиске сигнала ТФ. КЭД-амплитуда процесса образования триплетов описывается восемью диаграммами, четыре из которых представлены на рис. 1, а остальные четыре могут быть получены из этих диаграмм перестановкой 4-импульсов электронов ($p_1 \leftrightarrow p_2$).

В настоящей работе мы вычисляем двойное дифференциальное распределение по переменным s_1 и

s_2 для определения КЭД-фона и нахождения областей этих переменных, где однофотонные амплитуды (комптоновского типа) дают вклад, сравнимый (и даже превосходящий) с вкладом двух фотонных амплитуд (Борселлино).

2.1. Кинематика

Процесс (1) является процессом типа $2 \rightarrow 3$ и для его описания можно использовать несколько наборов переменных [29]. Для получения распределения по переменным s_1 и s_2 мы используем описание в терминах следующих пяти инвариантов:

$$\begin{aligned} s &= (k+p)^2 = (p_1 + p_2 + p_3)^2, \\ s_1 &= (p_1 + p_3)^2 = (k + p - p_2)^2, \\ s_2 &= (p_2 + p_3)^2 = (k + p - p_1)^2, \\ t_1 &= (k - p_1)^2 = (p_2 + p_3 - p)^2, \\ t_2 &= (p - p_2)^2 = (p_1 + p_3 - k)^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Скалярные произведения 4-импульсов реакции выражаются следующим образом в терминах этих инвариантов:

$$\begin{aligned} 2(k p_2) &= s - s_1 + t_2 - m^2, & 2(p_1 p_3) &= s_1 - 2m^2, \\ 2(k p_1) &= m^2 - t_1, & 2(k p_3) &= s_1 + t_1 - t_2 - m^2, \\ 2(p p_2) &= 2m^2 - t_2, & 2(k p) &= s - m^2, \\ 2(p_2 p_3) &= s_2 - 2m^2, & 2(p_1 p_2) &= s - s_1 - s_2 + m^2, \\ 2(p p_1) &= s - s_2 + t_1, & 2(p p_3) &= s_2 - t_1 + t_2 - m^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Учитывая азимутальную симметрию относительно направления фотонного пучка, фазовое пространство конечных частиц в (1) можно записать следующим образом [29]:

$$\begin{aligned} dR_3 &= \frac{d^3 p_1}{2 E_1} \frac{d^3 p_2}{2 E_2} \frac{d^3 p_3}{2 E_3} \delta(k + p - p_1 - p_2 - p_3) = \\ &= \frac{\pi}{16(s - m^2)} \frac{dt_1 dt_2 ds_1 ds_2}{\sqrt{-\Delta}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где Δ — определитель Грама. В терминах введенных переменных его можно записать в виде

$$\Delta = \frac{1}{16} \begin{vmatrix} 0 & s - m^2 & m^2 - t_1 & s - s_1 + t_2 - m^2 \\ s - m^2 & 2m^2 & s - s_2 + t_1 & 2m^2 - t_2 \\ m^2 - t_1 & s - s_2 + t_1 & 2m^2 & s - s_1 - s_2 + m^2 \\ s - s_1 + t_2 - m^2 & 2m^2 - t_2 & s - s_1 - s_2 + m^2 & 2m^2 \end{vmatrix}.$$

Чтобы получить требуемое распределение, необходимо проинтегрировать дифференциальное сечение по переменным t_1 и t_2 . Пределы интегрирования могут быть получены из условия положительности $(-\Delta)$. Решая уравнение $\Delta = 0$ относительно переменной t_1 , имеем

$$t_{1-} < t_1 < t_{1+}, \quad (5)$$

$$t_{1\pm} = \frac{A \pm 2\sqrt{B}}{(s - s_1)^2 - 2(s + s_1)m^2 + m^4},$$

$$A = s_1 s_2 (s_1 - t_2) + s^2 t_2 - s[s_2 t_2 + s_1 (s_2 + t_2)] + m^2 [s^2 + (s_1 + s_2)(s_1 + t_2)] - m^4 (2s + 4s_1 + t_2) + m^6,$$

$$B = [s t_2 (s - s_1 + t_2) + m^2 (s_1^2 - 2s t_2 - s_1 t_2) + m^4 t_2] \times [s_1 s_2 (s_1 + s_2 - s) + m^2 (s^2 - 3s_1 s_2) - 2m^4 s + m^6].$$

Пределы второго интегрирования по переменной t_2 при фиксированных s_1 и s_2 определяются как корни первого множителя в выражении для B , а именно:

$$t_{2-} < t_2 < t_{2+}, \quad t_{2\pm} = \frac{C \pm (s - m^2)\lambda_1}{2s}, \quad (6)$$

$$C = s_1 (s + m^2) - (s - m^2)^2, \quad \lambda_i = \sqrt{(s - s_i)^2 - 2m^2 (s + s_i) + m^4}, \quad i = 1, 2.$$

Корни второго множителя в выражении для B определяют область изменения переменных s_1 и s_2 , которая показана на рис. 2а. Эта симметричная область ограничена кривыми

$$s_{2-} < s_2 < s_{2+}, \quad 4m^2 < s_1 < (\sqrt{s} - m)^2, \quad (7)$$

$$s_{2\pm} = \frac{1}{2} \left[s - s_1 + 3m^2 \pm \lambda_1 \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s_1}} \right].$$

Границы интегрирования по переменным t_2 и t_1 , определяемые уравнениями (5), (6), справедливы только для полного фазового пространства на рис. 2, определенного уравнением (7).

2.2. Вычисление КЭД-сечения

В случае неполяризованных частиц необходимо провести усреднение (просуммировать) по поляри-

зациям начальных (конечных) частиц. Тогда дифференциальное сечение имеет вид

$$d\sigma = \frac{1}{4} \frac{e^6}{4(kp)(2\pi)^5} \frac{1}{2} \sum_{pol} |M|^2 dR_3, \quad (8)$$

где M — матричный элемент процесса (1), который учитывает вклады восьми диаграмм. Чтобы получить требуемое распределение по переменным s_1 и s_2 , необходимо регистрировать оба конечных электрона. Дополнительный множитель $1/2$ в уравнении (8) перед $\sum_{pol} |M|^2$ возникает из-за тождественности электронов. Квадрат полного матричного элемента процесса есть

$$\sum_{pol} |M|^2 = |M_b|^2 + |\overline{M}_b|^2 + |M_c|^2 + |\overline{M}_c|^2 - 2 \operatorname{Re} (M_b \overline{M}_b^*) - 2 \operatorname{Re} (M_c \overline{M}_c^*) - 2 \operatorname{Re} (M_b \overline{M}_c^*) - 2 \operatorname{Re} (\overline{M}_b M_c^*) + 2 \operatorname{Re} (M_b M_c^*) + 2 \operatorname{Re} (\overline{M}_b \overline{M}_c^*), \quad (9)$$

где индекс b (c) отвечает диаграммам Борселлино (диаграммам комптоновского типа) и черта означает перестановку конечных электронов в соответствующих диаграммах.

Дважды дифференциальное сечение как функция переменных s_1 и s_2 (или s_1, s_2 -распределение) есть

$$\frac{d\sigma}{ds_1 ds_2} = \frac{\alpha^3}{64 \pi (s - m^2)^2} \times \iint \frac{dt_1 dt_2}{\sqrt{-\Delta}} \frac{1}{2} \sum_{pol} |M|^2, \quad (10)$$

где пределы интегрирования по переменным t_1 и t_2 определяются выбором ограничений при регистрации событий. Если разрешена вся кинематическая область, то эти пределы определяются неравенствами (5) и (6). В этом случае s_1, s_2 -распределение симметрично при перестановке $s_1 \rightleftharpoons s_2$ при условии, что учтена тождественность конечных электронов.

Каждый матричный элемент есть свертка соответствующего тока j_μ с 4-вектором поляризации фотона A^μ :

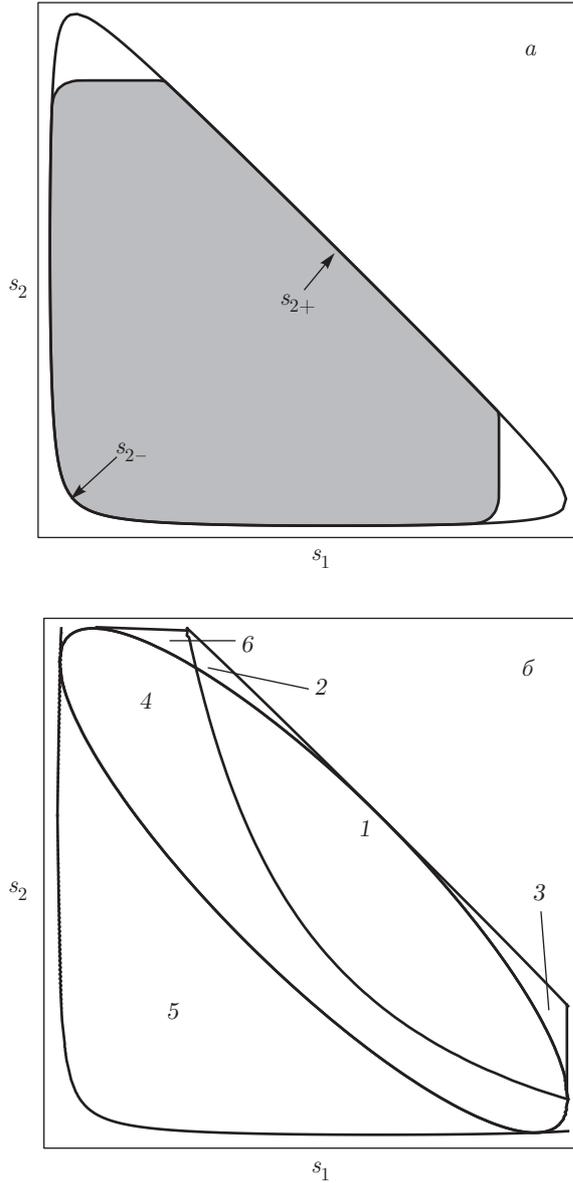


Рис. 2. а) Допустимая область инвариантных масс s_1 и s_2 в случае полного фазового пространства (а) и усеченного неравенствами (24) (а, затемненная часть) при $s = 10^{-4}$ ГэВ². б) Шесть областей с независимыми границами по переменным t_2 и t_1 , которые приведены в Приложении А в случае усеченного фазового пространства

$$\begin{aligned}
 M_b &= \frac{1}{t_2} A_\mu j_b^\mu, & \overline{M}_b &= \frac{1}{t} A_\mu \bar{j}_b^\mu, \\
 M_c &= \frac{1}{s_1} A_\mu j_c^\mu, & \overline{M}_c &= \frac{1}{s_2} A_\mu \bar{j}_c^\mu, \\
 t &= (p - p_1)^2 = 2m^2 - s - t_1 + s_2.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Токи, отвечающие этим четырем типам диаграмм, можно представить в виде

$$j_b^\mu = \bar{u}(p_2) \gamma_\lambda u(p) \bar{u}(p_1) \hat{Q}^{\mu\lambda} v(p_3),$$

$$\hat{Q}^{\mu\lambda} = \frac{1}{2d_1} \gamma^\mu \hat{k} \gamma^\lambda - \frac{1}{2d_3} \gamma^\lambda \hat{k} \gamma^\mu + e_{(31)}^\mu \gamma^\lambda,$$

$$\bar{j}_b^\mu = \bar{u}(p_1) \gamma_\lambda u(p) \bar{u}(p_2) \hat{R}^{\mu\lambda} v(p_3),$$

$$\hat{R}^{\mu\lambda} = \frac{1}{2d_2} \gamma^\mu \hat{k} \gamma^\lambda - \frac{1}{2d_3} \gamma^\lambda \hat{k} \gamma^\mu + e_{(32)}^\mu \gamma^\lambda,$$

(12)

$$j_c^\mu = \bar{u}(p_1) \gamma_\lambda v(p_3) \bar{u}(p_2) \hat{K}^{\mu\lambda} u(p),$$

$$\hat{K}^{\mu\lambda} = \frac{1}{2d_2} \gamma^\mu \hat{k} \gamma^\lambda + \frac{1}{2d} \gamma^\lambda \hat{k} \gamma^\mu + e_{(02)}^\mu \gamma^\lambda,$$

$$\bar{j}_c^\mu = \bar{u}(p_2) \gamma_\lambda v(p_3) \bar{u}(p_1) \hat{L}^{\mu\lambda} u(p),$$

$$\hat{L}^{\mu\lambda} = \frac{1}{2d_1} \gamma^\mu \hat{k} \gamma^\lambda + \frac{1}{2d} \gamma^\lambda \hat{k} \gamma^\mu + e_{(01)}^\mu \gamma^\lambda,$$

где $d = (k p)$, $d_i = (k p_i)$ и

$$e_{(0i)}^\mu = \frac{p^\mu}{d} - \frac{p_i^\mu}{d_i}, \quad e_{(ij)}^\mu = \frac{p_i^\mu}{d_i} - \frac{p_j^\mu}{d_j},$$

$i, j = 1, 2, 3.$

Легко проверить, что каждый ток в соотношениях (12) удовлетворяет условию $j^\mu k_\mu = 0$. Если определить

$$J^\mu = \frac{j_b^\mu}{t_2} - \frac{\bar{j}_b^\mu}{t} + \frac{j_c^\mu}{s_1} - \frac{\bar{j}_c^\mu}{s_2}, \tag{13}$$

то для случая неполяризованных частиц можно записать

$$\sum_{pol} |M|^2 = -g_{\mu\nu} J^\mu J^{\nu*}. \tag{14}$$

Правая часть уравнения (9) содержит три различные структуры: четыре квадрата матричных элементов, четыре (две) их интерференции, которые входят с отрицательным (положительным) знаком. Чтобы найти квадрат полного матричного элемента, достаточно вычислить только один вклад для каждой структуры, а другие структуры могут быть получены посредством определенных подстановок. Непосредственно вычислены $|M_b|^2$, $M_b \overline{M}_b^*$ и $M_b M_c^*$. Результаты имеют вид

$$|M_b|^2 = \frac{8}{t_2^2} \left\{ -4m^2 \left(-\frac{2d^2}{d_3^2} + \frac{d_3}{d_1} + \frac{d_1}{d_3} \right) + 8(pp_3)^2 \left[\left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_1} \right)^2 m^2 - \frac{t_2}{d_1 d_3} \right] + \right. \\ \left. + 4(pp_3) \left[\frac{t_2^2}{d_1 d_3} + t_2 \left(\frac{2d}{d_1 d_3} + \frac{1}{d_3} - \frac{1}{d_1} \right) - \frac{4m^2 d}{d_3} \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_1} \right) - m^2 t_2 \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_1} \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + t_2^2 \left[m^2 \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_3} \right)^2 - \frac{2(d+d_1)}{d_1 d_3} \right] + 4m^2 t_2 \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_1} \right) \left[m^2 \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_1} \right) + \frac{d}{d_3} - 2 \right] - \right. \\ \left. - \frac{t_2^3}{d_1 d_3} - 2t_2 \left(\frac{d_1}{d_3} + \frac{d_3}{d_1} + \frac{2d(d-d_3)}{d_3 d_1} \right) \right\}, \quad (15)$$

$$M_b \overline{M}_b^* = \frac{8}{t_2 t} \left\{ t_2 \left[\frac{5d^2 - 10d_1 d + d_3^2}{d_1 d_2} - \frac{m^2(3d_2^2 + 4d_3 d_2 + 3d_3^2 + 2dd_1) + 2m^4(d_2 + d_3)}{d_1 d_2 d_3} + \frac{8d}{d_2} + \frac{(d_1+d_2)^2}{d_1 d_3} \right] + \right. \\ \left. + t \left[-\frac{2d^2(d_1-d_3)}{d_1 d_2 d_3} - \frac{2(d_1+d_3)m^4}{d_1 d_2 d_3} + t_2 \left(\frac{(d_1+d_2)^2 + 6dd_3}{d_1 d_2 d_3} - 2m^2 \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_1} \right) \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_2} \right) \right) - \right. \right. \\ \left. - \frac{(3(d_1+d_3)^2 + 2dd_2 - 2d_1 d_3)m^2}{d_1 d_2 d_3} + \frac{t_2^2}{2} \left(\frac{2}{d_1 d_3} + \frac{3}{d_1 d_2} + \frac{1}{d_3 d_2} \right) + \left(\frac{3d}{d_2 d_3} + \frac{1}{d_1} \right) (d-d_3) + \frac{4d(d-d_2)}{d_1 d_2} \right] + \right. \\ \left. + 4m^6 \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_1} \right) \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_2} \right) - \frac{4((d_1+d_2)^2 + 3dd_3)m^4}{d_1 d_2 d_3} + t_2^2 \left[\frac{3d}{d_1 d_2} - \frac{1}{d_2} + \frac{d}{d_1 d_3} - m^2 \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_1} \right) \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_2} \right) \right] + \right. \\ \left. + t^2 \left[-m^2 \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_1} \right) \left(\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d_2} \right) + \frac{t_2(2d_1+d_2+3d_3)}{2d_1 d_2 d_3} - \frac{1}{d_1} + \frac{3d}{d_1 d_2} + \frac{d}{d_2 d_3} \right] - \right. \\ \left. - 2m^2 \left(3 - \frac{d}{d_2} + \frac{d}{d_3} - \frac{d}{d_1} \right) + \frac{t_2^3(d_2+d_3)}{2d_1 d_2 d_3} + \frac{t^3(d_1+d_3)}{2d_1 d_2 d_3} + \frac{2d((d_1+d_2)^2 + 2dd_3)}{d_1 d_2} \right\}, \quad (16)$$

$$M_b M_c^* = \frac{1}{t_2 s_1} \left\{ \frac{4(4m^2 + t_2)(dd_1 - d_2 d_3)t_2^2}{d d_1 d_2 d_3} + \frac{8[d_1(2d^2 + dd_1 - d_2 d_3 - dd_2) - dd_2 d_3]t_2^2}{d d_1 d_2 d_3} + \right. \\ \left. + \frac{8t_2 [3d_1 d^3 + (2d_1^2 - dd_2)(d(d+d_1) + (d_1-d)d_2) + d_2^2(4d_1^2 + 2d_2 d_1 - d_2 d_3)]}{d d_1 d_2 d_3} + \right. \\ \left. + \frac{16m^2 t_2 (d-d_2)(-d_1^2 + 4dd_1 + d_2^2)}{d d_1 d_2 d_3} - \frac{64(pp_3)^3 (d_1+d_3)^2}{d d_1 d_2 d_3} + \right. \\ \left. + \frac{16(d_1+d_3)[(d_1+d_3)^2 + 2dd_2 + 2d_1(d_1+d_2)]}{d_2 d_3} + \frac{32m^2 [(d_1+d_2)^3 + d_1^2 d_3 + d(d_2^2 + (3d-d_3)d_3)]}{dd_2 d_3} + \right. \\ \left. + \frac{32(pp_3)^2}{d d_1 d_2 d_3} \left[t_2((d+d_1)(d_1+d_3) - 2d_2 d_3) + (d-d_2)(4dd_1 - 2d_1 d_2 + d^2 - d_2^2) \right] + \right. \\ \left. + \frac{8(pp_3)}{d d_1 d_2 d_3} \left[t_2^2(d_2 d_1 + 3d_2 d_3 - dd_3 - 3dd_1) - 4m^2(d-d_2)(d^2 + d_2^2 + 2d_1 d_3) - \right. \right. \\ \left. - 4m^2 t_2 (d_1+d_3)^2 - 2t_2(2dd_3^2 + 2d_2 d_3^2 + 7d^2 d_1 + d^2 d_2 - 3dd_2 d_3 - 7dd_1 d_2 - d_2^3 - d^2 d_3) - \right. \\ \left. - 2(d-d_2)(4dd_1(d_1+d_2) + (d-d_2)(d+d_1)^2 + (d-d_2)(d_1+d_2)^2) \right] \right\}. \quad (17)$$

Для получения выражений $|\overline{M}_b|^2$ и $\overline{M}_b \overline{M}_c^*$ необходимо выполнить перестановку

в уравнениях соответственно (15) и (17). Очевидно, что такая перестановка означает подстановки

$$\hat{P}_{12} = (p_1 \rightleftharpoons p_2) \qquad d_1 \rightleftharpoons d_2, \quad t_2 \rightleftharpoons t, \quad s_1 \rightarrow s_2 \quad (18)$$

в этих уравнениях, при этом остаются неизменными инварианты d , d_3 и $(p p_3)$. Заметим, что выражение $M_b \overline{M}_b^*$ инвариантно относительно этих подстановок. Остальные вклады в уравнении (9) получаются аналогичным образом, с использованием других подстановок. Если определить операторы

$$\begin{aligned} \widehat{P}_{03} &= (p \rightleftharpoons -p_3), \\ \widehat{P} &= (p \rightleftharpoons p_1, p_2 \rightleftharpoons -p_3, k \rightarrow -k), \end{aligned} \quad (19)$$

то уравнение (9) может быть записано как

$$\begin{aligned} \sum_{pol} |M|^2 &= (1 + \widehat{P}_{12} + \widehat{P}_{03} + \widehat{P}_{12} \widehat{P}_{03}) |M_b|^2 + \\ &+ 2(1 + \widehat{P}_{12}) \overline{M}_b \overline{M}_c^* - 2(1 + \widehat{P}_{12} \widehat{P}_{03} + \widehat{P} + \widehat{P}_{12} \widehat{P}) \times \\ &\times M_b \overline{M}_b^*. \end{aligned} \quad (20)$$

2.3. Вклад темного фотона

Эффективный лагранжиан взаимодействия ТФ с электромагнитным током СМ можно записать в виде [5]

$$\mathcal{L} = i\epsilon e \overline{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) A'_\mu(x),$$

где A'_μ — 4-потенциал поля A' и малый параметр ϵ характеризует силу взаимодействия относительно электрического заряда e . В этом подходе ТФ должен проявлять себя как промежуточное состояние в диаграммах комптоновского типа со стандартным пропагатором Брейта – Вигнера для частицы со спином единица:

$$\begin{aligned} V^{\mu\nu}(q) &= \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M^2} \right) P^{BW}(q^2), \\ P^{BW}(q^2) &= \frac{1}{q^2 - M^2 + iM\Gamma}, \end{aligned}$$

где M (Γ) — масса (полная ширина распада) ТФ.

Ширина распада ТФ на лептонную пару СМ есть

$$\begin{aligned} \Gamma(A' \rightarrow l^+ l^-) &= \epsilon^2 \frac{\alpha}{3M^2} (M^2 + 2m_l^2) \times \\ &\times \sqrt{M^2 - 4m_l^2} = \epsilon^2 \Gamma_0, \end{aligned} \quad (21)$$

где m_l — масса СМ-лептона. В численных расчетах мы ограничиваемся анализом сигнала легкого ТФ предполагая, что его масса $M < 200$ МэВ. В этом случае распад $A' \rightarrow \mu^+ \mu^-$ запрещен и, следовательно, m_l в уравнении (21) есть масса электрона.

Из-за вклада ТФ матричные элементы M_c и \overline{M}_c модифицируются таким образом, что

$$\begin{aligned} M_c &\rightarrow M_c R(s_1), \quad \overline{M}_c \rightarrow \overline{M}_c R(s_2), \\ R(s) &= 1 + s\epsilon^2 P^{BW}(s), \end{aligned} \quad (22)$$

и эта модификация приводит к увеличению сечения в двух резонансных областях: вблизи $s_1 \approx M^2$ и $s_2 \approx M^2$. В резонансе параметр ϵ исчезает в множителе, обусловленном фактором R , так как ширина распада $\Gamma(A' \rightarrow l^+ l^-)$ пропорциональна ϵ^2 :

$$R(s = M^2) = 1 - i \frac{M}{\Gamma_0}.$$

С учетом вклада ТФ квадрат модифицированного матричного элемента имеет вид

$$\begin{aligned} |M|^2 &= |M_b - \overline{M}_b|^2 + |M_c|^2 |R(s_1)|^2 + |\overline{M}_c|^2 |R(s_2)|^2 - \\ &- 2 \operatorname{Re} [M_c \overline{M}_c^* R(s_1) R^*(s_2)] + \\ &+ 2 \operatorname{Re} [(M_b - \overline{M}_b) (M_c^* R^*(s_1) - \overline{M}_c^* R^*(s_2))], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} |R(s)|^2 &= 1 + \frac{s\epsilon^2}{D(s)} [2(s - M^2) + s\epsilon^2], \\ D(s) &= (s - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[R(s_1) R^*(s_2)] &= \\ &= 1 + \epsilon^2 \left\{ \frac{s_2}{D(s_2)} (s_2 - M^2) + \frac{s_1}{D(s_1)} (s_1 - M^2) + \right. \\ &\left. + \frac{s_1 s_2 \epsilon^2}{D(s_1) D(s_2)} [(s_1 - M^2)(s_2 - M^2) + M^2 \Gamma^2] \right\}. \end{aligned}$$

3. АНАЛИЗ ТФ-СИГНАЛА

При энергиях фотона, больших 10 МэВ, главный вклад в сечение дают диаграммы Борселлино благодаря событиям с малыми значениями t_2 и t [30]. На рис. 3 показаны отношения R_b^c (верхний ряд) и \overline{R}_b^c (нижний ряд) вкладов в s_1, s_2 -распределение, обусловленных диаграммами комптоновского типа или диаграммами Борселлино, определенные как

$$\begin{aligned} R_b^c &= \frac{d\sigma_c}{d\sigma_b}, \\ d\sigma_{c,b} &= \frac{d\sigma}{ds_1 ds_2} \left(\frac{1}{2} \sum_{pol} |M|^2 \rightarrow |M_{c,b}|^2 \right), \\ \overline{R}_b^c &= \frac{d\overline{\sigma}_c}{d\overline{\sigma}_b}, \quad d\overline{\sigma}_{c,b} = \\ &= \frac{d\sigma}{ds_1 ds_2} \left(\sum_{pol} |M|^2 \rightarrow |M_{c,b} - \overline{M}_{c,b}|^2 \right), \end{aligned} \quad (23)$$

при $s = 10^{-4}$ ГэВ², 10^{-2} ГэВ², 1 ГэВ² в условиях, когда разрешена вся кинематическая область. В этом случае двойное дифференциальное сечение

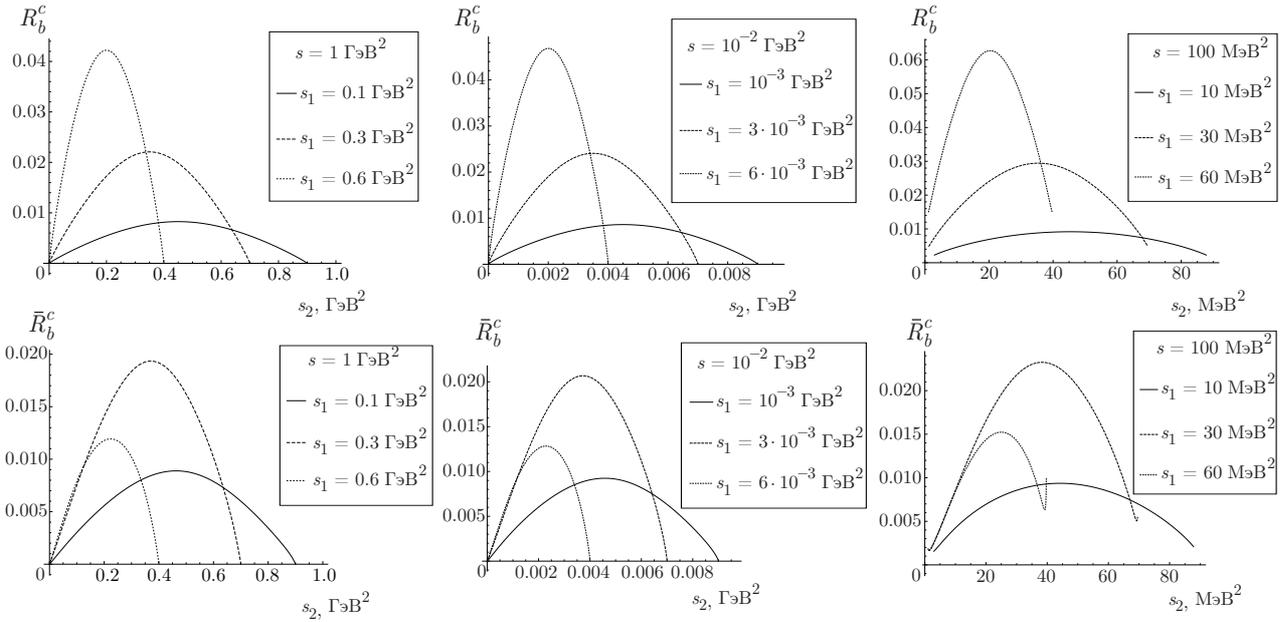


Рис. 3. Отношение дважды дифференциальных распределений по квадратам инвариантных масс s_1 и s_2 для полной кинематической области, обусловленных диаграммами комптоновского типа и диаграммами Борселлино. Отношение R_b^c получено без учета эффектов тождественности конечных электронов, тогда как \bar{R}_b^c — с учетом

может быть получено аналитически интегрированием по переменным t_1 и t_2 в пределах, определенных ограничениями (5) и (6). Величина R_b^c не учитывает эффектов тождественности и несимметрична при $s_1 \leftrightarrow s_2$, в то время как величина \bar{R}_b^c учитывает эффекты тождественности и симметрична при этой перестановке.

В физически более интересной и широкой области переменных s_1 и s_2 отношение \bar{R}_b^c довольно мало ($2 \cdot 10^{-2}$). Поэтому в случае полного фазового пространства вклад диаграмм Борселлино приводит к очень большому КЭД-фону, что является негативным фактором при поиске сигнала ТФ, обусловленного модификацией диаграмм комптоновского типа. Для уменьшения вклада диаграмм Борселлино мы предлагаем исключить события с малыми значениями переменных t_2 и t посредством кинематических обрезаний

$$t_2 < \eta s, \quad t < \eta s, \quad \eta < 0, \quad (24)$$

где η — параметр и в наших численных расчетах используется $\eta = -0.2$. Это означает, что в системе покоя начального электрона энергия каждого конечного электрона больше чем $0.2\omega + 1.1m$, где ω — энергия фотона в этой системе. Соответствующая симметричная область инвариантов s_1 и s_2 показана на рис. 2а (затемненная область). В этой редуцированной области

$$4m^2 < s_1, \quad s_2 < \frac{\eta s(s+m^2) + (s-m^2)\sqrt{\eta s(\eta s - 4m^2)}}{2m^2}.$$

В этом случае затемненная область рис. 2а разделяется на шесть независимых областей (рис. 2б), каждая из которых имеет свои собственные границы интегрирования по переменным t_2 и t . Детальный анализ соответствующей кинематики дан в Приложении А. Одно интегрирование может быть выполнено аналитически, а другое численно, но s_1, s_2 -распределение остается симметричным, так как симметричны обрезания по t_2 и t .

Отбор событий в соответствии с ограничениями (24) (с ограниченным фазовым пространством) существенно уменьшает вклад диаграмм Борселлино, в то время как вклад диаграмм комптоновского типа уменьшается очень слабо. Их отношение \bar{R}_b^c для усеченного фазового пространства (это аналог отношения \bar{R}_b^c) показано на рис. 4. Из-за тождественности конечных электронов невозможно различить образующийся электрон и электрон отдачи. Следовательно, необходимо учитывать эффекты тождественности.

На рис. 5 показано двойное дифференциальное сечение (т. е. КЭД-фон в поиске сигнала ТФ в процессе (1)) с учетом всех вкладов в квадрат матричного элемента (9) и с учетом ограничения (24). Используются безразмерные переменные $x_1 = s_1/s$ и $x_2 = s_2/s$, чтобы было явно видно, насколько быст-

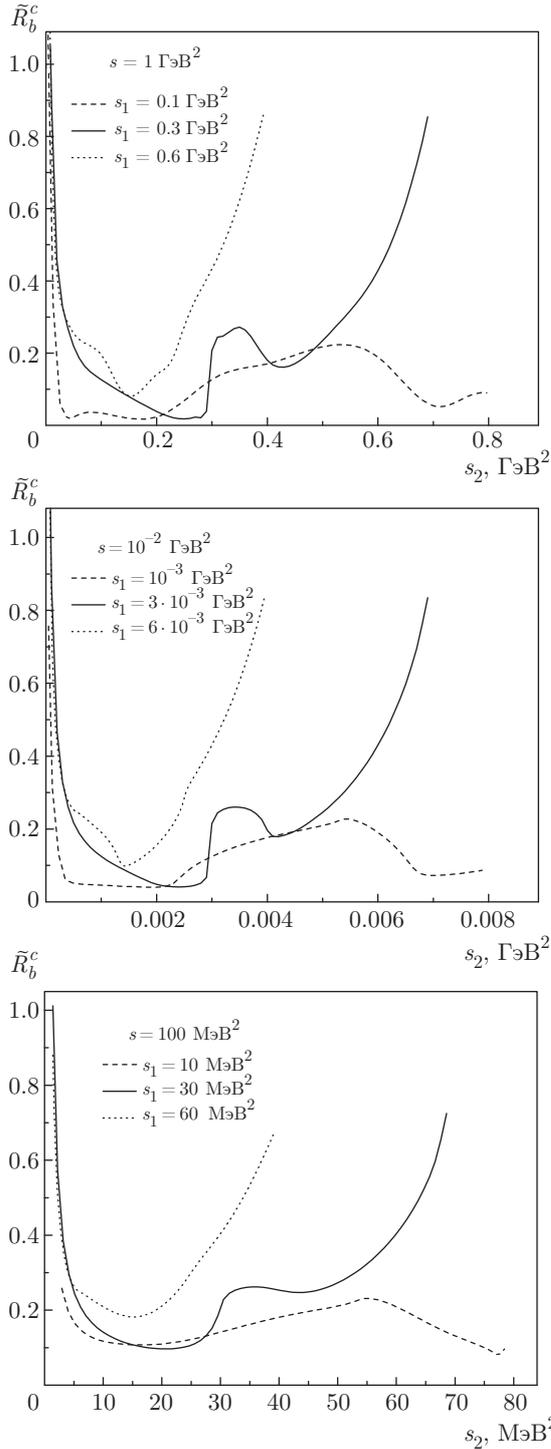


Рис. 4. Отношение \tilde{R}_b^c для усеченной кинематической области, определенной неравенствами (24), при $\eta = -0.2$

ро это сечение уменьшается с ростом инварианта s . Как уже отмечалось, сечение симметрично относительно перестановки $s_1 \leftrightarrow s_2$, и это обстоятельство устраняет неоднозначность интерпретации перемен-

ных (возникающей из-за тождественности конечных электронов) в реальном эксперименте: число событий не зависит от того, какая величина взята за s_1 или s_2 . Чтобы показать это более явно, мы приводим также трехмерный график дифференциального сечения при $s = 10^{-2} \text{ ГэВ}^2$. Кривые на рис. 5b есть пересечения трехмерного графика с плоскостями $x_1 = 0.1$, $x_1 = 0.3$ и $x_1 = 0.6$.

Оценим пределы для параметра ϵ , следуя работам [19, 22]. Используем определение стандартного отклонения

$$\sigma = \frac{S}{\sqrt{B}}, \tag{25}$$

где $S(B)$ — число событий сигнала (фона) и $\sigma = 2$ отвечает уровню достоверности 95%. Число событий любого процесса i есть произведение соответствующего сечения и интегральной светимости экспериментальной установки:

$$N_i = d\sigma_i LT,$$

где L — светимость, T — полное время набора событий и все дифференциалы в $d\sigma_i$ безразмерны.

Мы имеем также следующее соотношение:

$$\frac{S}{B} = \frac{d\sigma_{A'}(\epsilon, M^2)}{d\sigma_Q}, \tag{26}$$

где $d\sigma_{A'}$ — вычисленное двойное дифференциальное распределение, обусловленное вкладом ТФ,

$$d\sigma_{A'}(\epsilon, M^2) = \frac{\epsilon^2 s_1 [2(s_1 - M^2) + \epsilon^2 s_1]}{D(s_1)} d\sigma_c,$$

$d\sigma_Q$ — КЭД-вклад с учетом тождественности конечных электронов. Уравнения (25) и (26) означают

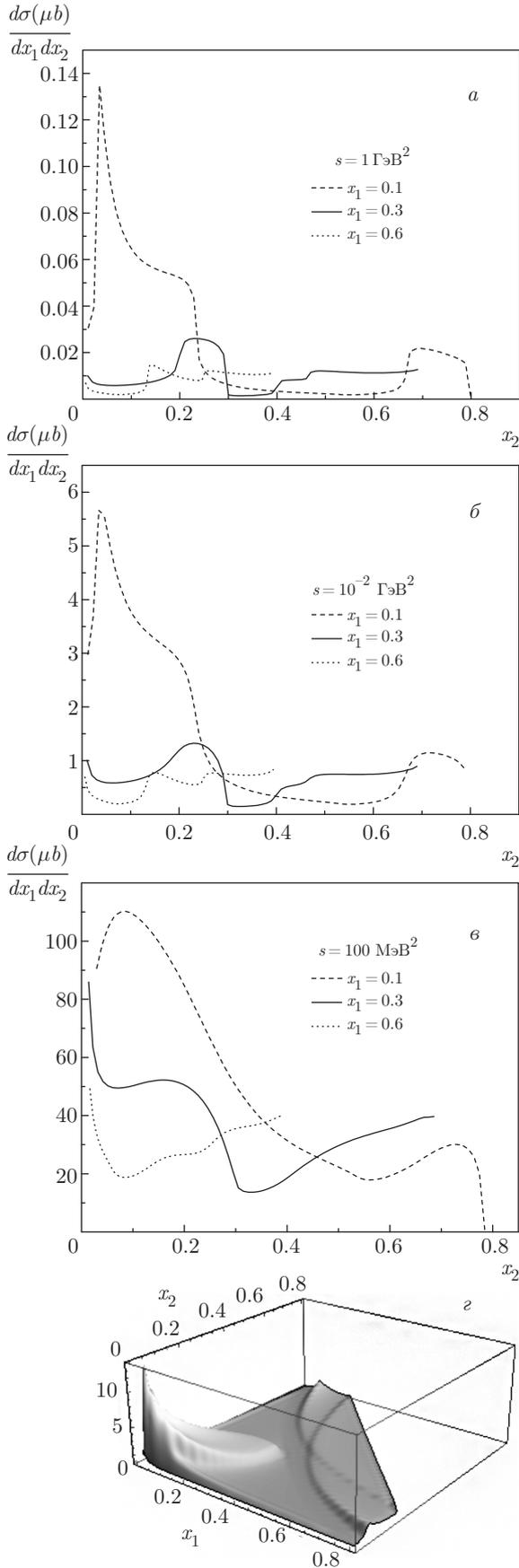
$$\sigma d\sigma_Q = \sqrt{N} d\sigma_{A'}(\epsilon, M^2), \tag{27}$$

где N — число детектируемых событий в специальных экспериментальных условиях. При этом инвариантная масса $\sqrt{s_1}$ одной детектируемой e^+e^- -пары попадает в следующий энергетический интервал:

$$M - \delta m/2 < \sqrt{s_1} < M + \delta m/2,$$

где δm — экспериментальное разрешение по инвариантной массе (т.е. ширина элементарной ячейки, содержащая почти все события возможного ТФ-сигнала), в то время как квадрат инвариантной массы другой e^+e^- -пары s_2 фиксирован. Далее, полагая $\Gamma \ll \delta m \ll M$, можно переписать величину $D(s_1)$ (см. уравнение (22) и текст ниже) в следующем приближенном виде:

$$[D(s_1)]^{-1} = \frac{\pi}{M \epsilon^2 \Gamma_0} \delta(s_1 - M^2).$$



После интегрирования обеих частей уравнения (27) по переменной s_1 в пределах интервала элементарной ячейки δm , получаем

$$\epsilon^2 = \frac{2\sigma}{\pi\sqrt{N}} \frac{\delta m \Gamma_0}{M^2} \frac{d\sigma_Q(M^2, s_2)}{d\sigma_c(M^2, s_2)}. \quad (28)$$

Последнее соотношение определяет ограничения на параметры ϵ^2 , M^2 и детектируемое число триплетов N при данном стандартном отклонении σ . На рис. 6 мы показываем эти ограничения, полагая $\sigma = 2$, для значения энергетической ячейки 1 МэВ и числа событий $N = 10^4$. Для каждой точки двумерной области (ϵ^2, M) (при фиксированных значениях s и s_2) ниже кривых на этом рисунке $\sigma < 2$, а выше кривых — $\sigma > 2$. Чтобы говорить об A' -сигнале, необходимы по крайней мере три (и более) стандартных отклонения, тогда значения ϵ^2 (при фиксированном значении M) увеличиваются в полтора раза (и более) по сравнению с точками на рис. 6.

Нетрудно заключить из (28), что увеличение значения энергетической ячейки δm уменьшает чувствительность детектирования A' -сигнала в процессе (1). Причина этого абсолютно прозрачна, поскольку такое изменение экспериментальных условий увеличивает КЭД-фон, который фактически пропорционален δm , и оставляет неизменным число событий, обусловленное узким A' -резонансом. Ее зависимость от массы ТФ не является гладкой (особенно при недостаточно больших значениях s) и определяется влиянием входящих в (28) M -зависимостей ширины Γ_0 , электродинамического фона $d\sigma_Q$ и вклада в этот фон, обусловленного диаграммами комптоновского типа, $d\sigma_c$. Наложение кинематических ограничений (24) повышает чувствительность вследствие значительного подавления КЭД-фона. Наши оценки показывают, что при $s = 1 \text{ GeV}^2$ это подавление составляет примерно два порядка.

Число событий N в знаменателе правой части уравнения (28) в используемом правиле отбора событий с хорошим приближением можно записать как

$$N = \frac{2\delta m M}{s} \frac{d\sigma_Q}{dx_1 dx_2} \left(x_1 = \frac{M^2}{s}, x_2 = \frac{s_2}{s} \right) LT. \quad (29)$$

Рис. 5. Дважды дифференциальное сечение для кинематической области, определенной неравенствами (24), при $\eta = -0.2$ как функция переменной x_2 при фиксированном значении переменной x_1 (а, б, г). Трехмерный график (з) явно показывает x_1, x_2 -симметрию этого сечения

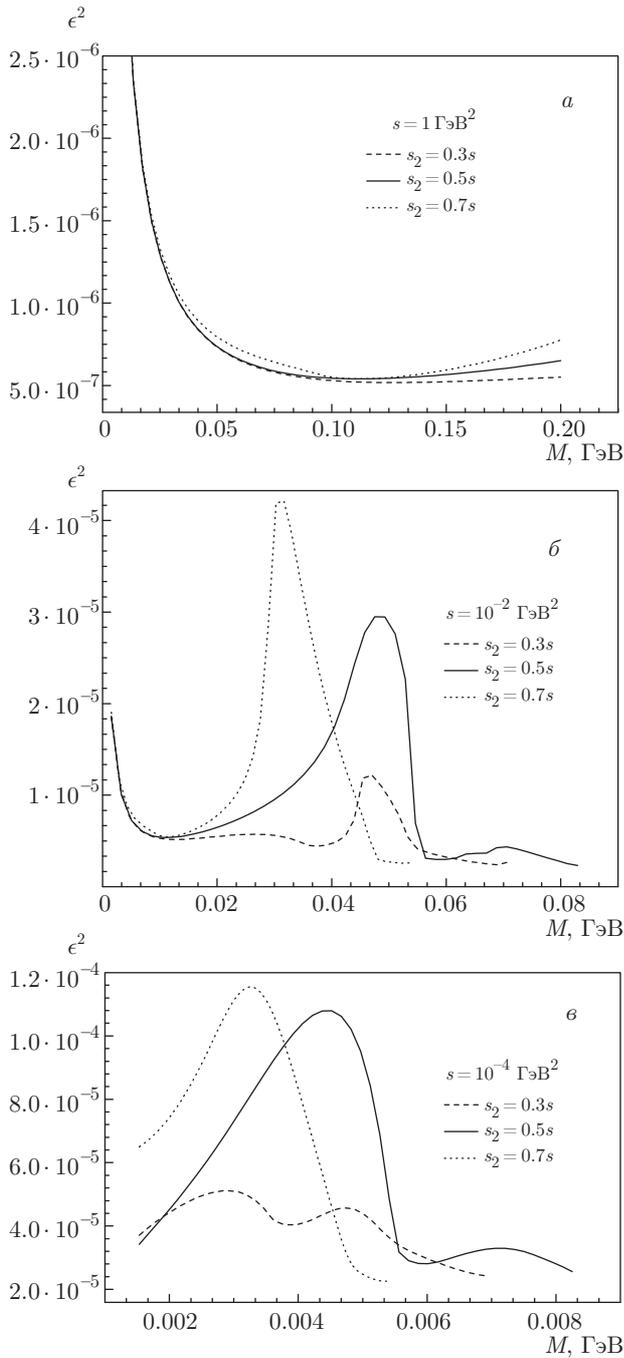


Рис. 6. Ограничения на область параметров ТФ (ϵ^2 как функция M), определяемые согласно (28) при следующих условиях: $N = 10^4$, $\sigma = 2$, $\delta m = 1$ МэВ. При этом инвариантная масса $\sqrt{s_1}$ одной детектируемой e^+e^- -пары попадает в элементарную ячейку, содержащую почти все события возможного ТФ-сигнала, а квадрат инвариантной массы другой e^+e^- -пары s_2 остается фиксированным. Если в этих условиях ТФ-сигнал на уровне двух стандартных отклонений отсутствует, запрещенная область параметров ТФ лежит выше соответствующих кривых

Используя эту формулу, легко оценить необходимую интегральную светимость, чтобы набрать 10^4 событий. Беря для $d\sigma_Q$ значения (10^{-28} – 10^{-32}) см^2 (эти значения соответствуют кривым на рис. 5) и значения 10^{-5} – 10^{-1} для $2\delta m M/s$, получаем диапазон

$$LT \approx (10^{32} - 10^{40}) \text{ см}^{-2}$$

при рассматриваемых нами значениях s между 100 МэВ^2 и 1 ГэВ^2 . Большие энергии требуют больших значений интегральной светимости и наоборот.

Аналогичные оценки интегральной светимости были выполнены участниками коллаборации IRIDE (Фраскати, Италия) для электрон-фотонного коллайдера с энергиями фотона (1–100) МэВ и электрона (100–1000) МэВ с учетом диаграмм только комптоновского типа и без учета тождественности конечных электронов [28]. Предполагая энергетическое разрешение 5 МэВ для детектора инвариантной массы e^+e^- -пары, они проанализировали чувствительность параметра ϵ^2 как функции массы ТФ при различных энергиях $e^- \gamma$ -соударений и на рис. 9.8 работы [28] показали результат для интегральной светимости 10^{37} см^{-2} . Они продемонстрировали увеличение чувствительности в области меньших энергий начальных частиц, и это согласуется, по крайней мере на качественном уровне, с нашими результатами.

К сожалению, исследование легкого ТФ в области его массы от нескольких единиц до нескольких сотен МэВ в процессе фоторождения триплетов невозможно на современных электрон-фотонных коллайдерах из-за малой интенсивности фотонных пучков. Но мы надеемся, что это станет возможным в обозримом будущем.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследован процесс фотообразования триплетов на свободном электроном, $\gamma e^- \rightarrow e^+e^-e^-$, который может быть использован для поиска ТФ-сигнала. ТФ описывается неизвестными значениями массы M и параметра ϵ , который характеризует величину интенсивности взаимодействия относительно электрического заряда e и может проявляться в этой реакции как виртуальное состояние с последующим распадом в e^+e^- -пару. Преимуществом этого процесса является то, что фон для сигнала A' является чисто КЭД-процессом, и фон может быть вычислен с требуемой точностью.

Промежуточное состояние A' включено в диаграммы комптоновского типа. В них виртуальный ТФ является времениподобным и вблизи резонанса, когда инвариантная масса образованной электронно-позитронной пары близка к массе ТФ, эти диаграммы могут дать наблюдаемый вклад. Поскольку вблизи резонанса A' амплитуда в основном мнимая, она практически не интерферирует с чисто вещественными амплитудами КЭД. Таким образом, ТФ-сигнал пропорционален вкладу в сечение диаграмм комптоновского типа. Что касается КЭД-фона, то в наших вычислениях учитывались все восемь диаграмм Фейнмана.

После тривиального интегрирования по азимутальному углу выполнено интегрирование по двум квадратам переданного импульса t_1 и t_2 , которые определены соотношениями (2), и найдено двойное дифференциальное распределение по инвариантным массам s_1 и s_2 двух e^+e^- -пар. Границы переменных s_1 и s_2 для полного фазового пространства конечных частиц получены из анализа определителя Грама, входящего в уравнение (4). В этом случае оба интегрирования выполнены аналитически (все необходимые промежуточные результаты приведены в Приложении В), и основной вклад в сечение, который не убывает (и даже логарифмически растет) при увеличении энергии пучка и обусловлен областью малых квадратов переданного импульса, определяется диаграммами Борселлино.

В этой ситуации КЭД-фон очень большой и для его уменьшения мы ограничили фазовое пространство конечных частиц для подавления в основном вкладе диаграмм Борселлино (см. неравенства (24)). Фактически эти неравенства исключают две области, которые содержат неубывающий (с ростом энергии пучка) вклад в сечение. Эта процедура требует детального исследования кинематики, основанного на совместном анализе определителя Грама и приведенных выше неравенств. Результаты этого совместного анализа приведены в Приложении А. В этом случае можно выполнить только одно аналитическое интегрирование, а другое выполняется численно. Соответствующий эффект (обусловленный ограничением фазового пространства) можно видеть при сравнении отношений вкладов, обусловленных диаграммами комптоновского типа \tilde{R}_b^c и Борселлино \tilde{R}_b^c , которые показаны соответственно на рис. 3 и рис. 4. Точные аналитические результаты, приведенные в Приложениях А и В, являются общими и могут быть использованы вне зависимости от поиска ТФ-сигнала в процессе фоторождения триплетов.

Как было отмечено, рассмотренное двойное дифференциальное сечение симметрично относительно перестановки $s_1 \rightleftharpoons s_2$, и это обстоятельство устраняет неоднозначность интерпретации переменных s_1 и s_2 (обусловленную тождественностью конечных электронов) в реальном эксперименте: число событий не зависит от того, что считать s_1 или s_2 . Это сечение показано на рис. 5 как функция безразмерных переменных $x_1 = s_1/s$ и $x_2 = s_2/s$.

Мы оценили, какое значение параметра ϵ как функции массы темного фотона M может быть получено при данном числе измеренных событий N и значении стандартного отклонения σ , предполагая некую идеальную процедуру отбора событий (возможно, ее трудно осуществить в реальном эксперименте, но можно реализовать с помощью генератора Монте-Карло). Корреляция между параметрами A' при $\sigma = 2$ и $N = 10^4$ при рассмотренной процедуре отбора событий показана на рис. 6. Кривые на рис. 6 указывают значения ϵ^2 и M , при которых A' -сигнал проявляется на уровне двух стандартных отклонений при различных энергиях пучка. Двух стандартных отклонений недостаточно для интерпретации соответствующего эффекта как проявления новой физики, и обычно для этого требуется три или более стандартных отклонения. Легко пересчитать кривые рис. 6 для произвольных значений σ , принимая во внимание, что согласно уравнению (28) имеем $\epsilon^2 \sim \sigma$. Что касается радиационных поправок к процессу образования триплетов, то, как мы знаем, они вычислялись в приближении Вайцзекера–Вильямса для спектра позитронов и для полного сечения [31, 32] и никогда не рассматривались для предложенной постановки эксперимента. Но мы полагаем, что радиационные поправки не смогут существенно изменить кривые рис. 6, поскольку их величина не более нескольких процентов как для $d\sigma_Q$, так и для $d\sigma_c$.

Тем не менее представляет интерес сравнить сечение $d\sigma_{A'}$, обусловленное вкладом темного фотона, с радиационной поправкой к соответствующему КЭД-сечению, считая, что она составляет не более нескольких процентов, т. е. с величиной $\delta^C d\sigma_Q$, $\delta^C \leq 5\%$. В рассматриваемой нами постановке эксперимента с учетом используемого приближения (пренебрегая массой электрона в формуле (21)) дифференциальное сечение $d\sigma_{A'}$ при фиксированном значении инварианта s_2 после интегрирования по s_1 в интервале, указанном после формулы (27), есть

$$d\sigma_{A'} = \frac{3\pi\epsilon^2 M^2}{\alpha} \frac{d\sigma_c}{ds_1}(s_1 = M^2).$$

Радиационная поправка к сечению КЭД в этом случае определяется выражением

$$\delta^C 2\delta m M \frac{d\sigma_Q}{ds_1}(s_1 = M^2),$$

а отношение ТФ-сигнала к радиационной поправке — формулой

$$\frac{3\pi\epsilon^2 M}{2\alpha\delta^C\delta m} \frac{d\sigma_c(M^2, s_2)}{d\sigma_Q(M^2, s_2)}. \quad (30)$$

Используя для численных оценок интервалы

$$10^{-6} < \epsilon^2 < 10^{-4}, \quad 5 < \frac{M}{\delta m} < 100,$$

$$0.5\% < \delta^C < 5\%,$$

мы получили для отношения ТФ-сигнала к радиационной поправке интервал значений от 750 до 0.065 при $s = 1 \text{ ГэВ}^2$ и от 150 до 0.015 при $s = 0.01 \text{ ГэВ}^2$ в зависимости от конкретного выбора параметров A' -бозона и величины δ^C .

Приближенная формула (29) позволяет оценить (при выбранной процедуре отбора событий) необходимую интегральную светимость для набора N событий триплетов. Для $N = 10^4$ получаем (10^{32} – 10^{40}) см^{-2} . На качественном уровне наши результаты относительно чувствительности ϵ^2 как функции массы ТФ при различных энергиях $e^- \gamma$ -взаимодействия согласуются с оценками коллаборации IRIDE, хотя в расчетах этой коллаборации учитывались только диаграммы комптоновского типа. Они указывают на увеличение чувствительности с уменьшением энергии $e^- \gamma$ -взаимодействия.

Работа выполнена при частичной поддержке Министерством образования и науки Украины (проекты №№ 0115U000474, 0117U004866).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

В этом Приложении дан анализ области интегрирования по переменным t_1 и t_2 с учетом ограничений (24). Сначала вводим безразмерные переменные t_{1n} и t_{2n} таким образом, что

$$t_1 = \frac{t_{1n} - z_2}{z_1}, \quad t_2 = \frac{t_{2n} - z_4}{z_3},$$

$$z_1 = -\frac{1}{t_{1-} - t_{1+}}, \quad z_2 = \frac{t_{1-}}{t_{1-} - t_{1+}},$$

$$z_3 = -\frac{1}{t_{2-} - t_{2+}}, \quad z_4 = \frac{t_{2-}}{t_{2-} - t_{2+}},$$

где $t_{1\pm}$ и $t_{2\pm}$ определяются формулами соответственно (5) и (6). Если на фазовое пространство не наложено никаких ограничений, то

$$\int_{t_{2-}}^{t_{2+}} \int_{t_{1-}}^{t_{1+}} dt_1 dt_2 = \int_0^1 \int_0^1 \frac{dt_{1n} dt_{2n}}{z_1 z_3}$$

для каждой точки s_1, s_2 из полной области рис. 2а.

В случае урезанного фазового пространства имеются шесть областей переменных s_1, s_2 с четко определенными границами (см. рис. 2б). Каждая точка s_1, s_2 из этих областей имеет свою область интегрирования по переменным t_1 и t_2 . На рис. 7 показаны все шесть различных (s_1, s_2) -областей и соответствующие области изменения t_{1n} и t_{2n} при $s = 0.01 \text{ ГэВ}^2$ и $\eta = -0.2$.

(s_1, s_2) -область 1 определяется таким образом, что

$$B_1(\eta, s, s_1) < s_2 < T_{1+}(\eta, s, s_1),$$

$$T_{1\pm} = \frac{A_1 \pm 2\sqrt{C_1 D_1}}{F_1}, \quad B_1 = \frac{\bar{A}_1}{2\bar{F}_1}, \quad (A.1)$$

$$A_1 = s^2 [s(1 + 3\eta + 2\eta^2) + s_1(\eta^2 - 2\eta - 1)] - m^2 [s(3 + 4\eta) + 6\eta s s_1 - 2s_1^2] + m^4 [s(3 + \eta) + s_1] - m^6,$$

$$C_1 = \eta s^2 (s + \eta s - s_1) + m^2 [s_1^2 - \eta s(2s + s_1)] + \eta s m^4,$$

$$F_1 = (1 + \eta)^2 s^2 - 2m^2 (s + \eta s + 2s_1) + m^4,$$

$$D_1 = s^2 s_1 \eta (1 + 2\eta) + m^2 [(1 + \eta)^2 s^2 - s s_1 (2 + 7\eta) + s_1^2] - 2m^4 (s + \eta s - s_1) + m^6,$$

$$\bar{A}_1 = s^2 (s - s_1) [\eta (s - s_1) - s_1] - sm^2 [s_1 (\eta + 2s_1) + \eta (s^2 + 4s s_1 - s_1^2)] + m^4 [s_1 (5s + s_1) - \eta s (s + 2s_1)] + m^6 (\eta s - 3s_1) + \lambda_1 (s - m^2) \{s [s_1 + \eta (s + s_1)] - m^2 [s(2 + \eta) + s_1] + 2m^4\},$$

$$\bar{F}_1 = -s^2 s_1 + m^2 (s^2 + s_1^2) - m^4 (2s + 3s_1) + m^6.$$

Если точка s_1, s_2 принадлежит области 1, то соответствующая (t_{1n}, t_{2n}) -область 1 на рис. 7 делится на две части:

$$\begin{cases} 0 < t_{1n} < 1, & 0 < t_{2n} < X_{1-}, \\ \{Z_1 < t_{1n} < 1, & X_{1-} < t_{2n} < Y_1\}, \end{cases} \quad (A.2)$$

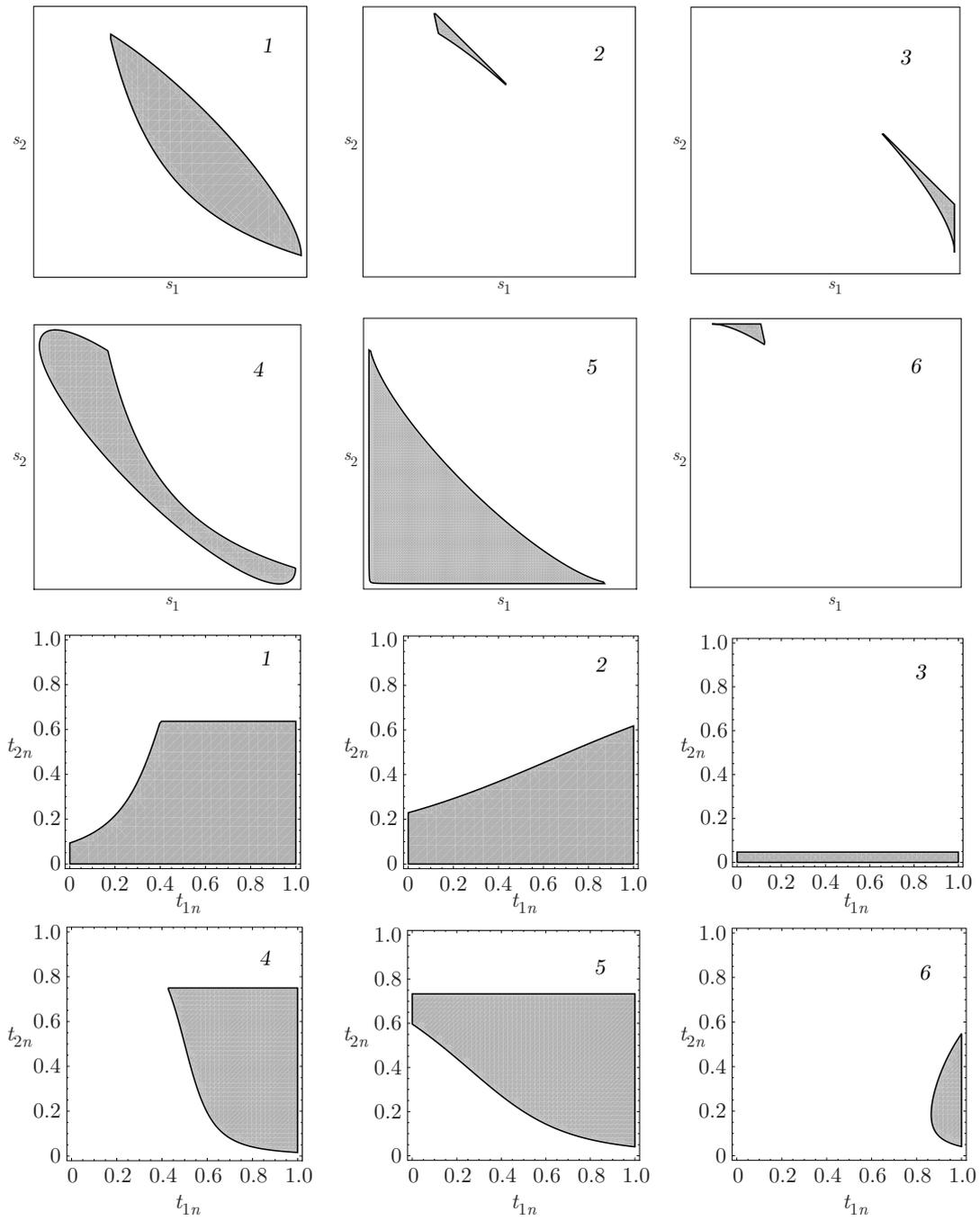


Рис. 7. Шесть кинематических областей, возникающих за счет неравенств (24) при $\eta = -0.2$, определяемых неравенствами в Приложении А

$$Z_1 = \frac{s + \eta s - s_2 + t_{1-} - 2m^2}{t_{1-} - t_{1+}}, \quad Y_1 = \frac{-\eta s + t_{2-}}{t_{2-} - t_{2+}},$$

$$X_{1\pm} = \frac{1}{2} - \frac{G_1 H_1 \pm 4s K_1}{2(s - m^2)\lambda_1 \lambda_2^2},$$

$$G_1 = s^2 - s_1 s_2 - s_{12}(s - m^2) - m^4,$$

$$H_1 = s(s + 2\eta s - s_2) - m^2(2s + s_2) + m^4,$$

$$K_1 = \sqrt{-C_1(s_1 \rightarrow s_2) K},$$

$$K = s_1 s_2 (s - s_{12}) - m^2 (s^2 - 3s_1 s_2) + 2m^4 s - m^6,$$

$$s_{12} = s_1 + s_2.$$

Ограничения на (s_1, s_2) -область 2 на рис. 7 определяются неравенствами

$$T_1(\eta, s, s_1) < s_2 < s_{2+}, \tag{A.3}$$

$$B_1(\eta, s, s_1) < s_2 < s_{2+}, \quad s_1 < \frac{s - m^2}{2},$$

и область 2 интегрирования по t_{1n}, t_{2n} есть

$$\begin{cases} 0 < t_{1n} < 1, & 0 < t_{2n} < X_{1-}, \\ \{Z_1 < t_{1n} < 1, & X_{1-} < t_{2n} < X_{1+}\}. \end{cases} \tag{A.4}$$

В (s_1, s_2) -области 3 ограничения на инвариант s_2 такие же, как и в области 2, но они действуют при $s_1 > (s - m^2)/2$. Соответствующая область интегрирования по t_{1n}, t_{2n} достаточно проста:

$$0 < t_{1n} < 1, \quad 0 < t_{2n} < Y_1. \tag{A.5}$$

В (s_1, s_2) -области 4 на рис. 7 имеем

$$T_{1-} < s_2 < T_{1+} \tag{A.6}$$

при условии, что выполняется дополнительное ограничение

$$G_1 \sqrt{-C_1(s_1 \rightarrow s_2)} - H_1 \sqrt{K} > 0.$$

Область 4 интегрирования по переменным t_{1n}, t_{2n} есть

$$Z_1 < t_{1n} < 1, \quad X_{1-} < t_{2n} < Y_1.$$

Симметричная (s_1, s_2) -область 5 на рис. 7 может быть определена следующим образом:

$$s_{2-} < s_2 < T_{1-}, \quad s_1 < T_{1-}(s_1 \rightarrow s_2). \tag{A.7}$$

Область 5 интегрирования по t_{1n}, t_{2n} есть

$$\begin{cases} \{Z_1 < t_{1n} < 1, & X_{1-} < t_{2n} < X_{1+}\}, \\ \{0 < t_{1n} < 1, & X_{1+} < t_{2n} < Y_1\}. \end{cases} \tag{A.8}$$

И, наконец, (s_1, s_2) -область 6 на рис. 7 определяется как

$$\begin{aligned} T_{1+}(s_1 \rightarrow s_2) < s_1 < B_2(\eta, s, s_2), \\ s_2 > T_{1-}, \quad B_2 = \frac{A_2 + C_2 \sqrt{K_2}}{2F_2}, \end{aligned} \tag{A.9}$$

$$\begin{aligned} A_2 = & s^2 [2\eta^2 s^2 + (s - s_2)(2\eta s - s_2)] + \\ & + s^2 m^2 [2\eta^2 s - s_2 - 2\eta(s + 2s_2)] + \\ & + m^4 [s_2(5s + 3s_2) - 2\eta s(s + s_2)] + m^6(2\eta s - 3s_2), \end{aligned}$$

$$C_2 = s(s + 2\eta s - s_2) - m^2(2s + s_2) + m^4,$$

$$\begin{aligned} K_2 = & s^2 s_2^2 + 2sm^2 [2\eta s^2 + 2\eta s(s - s_2) - s_2(2s + s_2)] + \\ & + m^4 [s_2(8s + 5s_2) - 4\eta s(2s + s_2)] + 4m^6(\eta s - s_2), \end{aligned}$$

$$F_2 = (\eta s - s_2) [(1 + \eta)s^2 - m^2(2s + s_2) + m^4].$$

Соответствующая область 6 интегрирования по t_{1n}, t_{2n} есть

$$Z_1 < t_{1n} < 1, \quad X_{1-} < t_{2n} < X_{1+}. \tag{A.10}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Здесь приведены аналитические результаты для вкладов различных диаграмм и их интерференций в квадрат матричного элемента, определенного уравнением (9), после интегрирования по переменным t_1 и t_2 с весом

$$\frac{\pi}{64(s - m^2) \sqrt{-\Delta}}.$$

Введем краткое обозначение

$$\frac{\pi}{64(s - m^2)} \int_{t_{1-}}^{t_{1+}} dt_1 \int_{t_{2-}}^{t_{2+}} dt_2 \frac{W}{\sqrt{-\Delta}} \equiv \widehat{W}.$$

Тогда имеем

$$\widehat{|M_c|^2} = \frac{\pi^2}{2s^2 s_1^2 (s - m^2)^2 \lambda_1^4} \left[A_c + \frac{4s^2 B_c L_1}{\lambda_1} \right], \quad L_1 = \ln \frac{m^2 + s - s_1 + \lambda_1}{2m\sqrt{s}}, \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned} A_c = & s^2 s_1 (s - s_1) [s^4 + 2s^3(s - s_2) + 2s^2(-7s_1^2 + s_2 s_1 + s_2^2) + 2s s_1^2(9s_1 + 7s_2) - \\ & - 7s_1^2(s_1^2 + 2s_2 s_1 + 2s_2^2)] + s m^2 [2s^6 + 17s^5 s_1 - 2s^4 s_1(41s_1 + 16s_2) + 2s^3 s_1(32s_1^2 - 42s_2 s_1 + 13s_2^2) + \\ & + 2s^2 s_1^2(19s_1^2 + 142s_2 s_1 + 58s_2^2) - s s_1^3(41s_1^2 + 172s_2 s_1 + 126s_2^2) + 2s_1^4(s_1^2 + 2s_2 s_1 + 2s_2^2)] + \\ & + m^4 [22s^6 - 87s^5 s_1 + s^4 s_1(319s_1 - 18s_2) - 4s^3 s_1(74s_1^2 + 140s_2 s_1 + 15s_2^2) + \\ & + 2s^2 s_1^2(69s_1^2 + 262s_2 s_1 + 76s_2^2) + s s_1^3(-3s_1^2 - 4s_2 s_1 + 6s_2^2) - s_1^4(s_1^2 + 2s_2 s_1 + 2s_2^2)] + \\ & + m^6 [-110s^5 + 153s^4 s_1 + 36s^3 s_1(17s_1 + 4s_2) - 4s^2 s_1(74s_1^2 + 104s_2 s_1 - 9s_2^2) - \\ & - 2s s_1^2(3s_1^2 + 14s_2 s_1 + 2s_2^2) + s_1^3(5s_1^2 + 12s_2 s_1 + 6s_2^2)] + \\ & + m^8 [182s^4 - 117s^3 s_1 + s^2 s_1(191s_1 - 102s_2) + 6s s_1(4s_1^2 + 2s_2 s_1 - s_2^2) - 2s_1^2(5s_1^2 + 12s_2 s_1 + 3s_2^2)] + \\ & + m^{10} [-138s^3 + 27s^2 s_1 - 2s s_1(9s_1 - 8s_2) + 2s_1(4s_1^2 + 10s_2 s_1 + s_2^2)] + m^{12} [s(50s + 11s_1) + s_1(s_1 - 6s_2)] - \\ & - 5m^{14}(2s + s_1) + 2m^{16}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_c = & (s - s_1)^2 s_1 (s^2 - 2s_1 s + 2s_1^2) [s^2 - 2s(s_1 + s_2) + s_1^2 + 2s_2^2 + 2s_1 s_2] + \\
 & + 2m^2 [s^6 - 9s_1 s^5 + s^4 s_1 (23s_1 + 5s_2) - 2s^3 s_1 (11s_1^2 - 3s_2 s_1 + 4s_2^2) + \\
 & + s^2 s_1^2 (s_1^2 - 49s_2 s_1 - 2s_2^2) + s s_1^3 (11s_1^2 + 58s_2 s_1 + 26s_2^2) - s_1^4 (5s_1^2 + 20s_2 s_1 + 14s_2^2)] + \\
 & + m^4 [-20s^5 + 63s^4 s_1 - 4s^3 s_1 (27s_1 - 7s_2) + 4s^2 s_1 (37s_1^2 + 32s_2 s_1 + 5s_2^2) - \\
 & - 2s s_1^2 (54s_1^2 + 157s_2 s_1 + 48s_2^2) + s_1^3 (37s_1^2 + 146s_2 s_1 + 62s_2^2)] + \\
 & + 2m^6 [27s^4 - 46s^3 s_1 - 30s^2 s_1 (3s_1 + s_2) + 2s s_1^2 (71s_1 + 77s_2) - s_1^3 (47s_1^2 + 103s_2 s_1 + 10s_2^2)] + \\
 & + m^8 [-56s^3 + 63s^2 s_1 + s (6s_1 s_2 - 238s_1^2) + 6s_1 (18s_1^2 + 9s_2 s_1 - s_2^2)] + \\
 & + 2m^{10} [7s^2 - 9s s_1 + s_1 (9s_2 - 13s_1)] + m^{12} (12s + s_1) - 6m^{14}.
 \end{aligned}$$

Выражение $\overbrace{[M_c]^2}$ может быть получено из $\overbrace{[M_c]^2}$ простой перестановкой $s_1 \leftrightarrow s_2$. Для интерференции

амплитуд M_c и \overline{M}_c , которая симметрична относительно перестановки $s_1 \leftrightarrow s_2$, имеем

$$\overbrace{M_c \overline{M}_c^*} = -\frac{\pi^2}{(s-m^2)^2 s_1 s_2} \left\{ 2D_{c\bar{c}} L_a - \frac{2B_{c\bar{c}}}{\lambda_1^5} L_1 + \frac{s-m^2}{4s^2} \left[c_1 - \frac{12sm^2(s-m^2)}{\lambda_1^4} c_2 - \frac{2}{\lambda_1^2} c_3 \right] + (s_1 \leftrightarrow s_2) \right\}, \quad (B.2)$$

$$L_a = \ln \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{4m^2 + a}}{2m} \right), \quad a = s - s_{12} - m^2,$$

$$D_{c\bar{c}} = \frac{(s - s_{12})^3 - m^2(3s^2 - 3ss_{12} + s_{12}^2) + m^4(4s_{12} - 9s) + 3m^6}{\sqrt{a(4m^2 + a)}},$$

$$\begin{aligned}
 B_{c\bar{c}} = & (s - s_1)^5 (s - s_{12})^2 - m^2 (s - s_1) [8s^5 - 6s^4 (5s_1 + 2s_2) + s^3 (38s_1^2 + 31s_1 s_2 + 5s_2^2) - \\
 & - s^2 s_1 (15s_1^2 + 14s_1 s_2 + 4s_2^2) - s s_1^2 (4s_1^2 + 13s_1 s_2 + 9s_2^2) + s_1^3 (3s_1^2 + 8s_1 s_2 + 5s_2^2)] + \\
 & + m^4 [24s^5 - 2s^4 (23s_1 + 15s_2) + 2s^3 s_2 (22s_1 + 5s_2) + s^2 s_1 (41s_1^2 - 15s_2 s_1 - 5s_2^2) + \\
 & + s s_1^2 (-19s_1^2 + 18s_2 s_1 + 16s_2^2) - s_1^3 s_2 (13s_1 + 8s_2)] + m^6 [-35s^4 + 8s^3 (2s_1 + 5s_2) - \\
 & - 2s^2 (13s_1^2 - 3s_2 s_1 + 5s_2^2) + s s_1 (43s_1^2 - s_2 s_1 + 3s_2^2) + s_1^2 (-13s_1^2 + 7s_2 s_1 + s_2^2)] + \\
 & + m^8 [25s^3 - 15s^2 (s_1 + 2s_2) + s (-37s_1^2 - 32s_2 s_1 + 5s_2^2) + s_1 (26s_1^2 + s_2 s_1 - 2s_2^2)] - \\
 & - m^{10} [6s^2 - 6s(3s_1 + 2s_2) + 18s_1^2 - 13s_1 s_2 + s_2^2] - 2m^{12} (s + 2s_1 + s_2) + m^{14},
 \end{aligned}$$

$$c_1 = s(6s^2 - 10ss_{12} + 3s_{12}^2) + m^2 \left[38s^2 - 11s s_{12} + 5s_{12}^2 + m^2(10s + 3s_{12}) - 6m^4 + \frac{4m^2(a^2 - 4m^2)}{s - m^2} \right],$$

$$\begin{aligned}
 c_2 = & s[3s^3 - s^2(9s_1 + 4s_2) + s(9s_1^2 + 10s_1 s_2 + s_2^2) - 3s_1 s_{12}^2] + \\
 & + m^2 [3s^3 + s^2(-22s_1 + 4s_2) + 2s(9s_1^2 + 8s_1 s_2 - s_2^2) - s_1 s_{12}^2] + \\
 & + m^4 (-11s^2 - 25s s_1 + 4s s_2 + 5s_1^2 + 6s_1 s_2 + s_2^2) + m^6 [s - 4(2s_1 + s_2)] + 4m^8,
 \end{aligned}$$

$$c_3 = s^2(3s - 4s_1)(s - s_{12})^2 +$$

$$\begin{aligned}
 & + m^2 s [-7s^3 + s^2(30s_2 - 28s_1) + s(39s_1^2 + 20s_2 s_1 - 7s_2^2) + s_1(-5s_1^2 - 4s_1 s_2 + s_2^2)] - \\
 & - m^4 [69s^3 + s^2(70s_1 - 2s_2) - s(25s_1^2 + 16s_2 s_1 + 3s_2^2) + s_1 s_{12}^2] + \\
 & + m^6 [39s^2 - 22s(2s_1 + s_2) + 5s_1^2 + 6s_1 s_2 + s_2^2] + m^8 [30s - 4(2s_1 + s_2)] + 4m^{10}.
 \end{aligned}$$

Вклад Борселлино более сложен:

$$\begin{aligned} \overbrace{|M_b|^2} = & \frac{4\pi^2}{s-m^2} \left\{ \frac{L_1^{(b)}}{\lambda_1} + \frac{L_2}{2\lambda_2} - \frac{L_{12}}{\lambda_{12}} - \frac{2B_{s_1}L_{s_1}}{(s-m^2)\sqrt{s_1^5(s_1-4m^2)}} - \frac{B_{s_2}L_{s_2}}{s_1^4\sqrt{s_2^5(s_2-4m^2)^5}} + \right. \\ & + \frac{D_bL_a}{s_1^4\sqrt{a^5(4m^2+a)^5}} - \frac{s-m^2}{2s_1^4s_2^2} \left[b_1 - \frac{96m^8(s-2s_1-m^2)^2}{(s_2-4m^2)^2} - \frac{8m^4b_2}{s_2-4m^2} - \frac{6m^4b_3}{a^2} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{6m^4(s-m^2)^2(s-s_1+3m^2)}{(4m^2+a)^2} - \frac{2s_1^2s_2^2b_4}{(s-m^2)^2} + \frac{2s_1^2b_5}{s-m^2} + \frac{b_6}{2(4m^2+a)} + \frac{b_7}{2a} \right] \right\}, \quad (B.3) \end{aligned}$$

$$L_1^{(b)} = \ln \left(\frac{s(s-s_1) - m^2(2s+s_1) + m^4 - (s-m^2)\lambda_1}{2m s_1 \sqrt{s}} \right), \quad L_{s_{1,2}} = \ln \left(\frac{\sqrt{s_{1,2}} + \sqrt{s_{1,2} - 4m^2}}{2m} \right),$$

$$L_{12} = \ln \left(\frac{s_{12} - 2m^2 - \lambda_{12}}{2m \sqrt{s}} \right), \quad \lambda_{12} = \sqrt{s_{12}^2 - 4m^2(s+s_{12}) + 4m^4},$$

где $L_2 = L_1(s_1 \rightarrow s_2)$ и

$$B_{s_1} = s_1[s^2 + s_2^2 + s_{12}^2 - s(s_1 + 2s_2)] + m^2(4s s_{12} - s_1^2 - 10s_1s_2 - 4s_2^2) - m^4[8s - 3(s_1 + 4s_2)] - 8m^6,$$

$$\begin{aligned} B_{s_2} = & -s_1^2s_2^4[2s^2 - 2s(s_1 + 2s_2) + s_1^2 + 4s_2^2 + 2s_1s_2] + \\ & + 2m^2s_1s_2^3[4s_1^3 + 5s_2s_1^2 + 26s_2^2s_1 + 8s_2^3 + s^2(8s_1 - 4s_2) - s(7s_1^2 + 14s_2s_1 + 4s_2^2)] + \\ & + 2m^4s_2^2[4s^3s_2 + s^2(-18s_1^2 + 24s_2s_1 + 8s_2^2) + 4ss_1(3s_1^2 + 9s_2s_1 + 10s_2^2) - \\ & - s_1(8s_1^3 + s_2s_1^2 + 129s_2^2s_1 + 92s_2^3)] - \\ & - 8m^6s_2[6s^3s_2 + s^2(-2s_1^2 + 20s_2s_1 + 19s_2^2) + ss_2(3s_1^2 + 24s_2s_1 + 4s_2^2) + s_1s_2(3s_1^2 - 65s_2s_1 - 95s_2^2)] + \\ & + 4m^8s_2[40s^3 + 4s^2(12s_1 + 29s_2) + s(-24s_1^2 + 16s_2s_1 + 70s_2^2) + s_2(-81s_1^2 - 348s_2s_1 + 4s_2^2)] - \\ & - 8m^{10}[24s^3 + 92s^2s_2 + 2ss_2(49s_2 - 8s_1) + s_2(-10s_1^2 - 140s_2s_1 + 17s_2^2)] + \\ & + 16m^{12}[36s^2 + 62ss_2 + s_2(23s_2 - 20s_1)] - 32m^{14}(18s + 13s_2) + 192m^{16}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_b = & s_1^2(s-s_{12})^4(2s^2 - 4s s_{12} + 3s_1^2 + 4s_2^2 + 6s_1s_2) + \\ & + 2m^2s_1(s-s_{12})^3[10s_1^3 + 34s_2s_1^2 + 34s_2^2s_1 + 8s_2^3 + 2s^2(5s_1 + 6s_2) - s(19s_1^2 + 44s_2s_1 + 20s_2^2)] - \\ & - 2m^4(s-s_{12})^2[12s^4 - 4s^3(3s_1 + 5s_2) + s^2(-45s_1^2 - 76s_2s_1 + 8s_2^2) + \\ & + 2ss_1(39s_1^2 + 121s_2s_1 + 68s_2^2) - s_1(29s_1^3 + 143s_2s_1^2 + 165s_2^2s_1 + 52s_2^3)] - \\ & - 2m^6[16s^5 + 4s^4(s-5s_2) - 4s^3(45s_1^2 + 70s_2s_1 + 6s_2^2) + s^2(370s_1^3 + 960s_2s_1^2 + 604s_2^2s_1 + 44s_2^3) - \\ & - s(291s_1^4 + 1021s_2s_1^3 + 1116s_2^2s_1^2 + 408s_2^3s_1 + 16s_2^4) + s_1(81s_1^4 + 356s_2s_1^3 + 543s_2^2s_1^2 + 348s_2^3s_1 + 80s_2^4)] + \\ & + m^8[40s^4 - 16s^3(13s_1 + 15s_2) + s^2(438s_1^2 + 592s_2s_1 + 256s_2^2) - 4s(131s_1^3 + 113s_2s_1^2 + 10s_2^2s_1 + 10s_2^3) + \\ & + 269s_1^4 - 16s_2^4 - 256s_1s_2^3 - 276s_1^2s_2^2 + 224s_1^3s_2] + \\ & + 2m^{10}[96s^3 - 24s^2(s_1 + 3s_2) - 2s(87s_1^2 + 210s_2s_1 + 44s_2^2) + 75s_1^3 + 28s_2^3 + 388s_1s_2^2 + 462s_1^2s_2] - \\ & - 2m^{12}[68s^2 - 4s(49s_1 + 51s_2) + 245s_1^2 + 4s_2^2 + 156s_1s_2] - 8m^{14}(20s + 25s_1 + 19s_2) + 120m^{16}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1 = & -s_1^2(s^2 - 2s_1s + s_1^2 + 4s_2^2) - 2m^2s_1(8s^2 - 19ss_1 + 17s_1^2 + 8s_2^2) - \\ & - m^4(16s^2 - 64ss_1 + 149s_1^2) + 16m^6(2s - 7s_1) - 16m^8, \end{aligned}$$

$$b_2 = s_1^2(2s_1 - s) + m^2(8s^2 - 44s_1s + 61s_1^2) + 44m^4s_1 - 8m^6 - \frac{16m^2s_1^2(2m^2 + s_1)}{s-m^2},$$

$$b_3 = s^2 + 2s_1^2 - 3ss_1 - m^2(2s - 3s_1) + m^4, \quad b_4 = s_2^2 + s_{12}^2 - 8m^2s_2 + 8m^4,$$

$$b_5 = s_2^2(s_1 + 2s_2) + 4m^2(s_1^2 + s_2^2) + 24m^4s_1 + 32m^6,$$

$$\begin{aligned}
b_6 &= ss_1^2(s-s_1)^2 + m^2(2s^4 + 8s^3s_1 - 21s^2s_1^2 + 16ss_1^3 - 5s_1^4) + \\
&+ m^4(16s^3 + 96s^2s_1 - 153ss_1^2 + 50s_1^3) - 3m^6(20s^2 - 120s_1s + 49s_1^2) - 48m^8(4s - s_1) + 234m^{10}, \\
b_7 &= (s-s_1)^2s_1^2(2s_1-s) + m^2(2s^4 - 24s^3s_1 + 81s^2s_1^2 - 116ss_1^3 + 73s_1^4) - \\
&- m^4(16s^3 - 160s^2s_1 + 367ss_1^2 - 272s_1^3) + m^6(36s^2 - 248ss_1 + 287s_1^2) - 16m^8(2s - 7s_1) + 10m^{10} - \\
&\quad - \frac{16m^2s_1^4(s_1 + 2m^2)}{s - m^2}.
\end{aligned}$$

Чтобы получить $\overline{M_b}$, необходимо переставить s_1 и s_2 в выражении $\overline{M_b}$. Вклад интерференции $\overline{M_b}$ и M_b определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}
\overline{M_b M_b^*} &= \frac{\pi^2}{s - m^2} \left\{ \frac{(s - s_1 - 5m^2)L_1 + (s - s_1 + 3m^2)L_1^{(b)}}{\lambda_1(s - s_1 - m^2)} - \frac{2D_{b\bar{b}}L_a}{\sqrt{a^5(4m^2 + a)}} - \frac{1}{a(s - m^2) + s_1s_2} \times \right. \\
&\quad \times \left(\frac{2\overline{B}_{s_1}L_{s_1}}{(s - m^2)s_2^2\sqrt{s_1^3(s_1 - 4m^2)}} - \frac{\overline{B}_{12}\overline{L}_{12}}{\sqrt{a^5[a(s - m^2)^2 + 4m^2s_1s_2]}} \right) + \\
&\quad \left. + \frac{12m^4 - 8m^2(4m^2 + a) + (4m^2 + a)^2}{(s - m^2)s_1^2s_2^2a^2(4m^2 + a)} C_{b\bar{b}} + (s_1 \leftrightarrow s_2) \right\}, \quad (B.4)
\end{aligned}$$

$$\overline{L}_{12} = \ln \left[\frac{(s - m^2)\sqrt{a}}{2m\sqrt{s_1s_2}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4m^2s_1s_2}{a(s - m^2)^2}} \right) \right],$$

$$C_{b\bar{b}} = 2m^2(s - m^2)^2(s_1^2 + s_2^2) - s_1s_2(4m^2 + a)(s_1 + s_2)^2,$$

$$\begin{aligned}
D_{b\bar{b}} &= -3s^2 + 2ss_{12} - 2(s_1^2 - s_2s_1 + s_2^2) + 23m^4 + 4m^2s + \frac{1}{s_1s_2(s - m^2)} [8m^6(s_1 - s_2)^2 - \\
&- 4m^4s_{12}(s_{12}^2 - 6s_1s_2) - 2m^2((s_1 - s_2)^4 - 12s_1^2s_2^2) + s_{12}(s_1^4 - 6s_1^3s_2 - 4s_1^2s_2^2 - 6s_1s_2^3 + s_2^4)] - \\
&\quad - \frac{s^4 - 4s^3m^2 - 6m^4s^2 + 28m^6s - 19m^8}{a(s - m^2) + s_1s_2} + \\
&\quad + \left\{ \frac{s^3 - 6s_2^3 + 7ss_2^2 - 4s^2s_2 + m^2(-9s^2 + 18s_2s - 7s_2^2) + 3m^4(5s - 2s_2) + 73m^6}{2s_1} + \right. \\
&\quad + \frac{2m^2[(s - s_2)^3 - 3m^2(s - s_2)^2 + m^4(s_2 - 9s) + 11m^6]}{s_1^2} + \frac{1}{(s - m^2)(s - s_1 - m^2)} \times \\
&\quad \times [-38m^8 + m^6(56s + 62s_2) - m^4(12s^2 + 26ss_2 + 5s_2^2) - 2m^2(4s^3 + 3s^2s_2 + 7s_2s_2^2 + 6s_2^3) + \\
&\quad + 2(s + s_2)(s^3 + 2s_2^3) + 3s_2^2s_2^2] + \frac{24m^6[(s - s_1)(s - s_{12}) + m^2(s_2 - 2s_1) - m^4]}{s_1^2(4m^2 + a)} + (s_1 \leftrightarrow s_2) \left. \right\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{B}_{s_1} &= -s_1s_2[s^3(s_1 - s_2) + s^2(-2s_1^2 + s_2s_1 + 2s_2^2) + s(2s_1^3 - 2s_2s_1^2 - 5s_2^2s_1 - 2s_2^3) + 2s_1s_2s_{12}^2] + \\
&+ m^2[2s^3s_1(s_2 - 2s_1) + s^2(4s_1^3 - s_2s_1^2 - 5s_2^2s_1 + 4s_2^3) - 2ss_2(2s_1^3 - s_2s_1^2 + 4s_2^2s_1 + 2s_2^3) + \\
&\quad + s_1s_2(2s_1^3 + 2s_2s_1^2 + 3s_2^2s_1 + 2s_2^3)] + m^4[8s^3s_1 + 2s^2(6s_1^2 - 3s_1s_2 - 4s_2^2) + \\
&\quad + s(-8s_1^3 + 13s_2s_1^2 + 15s_2^2s_1 - 8s_2^3) + s_2(2s_1^3 + 7s_2s_1^2 + 10s_2^2s_1 + 4s_2^3)] + \\
&\quad + m^6[-40s^2s_1 + s(-12s_1^2 + 6s_1s_2 + 32s_2^2) + 4s_1^3 - 11s_1^2s_2 - 27s_1s_2^2 + 4s_2^3] + \\
&\quad + 2m^8(28ss_1 + 2s_1^2 - s_1s_2 - 12s_2^2) - 24m^{10}s_1,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{B}_{12} &= s(s - s_{12})^2[s^2 + (s - s_{12})^2] - m^2[10s^4 - 28s^3s_{12} + s^2(29s_{12}^2 + 4s_1s_2) - \\
&\quad - 2s_{12}(6s_{12}^2 + 5s_1s_2) + s_{12}^2(s_{12}^2 + 6s_1s_2)] + \\
&\quad + m^4[28s^3 - 64s^2s_{12} + s(53s_{12}^2 + 8s_1s_2) - 2s_{12}(8s_{12}^2 + 5s_1s_2)] - \\
&\quad - m^6(44s^2 - 68ss_{12} + 31s_{12}^2 - 12s_1s_2) + m^8(34s - 26s_{12}) - 10m^{10}.
\end{aligned}$$

Вклад интерференции между диаграммами комптоновского типа и Борселлино имеет вид

$$\overbrace{M_c M_b^*} = \frac{2\pi^2}{s_1(s-m^2)} \left\{ \frac{1}{a+s_2} \left[\frac{B_{bc}L_1}{\lambda_1^3} + \frac{s_1 B^{(b)}L_1^{(b)}}{\lambda_1^3(s-m^2)} + \frac{1}{s_1(s-m^2)} \left(\frac{(s_2-2m^2)B_{s_2}L_{s_2}}{\sqrt{s_2(s_2-4m^2)}} - \frac{aD_{bc}L_a}{\sqrt{a(4m^2+a)}} \right) \right] + \frac{1}{2(s-m^2)} \left[\frac{\tilde{B}_{bc}L_2}{\lambda_2^3} + \frac{\tilde{B}_{12}L_{12}}{\lambda_{12}^3} \right] - (4m^2+a-s_2)C_{bc} \right\}, \quad (B.5)$$

$$C_{bc} = \frac{s_1}{2\lambda_2^2} - \frac{s_1}{\lambda_1^2} + \frac{(s+s_1-m^2)[-s_1s_{12}+2m^2(s+2s_1)-2m^4]}{2\lambda_2^2\lambda_{12}^2},$$

$$B_{bc} = (4m^2+a-s_2)[(s-s_1)^3 - m^2(3s^2-2ss_1+s_1^2) + 3m^4(s+3s_1) - m^6],$$

$$B^{(b)} = (4m^2+a-s_2)[(s-s_1)^3 + m^2(s^2-4ss_1+5s_1^2) - m^4(5s+s_1) + 3m^6],$$

$$B_{s_2} = s_1(3s^2-4ss_1-6ss_2+3s_{12}^2+5s_2^2) + m^2(8s^2-6ss_1+4s_1^2-26s_1s_2) + m^4(35s_1-16s) + 8m^6,$$

$$D_{bc} = s_1(5s^2-8ss_1-10ss_2+5s_{12}^2+3s_2^2) + m^2(8s^2-2ss_1-22s_1s_2) + m^4(29s_1-16s) + 8m^6,$$

$$\tilde{B}_{bc} = (s-s_1-2s_2)(s-s_2)^3 + m^2[-8s^3+s^2(3s_1+13s_2)+4ss_1s_2-s_2^2(3s_1+5s_2)] + m^4[14s^2-3ss_{12}+s_2(s_1+7s_2)] + m^6(-8s+s_1-5s_2) + m^8,$$

$$\tilde{B}_{12} = s_{12}^3(-s+s_1+2s_2) + m^2[2s^2(3s_1+s_2)-2ss_{12}(2s_{12}+s_2)-s_{12}^2(13s_1+19s_2)] + 2m^4[6s^2+22ss_1+26ss_2+5s_{12}(6s_{12}+s_2)] - 2m^6(44s+57s_1+59s_2) + 76m^8.$$

Для получения величины $\overbrace{M_c M_b^*}$ необходимо выполнить перестановку $s_1 \leftrightarrow s_2$ в правой части уравнения (B.5).

Вклад интерференции \overline{M}_c и M_b можно записать в виде

$$\overbrace{M_c M_b^*} = \frac{\pi^2}{s_2(s-m^2)^2} \left\{ \frac{2\tilde{B}_{s_1}L_{s_1}}{\sqrt{s_1^3(s_1-4m^2)}} - \frac{2\tilde{B}_{s_2}L_{s_2}}{s_1^2\sqrt{s_2^3(s_2-4m^2)^3}} - \frac{2D_{b\bar{c}}L_a}{s_1^2\sqrt{a(4m^2+a)}} - \frac{B_{b\bar{c}}L_2}{\lambda_2^3} - \frac{\overline{B}^{(b)}L_1^{(b)}}{\lambda_1^3} + \frac{2m^2B_{12}L_{12}}{\lambda_{12}^3} + C_{b\bar{c}} \right\}, \quad (B.6)$$

$$C_{b\bar{c}} = \frac{s-m^2}{2s} \left\{ -s+s_1-m^2 + \frac{(s-s_1-m^2)(s^2-ss_{12}-s_1s_2+m^2s_{12}-m^4)}{\lambda_1^2} + \right.$$

$$\left. + [s(s_2-s_1) - s_2s_{12} + m^2(2s+s_1+3s_2) - 2m^4] \left(\frac{2m^2}{\lambda_{12}^2} + \frac{s+s_2-m^2}{\lambda_2^2} \right) \right\} +$$

$$+ \frac{2}{s_2} \left\{ (s-s_{12})^2 - 2m^2(s-s_{12}) - 3m^4 + \frac{1}{(s_{12}-4m^2)^2} \left[-\frac{24m^6(s-m^2)(s-2s_{12}+7m^2)}{s_2-4m^2} + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1}{s_1} [(s-s_{12})s_{12}^4 + m^2s_{12}^2(2s^2-4ss_{12}+7s_{12}^2) - 8m^4s_{12}(2s^2+ss_{12}+s_{12}^2) + m^6[8s^2+48ss_{12}-26s_{12}^2] - \right.$$

$$\left. - 16m^8(s-2s_{12}) + 8m^{10} \right] -$$

$$- \frac{2m^2(s-m^2)^2(s_{12}^2-4m^4)}{s_1^2(s_{12}-4m^2)} - \frac{s-m^2}{\lambda_2^2} [s(s-s_2)(s-s_{12}) + m^2(s^2+2ss_1-6ss_2+3s_2s_{12}) -$$

$$\left. - m^4(5s+s_1+8s_2) + 3m^6 \right\},$$

$$\tilde{B}_{s_1} = s_1(s^2+2ss_{12}+s_{12}^2) + 2m^2s_{12}(2s-s_1-2s_2) + m^4(8s-13s_1-4s_2) + 8m^6,$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{s_2} = & s_1 s_2^3 [(s - s_{12})^2 + s_2^2] - 2m^2 s_2^2 [3s^2 s_1 - s(5s_1^2 + 3s_1 s_2 + 2s_2^2) + s_1(2s_1^2 + 6s_1 s_2 + 5s_2^2)] + \\ & + m^4 s_2 [8s^2 s_1 - 4s(2s_1^2 - 3s_1 s_2 + 4s_2^2) + s_2(6s_1^2 + s_1 s_2 - 4s_2^2)] + 2m^6 s_2 [8s^2 - 8s(4s_1 + s_2) + 20s_1^2 + \\ & + 21s_1 s_2 + 8s_2^2] + 8m^8 [4s^2 + 4s s_2 + s_2(2s_2 - s_1)] - 16m^{10}(4s + 3s_2) + 32m^{12}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{b\bar{c}} = & (s - s_2)[(s^2 - s_2^2)(s_1 + 2s_2) - 2s s_1 s_2] - m^2 [4s^3 + s^2(3s_1 - 2s_2) + 2s s_2(s_2 - 5s_1) + s_2^2(9s_1 + 8s_2)] + \\ & + m^4 [12s^2 + 3s(s_1 - 6s_2) + s_2(9s_1 + 20s_2)] - m^6 (12s + s_1 + 18s_2) + 4m^8, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{B}^{(b)} = & (s - s_1)^3 (s_1 + 2s_2) + m^2 [4s^3 - s^2(11s_1 + 2s_2) + 4s s_1 (s_1 - s_2) + s_1^2(3s_1 + 10s_2)] - \\ & - m^4 (4s^2 + 13s s_1 + 2s s_2 + s_1^2 + 6s_1 s_2) + m^6 (-4s - 9s_1 + 2s_2) + 4m^8, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{12} = & s_{12}(2s s_1 + 3s s_2 - 2s_1^2 - 3s_1 s_2 - s_2^2) - m^2 (10s^2 + 8s s_2 - 14s_1^2 - 23s_1 s_2 - 9s_2^2) - \\ & - 4m^4 (3s + 8s_1 + 6s_2) + 22m^6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{b\bar{c}} = & s_1 (s^3 - 3s^2 s_{12} + 4s s_{12}^2 - 2s_{12}^3) + m^2 [s^2 (4s_2 - 5s_1) + 2s(4s_1^2 + s_1 s_2 - 2s_2^2) - 2s_1^2 (2s_1 + s_2)] + \\ & + m^4 (8s^2 - 17s s_1 - 8s s_2 + 19s_1^2 + 9s_1 s_2 + 4s_2^2) + m^6 (5s_1 + 4s_2) - 8m^8. \end{aligned}$$

В соответствии с уравнением (10) и определением величины $\overbrace{W}^{\text{}} \text{,}$ данном в этом Приложении, можно записать

$$\frac{d\sigma}{ds_1 ds_2} = \frac{\alpha^3}{2\pi^2(s - m^2)} \overbrace{\sum_{pol} |M|^2}^{\text{}} ,$$

где $\sum_{pol} |M|^2$ определено уравнением (9).

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Hewett, H. Weerts et al., in *Report of the Workshop*, December 2011, Rockville, MD, Chairs: J. L. Hewett and H. Weerts (2012), <https://arxiv.org/abs/1205.2671v1>.
2. R. Essig, J. A. Jaros, W. Wester et al., in *Report of the Community Summer Study 2013 (Snowmass) Intensity Frontier New, Light, Weakly-Coupled Particles Subgroup* (2012), <https://arxiv.org/abs/1311.0029v1>.
3. A. Soffer, in *Proc. 13th Conf. on Flavor Physics and CP Violation (FPCP 2015)*, Nagoya, Japan, (2015), p. 025; <https://arxiv.org/abs/1507.02330v1>.
4. J. Alexander et al., *Dark Sectors 2016 Workshop: Community Report* (2016), <https://arxiv.org/abs/1608.08632>.
5. B. Holdom, *Phys. Lett. B* **178**, 65 (1986).
6. R. Essig, P. Schuster, N. Toro, and B. Wojtsekhowski, *JHEP* **1102**, 009 (2011); [arXiv:1001.2557](https://arxiv.org/abs/1001.2557) [hep-ph].
7. S. Abrahamyan et al. (APEX Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **107**, 191804 (2011); [arXiv:1108.2750](https://arxiv.org/abs/1108.2750) [hep-ex].
8. The Heavy Photon Search Collaboration (HPS), <https://confluence.slac.stanford.edu/display/hps/g/>.
9. M. Freytsis, G. Ovanesyanyan, and J. Thaler, *JHEP* **1001**, 111 (2010); [arXiv:0909.2862](https://arxiv.org/abs/0909.2862) [hep-ph].
10. H. Merkel et al. (A1 Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **106**, 251802 (2011); [arXiv:1101.4091](https://arxiv.org/abs/1101.4091) [nucl-ex].
11. B. Wojtsekhowski, *AIP Conf. Proc.* **1160**, 149 (2009); [arXiv:0906.5265](https://arxiv.org/abs/0906.5265) [hep-ex]; B. Wojtsekhowski et al., [arXiv:1708.07901v1](https://arxiv.org/abs/1708.07901v1) [hep-ex].
12. E. Frlez et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 181804 (2004); [arXiv:0312029v1](https://arxiv.org/abs/0312029v1) [hep-ex].
13. Xiaoyun Wang et al., [arXiv:1312.3144v1](https://arxiv.org/abs/1312.3144v1) [hep-ph].
14. P. Moskal, [arXiv:1406.5738v1](https://arxiv.org/abs/1406.5738v1) [hep-ex].
15. E. Goudzovski, *EPJ Web Conf.* **96**, 01017 (2015); [arXiv:1412.8053v1](https://arxiv.org/abs/1412.8053v1) [hep-ex].
16. G. Agakishiev et al. (HADES Collaboration), *Phys. Lett. B* **731**, 265 (2014); [arXiv:1311.0216v1](https://arxiv.org/abs/1311.0216v1) [hep-ex].

17. S. Andreas, Frascati Phys. Ser. **56**, 23 (2012); arXiv:1212.4520v1 [hep-ph].
18. E. Izaguirre et al., Phys. Rev. D **90**, 014052 (2014); arXiv:1403.6826v1 [hep-ph].
19. J. D. Bjorken, R. Essig, P. Schuster, and N. Toro, Phys. Rev. D **80**, 075018 (2009).
20. T. Beranek, H. Merkel, and M. Vanderhaeghen, Phys. Rev. D **88**, 015032 (2013); arXiv:1303.2540v1 [hep-ph].
21. T. Beranek and M. Vanderhaeghen, Phys. Rev. D **89**, 055006 (2014).
22. Cheng-Wei Chiang and Po-Yan Tseng, Phys. Lett. B **767**, 289 (2017); arXiv:1612.06985v1 [hep-ph].
23. H. An, M. Pospelov, J. Pradler, and A. Ritz, Phys. Lett. B **747**, 331 (2015); arXiv:1412.8378v1 [hep-ph].
24. H. K. Park, Phys. Rev. Lett. **119**, 081801 (2017); arXiv:1705.02470v1 [hep-ph].
25. Shao-Feng Ge and Ian M. Shoemaker, arXiv:1710.10889v2 [hep-ph].
26. M. Pospelov, Phys. Rev. D **80**, 095002 (2009).
27. M. D. Campos, D. Cogollo, M. Lindner et al., JHEP **08**, 092 (2017); [1705.05388].
28. D. Alesini et al. (IRIDE), *An Interdisciplinary Research Infrastructure Based on Dual Electron Linacs and Lasers*, a White Book, IRIDE V417/07/2013.
29. E. Byckling and K. Kajantie, *Particle Kinematics*, J. Wiley & Sons, London, New York, Sydney, Toronto (1973).
30. В. Ф. Болдышев, Е. А. Винокуров, Н. П. Меренков, Ю. П. Пересунько, ЭЧАЯ **25**, 696 (1994).
31. K. Mork and H. Olsen, Phys. Rev. B **140**, 1661 (1965).
32. Е. А. Винокуров, Е. А. Кураев, Н. П. Меренков, ЖЭТФ **66**, 1916 (1974).