

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМАГНИТНОГО КРИТИЧЕСКОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В НЕУПОРЯДОЧЕННОЙ МОДЕЛИ ХАБДАРДА С ПРИТЯЖЕНИЕМ

Э. З. Кучинский^{a*}, Н. А. Кулеева^a, М. В. Садовский^{a,b**}

^a Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук
620016, Екатеринбург, Россия

^b Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук
620108, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 25 июня 2018 г.

В рамках обобщенного подхода DMFT+ Σ в модели Хаббарда с притяжением исследовано влияние разупорядочения на температурное поведение парамагнитного критического магнитного поля $H_{cp}(T)$. Рассмотрена широкая область величины потенциала притяжения U — от предела слабой связи, где сверхпроводимость описывается моделью БКШ, до предела очень сильной связи, где переход в сверхпроводящее состояние связан с конденсацией Бозе–Эйнштейна (БЭК) компактных куперовских пар. Рост силы связи приводит к быстрому росту $H_{cp}(T)$ во всей температурной области. Однако в низкотемпературной области парамагнитное критическое магнитное поле H_{cp} растет с ростом U заметно медленнее, чем орбитальное, и в БЭК-пределе основной вклад в верхнее критическое магнитное поле будет именно парамагнитным. Рост силы связи ведет также к исчезновению низкотемпературной области неустойчивости, ведущей к фазовому переходу первого рода, и области существования фазы Фульде–Феррелла–Ларкина–Овчинникова (ФФЛО), характерной для БКШ-предела слабой связи. Разупорядочение приводит к быстрому падению $H_{cp}(T)$ в БКШ-пределе слабой связи, а в области кроссовера БКШ–БЭК и в БЭК-пределе $H_{cp}(T \rightarrow 0)$ достаточно слабо изменяется с разупорядочением. В подходе DMFT+ Σ влияние беспорядка на $H_{cp}(T)$ при любой силе связи универсально и связано лишь с уширением затравочной зоны беспорядком. Это приводит, в частности, к уменьшению эффективной силы связи с ростом беспорядка и восстановлению области фазового перехода первого рода с ростом беспорядка в области промежуточной связи.

DOI: 10.1134/S0044451018100164

1. ВВЕДЕНИЕ

В области слабой связи и слабого беспорядка верхнее критическое магнитное поле сверхпроводника определяется орбитальными эффектами и обычно существенно ниже парамагнитного предела. Однако рост силы связи и беспорядок приводят к быстрому возрастанию орбитального H_{c2} с возможным выходом за парамагнитный предел.

В этой работе мы исследуем поведение парамагнитного критического поля в области очень сильной связи электронов в куперовской паре и в области кроссовера от поведения типа БКШ в облас-

ти слабой связи к бозе–эйнштейновской конденсации (БЭК) в области сильной связи [1], с учетом беспорядка (в том числе достаточно сильного).

Простейшей моделью, в которой можно исследовать кроссовер БКШ–БЭК, является модель Хаббарда с притяжением. Наиболее успешным подходом к исследованию модели Хаббарда как для описания сильно коррелированных систем в случае отталкивательного взаимодействия, так и для исследования кроссовера БКШ–БЭК в случае притяжения, является теория динамического среднего поля (DMFT) [2–4].

В последние годы мы развивали обобщенный подход DMFT+ Σ к модели Хаббарда [5–11], который оказался очень эффективным для исследования влияния различных внешних (по отношению к учитываемому в рамках DMFT) взаимодействий.

* E-mail: kuchinsk@iep.uran.ru

** E-mail: sadovski@iep.uran.ru

Метод DMFT+ Σ был использован нами в работах [12–14] для исследования влияния беспорядка на температуру сверхпроводящего перехода. В частности, для случая полуэллиптической модели затравочной плотности состояний, адекватной для описания трехмерных систем, было продемонстрировано, что влияние беспорядка на критическую температуру (во всей области изменения параметров взаимодействия) связано лишь с общим уширением затравочной зоны (плотности состояний) беспорядком (обобщенная теорема Андерсона). В работе [15] с использованием комбинации приближения Нозьера–Шмитт-Ринка и DMFT+ Σ в модели Хаббарда с притяжением мы проанализировали влияние разупорядочения на температурную зависимость орбитального критического магнитного поля $H_{c2}(T)$ как в широкой области силы притяжения U , включающей область кроссовера БКШ–БЭК, так и в широкой области разупорядочения вплоть до окрестности перехода Андерсона. Как рост силы связи, так и увеличение беспорядка вызывают быстрый рост H_{c2} , приводя в БЭК-пределе сильной связи к нереалистично большим значениям $H_{c2}(T \rightarrow 0)$, существенно превышающим парамагнитный предел.

В данной работе мы проводим детальное рассмотрение влияния разупорядочения на температурную зависимость парамагнитного критического магнитного поля сверхпроводника в широкой области значений силы притяжения U , включающей область кроссовера БКШ–БЭК и предел очень сильной связи.

Хорошо известно также, что в БКШ-пределе слабой связи парамагнитные эффекты (эффекты спинового расщепления) приводят к существованию при низких температурах области на фазовой диаграмме сверхпроводника в магнитном поле, где парамагнитное критическое магнитное поле H_{cp} падает с дальнейшим понижением температуры. Такое поведение свидетельствует о неустойчивости, ведущей к фазовому переходу первого рода, в которой может возникать фаза Фульде–Феррелла–Ларкина–Овчинникова (ФФЛО) [16–18] с куперовскими парами с конечным импульсом \mathbf{q} и периодическим в пространстве сверхпроводящим параметром порядка. В дальнейшем наше рассмотрение будет ограничено только анализом перехода второго рода, а сверхпроводящий параметр порядка пространственно будет считаться однородным, что позволяет определить границы существования неустойчивости к переходу первого рода в области кроссовера БКШ–БЭК и сильной связи, в том числе при различных степенях разупорядочения. Вопрос об

устойчивости состояния ФФЛО в этих условиях рассматриваться не будет.

2. МОДЕЛЬ ХАББАРДА В РАМКАХ ПОДХОДА DMFT+ Σ В ПРИБЛИЖЕНИИ НОЗЬЕРА – ШМИТТ-РИНКА

Мы рассматриваем неупорядоченную модель Андерсона–Хаббарда с притяжением, гамильтониан которой с учетом спинового расщепления уровней во внешнем магнитном поле H имеет вид

$$H = -t \sum_{\langle ij \rangle \sigma} a_{i\sigma}^\dagger a_{j\sigma} + \sum_{i\sigma} \epsilon_i n_{i\sigma} - U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow} - \mu_B H \sum_{i\sigma} \sigma n_{i\sigma}, \quad (1)$$

где $t > 0$ — амплитуда перескока между ближайшими соседями, U — хаббардовское притяжение на узле, $n_{i\sigma} = a_{i\sigma}^\dagger a_{i\sigma}$ — оператор числа электронов на узле, $a_{i\sigma}$ ($a_{i\sigma}^\dagger$) — оператор уничтожения (рождения) электрона, $\sigma = \pm 1$, $\mu_B = e\hbar/2mc$ — магнетон Бора, локальные энергии ϵ_i полагаются независимыми случайными величинами на разных узлах решетки. Мы предполагаем гауссовское распределение для энергетических уровней энергии на узлах ϵ_i :

$$\mathcal{P}(\epsilon_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta} \exp\left(-\frac{\epsilon_i^2}{2\Delta^2}\right). \quad (2)$$

Ширина распределения Δ служит мерой силы беспорядка, а гауссовское случайное поле энергетических уровней (независимое на различных узлах решетки) вызывает «примесное» рассеяние, которое рассматривается в рамках стандартного подхода, основанного на вычислении усредненных функций Грина.

Обобщенный подход DMFT+ Σ [5–9] дополняет стандартную теорию динамического среднего поля (DMFT) [2–4] учетом добавочной «внешней» собственно-энергетической части (СЭЧ) $\Sigma_{\mathbf{p}}(\varepsilon)$ (в общем случае зависящей от импульса), являющейся следствием любого вида взаимодействия за пределами DMFT, и дает эффективный метод вычисления как одночастичных, так и двухчастичных свойств [8, 10]. При этом полностью сохраняется стандартная система самосогласованных уравнений DMFT [2–4], но на каждом шаге итерационной схемы DMFT внешняя СЭЧ $\Sigma_{\mathbf{p}}(\varepsilon)$ пересчитывается заново с помощью некоторой приближенной схемы, соответствующей виду добавочного взаимодействия, а локальная функция Грина DMFT также «одевается» $\Sigma_{\mathbf{p}}(\varepsilon)$ на каждом шаге стандартной DMFT-процедуры.

В рассматриваемой здесь задаче о рассеянии на беспорядке [10, 11] для «внешней» СЭЧ, входящей в цикл DMFT+Σ, мы используем простейшее (само-согласованное борновское) приближение, пренебрегающее «пересекающимися» диаграммами для примесного рассеяния. Такая «внешняя» СЭЧ остается не зависящей от импульса (локальной).

В данной работе, как и в предыдущих наших работах, для решения эффективной однопримесной модели Андерсона в DMFT использовался чрезвычайно эффективный метод численной ренормгруппы (NRG) [19].

В дальнейшем мы принимаем модель «затравочной» зоны с полуэллиптической плотностью состояний (на элементарную ячейку с параметром решетки a и один спин), которая является неплохим приближением для трехмерного случая:

$$N_0(\varepsilon) = \frac{2}{\pi D^2} \sqrt{D^2 - \varepsilon^2}, \quad (3)$$

где D определяет полуширину зоны проводимости.

В работе [14] мы показали, что в подходе DMFT+Σ в модели с полуэллиптической плотностью состояний все влияние беспорядка на одночастичные свойства сводится лишь к уширению зоны беспорядком, т.е. к замене $D \rightarrow D_{eff}$, где D_{eff} — эффективная полуширина «затравочной» зоны в отсутствие электронных корреляций ($U = 0$), уширенная беспорядком:

$$D_{eff} = D \sqrt{1 + 4 \frac{\Delta^2}{D^2}}. \quad (4)$$

«Затравочная» (в отсутствие U) плотность состояний, «одетая» беспорядком,

$$\tilde{N}_0(\xi) = \frac{2}{\pi D_{eff}^2} \sqrt{D_{eff}^2 - \xi^2}, \quad (5)$$

остаётся полуэллиптической и в присутствии беспорядка.

Необходимо отметить, что в других моделях затравочной зоны беспорядок наряду с уширением зоны будет изменять и форму плотности состояний, поэтому полной универсальности влияния беспорядка на одночастичные свойства, сводящейся к замене $D \rightarrow D_{eff}$, вообще говоря, нет. Однако в пределе достаточно сильного беспорядка затравочная зона становится практически полуэллиптической и универсальность восстанавливается [14].

Все расчеты в данной работе, как и в предыдущих, были проведены для достаточно типичного случая четвертичного заполнения зоны (число электронов на узел решетки $n = 0.5$).

При рассмотрении сверхпроводимости в широком интервале изменений спаривательного взаимодействия U , следуя [14], мы используем приближение Нозьера – Шмитт-Ринка [1], что позволяет качественно правильно (хотя и приближенно) описать область БКШ–БЭК-кроссовера. В этом подходе для определения критической температуры T_c (в отсутствие H) используется [14] обычное уравнение слабой связи теории БКШ, но химический потенциал системы μ для разных значений U и Δ определяется из DMFT+Σ-расчетов, т.е. из стандартного уравнения для числа электронов в зоне проводимости, что позволяет найти T_c в широком интервале значений параметров модели, включая область кроссовера БКШ–БЭК и предел сильной связи, а также для различных степеней беспорядка. Это отражает физический смысл приближения Нозьера – Шмитт-Ринка: в области слабой связи температура перехода контролируется уравнением для куперовской неустойчивости, тогда как в пределе сильной связи она определяется как температура БЭК, которая контролируется химическим потенциалом. Было показано, что такой подход обеспечивает корректную интерполяцию между точно решаемыми пределами слабой и сильной связи, в том числе с учетом эффектов беспорядка [1, 12, 14]. В частности, в работах [12, 14] было показано, что влияние беспорядка на критическую температуру T_c и одночастичные характеристики (например, плотность состояний) в модели с полуэллиптической затравочной плотностью состояний универсально и сводится лишь к изменению эффективной ширины зоны.

3. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В рамках подхода Нозьера и Шмитт-Ринка критическая температура в присутствии спинового расщепления уровней во внешнем магнитном поле (в пренебрежении орбитальными эффектами) или парамагнитное критическое магнитное поле H_{cp} при температуре $T < T_c$ определяется следующим уравнением БКШ-типа —

$$1 = \frac{U}{4} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \frac{\tilde{N}_0(\varepsilon)}{\varepsilon - \mu} \times \left(\text{th} \frac{\varepsilon - \mu - \mu_B H_{cp}}{2T} + \text{th} \frac{\varepsilon - \mu + \mu_B H_{cp}}{2T} \right) \quad (6)$$

— в котором химический потенциал μ для разных значений U и Δ определяется из DMFT+Σ-расчетов, т.е. из стандартного уравнения для числа

электронов в зоне. Общий вывод уравнения (6) в присутствии беспорядка приведен в Приложении. Следует отметить, что уравнение (6) получено из точного тождества Уорда и остается справедливым в присутствии сильного беспорядка, включая окрестность перехода Андерсона. Уравнение (6) демонстрирует, что все влияние беспорядка на H_{cp} сводится лишь к перенормировке затравочной плотности состояний беспорядком, а значит, для затравочной зоны с полуэллиптической плотностью состояний влияние беспорядка на H_{cp} универсально и сводится лишь к уширению зоны беспорядком, т. е. к замене $D \rightarrow D_{eff}$.

На рис. 1 приведена температурная зависимость парамагнитного критического магнитного поля для различной величины силы связи. Химический потенциал, входящий в уравнение (6), вообще говоря, зависит не только от силы связи, но и от величины магнитного поля и температуры. На рис. 1 для сравнения пунктиром приведен результат расчета с химическим потенциалом, взятым при $H = 0$ и $T = T_c$ для данного $U/2D$, а сплошными кривыми с символами — полный расчет с $\mu = \mu(H, T)$.

В пределе слабой связи ($U/2D = 0.2$) мы получаем стандартное поведение температурной зависимости парамагнитного критического магнитного поля, возникающее в теории БКШ [18]. При низких температурах наблюдается область с понижением H_{cp} с уменьшением температуры с максимумом H_{cp} на конечной температуре. В этой области, как известно, возникает неустойчивость относительно фазового перехода первого рода [18], где возможен также переход в фазу ФФЛО [16, 17] с куперовскими параметрами с конечным импульсом ($\mathbf{q} \neq 0$) и неоднородным сверхпроводящим параметром порядка. Критическое поле в БКШ-пределе достаточно слабо зависит от величины химического потенциала, поэтому слабой зависимостью μ от магнитного поля и температуры можно пренебрегать (пунктирная кривая на рис. 1а фактически совпадает с результатами точного расчета). С ростом силы связи область существования неустойчивости к переходу первого рода уменьшается (см. рис. 1а, б, в), с дальнейшим ростом силы связи (рис. 1г, д) она пропадает. С ростом силы связи критическое магнитное поле все сильнее зависит от величины химического потенциала и учет температурной и магнитной зависимостей $\mu(H, T)$ становится очень существен (см. рис. 1в, з, д).

При промежуточной связи ($U/2D = 0.6$) учет температурной и магнитной зависимостей μ незначительно изменяет критическое поле, однако наблюдаются существенные качественные изменения при

$T \sim T_c$. Небольшой рост химического потенциала с ростом H в слабом магнитном поле приводит к заметному увеличению T_c , которое превосходит падение T_c с ростом магнитного поля от явной зависимости от H в уравнении (6), что приводит к некоторому росту $T_c(H)$ при малых H .

На рис. 1е собраны кривые температурной зависимости критического магнитного поля для разных U . Как известно, критическая температура T_{c0} растет с ростом силы связи в БКШ-пределе и падает в БЭК-пределе сильной связи, проходя через максимум при $U/2D = 1$ [12–14]. Критическое магнитное поле при низких температурах растет с ростом силы связи как в БКШ-пределе, так и в пределе сильной связи, однако в области кроссовера БКШ–Бозе ($U/2D = (0.6 - 1)$) наблюдается достаточно слабая зависимость критического магнитного поля от силы связи.

Физическая причина роста парамагнитного критического поля с ростом силы связи совершенно очевидна — магнитному полю становится все труднее разорвать пары сильно связанных электронов.

На рис. 2 приведены наши результаты по влиянию беспорядка на температурную зависимость парамагнитного критического магнитного поля. В БКШ-пределе слабой связи (рис. 2а) рост беспорядка приводит как к уменьшению критической температуры в отсутствие магнитного поля T_{c0} (см. [13, 14]), так и к уменьшению критического магнитного поля при всех температурах. Область неустойчивости к переходу первого рода сохраняется и в присутствии беспорядка. На самом деле, как уже отмечалось выше, все влияние беспорядка на $H_{cp}(T)$ универсально и связано лишь с заменой $D \rightarrow D_{eff}$. В результате рост беспорядка приводит к уменьшению эффективной силы связи, определяемой безразмерным параметром $U/2D_{eff}$. Это и приводит к тому, что с ростом беспорядка относительная ширина температурной области $T/T_c(H)$, где наблюдается переход первого рода, заметно увеличивается.

При промежуточной связи ($U/2D = 0.8$) в области кроссовера БКШ–Бозе (рис. 2б) рост беспорядка достаточно слабо изменяет критическую температуру T_{c0} (см. [13, 14]), приводя к некоторому росту $H_{cp}(T)$. Поскольку все влияние беспорядка связано лишь с заменой $D \rightarrow D_{eff}$, рост беспорядка здесь снова приводит к уменьшению эффективной силы связи $U/2D_{eff}$ и восстановлению области неустойчивости к переходу первого рода.

В БЭК-пределе сильной связи рост беспорядка приводит к заметному росту критической температуры T_{c0} (см. [13, 14]). В то же время крити-

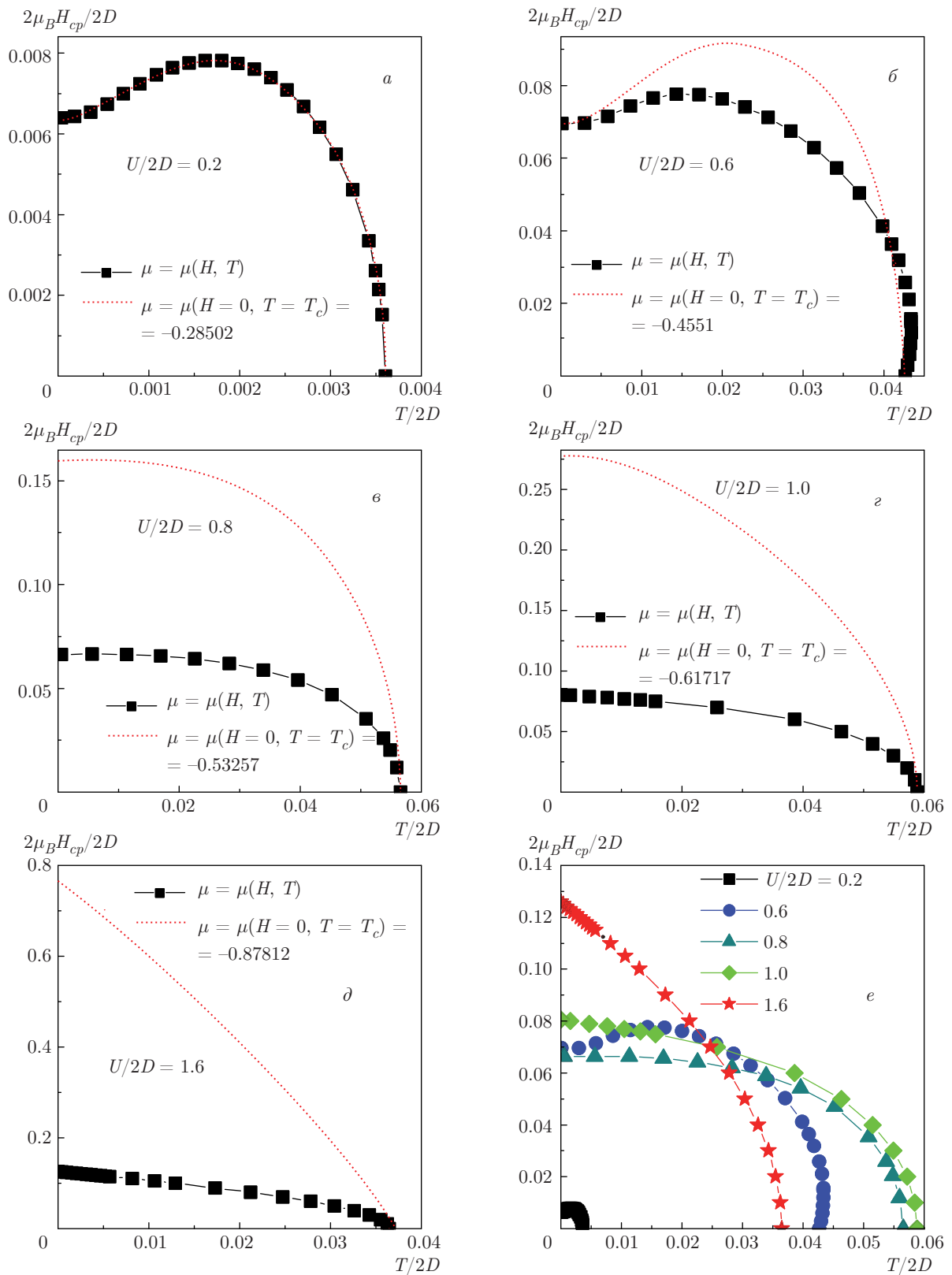


Рис. 1. Зависимость парамагнитного критического магнитного поля от температуры для различных значений силы связи. Пунктирные кривые получены в пренебрежении зависимостью химического потенциала при данном U от температуры и магнитного поля

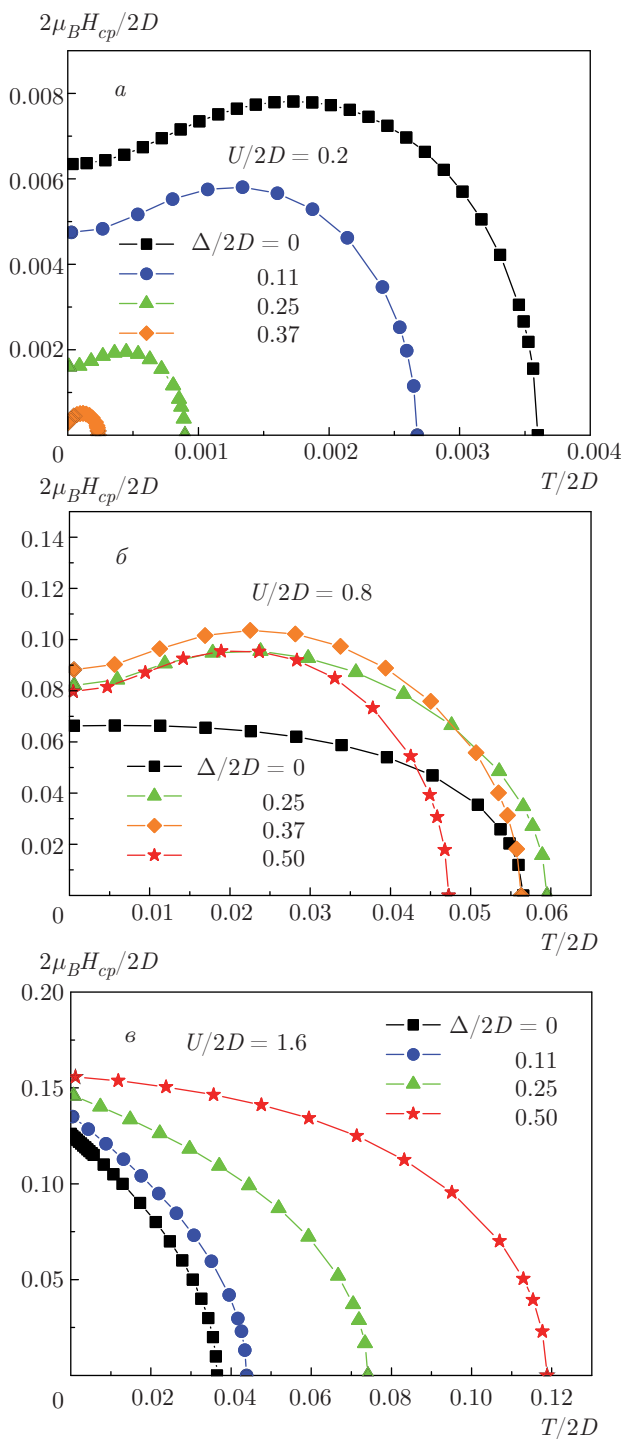


Рис. 2. Температурная зависимость парамагнитного критического магнитного поля для различных степеней беспорядка: *a* — БКШ-предел слабой связи ($U/2D = 0.2$); *б* — область БКШ–БЭК-кроссовера (промежуточная связь: $U/2D = 0.8$); *в* — БЭК-предел сильной связи ($U/2D = 1.6$)

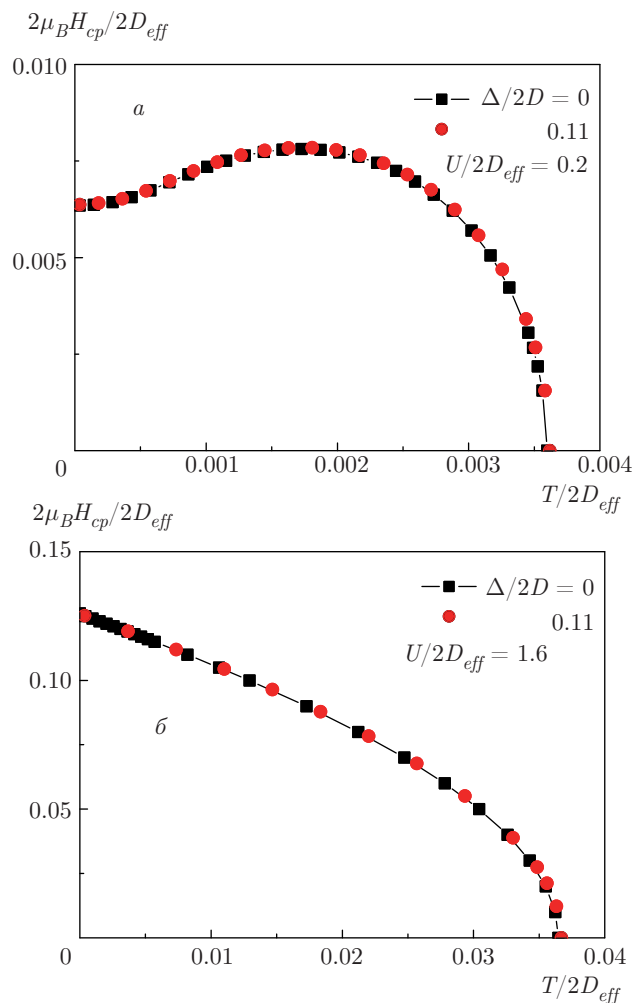


Рис. 3. Универсальность температурной зависимости парамагнитного критического магнитного поля от степени беспорядка: *a* — слабая связь $U/2D_{eff} = 0.2$, $\Delta = 0$, $\Delta = 0.11$; *б* — сильная связь $U/2D_{eff} = 1.6$, $\Delta = 0$, $\Delta = 0.11$

ческое магнитное поле в низкотемпературной области достаточно слабо растет с ростом беспорядка. В БЭК-пределе область неустойчивости к переходу первого рода не возникает даже в присутствии очень сильного беспорядка ($\Delta/2D = 0.5$). На самом деле и в БЭК-пределе влияние беспорядка универсально и связано лишь с заменой $D \rightarrow D_{eff}$. В результате, если спиновое расщепление и температуру привести к безразмерному виду, используя эффективную ширину зоны $2D_{eff}$, и держать постоянной эффективную силу связи $U/2D_{eff}$, то мы получим универсальную температурную зависимость парамагнитного критического магнитного поля. На рис. 3 мы показываем примеры такого универсального поведения для типичных случаев слабой и сильной связи в отсутствие и в присутствии беспорядка.

В отсутствие беспорядка в БЭК-пределе сильной связи $U/2D = 1.6$ при $T \rightarrow 0$ мы имеем (см. рис. 1) $2\mu_B H_{cp}/2D \approx 0.125$, что для характерной ширины зоны $2D \sim 1$ эВ дает $H_{cp} \sim 10^7$ Гс. Для орбитального критического магнитного поля (см. [15]) в такой же модели, при этой же силе связи и $T \rightarrow 0$, для характерного значения параметра решетки $a = 3.3 \cdot 10^{-8}$ см мы получаем $H_{cp} \approx 1.6 \cdot 10^8$ Гс. Таким образом, орбитальное критическое магнитное поле в низкотемпературной области растет с ростом силы связи гораздо быстрее парамагнитного и в БЭК-пределе сильной связи основной вклад в верхнее критическое магнитное поле при низких температурах будет именно от парамагнитного эффекта. Рост беспорядка приводит к значительному росту орбитального критического магнитного поля [15], тогда как $H_{cp}(T \rightarrow 0)$ в области БКШ–Бозе-кроссовера и в БЭК-пределе относительно слабо зависит от беспорядка. Таким образом, и в присутствии беспорядка в БЭК-пределе основной вклад в верхнее критическое магнитное поле при низких температурах будет давать именно парамагнитный эффект.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе, в рамках приближений Нозьера – Шмитт-Ринка и DMFT+ Σ исследовано влияние разупорядочения на температурное поведение парамагнитного критического магнитного поля. Расчеты были проведены для широкой области значений потенциала притяжения U , от области слабой связи $U/2D \ll 1$, где сверхпроводимость хорошо описывается моделью БКШ, до предела сильной связи $U/2D \gg 1$, где переход в сверхпроводящее состояние вызывается бозе-конденсацией компактных куперовских пар, образующихся при температуре много выше температуры перехода в сверхпроводящее состояние.

Рост силы связи U приводит к быстрому возрастанию $H_{cp}(T)$ и исчезновению в области БКШ–БЭК-кроссовера и в БЭК-пределе области неустойчивости к фазовому переходу первого рода, возникающей при низких температурах в БКШ-пределе слабой связи. Физически это связано с тем, что магнитному полю становится все труднее разорвать электроны в сильно связанных парах.

Рост беспорядка в БКШ-пределе слабой связи приводит как к уменьшению критической температуры в отсутствие беспорядка, так и к падению $H_{cp}(T)$. Область неустойчивости к переходу первого рода при низких температурах в присутствии

беспорядка сохраняется. В области промежуточной связи ($U/2D = 0.8$) беспорядок достаточно слабо влияет как на критическую температуру, так и на $H_{cp}(T)$. Однако рост беспорядка приводит к восстановлению при низких температурах области неустойчивости к переходу первого рода, которая не наблюдается в отсутствие беспорядка. Этот, достаточно неожиданный, вывод целиком связан со спецификой модели Хаббарда с притяжением, в которой возникает эффективный безразмерный параметр $U/2D_{eff}$, контролирующий силу связи в неупорядоченном случае. Как было показано в предыдущих работах, в БЭК-пределе сильной связи рост беспорядка приводит к заметному увеличению критической температуры в отсутствие магнитного поля. Оказалось, однако, что величина $H_{cp}(T \rightarrow 0)$ в рассматриваемой модели достаточно слабо зависит от беспорядка. В БЭК-пределе в низкотемпературной области при разумных параметрах модели парамагнитное критическое магнитное поле оказывается заметно меньше орбитального, так что верхнее критическое поле в этой области, в основном, определяется именно парамагнитным критическим полем. В присутствии беспорядка этот вывод тем более сохраняется, поскольку орбитальное критическое поле быстро растет с ростом беспорядка, а парамагнитное критическое поле в этом пределе слабо изменяется с разупорядочением.

Работа выполнена в рамках государственного задания № 0389-2014-0001 и при частичной поддержке РФФИ (грант № 17-02-00015), а также в рамках программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 12 «Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости».

ПРИЛОЖЕНИЕ

Уравнение для парамагнитного критического магнитного поля

В общем случае, подход Нозьера и Шмитт-Ринка [1] предполагает, что поправки от сильного спаривательного взаимодействия существенно меняют химический потенциал системы, но возможные вершинные поправки от этого взаимодействия в куперовском канале несущественны, так что для анализа этой куперовской неустойчивости можно использовать приближение слабой связи (лестничное приближение). В таком приближении условие куперовской неустойчивости в неупорядоченной модели Хаббарда с притяжением имеет вид

$$1 = U\chi_0(q = 0, \omega_m = 0), \quad (7)$$

где

$$\chi_0(q = 0, \omega_m = 0) = T \sum_n \sum_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \Phi_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\varepsilon_n) \quad (8)$$

— двухчастичная петля в куперовском канале «одетая» только примесным рассеянием, а $\Phi_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\varepsilon_n)$ — усредненная по примесям двухчастичная функция Грина в куперовском канале на мадубаровских частотах $\varepsilon_n = \pi T(2n + 1)$.

Для получения $\sum_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \Phi_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\varepsilon_n)$ воспользуемся точным тождеством Уорда, выведенным нами в [8]:

$$\begin{aligned} G_{\uparrow}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) - G_{\downarrow}(-\varepsilon_n, -\mathbf{p}) = \\ = - \sum_{\mathbf{p}'} \Phi_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\varepsilon_n) (G_{0\uparrow}^{-1}(\varepsilon_n, \mathbf{p}') - G_{0\downarrow}^{-1}(-\varepsilon_n, -\mathbf{p})). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$G_{0\uparrow, \downarrow}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = (i\varepsilon_n + \mu - \varepsilon(\mathbf{p}) \pm \mu_B H)^{-1}$$

— «голая» функция Грина, а $G_{\uparrow, \downarrow}(\varepsilon_n, \mathbf{p})$ — усредненная по примесям (но не «одетая» хаббардовским взаимодействием!) одночастичная функция Грина. Используя симметрию $\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon(-\mathbf{p})$, получаем из тождества Уорда (9):

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \Phi_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\varepsilon_n) = \\ = - \frac{\sum_{\mathbf{p}} G_{\uparrow}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) - \sum_{\mathbf{p}} G_{\downarrow}(-\varepsilon_n, \mathbf{p})}{2i\varepsilon_n + 2\mu_B H}, \end{aligned} \quad (10)$$

так что для куперовской восприимчивости (8) имеем

$$\begin{aligned} \chi_0(q = 0, \omega_m = 0) = \\ = - \frac{T}{2} \sum_n \frac{\sum_{\mathbf{p}} G_{\uparrow}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) - \sum_{\mathbf{p}} G_{\downarrow}(-\varepsilon_n, \mathbf{p})}{i\varepsilon_n + \mu_B H} = \\ = - \frac{T}{2} \sum_n \left(\frac{\sum_{\mathbf{p}} G_{\uparrow}(\varepsilon_n, \mathbf{p})}{i\varepsilon_n + \mu_B H} + \frac{\sum_{\mathbf{p}} G_{\downarrow}(\varepsilon_n, \mathbf{p})}{i\varepsilon_n - \mu_B H} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Проводя теперь стандартное суммирование по фермиевским мадубаровским частотам, получаем

$$\begin{aligned} \chi_0 = - \frac{1}{8\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \left(\frac{\sum_{\mathbf{p}} G_{\uparrow}^R(\varepsilon, \mathbf{p}) - \sum_{\mathbf{p}} G_{\uparrow}^A(\varepsilon, \mathbf{p})}{\varepsilon + \mu_B H} + \right. \\ \left. + \frac{\sum_{\mathbf{p}} G_{\downarrow}^R(\varepsilon, \mathbf{p}) - \sum_{\mathbf{p}} G_{\downarrow}^A(\varepsilon, \mathbf{p})}{\varepsilon - \mu_B H} \right) \text{th} \frac{\varepsilon}{2T} = \\ = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \left(\frac{\tilde{N}_{0\uparrow}(\varepsilon)}{\varepsilon + \mu_B H} + \frac{\tilde{N}_{0\downarrow}(\varepsilon)}{\varepsilon - \mu_B H} \right) \text{th} \frac{\varepsilon}{2T}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\tilde{N}_{0\uparrow, \downarrow}(\varepsilon)$ — «затравочная» ($U = 0$) плотность состояний для разных проекций спина, «одетая» примесным рассеянием. Поскольку спиновое расщепление уровней можно рассматривать как добавку к химическому потенциалу, то вводя «затравочную» плотность состояний, «одетую» беспорядком, в отсутствие внешнего магнитного поля $\tilde{N}_0(\varepsilon)$ получаем окончательный результат для куперовской восприимчивости:

$$\begin{aligned} \chi_0 = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \frac{\tilde{N}_0(\varepsilon)}{\varepsilon} \times \\ \times \left(\text{th} \frac{\varepsilon + \mu_B H}{2T} + \text{th} \frac{\varepsilon - \mu_B H}{2T} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

В уравнении (13) энергия ε отсчитывается от уровня химического потенциала, а если отсчитывать ее от середины зоны проводимости, то $\varepsilon \rightarrow \varepsilon - \mu$ и условие куперовской неустойчивости (7) приводит к уравнению для определения критической температуры, зависящей от внешнего магнитного поля, которое и есть уравнение для парамагнитного критического магнитного поля (6). При этом химический потенциал для разных значений U и Δ следует определять из DMFT+ Σ -расчетов, т. е. из стандартного уравнения для числа электронов (заполнение зоны), что и позволяет найти H_{cp} в широком интервале значений параметров модели, включая область кроссовера БКШ–БЭК и предел сильной связи, а также для различных степеней беспорядка. Это отражает физический смысл приближения Нозьера и Шмитт-Ринка — в области слабой связи температура перехода контролируется уравнением для куперовской неустойчивости (6), тогда как в пределе сильной связи она определяется как температура БЭК, которая контролируется химическим потенциалом. При этом совместное решение уравнения (6) и уравнения для химического потенциала обеспечивает корректную интерполяцию для H_{cp} в области кроссовера БКШ–БЭК.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Nozieres and S. Schmitt-Rink, J. Low Temp. Phys. **59**, 195 (1985).
2. Th. Pruschke, M. Jarrell, and J. K. Freericks. Adv. Phys. **44**, 187 (1995).
3. A. Georges, G. Kotliar, W. Krauth, and M. J. Rozenberg, Rev. Mod. Phys. **68**, 13 (1996).

4. D. Vollhardt, in: *Lectures on the Physics of Strongly Correlated Systems XIV*, ed. by A. Avella and F. Mancini, AIP Conf. Proc. Vol. 1297, AIP, Melville, New York (2010), p. 339; arXiv: 1004.5069.
5. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, Письма в ЖЭТФ **82**, 217 (2005).
6. M. V. Sadovskii, I. A. Nekrasov, E. Z. Kuchinskii, Th. Prushke, and V. I. Anisimov, Phys. Rev. B **72**, 155105 (2005); arXiv:cond-mat/0508585.
7. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, ФНТ **32**, 528 (2006).
8. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, Phys. Rev. B **75**, 115102 (2007); arXiv:cond-mat/0609404.
9. Э. З. Кучинский, И. А. Некрасов, М. В. Садовский, УФН **182**, 345 (2012).
10. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **133**, 670 (2008).
11. E. Z. Kuchinskii and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **149**, 589 (2016).
12. N. A. Kuleeva, E. Z. Kuchinskii, and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **146**, 304 (2014).
13. E. Z. Kuchinskii, N. A. Kuleeva, and M. V. Sadovskii, Письма в ЖЭТФ **100**, 213 (2014).
14. E. Z. Kuchinskii, N. A. Kuleeva, and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **147**, 1220 (2015).
15. Э. З. Кучинский, Н. А. Кулеева, М. В. Садовский, ЖЭТФ **152**, 1321 (2017).
16. P. Fulde and R. A. Ferrell, Phys. Rev. A **135**, 550 (1964).
17. А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **47**, 1136 (1964).
18. Д. Сан-Жам, Г. Сарма, Е. Томас, *Сверхпроводимость второго рода*, Мир, Москва (1970).
19. R. Bulla, T. A. Costi, and T. Pruschke, Rev. Mod. Phys. **60**, 395 (2008).