# РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ СОЛИТОНОВ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ СИСТЕМЕ В СЛУЧАЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Е. К. Эль-Шеви <sup>а,b\*</sup>, А. А. Эль-Рахман<sup>c</sup>, С. К. Загбир<sup>d</sup>

а Физический факультет, Университет Тайба 42353, Медина, Саудовская Аравия

<sup>b</sup> Группа теоретической физики, Факультет науки, Университет Мансуры 35516, Мансура, Eгипет

<sup>с</sup> Физический факультет, Факультет науки, Университет Асьюта 71515, Асьют, Египет

<sup>d</sup> Факультет науки для девушек, Университет Аль-Азхар 11651, Kaup, Eгипет

Поступила в редакцию 23 ноября 2017 г.

(Перевод с английского)

#### CYLINDRICAL DAMPED SOLITARY PROPAGATION

## IN SUPERTHERMAL PLASMAS

E. K. El-Shewy, A. A. El-Rahman, S. K. Zaghbeer

Исследуются волновые свойства затухающих солитонов в столкновительной размагниченной четырехкомпонентной жидкостной плазменно-пылевой системе, состоящей из распределенных высокотемпертурных электронов, подвижных ионов и отрицательно и положительно заряженных пылевых частиц. Диссипативные свойства пылевых ионных акустических мод исследуются в рамках метода редуктивного возмущения с использованием подходящего геометрического преобразования координат, при этом получается трехмерное уравнение Кадомцева – Петвиашвили с затуханием (3*D*-КПЗ) в цилиндрических координатах. Изучается влияние столкновительных параметров на структуру затухающего солитона. А именно, исследуется влияние аксиальных, радиальных и полярных координат на время распространения солитона. Результаты работы можно использовать для изучения плазмы в мезосфере Земли.

#### **DOI:** 10.1134/S0044451018100176

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Столкновительная комплексная пылевая плазма в космическом пространстве и магнитосфере Земли представляет собой жидкостную плазменную систему, состоящую из ионов, электронов, жидких или твердых пылевых микрочастиц и нейтральных частиц [1–4]. Заряженные микрочастицы в плазменной динамике изменяют различные характеристики плазмы, а также обусловливают возникновение волновых явлений нового типа, а именно, пылевых акустических и пылевых ионных акустических (ПИА) волн [5–7]. Существование ПИА солитонов было подтверждено экспериментальными лабораторными исследованиями [8,9]. В работе [10] исследовались ПИА волны в плазме с использованием аппроксимации, в которой пренебрегается электрон-ионным рассеянием и поглощением микрочастиц. Результаты экспериментов показали, что в лабораторных условиях пылевая плазма содержит некоторое число нейтральных частиц, при этом столкновения пы-

<sup>\*</sup> E-mail: emadshewy@yahoo.com

левых частиц с нейтральными влияют на волновые свойства плазмы [11,12]. Влияние столкновений пылевых частиц с нейтральными на поведение волн в плазме также рассматривалось в работе [13]. В работе [14] было получено, что аномальная диссипация волн приводит к существованию новых типов ударных волн, что важно для описания процессов образования сверхновых. В работах [15-18] исследовались частота рекомбинации ионов на микрочастицах и частота передачи импульса при столкновениях ион-частица (ион-нейтральная частица). Влияние магнитного поля на скорость затухания столкновительной пылевой плазмы было исследовано в работе [15]. В работе [17] изучались переменные заряды и захват электронов при распространении ПИА волн в столкновительной пылевой плазме. Отрицательно заряженная пылевая плазма в космическом пространстве обсуждалась в работах [19, 20]. В работах [21-23] исследовались отрицательно и положительно заряженные пылевые микрочастицы в лабораторной и в космической плазме. Заметим, что распределение Максвелла является одним из распределений, используемых в плазменной гидродинамике для описания состояний теплового равновесия. При существовании неравновесных состояний это распределение для описания плазмы не используется [24–26]. А именно, в некоторых работах вводится неравновесное каппа-распределение для электронов и позитронов (ионов) в космической плазме [27–34]. Во многих из этих работ используется геометрия неограниченных координат. Однако ни для лабораторной, ни для космической плазмы это неверно. Поэтому следует использовать неплоскую цилиндрическую геометрию [35, 36]. Неплоская геометрия использовалась в работах [37-40] для теоретических исследований существования волн в пылевой плазме.

Цель настоящей работы — с использованием неплоской (цилиндрической) геометрии исследовать затухающие трехмерные ПИА волны в рамках модели столкновительной пылевой плазмы, состоящей из распределенных высокотемпературных электронов, подвижных ионов и отрицательно и положительно заряженных пылевых микрочастиц. Работа построена следующим образом. В разд. 2 вводятся уравнения модели. В разд. 3 выводится уравнение КПЗ. Его затухающее решение получено в разд. 4. Раздел 5 содержит обсуждения.

#### 2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим четырехкомпонентную пылевую столкновительную плазму, состоящую из смеси

распределенных высокотемпературных электронов, свободных подвижных ионов и отрицательно и положительно заряженных пылевых частиц. Для подвижных компонент трехмерные уравнения непрерывности имеют вид

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla .(n_i u_i) = -\nu_{re} \mathbf{n}_{ir} + \nu_i \mathbf{n}_{er}, \qquad (1a)$$

$$\frac{\partial n_n}{\partial t} + \nabla .(n_n u_n) = 0, \tag{1b}$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \nabla .(n_p u_p) = 0. \tag{1c}$$

Соответствующие уравнения для импульсов имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_i u_i) + \nabla(n_i u_i^2) + n_i \nabla \phi = -\widetilde{\nu} n_i u_i, \qquad (2a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_n \cdot \nabla\right) u_n - \mu \nabla \phi = 0, \qquad (2b)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_p \frac{\partial}{\partial x}\right) u_p + \alpha \nabla \phi = -\nu_{pn} u_p.$$
(2c)

Здесь слагаемые  $\nu_{re} \mathbf{n}_{ir}$  и  $\nu_i \mathbf{n}_{er}$  приближенно равны  $\nu_{re}(n_i - n_{i0})$  и  $\nu_i(n_e - n_{e0})$  [14]. Эти уравнения связаны уравнением Пуассона

$$\nabla^2 \phi = \delta_n n_n - \delta_i n_i - \delta_p n_p + n_e. \tag{3}$$

В приведенных выше уравнениях  $n_j$  (j = i, n, p, e) — возмущенные значения плотностей, а  $n_{i0}$ ,  $n_{n0}$ ,  $n_{p0}$  и  $n_{e0}$  — соответствующие равновесные значения;  $u_j$  (j = i, n, p) — скорости ионов, отрицательно и положительно заряженных пылевых частиц, соответственно, причем  $u_j$  нормированы на ионную скорость звука  $(K_B T_e/m_i)^{1/2}$ ;  $\phi$  — потенциал, нормированый на  $K_B T_e/e$ ; время t и пространственная координата нормированы на обратную плазменную частоту

$$\omega_{pe}^{-1} = \left(\frac{m_i}{4\pi e^2 n_{e0}}\right)^{1/2}$$

и дебаевский радиус электрона

$$\lambda_d = \left(\frac{K_B T_e}{4\pi e^2 n_{e0}}\right)^{1/2},$$

соответственно;  $\nu_{re}$  — частота рекомбинации ионов на пылевых частицах,  $\nu_i$  — плазменная частота ионизации,  $\tilde{\nu}$  — частота потерь импульса иона изза рекомбинации на пылевых частицах и столкновений между ионами и пылевыми частицами,  $\nu_{pn}$  частота потерь импульса положительно заряженных пылевых частиц из-за столкновений между отрицательно и положительно заряженными пылевыми частицами. Частоты столкновений  $\nu_{re}$ ,  $\nu_i$ ,  $\tilde{\nu}$  и  $\nu_{pn}$  нормированы на  $\omega_{pe}^{-1}$ ,  $\mu = Z_n m_i/m_n$ ,  $\alpha = Z_p m_i/m_p$ . Здесь  $K_B$  и  $T_e$  — постоянная Больцмана и температура электронов, e — заряд электрона,  $m_j$  (j = i, n, p) — массы ионов и отрицательно и положительно заряженных пылевых частиц. Распределение высокотемпературных электронов  $n_e$  имеет вид

$$n_e = \left(1 - \frac{\phi}{\kappa - 3/2}\right)^{-\kappa + 1l2},\tag{4}$$

где <br/>  $\kappa-$  спектральный параметр. Разлагая  $n_e$  <br/>по $\phi,$  получим

$$\nabla^2 \phi = \delta_n n_n - \delta_i n_i - \delta_p n_p + 1 + \beta_1 \phi + \beta_2 \phi^2, \quad (5)$$

где

$$\beta_1 = \frac{\kappa - 1/2}{\kappa - 3/2}, \quad \beta_2 = \frac{\beta_1(\kappa + 1/2)}{2(\kappa - 3/2)}.$$
 (6)

Из условия нейтральности по заряду имеем

$$\delta_n + 1 = \delta_i + \delta_p,\tag{7}$$

где

$$\delta_i = n_{i0}/n_{e0}, \quad \delta_n = Z_n n_{n0}/n_{e0}, \quad \delta_p = Z_p n_{p0}/n_{e0},$$

а  $Z_n$  и  $Z_p$  — заряды отрицательно и положительно заряженных пылевых частиц, соответственно.  $\kappa$ определяет отклонение от равновесного распределения Максвелла (которому соответствует  $\kappa \to \infty$ ).

## 3. НЕЛИНЕЙНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Для изучения свойств ПИА волн используется метод редуктивного возмущения [41]. Введем новые независимые переменные [42, 43]

$$R = \epsilon^{1/2} (r - \lambda t), \quad \Theta = \epsilon^{-1/2} \theta,$$
  

$$Z = \epsilon z, \quad T = \epsilon^{3/2} t,$$
(8)

где <br/>  $\epsilon$ — малый параметр, а $\lambda$ — скорость распространения волны. Мы предполагаем, что

$$\begin{split} \nu_{re} &\sim \epsilon^{3/2} \nu_{re0}, \quad \nu_i \sim \epsilon^{3/2} \nu_{i0}, \\ \widetilde{\nu} &\sim \epsilon^{3/2} \widetilde{\nu}_0, \quad \nu_{pn} \sim \epsilon^{3/2} \nu_{pn0}. \end{split}$$

Все переменные в нашей модели можно разложить по степеням  $\epsilon$ :

$$n_{j} = 1 + \epsilon n_{j}^{(1)} + \epsilon^{2} n_{j}^{(2)} + \dots,$$

$$u_{j} = \epsilon u_{j}^{(1)} + \epsilon^{2} u_{j}^{(2)} + \dots,$$

$$v_{j} = \epsilon^{3/2} v_{j}^{(1)} + \epsilon^{5/2} v_{j}^{(2)} + \dots,$$

$$w_{j} = \epsilon^{3/2} w_{j}^{(1)} + \epsilon^{5/2} w_{j}^{(2)} + \dots,$$

$$\phi = \epsilon \phi^{(1)} + \epsilon^{2} \phi^{(2)} + \dots,$$
(9)

где  $u_j$ ,  $v_j$  и  $w_j$  — скорости ионов и отрицательно и положительно заряженных пылевых частиц в направлениях R,  $\Theta$  и Z. Подставляя уравнения (8), (9) в уравнения (1), (2) и (5), в первом порядке по  $\epsilon$  получаем для ионов

$$n_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda^2} \phi^{(1)}, \quad u_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda} \phi^{(1)}, \quad (10a)$$

$$\frac{\partial v_i^{(1)}}{\partial R} = \frac{1}{T\lambda^2} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \Theta}, \quad \frac{\partial w_i^{(1)}}{\partial R} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial Z}, \quad (10b)$$

для отрицательно заряженных пылевых частиц

$$n_n^{(1)} = -\frac{\mu}{\lambda^2} \phi^{(1)}, \quad u_n^{(1)} = -\frac{\mu}{\lambda} \phi^{(1)}, \quad (11a)$$

$$\frac{\partial v_n^{(1)}}{\partial R} = -\frac{\mu}{T\lambda^2} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \Theta}, \quad \frac{\partial w_n^{(1)}}{\partial R} = -\frac{\mu}{\lambda} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial Z}, \quad (11b)$$

и для положительно заряженных пылевых частиц

$$n_p^{(1)} = \frac{\alpha}{\lambda^2} \phi^{(1)}, \quad u_p^{(1)} = \frac{\alpha}{\lambda} \phi^{(1)}, \quad (12a)$$

$$\frac{\partial v_p^{(1)}}{\partial R} = \frac{\alpha}{T \lambda^2} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \Theta}, \quad \frac{\partial w_p^{(1)}}{\partial R} = \frac{\alpha}{\lambda} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial Z}.$$
 (12b)

Из уравнения Пуассона следует условие совместности:

$$\lambda^2 = \frac{\delta_i + \delta_n \mu + \delta_p \alpha}{\beta_1}.$$
 (13)

Во втором порядке по  $\varepsilon$  из условия несекулярности следует уравнение 3-КПЗ в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial T} + \frac{\phi^{(1)}}{2T} + A \phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial R} + \right. \\ \left. + B \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial R^3} + C \phi^{(1)} \right) + \frac{1}{2\lambda T^2} \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial \Theta^2} + \\ \left. + \frac{\lambda}{2} \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial Z^2} = 0, \end{aligned}$$
(14)

где

$$A = \frac{3}{2\beta_1 \lambda^3} \left( \delta_i - \delta_n \mu^2 + \delta_p \alpha^2 - \frac{2\beta_2 \lambda^4}{3} \right), \qquad (15a)$$

$$B = \frac{\lambda}{2\beta_1},\tag{15b}$$

$$C = \frac{1}{2\beta_1 \lambda^2} \left( \delta_i \left( \nu_{re0} + \widetilde{\nu}_0 - \nu_{i0} \beta_1 \lambda^2 \right) + \delta_p \alpha \nu_{pn0} \right).$$
(15c)

Уравнение (14) описывает нелинейную эволюцию  $\phi^{(1)}$  с коэффициентами нелинейности, дисперсионными слагаемыми A, B и коэффициентом диссипации C. Если пренебречь зависимостями от Z и  $\Theta$ , то уравнение (14) сводится к уравнению КдВ с затуханием.

#### 3.1. Решение уравнения 3D-КПЗ

Уравнение 3D-КПЗ (14) не имеет точного аналитического решения. Однако в случае слабой диссипации (затухание, обусловленное столкновениями), вводя преобразование

$$\chi = RL_r + Z\sqrt{1 - L_r^2} - \tau \left(\vartheta + \frac{1}{2}\theta^2\lambda L_r + U_0\right), \ (16)$$

можно получить его приближенное аналитическое решение [44–46]:

$$\phi(\chi,\tau) = \phi_1(\tau) \times \\ \times \operatorname{sch}^2 \left( \frac{\sqrt{\frac{a\phi_1(\tau)}{b}} \left( \chi - \frac{1}{3}a \int_0^\tau \phi_1(\tau^-) d\tau^- \right)}{2\sqrt{3}} \right), \quad (17)$$

$$a = AL_r,$$
$$b = BL_r^3.$$

Здесь амплитуда  $\phi_1(\tau)$  и ширина  $L(\tau)$  затухающего солитона имеют вид

$$\phi_{1}(\tau) = \phi_{0}(0) \exp\left(-\frac{4C\tau}{3}\right),$$

$$L(\tau) = \frac{2\sqrt{3}b \exp\left(\frac{4C\tau}{3}\right)\sqrt{\frac{a\phi_{0}(0) \exp\left(-\frac{4C\tau}{3}\right)}{b}}}{a\phi_{0}(0)},$$
(18)

где

$$\phi_0(0) = \frac{3\vartheta}{a}$$

— амплитуда отдельного локализованного солитона в отсутствие коэффициента затухания (C = 0), а

$$U_0 = \frac{\lambda \left(1 - L_r^2\right)}{2L_r}$$

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В настоящей работе в рамках предложенной в [41] модели четырехкомпонентной столкновительной жидкостной плазменно-пылевой системы с применением редуктивной теории возмущений мы получили 3D-КПЗ уравнение (14). Теперь, используя мезосферические параметры, обсудим влияние некоторых параметров жидкостной плазменной системы на природу затухающих солитонов [47, 48].



Рис. 1. Зависимости  $\phi$  от  $\chi$  при различных значениях  $\tau$  для  $\delta_n = 1.3$ ,  $\delta_p = 1.5$ ,  $\alpha = 0.002$ ,  $\mu = 0.005$ ,  $\nu_{re0} = 0.5$ ,  $\widetilde{\nu}_0 = 0.3$ ,  $\nu_{i0} = 0.2$ ,  $\nu_{pn0} = 0.3$  и  $\kappa = 2$ 



Рис. 2. Зависимости амплитуды солитона от  $\tau$  при различных значениях  $\kappa$  для  $\alpha = 0.002$ ,  $\mu = 0.005$ ,  $L_r = 0.5$ ,  $\delta_n = 1.3$ ,  $\delta_p = 1.5$ ,  $\nu_{re0} = 0.5$ ,  $\tilde{\nu}_0 = 0.3$ ,  $\nu_{i0} = 0.2$  и  $\nu_{pn0} = 0.3$ 

Временная эволюция пылевых ионных акустических солитонов представлена на рис. 1. Приведенные результаты подтверждают существование слабо затухающих солитонов в четырехкомпонентной столкновительной жидкостной плазменной системе.

Зависимости амплитуды и ширины затухающего ПИА солитона от времени  $\tau$  при различных значениях спектрального параметра  $\kappa$  представлены на рис. 2 и 3. На рисунках видно, что  $\phi_1(\tau)$  и  $L(\tau)$  возрастают с ростом  $\kappa$ . При этом  $\phi_1(\tau)$  убывает с ростом времени  $\tau$ , а  $L(\tau)$  — возрастает.

Одной из важных и насущных целей настоящей работы является исследование влияния столкновений, а именно, параметров  $\nu_{i0}$ ,  $\nu_{re0}$ ,  $\tilde{\nu}_0$  и  $\nu_{pn0}$ , на свойства плазменных волн. Зависимости амплиту-



Рис. 3. Зависимости ширины солитона от  $\tau$  при различных значениях  $\kappa$  для  $\alpha = 0.002$ ,  $\mu = 0.005$ ,  $L_r = 0.5$ ,  $\delta_n = 1.3$ ,  $\delta_p = 1.5$ ,  $\nu_{re0} = 0.5$ ,  $\tilde{\nu}_0 = 0.3$ ,  $\nu_{i0} = 0.2$  и  $\nu_{pn0} = 0.3$ 



Рис. 4. Зависимости амплитуды солитона от  $\nu_{re0}$  при различных значениях  $\tilde{\nu}_0$  для  $\alpha = 0.002$ ,  $\mu = 0.005$ ,  $L_r = 0.5$ ,  $\delta_n = 1.3$ ,  $\delta_p = 1.5$ ,  $\nu_{i0} = 0.2$ ,  $\nu_{pn0} = 0.3$  и  $\kappa = 2$ ,  $\tau = 1$ 



Рис. 5. Зависимости ширины солитона  $\nu_{re0}$  при различных значениях  $\tilde{\nu}_0$  при  $\alpha = 0.002$ ,  $\mu = 0.005$ ,  $L_r = 0.5$ ,  $\delta_n = 1.3$ ,  $\delta_p = 1.5$ ,  $\nu_{i0} = 0.2$ ,  $\nu_{pn0} = 0.3$  и  $\kappa = 2$ ,  $\tau = 1$ 



Рис. 6. Зависимости амплитуды солитона от  $\nu_{i0}$  при различных значениях  $\nu_{pn0}$  для  $\alpha = 0.002$ ,  $\mu = 0.005$ ,  $L_r = 0.5$ ,  $\delta_n = 1.3$ ,  $\delta_p = 1.5$ ,  $\nu_{re0} = 0.5$ ,  $\tilde{\nu}_0 = 0.2$  и  $\kappa = 2$ ,  $\tau = 1$ 



Рис. 7. Зависимости ширины солитона от  $\nu_{i0}$  при различных значениях  $\nu_{pn0}$  для  $\alpha = 0.002$ ,  $\mu = 0.005$ ,  $L_r = 0.5$ ,  $\delta_n = 1.3$ ,  $\delta_p = 1.5$ ,  $\nu_{re0} = 0.5$ ,  $\tilde{\nu}_0 = 0.2$  и  $\kappa = 2$ ,  $\tau = 1$ 

ды  $\phi_1(\tau)$  и ширины  $L(\tau)$  затухающих солитонов от этих частот представлены на рис. 4–7. Заметим, что с ростом как  $\tilde{\nu}_0$ , так и  $\nu_{re0}$  амплитуда затухающего солитона убывает, а его ширина возрастает (см. рис. 4 и 5). При возрастании  $\nu_{i0}$  амплитуда  $\phi_1(\tau)$ возрастает, а ширина  $L(\tau)$  убывает (см. рис. 6). При возрастании  $\nu_{pn0}$  амплитуда  $\phi_1(\tau)$ , наоборот, убывает, а ширина  $L(\tau)$  возрастает (см. рис. 7).

На рис. 8 и 9 приведены профили затухающего солитона  $\phi$ , полученные с помощью уравнения (17), в зависимости от геометрических переменных  $\Theta$ , R и Z, а также от  $\tau$ . На рис. 8 видно, что профиль солитона стремится отклониться от радиальной оси и затухает со временем. На рис. 9 видно, что резкое отклонение и затухание профиля приводят к существенным геометрическим нарушениям формы солитонов.





Рис. 8. 3D-профили  $\phi(\chi, \tau)$  в зависимости от R и  $\Theta$  при  $Z = 0.5, L_r = 0.5, \alpha = 0.002, \mu = 0.005, \delta_n = 1.3, \delta_p = 1.5, \nu_{re0} = 0.5, \tilde{\nu}_0 = 0.3, \nu_{i0} = 0.2, \nu_{pn0} = 0.3, \kappa = 2$  для  $\tau = 1$  (a) и переменного  $\tau$  (б)

Таким образом, в работе исследованы нелинейные затухающие ПИА волны в столкновительной размагниченной четырехкомпонентной жидкостной плазменно-пылевой системе, состоящей из распределенных высокотемпературных электронов, подвижных ионов и отрицательно и положительно заряженных пылевых частиц, в случае цилиндрической геометрии. Получены угловые и радиальные зависимости различных физических величин. Влияние геометрических параметров, спектрального параметра и параметров столкновительной плазменной системы  $(\kappa, \nu_{i0}, \nu_{re0}, \widetilde{\nu}_0, \nu_{pn0}, \Theta, R, Z$  и  $\tau)$  на амплитуду  $\phi_1(\tau)$  и ширину  $L(\tau)$  затухающего солитона исследовано численно с использованием мезосферических параметров [47, 48]. Графически показано, что эти параметры играют определенную роль в конфигурации затухающих ПИА солитонов. Кроме



Рис. 9. 3D-профили  $\phi(\chi, \tau)$  в зависимости от  $\Theta$  и  $\tau$  при Z = 0.5 и  $L_r = 0.5$ ,  $\alpha = 0.002$ ,  $\mu = 0.005$ ,  $\delta_n = 1.3$ ,  $\delta_p = 1.5$ ,  $\nu_{re0} = 0.5$ ,  $\tilde{\nu}_0 = 0.3$ ,  $\nu_{i0} = 0.2$ ,  $\nu_{pn0} = 0.3$ ,  $\kappa = 2$  для R = 0.5 (a) и переменного R (б)

того, исследовано существование областей геометрического нарушения формы солитонов. Проведенное нами исследование формы затухающих солитонов может быть полезно для дальнейшего изучения свойств нелинейных затухающих волн в многокомпонентных жидкостных плазменно-пылевых системах как в лабораторных условиях, так и в космическом пространстве.

# ЛИТЕРАТУРА

- 1. F. Verheest, Space Sci. Rev. 68, 109 (1994).
- 2. P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasmas Physics*, Institute of Physics, Bristol (2002).

- V. N. Tsytovich, G. E. Morfill, S. V. Vladimirov, and H. Thomas, *Elementary Physics of Complex Plasmas*, Springer, Berlin (2008).
- N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, Planet. Space Sci. 38, 543 (1990).
- 5. P. K. Shukla and V. P. Slin, Phys. Scr. 45, 508 (1992).
- 6. F. Melandso, Phys. Plasmas 3, 3890 (1996).
- B. Sahu and M. Tribechem, Astrophys. Space Sci. 338, 259 (2012).
- Y. Nakamura and A. Sarma, Phys. Plasmas 8, 3921 (2001).
- G. O. Ludwig, J. F. Ferreria, and Y. Nakamura, Phys. Rev. Lett. 52, 4 (1984).
- S. I. Popel and M. Y. Yu, Contrib. Plasma Phys. 35, 103 (1995).
- A. Barkan, R. L. Merlino, and N. D'Angelo, Phys. Plasmas 2, 3563 (1995).
- J. B. Piper and J. Goree, Phys. Rev. Lett. 77, 3137 (1996).
- M. K. Mahanta and K. S. Goswami, Phys. Plasmas 8, 665 (2001).
- 14. S. I. Popel, V. N. Tsytovich, and M. Y. Yu, Astrophys. Space Sci. 256, 107 (1998).
- 15. W. M. Moslem, Phys. Plasmas 10, 83168 (2003).
- 16. S. I. Popel, A. P. Golub', and T. V. Losseva, Phys. Rev. E 67, 056402 (2003).
- S. K. El-Labany, W. M. Moslem, and A. E. Mowafy, Phys. Plasmas 10, 114217 (2003).
- 18. T. V. Losseva, S. I. Popel, A. P. Golub', Yu. N. Izvekova, and P. K. Shukla, Phys. Plasmas 19, 013703 (2012).
- 19. A. A. Mamun, J. Plasma Phys. 59, 575 (1997).
- 20. A. M. El-Hanbaly, M. Sallah, E. K. El-Shewy, and H. F. Darweesh, JETP 121, 669 (2015).
- 21. M. Horanyi, Annu. Rev. Astron. Astrophys. 34, 383 (1996).
- 22. S. K. Zaghbeer, H. H. Salah, N. H. Sheta, E. K. El-Shewy, and A. Elgarayh, Astrophys. Space Sci. 353, 493 (2014).
- Y. Nakamura, T. Odagiri, and I. Tsukabayashi, Plasma Phys. Control. Fusion 39, 105 (1997).
- 24. H. Schamel, Plasma Phys. 14, 905 (1972).

- 25. H. Schamel, J. Plasma Phys. 9, 377 (1973).
- 26. H. G. Abdelwahed, E. K. El-Shewy, and A. A. Mahmoud, JETP 122, 1111 (2016).
- 27. M. A. Hellberg, R. L. Mace, T. K. Baluku, I. Kourakis, and N. S. Saini, Phys. Plasmas 16, 094701 (2009).
- 28. E. K. El-Shewy, Astrophys. Space Sci. 335, 389 (2011).
- S. Sultana, G. Sarri, and I. Kourakis, Phys. Plasmas 19, 012310 (2012).
- 30. R. Sabry, W. M. Moslem, and P. K. Shukla, Plasma Phys. Control. Fusion 54, 035010 (2012).
- 31. E. F. El-Shamy, Phys. Plasmas 21, 082110 (2014).
- 32. H. G. Abdelwahed, E. K. El-Shewy, M. A. Zahran, and S. A. Elwakil, Phys. Plasmas 23, 022102 (2016).
- A. M. El-Hanbaly, E. K. El-Shewy, M. Sallah, and H. F. Darweesh, Commun. Theor. Phys. 65, 606 (2016).
- 34. H. G. Abdelwahed, E. K. El-Shewy, M. A. Zahran, and S. A. Elwakil, Phys. Plasmas 23, 022102 (2016).
- 35. H. G. Abdelwahed, E. K. El-Shewy, A. El-Depsy, and E. F. EL-Shamy, Phys. Plasmas 24, 023703 (2017).
- 36. R. Sabry and M. A. Omran, Astrophys. Space Sci. 344, 455 (2013).
- 37. H. G. Abdelwahed, E. K. El-Shewy, and A. A. Mahmoud, Phys. Plasmas 24, 082107 (2017).
- 38. J.-K. Xue, Phys. Lett. A 314, 479 (2003).
- J. Borhanian and M. Shahmansouri, Phys. Plasmas 20, 013707 (2013).
- 40. N. A. El-Bedwehy, M. A. El-Attafi, and S. K. El-Labany, Astrophys. Space Sci. 361, 299 (2016).
- 41. T. Taniuti and C. C. Wei, J. Phys. Soc. Jpn. 24, 941 (1968).
- K. Liu and S. D. Liu, Atmospheric Dynamics, Peking University Press (1999).
- 43. W. M. Moslem, R. Sabry, and P. K. Shukla, Phys. Plasmas 17, 032305 (2010).
- 44. V. I. Karpman and E. M. Maslov, Sov. Phys. JETP 46, 281 (1977).
- 45. R. L. Herman, J. Phys. A 23, 2327 (1990).
- 46. S. Ghosh, A. Adak, and M. Khan, Phys. Plasmas 21, 012303 (2014).
- 47. A. M. Zadorozhny, Adv. Space Res. 28, 1095 (2001).
- 48. S. K. El-Labany, E. K. El-Shewy, H. N. Abd El-Razek, and A. A. El-Rahman, Plasma Phys. Rep. 43, 576 (2017).