

О ТЕПЛОВЫХ УБЕГАЮЩИХ ЭЛЕКТРОНАХ И ПОЛЯРИЗАЦИИ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВО ВСПЫШКАХ НА СОЛНЦЕ

*П. А. Грицык**, *Б. В. Сомов***

*Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова
119234, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 11 марта 2019 г.,
после переработки 24 апреля 2019 г.
Принята к публикации 25 апреля 2019 г.

Рассматривается модель эффекта теплового убегания электронов в солнечных вспышках, основанная на приближенном аналитическом решении кинетического уравнения с линеаризованным интегралом столкновений Ландау. Показано, что кулоновские столкновения делают почти изотропным поток убегающих электронов, которые имеют очень высокую температуру. Найденная функция распределения электронов использована для оценки поляризации тормозного жесткого рентгеновского излучения вспышек. В силу малой анизотропии потока электронов поляризация их тормозного излучения не превышает 3–4 % при энергии около 15 кэВ, что порождает большие трудности для будущих внеатмосферных наблюдений поляризации. Кроме того, комптоновское рассеяние жесткого рентгеновского излучения на фотосфере и неоднородность магнитного поля могут сильно исказить ожидаемые результаты и затруднить их интерпретацию. Обсуждаются перспективы космических экспериментов по измерению поляризации жесткого рентгеновского излучения вспышек на Солнце.

DOI: 10.1134/S0044451019110178

1. ВВЕДЕНИЕ

Современные лабораторные эксперименты по магнитному пересоединению [1, 2] и многочисленные космические наблюдения Солнца [3–6] свидетельствуют в пользу того, что источником энергии солнечных вспышек являются тонкие пересоединяющие токовые слои [7, 8]. Они расположены в областях взаимодействия магнитных потоков в атмосфере Солнца, преимущественно в короне [9–12]. Во время вспышек в токовых слоях энергия магнитного поля преобразуется в тепловую и кинетическую энергию плазмы и ускоренных частиц. При этом ускоренные электроны могут возбуждать плазменную турбулентность, приводящую к нагреву электронной компоненты плазмы в слое до огромных температур, $T_1 \gtrsim 10^8$ К [13]. В пользу этой гипотезы свидетельствуют модельные расчеты процесса пересоединения, например [14]; обзор современного состояния теории см. в работе [15], § 8.3. Пересоеди-

няющий слой со столь высокой электронной температурой принято называть сверхгорячим (superhot) турбулентным токовым слоем. О присутствии в солнечных вспышках сверхгорячей плазмы свидетельствуют радио- и рентгеновские наблюдения Солнца, начиная с классической работы [16]. Проблема лишь в том, что мера эмиссии сверхгорячей плазмы при температурах $T_1 > 10^8$ К очень мала [17].

Из сверхгорячего токового слоя потоки тепла в виде тепловых волн огромной амплитуды распространяются вдоль силовых линий магнитного поля в расположенные ниже слои солнечной атмосферы с заметно меньшей температурой $T_2 \gtrsim 10^6$ К в короне и $T_2 \lesssim 10^4$ К в хромосфере. Во всех случаях $T_2 \ll T_1$. Фронт тепловой волны является турбулентным, и классическая теплопроводность в нем подавлена [18]. Однако, как и в случае классического эффекта теплового убегания, связанного только с кулоновскими столкновениями в плазме (см. § 8.4.3 в работе [19]), электроны со скоростями больше некоторой критической скорости [20] практически беспрепятственно проникают через турбулентный фронт из сверхгорячей плазмы в горячую. Электроны с меньшими скоростями остаются в сверхгорячем

* E-mail: pgritsyk@gmail.com

** E-mail: somov-boris@mail.ru

источнике. Фактически, в наших расчетах подразумевается, что электроны с кинетической энергией $\mathcal{E} \gtrsim 10$ кэВ свободно проникают через турбулентный фронт.

Цель данной работы — построение аналитической модели, которая описывает процесс распространения тепловых электронов, убегающих из сверхгорячей плазмы в горячую плазму и далее в хромосферу, и рассмотреть вопрос о возможности измерения поляризации формируемого ими тормозного излучения. Такое исследование актуально в связи с увеличением точности современных космических обсерваторий для наблюдений Солнца и, как следствие, необходимо для интерпретации так называемой тепловой составляющей жесткого рентгеновского излучения вспышек ($h\nu \lesssim 20$ кэВ).

План статьи таков. В разд. 2 сформулирована и решена кинетическая задача об убегающих сверхгорячих электронах. Построено ее приближенное решение на оси потока убегающих электронов и в ее окрестности. Приведены оценки степени анизотропии потока. Обсуждена область применимости модели. В разд. 3 рассчитана степень поляризации тормозного излучения убегающих электронов. Показано, что в силу малой анизотропии потока электронов степень поляризации не превышает 3–4% при энергии $h\nu \approx 15$ кэВ. Это порождает большие трудности для будущих внеатмосферных измерений поляризации жесткого рентгеновского излучения в солнечных вспышках. Обсуждение результатов и выводы приведены в разд. 4.

2. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕПЛОВЫХ УБЕГАЮЩИХ ЭЛЕКТРОНАХ

2.1. Вывод модельного кинетического уравнения

Пусть для простоты в системе координат, связанной с фронтом тепловой волны, сверхгорячая и горячая плазма занимают два полупространства: $x < 0$ и $x > 0$, разделенные плоским тонким турбулентным слоем TF при $x = 0$ (рис. 1). Будем также считать, если не оговорено иное, что магнитное поле однородно и направлено вдоль оси x , т. е. перпендикулярно к границе между сверхгорячей и горячей плазмой.

Будем предполагать, что функция распределения электронов в источнике (область сверхгорячей плазмы слева от турбулентного фронта) $f_{\mathbf{v}s}$ обладает осевой симметрией относительно направления магнитного поля. Тогда граничная функция распре-

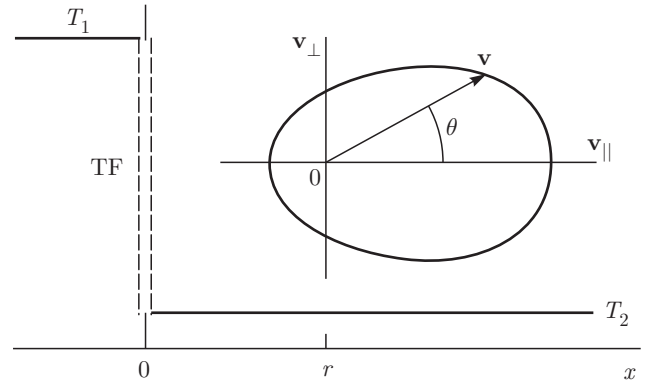


Рис. 1. Постановка задачи об электронах, которые убежали из сверхгорячей плазмы с температурой T_1 сквозь турбулентный фронт TF в менее горячую плазму с температурой T_2 : r — расстояние от турбулентного фронта до точки, в которой необходимо найти функцию распределения электронов. Ожидаемый вид функции распределения условно показан в двумерном пространстве скоростей \mathbf{v}

деления электронов, убегающих в расположенную справа от турбулентного фронта область — мишень, имеет вид

$$f_{\mathbf{v}ff}(0, v, \theta) = f_{\mathbf{v}s}(v, \theta) \Theta(v - v_{min}) \Theta(v_{max} - v). \quad (1)$$

Здесь v — величина скорости электронов, θ — угол между вектором скорости \mathbf{v} и направлением магнитного поля, $v_{min} = v_{cr}$ и v_{max} — минимальная и максимальная скорости электронов, тета-функция $\Theta(x) = 1$ при $x \geq 0$ и $\Theta(x) = 0$ при $x < 0$. В наших расчетах принято $v_{max} = 100$ кэВ, что определяет условную границу по максимальной энергии электронов, выше которой кулоновскими потерями можно пренебречь. Условность в выборе такой верхней границы допустима, поскольку функция распределения нагретых электронов быстро уменьшается с энергией. В формуле (1) индекс « \mathbf{v} » указывает на то, что искомая функция $f_{\mathbf{v}} = f_{\mathbf{v}}(r, v, \theta)$ является функцией распределения электронов по вектору скорости \mathbf{v} . Таким образом, задача формулируется как одномерная в обычном пространстве, но двумерная в пространстве скоростей. Ожидаемый вид этой функции на расстоянии r от турбулентного фронта TF условно показан в двумерном пространстве скоростей на рис. 1.

С необходимостью остановимся на выборе условия нормировки для функции распределения $f_{\mathbf{v}}$. С точки зрения интерпретации наблюдений солнечных вспышек в жестком рентгеновском излучении плотность потока энергии F на турбулентном

фронте ТФ (рис. 1), переносимого инжектированными электронами, представляет собой существенный физический параметр задачи, который необходим для расчета процессов, происходящих в мишени. Действительно, величина F учитывает различные характеристики спектра инжекции: концентрацию (число частиц в единице объема) энергичных электронов, их минимальную и максимальную энергии. При моделировании конкретных вспышек решается обратная задача (см., например, [21]) — величина потока энергии F на границе (т. е. на турбулентном фронте ТФ) восстанавливается по наблюдаемой интенсивности жесткого рентгеновского излучения в хромосферных основаниях вспышечных петель, поскольку мера эмиссии в короне невелика и жесткое рентгеновское излучение не всегда наблюдается. Напротив, в хромосферных основаниях оно почти всегда присутствует, причем в спектре различимы две компоненты — тепловая и нетепловая. Функция распределения электронов нормируется на поток энергии следующим образом:

$$F [\text{эрг}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{с}^{-1}] = \int f_{\mathbf{v}}(0, v, \theta) v \cos \theta \frac{mv^2}{2} d^3\mathbf{v}. \quad (2)$$

Для нахождения функции распределения убегающих электронов $f_{\mathbf{v}}$ в горячей плазме воспользуемся кинетическим уравнением с интегралом столкновений Ландау, вычисленным для случая полностью ионизованной максвелловской плазмы (см., например, [19], § 4.1):

$$\frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial t} + v \cos \theta \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial x} = St_L(f_{\mathbf{v}}), \quad (3)$$

где

$$St_L(f_{\mathbf{v}}) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \times \left[v^2 \nu_{coll}(v) \left(\frac{k_B T_2}{m_e} \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial v} + v f_{\mathbf{v}} \right) \right] + \nu_{coll}(v) \frac{\partial}{\partial \cos \theta} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial \cos \theta} \right). \quad (4)$$

Выражение (4) подразумевает, что кинетическая энергия сверхгорячих электронов много больше энергии тепловых электронов в горячей плазме. Как следствие, используется линеаризованный интеграл столкновений Ландау. В нем частота соударений сверхгорячих электронов с тепловыми электронами и протонами в плазме (§ 43 в [22])

$$\nu_{coll}(v) = \frac{4\pi n_2 e^4}{m_e^2 v^3} \ln \Lambda,$$

где n_2 — концентрация электронов в горячей плазме, $\ln \Lambda$ — кулоновский логарифм. Для простоты мы полагаем, что горячая плазма состоит из электронов и протонов с постоянной температурой T_2 , так что $\ln \Lambda = \text{const}$. Кроме того, как было предположено выше, функция распределения обладает осевой симметрией и поэтому в левой части кинетического уравнения член с магнитным полем равен нулю (см. [19], § 4.1.1).

В условиях солнечных вспышек на малых временах порядка времени кулоновских столкновений в плазме мишени процесс инжекции сверхгорячих электронов можно рассматривать как стационарный, а их распределение в мишени — как установившееся. По этой причине в кинетическом уравнении (3) можно пренебречь производной $\partial f_{\mathbf{v}}/\partial t$. Кроме того, удобно переписать кинетическое уравнение в следующих безразмерных переменных и параметрах:

$$\mu = \cos \theta,$$

$$s = \frac{\pi e^4 \ln \Lambda}{(k_B T_1)^2} \int_0^r n_2(x) dx$$

— отношение глубины проникания сверхгорячих электронов в мишень к длине их свободного пробега в сверхгорячей плазме,

$$z = m_e v^2 / 2k_B T_1$$

— отношение кинетической энергии сверхгорячих электронов к средней тепловой энергии электронов сверхгорячей плазмы,

$$\tau = T_2/T_1 \ll 1$$

— отношение температуры плазмы в мишени к температуре сверхгорячей плазмы в источнике.

В новых переменных кинетическое уравнение (3) принимает вид (см. Приложение)

$$z^2 \mu \frac{\partial \varphi}{\partial s} - 2z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \left(1 - \tau \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) - 2\tau z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2\mu \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} + (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right)^2 - (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mu^2} \right) = 0. \quad (5)$$

Вместо функции распределения $f_{\mathbf{v}}$ здесь введена новая функция

$$\varphi = -\ln f_{\mathbf{v}}, \quad (6)$$

что удобно при рассмотрении функций распределения, мало отличающихся от максвелловской.

2.2. Решение в малой окрестности оси потока убегающих электронов

Сначала будем искать решение уравнения (5) в окрестности точки $\mu = 1$, т.е. на оси потока убегающих электронов ($\theta = 0$). Пренебрегая двумя последними слагаемыми, которые содержат множитель $(1 - \mu^2)$, получим уравнение

$$z^2 \mu \frac{\partial \varphi}{\partial s} - 2z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \left(1 - \tau \frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) - 2\tau z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2\mu \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} = 0. \quad (7)$$

Заметим, что сверхгорячие электроны, движущиеся под углом θ к оси x , проходят путь, равный $x / \cos \theta = x / \mu$. Поскольку мы ищем приближенное решение уравнения (7) и не хотим усложнять его, будем считать, что локально в каждой точке x приращение толщи ds пропорционально dx , причем $ds = n dx$. Это означает, что локально мы пренебрегаем зависимостью n от x . Тогда зависимость от s и μ в (7) входит в виде комбинации $\eta = s / \mu$, и решение уравнения (7) будет зависеть от переменной η . Подставив $\eta = s / \mu$ в (7), получим уравнение

$$z^2 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} - 2\eta \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} - 2z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \left(1 - \tau \frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) - 2\tau z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (8)$$

Учитывая малость параметра τ , будем искать решение этого уравнения в виде

$$\varphi(\eta, z) = \Phi_0(\eta, z) + \Phi_1(\eta, z),$$

где $\Phi_1(\eta, z) = 0$ при $\tau = 0$. Функция $\Phi_0(\eta, z)$ удовлетворяет линейному уравнению

$$z^2 \frac{\partial \Phi_0}{\partial \eta} - 2\eta \frac{\partial \Phi_0}{\partial \eta} - 2z \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} = 0.$$

Данное уравнение решаем методом характеристик; см. разд. 3.3 в работе [23]. В результате получаем общее решение:

$$\Phi_0(\eta, z) = G \left(z + \frac{2\eta}{z} \right),$$

где G — произвольная функция.

В области высоких энергий ($z \rightarrow \infty$) кулоновские столкновения электронов с частицами плазмы редки, поэтому исходное тепловое распределение не меняется с глубиной η . В терминах нашей модели это означает справедливость граничного условия

$$\Phi_0(\eta, z) \rightarrow z \quad \text{при} \quad z \rightarrow \infty.$$

С учетом этого условия из общего решения G выбираем

$$\Phi_0(\eta, z) = z + \frac{2\eta}{z}. \quad (9)$$

Теперь учтем нелинейные члены в уравнении (8). Пусть

$$\Phi_1(\eta, z) = \psi_1(\eta, z)\tau + \psi_2(\eta, z)\tau^2 + \dots \quad (10)$$

Подставляя в (8) искомое решение в виде (9), (10) и, пренебрегая высокими степенями $1/z$, получаем уравнение для $\psi_1(\eta, z)$:

$$z^2 \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} - 2\eta \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} - 2z \frac{\partial \psi_1}{\partial z} + 2 \left(z - \frac{4\eta}{z} \right) = 0.$$

Это уравнение также решаем методом характеристик. Сначала находим общее решение

$$\psi_1(\eta, z) = R \left(z + \frac{2\eta}{z} \right) - 2 \left(z + \frac{2\eta}{z} \right) \ln z + 3z,$$

где R — произвольная функция. Потребуем, чтобы

$$\psi_1(\eta, z) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad z \rightarrow \infty$$

и фиксированном η . С учетом этого условия находим

$$\psi_1(\eta, z) = -2\eta/z. \quad (11)$$

Итак, в первом порядке по малым параметрам τ и $1/z$ искомое решение уравнения (8) имеет вид

$$\varphi(s, z, \mu) = z + (1 - \tau) \frac{2s}{\mu z}.$$

В силу малости τ перепишем эту формулу в окончательном виде

$$\varphi(s, z, \mu) = z + \frac{2s}{\mu z}. \quad (12)$$

Полученный результат означает, что в рамках выбранного приближения здесь и в дальнейшем можно пренебрегать в уравнении (7) диффузией по энергии. Главными являются регулярные потери энергии сверхгорячих электронов при кулоновских соударениях с частицами горячей плазмы, а не диффузия по энергии. Разумеется, следует помнить, что энергетическая диффузия может оказаться существенной в области низких энергий, т.е. при $z \rightarrow 1$.

2.3. Решение вне оси потока убегающих электронов

Напомним, что решение (12) справедливо лишь в малой окрестности точки $\mu = 1$. Чтобы найти функцию распределения для сверхгорячих электронов с

большими значениями питч-угла, вернемся к уравнению (5). Положив в нем $\tau = 0$, получаем уравнение

$$z^2 \mu \frac{\partial \varphi}{\partial s} - 2z \frac{\partial \varphi}{\partial z} + 2\mu \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} + (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right)^2 - (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mu^2} \right) = 0. \quad (13)$$

Будем искать его решение в виде ряда по степеням малого параметра $(1 - \mu)$:

$$\varphi(s, z, \mu) = \varphi_0(s, z) + \varphi_1(s, z)(1 - \mu) + \varphi_2(s, z)(1 - \mu)^2 + \dots, \quad (14)$$

где в силу (12)

$$\varphi_0(s, z) = \varphi(s, 1, z) = z + \frac{2s}{z}. \quad (15)$$

Подставив (14) в (13) и приравняв члены с одинаковыми степенями $(1 - \mu)$, получим цепочку уравнений для функций $\varphi_i(s, z)$. Первые два уравнения этой цепочки имеют вид

$$z^2 \frac{\partial \varphi_0}{\partial s} - 2z \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} - 2\varphi_1 = 0, \quad (16)$$

$$-z^2 \frac{\partial \varphi_0}{\partial s} + 4s^2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial s} - 2z \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} + 2\varphi_1 + 2\varphi_1^2 - 8\varphi_2 = 0. \quad (17)$$

Пренебрегая высшими степенями $1/z$, из (15)–(17) находим

$$\varphi_1(s, z, \mu) = 2s/z, \quad \varphi_2(s, z, \mu) = s/z.$$

Таким образом получаем искомую функцию распределения

$$\varphi(s, z, \mu) = z + 2\frac{s}{z} + 2\frac{s}{z}(1 - \mu) + \frac{s}{z}(1 - \mu)^2. \quad (18)$$

2.4. Зависимость направленности потока электронов от энергии

Перейдем от безразмерных параметров s и z к их физическим аналогам — толщине плазмы ξ , определяемой по формуле

$$\xi(x) [\text{см}^{-2}] = \int_0^x n_2(x') dx',$$

и кинетической энергии электрона $\mathcal{E} = m_e v^2/2$. В этих терминах из (18) и (6) следует, что функция

распределения сверхгорячих электронов экспоненциально убывает с глубиной проникания в горячую плазму. Количество электронов с энергией z , прилетающих под углом θ к оси x и прошедших в плазме толщину $\xi(x)$

$$N_e \sim \exp\left(-\frac{s}{z}\right) = \exp\left(-\frac{\xi}{\xi_T} \frac{1}{z^2 \mu}\right). \quad (19)$$

В соответствии с определением безразмерной толщины здесь учтено, что $s = \xi/\xi_T$. Толщина

$$\xi_T = l_T n_1,$$

где

$$l_T = \frac{(k_B T_1)^2}{\pi e^4 n_1 \ln \Lambda}$$

— длина свободного пробега электронов в сверхгорячей плазме, n_1 — концентрация электронов в ней. Безразмерная толщина $s_z = z^2 \mu$ соответствует длине свободного пробега в горячей плазме убежавших электронов с энергией z , которые двигаются с питч-углом μ .

Рассмотрим электроны с энергией \mathcal{E} в области

$$k_B T_1 \left(\frac{\xi}{\xi_T} \right)^{1/2} \leq \mathcal{E} \leq k_B T_1 \left(\frac{\xi}{\xi_T} \right)^{1/2} + k_B T_1. \quad (20)$$

Они составляют большую часть всех электронов, описываемых функцией (18), поскольку $N_e \sim \sim e^{-\mathcal{E}/k_B T_1}$. Из (19) следует, что большинство электронов достигает глубины ξ в растворе угла:

$$\frac{\xi}{\xi_T} \left(\frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} \right)^2 \lesssim \mu. \quad (21)$$

Оценив величину $(k_B T_1/\mathcal{E})^2$ из (20), получаем оценку направленности функции распределения (18):

$$\mu \gtrsim \frac{\xi}{\left(\xi^{1/2} + \xi_T^{1/2} \right)^2}. \quad (22)$$

Соотношение (22) свидетельствует о правомерности разложения (14) и, следовательно, о справедливости решения (18) при $\xi \gg \xi_T$.

В области $0 \leq \xi \leq \xi_T$, примыкающей к турбулентному фронту, функция распределения сверхгорячих электронов имеет иной вид. Электроны, описываемые этой функцией распределения, слабо взаимодействуют с горячими электронами, поэтому, пренебрегая в уравнении (13) явной зависимостью от μ , получаем искомую функцию распределения в области $0 \leq \xi \leq \xi_T$:

$$\varphi(s, z) = z + 2\frac{s}{z}. \quad (23)$$

Однако эта функция распределения не может быть изотропной. Анизотропию ее можно учесть, если приписать функцию (23) лишь тем электронам, которые еще не провзаимодействовали с плазмой, т. е. летящим под углом μ таким, что

$$1 > \mu > \frac{\xi}{\xi_T} \left(\frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} \right)^2. \quad (24)$$

Окончательно, перепишем теперь функцию распределения сверхгорячих электронов в размерных переменных. Получим

$$f_{\mathbf{v}}(\xi, \mathcal{E}, \theta) = K \exp \left[- \left(\frac{\mathcal{E}}{k_B T_1} + 2 \frac{\xi}{\xi_T} \frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} \right) \right],$$

$$\cos \theta > \frac{\xi}{\xi_T} \left(\frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} \right)^2, \quad \xi < a \xi_T,$$

$$\mathcal{E} > k_B T_1 \left(\frac{\xi}{\xi_T} \right)^{1/2};$$

$$f_{\mathbf{v}}(\xi, \mathcal{E}, \theta) = K \exp \left[- \left(\frac{\mathcal{E}}{k_B T_1} + 2 \frac{\xi}{\xi_T} \frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} \times \right. \right.$$

$$\left. \times (2 - \cos \theta) + \frac{\xi}{\xi_T} \frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} (1 - \cos \theta)^2 \right), \quad (25)$$

$$\cos \theta \gtrsim \frac{\xi}{(\xi^{1/2} + \xi_T^{1/2})^2}, \quad \xi > a \xi_T,$$

$$\mathcal{E} > k_B T_1 \left(\frac{\xi}{\xi_T} \right)^{1/2};$$

$$f_{\mathbf{v}}(\xi, \mathcal{E}, \theta) = K \exp \left[- \left(\frac{\mathcal{E}}{k_B T_1} + 2 \left(\frac{\xi}{\xi_T} \right)^{1/2} \right) \right],$$

$$\mathcal{E} < k_B T_1 \left(\frac{\xi}{\xi_T} \right)^{1/2}.$$

Здесь K — нормировочная постоянная. Например, в работе [21] об ускоренных электронах со степенным спектром в солнечных вспышках эта постоянная определяется из условия нормировки на плотность потока энергии, переносимой энергичными электронами. Параметр a выбирается таким образом, чтобы обеспечить сшивку первых двух распределений в (25). Выбор этого параметра несколько влияет на степень анизотропии сверхгорячих электронов и, следовательно, на поляризацию их тормозного излучения. Однако, как показано в следующем разделе, это влияние проявляется лишь при столь высоких энергиях, где поток жесткого рентгеновского излучения пренебрежимо мал с точки зрения практических возможностей измерения поляризации. Об этом речь пойдет в разд. 4. В области энергий тормозного излучения $h\nu \approx 10 - 30$ кэВ выбор параметра a не является существенным. Именно в этой области мы ожидаем, что одновременные спектральные

и поляризационные наблюдения Солнца позволят с экспериментальных позиций уверенно ответить на ключевые вопросы теории солнечных вспышек.

3. РАСЧЕТ ПОЛЯРИЗАЦИИ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ УБЕГАЮЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ

Воспользуемся функцией распределения (25) для расчета поляризации тормозного жесткого рентгеновского излучения сверхгорячих убегающих электронов. Степень поляризации тормозного излучения — наиболее чувствительная мера анизотропии потока электронов, переносящих энергию в солнечных вспышках. В реальных вспышках на Солнце наблюдаемая степень поляризации жесткого рентгеновского излучения зависит от многих факторов, включая координаты вспышки на солнечном диске. Об этом речь пойдет в разд. 4. Мы начнем с модельного расчета поляризации в рамках нашей ограниченной постановки задачи, как она показана на рис. 1.

Общая методика расчета поляризации тормозного излучения представлена, например, в работе [24], см. также работу [25]. Пусть I_{\parallel} и I_{\perp} — потоки излучения с поляризацией параллельной и перпендикулярной плоскости, образованной лучом зрения (направлением из источника излучения на наблюдателя) и магнитным полем в источнике, т. е. направлением распространения потока электронов (рис. 2). Напомним, что подразумевается осевая симметрия функции распределения убегающих сверхгорячих электронов в пространстве скоростей. Согласно полученным в работе [26] формулам полный поток жесткого рентгеновского излучения

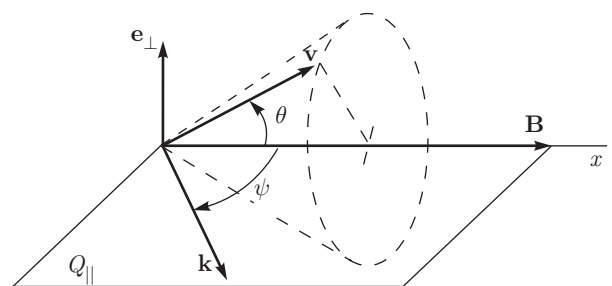


Рис. 2. Схема модельного расчета поляризации тормозного излучения: \mathbf{k} — волновой вектор рентгеновского фотона, ψ — угол между лучом зрения и направлением распространения потока убегающих электронов (ось x на рис. 1), θ — питч-угол электрона, Q_{\parallel} — плоскость параллельной поляризации излучения, \mathbf{e}_{\perp} — нормаль к плоскости Q_{\parallel}

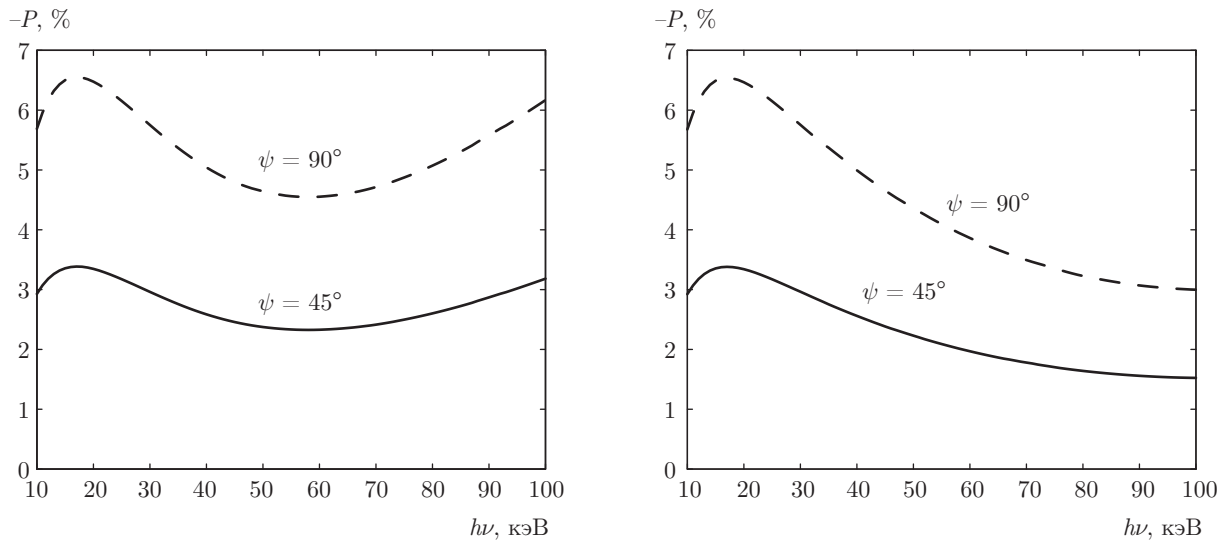


Рис. 3. Поляризация тормозного жесткого рентгеновского излучения, генерируемого сверхгорячими убегающими электронами, в зависимости от энергии фотонов $h\nu$ при различных значениях угла ψ . Угол $\psi \approx 90^\circ$ соответствует лучу зрения, перпендикулярному направлению распространения потока электронов (ось x на рис. 1). Расчеты выполнены в предположении, что температура $T_1 = 10^8$ К, параметр $a = 5$ (левая панель) и $a = 10$ (правая панель)

$$I = I_{\perp} + I_{\parallel} = \varpi \left[8 \int_{h\nu}^{\infty} A \cdot C \left(\int_0^{\infty} L_0 d\xi \right) z dz + \frac{8}{3} \int_{h\nu}^{\infty} B \cdot C \left(\int_0^{\infty} L_0 d\xi \right) z dz + \frac{12 \sin^2 \psi - 8}{15} \int_{h\nu}^{\infty} B \cdot C \left(\int_0^{\infty} L_2 d\xi \right) z dz \right] \quad (26)$$

и разность поляризованных потоков

$$I_{\perp} - I_{\parallel} = -\frac{4}{5} \varpi \sin^2 \psi \int_{h\nu}^{\infty} B \cdot C \left(\int_0^{\infty} L_2 d\xi \right) z dz. \quad (27)$$

Здесь ψ — угол между лучом зрения и направлением распространения потока убегающих электронов; $A = A(\psi, h\nu, z)$, $B = B(\psi, h\nu, z)$ и $C = C(\psi, h\nu, z)$ — дифференциальные сечения тормозного излучения [24] в выбранной системе координат (рис. 1) и с учетом осевой симметрии функции распределения электронов; $L_0 = L_0(z, \xi)$ и $L_2 = L_2(z, \xi)$ — коэффициенты разложения функции распределения (25) в ряд по полиномам Лежандра. Использование здесь величины ξ очень удобно, поскольку позволяет избежать необходимости делать предположения о распределении концентрации плазмы в мишени и протяженности рентгеновского источника. В (26) и (27) верхний предел интегрирования по

толщине ξ источника равен бесконечности, что соответствует модели «толстой мишени», см. работу [27]. Константа $\varpi \sim K S_{HXR}/R^2$, где S_{HXR} — площадь источника излучения и R — расстояние от источника до наблюдателя. Очевидно, величина поляризации

$$P(\psi, h\nu) = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}} \quad (28)$$

не зависит от конкретных значений константы ϖ , как не зависит она, разумеется, и от нормировочной константы K в функции распределения (25). В этом существенное преимущество поляризационных измерений по отношению к измерениям спектральным при наблюдениях солнечных вспышек в жестком рентгеновском диапазоне.

Результат расчета поляризации для двух значений угла ψ представлен на рис. 3. Степень поляризации в рамках предложенной нами модели небольшая, что обусловлено сравнительно небольшой анизотропией функции распределения (25). Действительно, электроны небольших энергий ($\mathcal{E} < k_B T_1(\xi/\xi_T)^{1/2}$) за счет кулоновских столкновений очень быстро теряют свою энергию, а их функция распределения мало отличается от изотропной. Такие электроны генерируют почти неполяризованное жесткое рентгеновское излучение. Напротив, убегающие электроны с энергиями $\mathcal{E} > k_B T_1(\xi/\xi_T)^{1/2}$, почти не рассеи-

ваясь, проникают на большие глубины в плазму и обеспечивают некоторую анизотропию функции распределения. Здесь, как и ранее, $T_1 = 10^8$ К.

На левой панели рис. 3 значения поляризации излучения в области высоких энергий заметно превышают аналогичные значения на правой. В первом случае оценки сделаны при $a = 5$, во втором — при $a = 10$. Этот результат нетрудно объяснить, поскольку малые значения параметра a означают, что менее энергичные электроны сравнительно быстро (т. е. на малых толщинах) начинают рассеиваться, и их функция распределения начинает становиться все более анизотропной ($\cos \theta \approx 1$). Во втором случае аналогичный эффект достигается на больших толщинах проникновения сверхгорячих электронов в горячую плазму. Там, однако, количество более энергичных электронов значительно снижается. Следует отметить, что интерпретация наблюдений тепловой компоненты рентгеновского спектра вспышки мало зависит от выбора параметра a , поскольку в области энергий $\mathcal{E}_{h\nu} \lesssim 20$ кэВ предсказываемые значения степени поляризации излучения также не зависят от a (ср. левую и правую панели на рис. 3).

Принципиально важно, что функция распределения тепловых убегающих электронов остается почти равновесной и почти изотропной в хромосферной части мишени. Это проявляется в очень малой степени поляризации тормозного жесткого рентгеновского излучения и подтверждает исходные предположения нашей модели.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

4.1. Наблюдения поляризации в солнечных вспышках

Первые попытки измерения поляризации жесткого рентгеновского излучения в солнечных вспышках, по-видимому, нельзя назвать вполне успешными, поскольку измеренные значения степени поляризации оказались сравнимыми с ошибками измерений, см. работы [28, 29]. Так, при энергии $h\nu = 15$ кэВ измерения на спутниках серии «Интеркосмос» (1969–1974 гг.) демонстрировали большую степень поляризации $P = 40\%$ при весьма больших ошибках измерений, см. рис. 2 в работе [28]. Кроме того, большая поляризация наблюдалась столь длительное время, что объяснить ее ускоренными во вспышке электронами не представлялось возможным, а другого объяснения не было.

Попытки наблюдать поляризацию на спутнике OSO-7 (1972 г.) в области энергий $h\nu = 15$ –30 кэВ были неудачными из-за неполадок в работе поляриметра. Прямое измерение величины поляризации оказалось невозможным, но все же удалось получить нижнюю оценку абсолютной величины степени поляризации $|P| = 10$ –20% [30]. Как и в измерениях на спутниках «Интеркосмос», было обнаружено длительное существование значительной поляризации, на много превышающее время термализации ускоренных электронов во вспышечной плазме [31].

Возможность наблюдать поляризацию излучения в диапазоне $h\nu = 20$ –100 кэВ была предусмотрена в комплексе аппаратуры на спутнике RHESSI (2002–2018 гг.) [32]. Однако чувствительность поляриметра оказалась недостаточно высокой, и не были получены результаты, достоверность которых не вызывала бы сомнений [33]. Более удачными, по-видимому, являются измерения поляризации гамма-излучения $h\nu = 0.2$ –1 МэВ в двух больших вспышках: $P = 21 \pm 9\%$ во вспышке балла X4.8 23 июля 2002 г., $P = -11 \pm 5\%$ во вспышке балла X17 28 октября 2003 г. [34]. Напомним, что степень поляризации считается положительной, если электрический вектор направлен к центру солнечного диска.

Со времени первых измерений поляризации прошло полвека, но ситуация почти не изменилась. С ростом точности поляриметрических наблюдений уменьшалась регистрируемая степень поляризации, но достоверность полученных данных оставалась, строго говоря, не установленной.

Кроме того, важно отметить, что согласно современным наблюдениям жесткого рентгеновского излучения, энергия $h\nu = 15$ кэВ находится в той области спектра, где имеет место наложение нетепловой и тепловой компонент тормозного излучения; см., например, [12]. Это значит, что поляризация может определяться не только ускоренными электронами со степенным спектром, но и сверхгорячими электронами, спектр которых мало отличается от максвелловского. Какие именно электроны, нетепловые или тепловые, дают наибольший вклад в поляризацию и какова реально ожидаемая величина поляризации? Ответить на эти вопросы нельзя без детального количественного анализа ситуации с экспериментальных и теоретических позиций.

4.2. Расчеты поляризации в солнечных вспышках

Вернемся к теоретическому рассмотрению проблемы. Согласно нашим расчетам поляризации

(рис. 3), максимальная поляризация тормозного излучения сверхгорячих убегающих электронов может достигать 6 % при энергии фотонов $h\nu \approx 15$ кэВ. Однако столь большая поляризация могла бы быть, если бы угол между лучом зрения и направлением распространения сверхгорячих электронов был $\psi = 90^\circ$. Имея в виду гелиоцентрическое распределение солнечных вспышек, мы должны отдать предпочтение более вероятному значению $\psi \approx 45^\circ$ и, следовательно, принять в качестве наиболее вероятных значений поляризации $P \lesssim 3-4\%$ для тормозного излучения убегающих сверхгорячих электронов.

Ускоренные электроны во вспышках имеют степенной спектр и порождают тормозное излучение, поляризация которого согласно расчетам (см. рис. 4 работы [35]) не превышает 3 %. Расчеты выполнены в рамках кинетической модели распространения энергичных электронов в том же диапазоне энергии, что и в данной работе. Особо отметим, что наша тепловая модель и ее предсказания могут быть проверены наблюдениями рентгеновского спектра вспышки в области энергий $h\nu \lesssim 20$ кэВ. Это обусловлено тем, что в области более высоких энергий преобладает тормозное излучение, генерируемое нетепловыми (ускоренными) электронами.

Согласно [35] наибольшие значения поляризации $\approx 3\%$ достигаются при наименьших значениях энергии фотонов, с ростом энергии величина поляризации монотонно уменьшается. При уменьшении угла ψ между лучом зрения и направлением распространения потока ускоренных электронов величина поляризации тоже уменьшается. Столь низкие значения поляризации тормозного излучения ($\lesssim 3\%$) вполне естественны и связаны с двумя обстоятельствами.

Во-первых, в солнечных вспышках функция распределения энергичных электронов (сверхгорячих и ускоренных) не может быть сильно анизотропной. Если бы все электроны, порождающие жесткое рентгеновское излучение вспышки, были направлены в одну сторону, то переносимый ими электрический ток

$$J(r) = Sj(r) = Se \int f_{\mathbf{v}}(r, v, \theta) v \cos \theta d^3\mathbf{v},$$

где S — площадь сечения потока энергичных электронов, имел бы огромную величину $10^{17}-10^{18}$ А [36]. Реальные токи во вспышке, включая источник ее энергии, составляют $10^{11}-10^{12}$ А [37]. Следовательно, степень анизотропии энергичных электронов не превышает $10^{-6}-10^{-5}$, при этом они должны быть

почти изотропны уже в источнике энергии вспышки.

Во-вторых, для сверхгорячих и ускоренных электронов, энергия которых много больше энергии тепловых электронов плазмы, в кинетическом уравнении можно пренебречь энергетической диффузией по сравнению с регулярными потерями энергии на кулоновских столкновениях, но нельзя пренебрегать угловой диффузией (см. § 4.2 в работе [19]). Угловая диффузия работает в том же порядке, что и регулярные потери энергии:

$$\cos \theta \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial \xi} = \frac{1}{z} \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial z} + \frac{1}{2z^2} \Delta_{\theta} f_{\mathbf{v}}.$$

Чем больше потери энергии, тем быстрее угловая диффузия изотропизует функцию распределения энергичных электронов. Этот эффект гарантированно обеспечивает изотропизацию энергичных электронов, ответственных за тормозное излучение в области энергий фотонов $h\nu \approx 15$ кэВ, где наша модель предсказывает $P \lesssim 3\%$ для убегающих сверхгорячих электронов.

Предложенная в настоящей работе модель учитывает только кулоновские столкновения. Между тем, в реальных условиях солнечных вспышек существует ряд факторов, уменьшающих степень анизотропии потока энергичных электронов; см. обзор проблемы в [21]. Становится меньше и поляризация их тормозного излучения. Существуют факторы, влияющие на измеряемую поляризацию тормозного излучения энергичных электронов, например, комптоновское рассеяние жесткого рентгеновского излучения на фотосфере [38, 39].

Проблема в том, что в верхней фотосфере, куда проникает поток фотонов с энергией $h\nu \gtrsim 12$ кэВ (см. § 2 в [40]), доминирующим механизмом ослабления рентгеновского потока становится комптоновское рассеяние. Оно приводит к потере энергии рентгеновских фотонов

$$\delta(h\nu)/h\nu \sim h\nu/m_e c^2$$

в каждом акте рассеяния. При этом часть потока рентгеновских фотонов приходит к наблюдателю после комптоновского отражения от фотосферы. В интересующей нас области $h\nu \gtrsim 15$ кэВ наиболее существенным фотопоглощением на Fe и Ni можно пренебречь (см. рис. 4 в работе [40]) по сравнению с комптоновским рассеянием, и отраженный поток может, в принципе, иметь большую (до 50 % по абсолютной величине) поляризацию [38, 39, 41].

Например, в работе [39] показано, что в зависимости от высоты вспышки и ее углового расстояния

от видимого центра солнечного диска степень поляризации рассеянного излучения меняется от -50 до $+20$ %. Поляризация полного излучения вспышки (прямой поток фотонов плюс рассеянный) меняется в пределах от -2 до $+1.7$ %, т. е. очень мала по абсолютной величине. Смена знака поляризации усложняет проблему ее измерения.

Влияние комптоновского рассеяния в фотосфере на направленность и поляризацию рентгеновского излучения в диапазоне от 15 до 150 кэВ рассчитывалось методом Монте-Карло в работе [38]. Показано, что в случае изотропного источника рентгеновских фотонов в короне суммарная поляризация излучения на орбите Земли не превышает 4 %. Этот вывод наиболее близок к нашим результатам, поскольку найденная нами функция распределения энергичных электронов мало отличается от изотропной. Следовательно, почти изотропно первичное рентгеновское излучение вспышки, что и предполагается в работе [38].

Подчеркнем, однако, что мы решали другую задачу. Наш подход к вопросу о возможной поляризации жесткого рентгеновского излучения вспышек принципиально отличается от того, что делалось в работах [38, 39]. Мы не задаем первичный поток рентгеновского излучения, а рассчитываем его на основании найденного нами решения кинетического уравнения для функции распределения сверхгорячих убегающих электронов. Мы показали, что поляризация их тормозного излучения не превышает 4 %, что формально совпадает с результатом [38]. Но при этом остается открытым вопрос, насколько комптоновское рассеяние первичного рентгеновского излучения на фотосфере уменьшит поляризацию суммарного потока излучения, наблюдаемого на орбите Земли. Возможно, наблюдаемая поляризация окажется ближе к предсказываемой в работе [39].

Реальная оценка поляризации возможна лишь для конкретных моделей вспышки и требует проведения интегрирования вдоль линий магнитного поля, в общем случае неоднородного, и интегрирования по энергетическому и угловому распределениям электронов. Детальные расчеты такого рода пока отсутствуют, поскольку они не были востребованы ввиду большой неопределенности экспериментальных данных.

На основе существующих теоретических расчетов довольно очевидны следующие выводы.

В области низких энергий (15–100 кэВ) нетепловых и тепловых (ускоренных и сверхгорячих) электронов их тормозное излучение имеет малую степень поляризации в силу того, что функция распре-

ления электронов почти изотропна. Причиной тому является электрическое поле обратного тока и кулоновское рассеяние [21]. По этой причине для большинства вспышек следует ожидать степень поляризации, не превышающую по модулю 3–4 %. Столь малую поляризацию трудно регистрировать на достоверном уровне с помощью современных поляриметров жесткого рентгеновского излучения.

В области высоких энергий (> 200 кэВ) плотность потока электронов много меньше, чем в области низких энергий, а плотность плазмы в мишени значительно больше. При этом роль обратного тока уменьшается, и можно ожидать некоторую заметную анизотропию потока электронов и значительную поляризацию их тормозного излучения. Однако, поскольку поток электронов столь высоких энергий мал, такой эффект может оказаться наблюдаемым только в очень мощных вспышках, что, по-видимому, и подтверждается наблюдениями поляризации гамма-излучения в двух вспышках [34].

4.3. Будущие эксперименты по измерению поляризации в солнечных вспышках

Что необходимо учитывать при планировании будущих экспериментов по измерению поляризации жесткого рентгеновского излучения вспышек на Солнце и интерпретации будущих результатов? В целом, мы видим, что оценки ожидаемой максимальной поляризации, полученные для сверхгорячих и ускоренных электронов в области энергий 15–100 кэВ, находятся в пределах 3–4 %. Следовательно, необходимы измерения поляризации с чувствительностью и точностью порядка 1 %. Лучшие в мире поляриметры (например, Gamma-Ray Imager/Polarimeter for Solar flares-GRIPS [42], Imaging X-ray Polarimetry Explorer-IXPE [43], POLAR [44]) обладают чувствительностью на два порядка превышающей чувствительность RHESSI. Однако они имеют своей целью изучение не солнечных вспышек, а космических гамма-всплесков — наиболее ярких электромагнитных событий, происходящих во Вселенной. Поляризационные измерения дополняют результаты спектральных наблюдений, которые будут получены в рамках совместного российско-германского проекта космической обсерватории «Спектр-Рентген-Гамма» (Спектр-РГ), что обеспечит большой вклад в физику космических гамма-всплесков.

Большое значение будут иметь будущие измерения поляризации жесткого рентгеновского и гамма-излучения вспышек на Солнце. Одновременные

спектральные и поляризационные наблюдения вместе с получением изображений солнечных вспышек в области энергий $h\nu \approx 10\text{--}100$ кэВ позволят с экспериментальных позиций ответить на ключевые вопросы физики широкого класса вспышек электромагнитной природы не только на Солнце, но и других звездах с сильным магнитным полем: 1) магнитное пересоединение в качестве первичного механизма ускорения электронов и ионов, 2) пересоединение как механизм нагрева плазмы до огромных температур, 3) дополнительные механизмы ускорения частиц и нагрева плазмы во вспышках.

В рамках международного проекта «Interhelio-probe» [45] планируется использование поляриметра «PING-P» [46] в диапазоне 18–150 кэВ, который при потоке рентгеновского излучения в этом диапазоне 1500 фотонов $\cdot \text{см}^{-2}$ (типичный поток для вспышек балла X1) обеспечит минимально измеряемую поляризацию $P_{min} = 2.9\%$ на уровне 3σ при временном разрешении 10 с. При более высоких потоках излучения (при вспышках балла больше X1) можно будет достигнуть еще более высокой чувствительности и точности измерения поляризации. Можно надеяться, что это позволит ответить на поставленные выше вопросы физики солнечных вспышек, тесно связанные с фундаментальным процессом магнитного пересоединения в плазме с сильным магнитным полем.

В более отдаленной перспективе хотелось бы ориентироваться на проекты космических обсерваторий, предназначенных для непрерывного мониторинга солнечной активности, включая измерения спектра и поляризации рентгеновского и гамма-излучения вспышек, а также сопутствующие измерения состава и характеристик заряженных частиц и плазмы солнечного ветра. Для решения этой комплексной экспериментальной задачи с очевидностью необходимо стабильное расположение космической обсерватории в точке Лагранжа L1 на линии Солнце–Земля.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем подробный вывод основного кинетического уравнения (5), которое мы решаем в данной статье. Перепишем исходное уравнение (3) с учетом (4), пренебрегая производной $\partial f_{\mathbf{v}}/\partial t$ (см. разд. 2.1):

$$v \cos \theta \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial x} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \times \left[v^2 \nu_{coll}(v) \left(\frac{k_B T_2}{m_e} \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial v} + v f_{\mathbf{v}} \right) \right] - \nu_{coll}(v) \frac{\partial}{\partial \cos \theta} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial \cos \theta} \right) = 0. \quad (\text{A.1})$$

Подставив в (A.1) выражение для частоты кулоновских столкновений сверхгорячих электронов с электронами и протонами в горячей плазме

$$\nu_{coll}(v) = \frac{4\pi n_2 e^4}{m_e^2 v^3} \ln \Lambda,$$

получим уравнение

$$v \cos \theta \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial x} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \times \left[v^2 \frac{4\pi n_2 e^4}{m_e^2 v^3} \ln \Lambda \left(\frac{k_B T_2}{m_e} \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial v} + v f_{\mathbf{v}} \right) \right] - \frac{4\pi n_2 e^4}{m_e^2 v^3} \ln \Lambda \frac{\partial}{\partial \cos \theta} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial \cos \theta} \right) = 0. \quad (\text{A.2})$$

С целью перейти от исходных переменных (x, v, θ) к безразмерным переменным (s, z, μ) сделаем следующие подстановки в (A.2):

$$\partial x = \frac{(k_B T_1)^2}{\pi n_2 e^4 \ln \Lambda} \partial s, \quad v = \left(\frac{2k_B T_1}{m_e} \right)^{1/2} z^{1/2},$$

$$\cos \theta = \mu,$$

получим

$$\left(\frac{2k_B T_1}{m_e} \right)^{1/2} z^{1/2} \mu \frac{\pi n_2 e^4 \ln \Lambda}{(k_B T_1)^2} \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial s} - \left(\frac{m_e}{2k_B T_1} \right)^{3/2} \times \times 2 z^{-1/2} \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\frac{2k_B T_1}{m_e} \right) \frac{4\pi n_2 e^4 \ln \Lambda}{m_e^{1/2} (2k_B T_1)^{3/2}} \times \times \left(\left(\frac{2k_B T_2}{m_e} \right) \left(\frac{m_e}{2k_B T_1} \right)^{1/2} \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial z} + \left(\frac{2k_B T_1}{m_e} \right)^{1/2} f_{\mathbf{v}} \right) \right] - \frac{4\pi n_2 e^4 \ln \Lambda}{m_e^{1/2} (2k_B T_1)^{3/2} z^{3/2}} \frac{\partial}{\partial \mu} \times \times \left((1 - \mu^2) \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial \mu} \right) = 0. \quad (\text{A.3})$$

Отсюда имеем

$$\begin{aligned} & \frac{4}{m_e^{1/2} (2k_B T_1)^{3/2}} z^2 \mu \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial s} - 2z \left(\frac{m_e}{2k_B} \right) \frac{\partial}{\partial z} \times \\ & \times \left[\frac{4}{m_e^{1/2} (2k_B T_1)^{3/2}} \left(\left(\frac{2k_B}{m_e} \right) \frac{T_2}{T_1} \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial z} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{2k_B}{m_e} \right) f_{\mathbf{v}} \right) \right] - \frac{4}{m_e^{1/2} (2k_B T_1)^{3/2}} \times \\ & \times \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1 - \mu^2) \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial \mu} \right) = 0. \quad (\text{A.4}) \end{aligned}$$

Учитывая $\tau = T_2/T_1$, преобразуем (A.4) к виду

$$\begin{aligned} & z^2 \mu \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial s} - 2z \left(\frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial z} + \tau \frac{\partial^2 f_{\mathbf{v}}}{\partial z^2} \right) - \\ & - \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1 - \mu^2) \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial \mu} \right) = 0. \quad (\text{A.5}) \end{aligned}$$

В уравнение (A.5) подставляем $f_{\mathbf{v}} = e^{-\varphi}$ и после дифференцирования и несложных преобразований получаем искомое уравнение в безразмерных переменных (s, z, μ):

$$\begin{aligned} & z^2 \mu \frac{\partial \varphi}{\partial s} - 2z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \left(1 - \tau \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) - 2\tau z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2\mu \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} + \\ & + (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right)^2 - (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mu^2} \right) = 0. \quad (\text{A.6}) \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Франк, Н. П. Кирий, В. С. Марков и др., Физика плазмы **44**, 483 (2018) [A. G. Frank, N. P. Kyrie, V. S. Markov et al., Plasma Phys. Rep. **44**, 551 (2018)].
2. А. Г. Франк, С. Н. Сатунин, Физика плазмы **44**, 144 (2018) [A. G. Frank and S. N. Satunin, Plasma Phys. Rep. **44**, 190 (2018)].
3. *The Coronas-F Space Mission: Key Results for Solar Terrestrial Physics*, ed. by V. D. Kuznetsov, Springer SBM, Berlin, Heidelberg (2014).
4. *Magnetic Reconnection. Concepts and Applications*, ed. by W. Gonzalez and E. Parker, Springer SBM, Heidelberg (2016).
5. A. S. Kirichenko and S. A. Bogachev, Astrophys. J. **840**, article id. 45 (2017).
6. I. H. Cairns, V. V. Lobzin, A. Donea et al., Sci. Rep. **8**, 1676 (2018) [DOI: 10.1038/s41598-018-19195-3].
7. С. И. Сыроватский, ЖЭТФ **50**, 1133 (1966) [S. I. Syrovatskii, Soviet Phys. JETP **23**, 754 (1966)].
8. С. И. Сыроватский, ЖЭТФ **60**, 1727 (1971) [S. I. Syrovatskii, Soviet Phys. JETP **33**, 933 (1971)].
9. M. Aschwanden, *Physics of the Solar Corona: An Introduction with Problems and Solutions*, Springer SBM, New York (2006).
10. L. Fletcher, B. R. Dennis, H. S. Hudson et al., Space Sci. Rev. **159**, 19 (2011).
11. A. Reva, S. Shestov, I. Zimovets et al., Solar Phys. **290**, 2909 (2015).
12. A. O. Benz, Living Rev. Solar Phys. **14:2** (2017) [doi: 10.1007/s41116-016-0004-3].
13. Б. В. Сомов, Изв. АН СССР, сер. физ. **45**, 576 (1981) [B. V. Somov, Bull. Academy of Sciences USSR, Physical Ser. **45**, No. 4, 114 (1981)].
14. B. V. Somov and V. S. Titov, Solar Phys. **102**, 79 (1985).
15. B. V. Somov, *Plasma Astrophysics, Part II: Reconnection and Flares, Second Edition*, Springer SBM, New York (2013b).
16. G. A. Dulk and B. R. Dennis, Astrophys. J. **260**, 875 (1982).
17. А. В. Орешина, Б. В. Сомов, Изв. РАН, сер. физ. **59**, 26 (1995) [A. V. Oreshina and B. V. Somov, Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physical Series (Allerton Press, Inc.; New York), **59**, 1318 (1995)].
18. D. F. Smith and C. G. Lilliequist, Astrophys. J. **232**, 582 (1979).
19. B. V. Somov, *Plasma Astrophysics. Part I. Fundamentals and Practice. Second Edition*, Springer SBM, New York (2013a).
20. J. C. Brown, D. B. Melrose, and D. S. Spicer, Astrophys. J. **228**, 592 (1979).
21. П. А. Грицык, Б. В. Сомов, Письма в Астрон. ж. **40**, 554 (2014). [P. A. Gritsyk and B. V. Somov, Astron. Lett. **40**, 499 (2014)].
22. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Теоретическая физика. Т. 10. Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
23. В. С. Владимиров, *Уравнения математической физики*, Наука, Москва (1981).
24. G. Elwert and E. Haug, Solar Phys. **15**, 234 (1970).
25. G. D. Fleishman and I. N. Toptygin, *Cosmic Electrodynamics: Electrodynamics and Magnetic Hydrodynamics of Cosmic Plasmas*, Springer SBM, New York (2013).

26. L. Nocera, Yu. I. Skrynnikov, and B. V. Somov, *Solar Phys.* **97**, 81 (1985).
27. Б. В. Сомов, С. И. Сыроватский, *УФН* **120**, 217 (1976) [B. V. Somov and S. I. Syrovatskii, *Soviet Phys. Usp.* **19**, 813 (1976)].
28. I. P. Tindo and B. V. Somov, *COSPAR: New Instrumentation for Space Astronomy*, ed. by K. Van der Hucht and G. S. Vaiana, Pergamon Press, New York and Oxford, 131 (1978).
29. Б. В. Сомов, И. П. Тиндо, *Космические исследования* **16**, 686 (1978) [B. V. Somov and I. P. Tindo, *Cosmic Research*, **16**, 555 (1979)].
30. R. J. Thomas, *Solar Gamma-, X-, and EUV Radiation, IAU/COSPAR Symp.* No. 68, ed. by S. Kane, Reidel, Dordrecht, 25 (1975).
31. S. P. Maran, R. J. Thomas, *The New Astronomy and Space Science Reader*, ed. by J. C. Brandt and S. P. Maran, W. H. Freeman and Company, San Francisco, CA, 293 (1977).
32. M. L. McConnell, J. M. Rayn, D. M. Smith et al., *Solar Phys.* **210**, 125 (2002).
33. M. L. McConnell, D. M. Smith, A. G. Emslie et al., *Advances in Space Research* **34**, 462 (2004).
34. S. E. Boggs, W. Coburn, and E. Kalemci, *Asitophys. J.* **638**, 1129 (2006).
35. Б. В. Сомов, П. А. Грицык, *Вестник МГУ. Серия 3. Физика. Астрономия* №1, 106 (2012) [B. V. Somov and P. A. Gritsyk, *Moscow University Physics Bulletin* (Allerton Press, Inc.; New York), **67**, 102 (2012)].
36. P. Hoyng, J. C. Brown, and H. Frank Van Beek, *Solar Phys.* **48**, 197 (1976).
37. S. I. Gopasyuk, *Adv. Space Res.* **10**, No. 9, 151 (1990).
38. J. C. Henoux, *Solar Phys.* **42**, 219 (1975).
39. S. L. Mandelshtam, I. L. Beigman, and I. P. Tindo, *Nature* **254**, 462 (1975).
40. Б. В. Сомов, *Труды ФИАН, Наука, Москва*, **88** «Космические лучи в стратосфере и ближнем космосе», 127 (1976) [B. V. Somov, *Proceedings (Trudy) P. N. Lebedev Physics Institute of the Academy of Sciences of the USSR (Consultants Bureau, New York, London)*, Vol. **88** «Cosmic Rays in the Stratosphere and in Near Space», 121 (1978)].
41. С. В. Боговалов, С. Р. Кельнер, Ю. Д. Котов, *Астрон. ж.* **65**, 1275 (1988) [S. V. Bogovalov, S. R. Kel'ner, and Yu. D. Kotov, *Soviet Astronomy* **32**, 664 (1988)].
42. N. Duncan, P. Saint-Hilaire, A. Y. Shih, et al., *Proceedings of the SPIE*, Vol. **9905**, id. 9905Q 17 pp. (2016) [doi: 10.1117/12.2233859].
43. M. C. Waisskopf, B. Ramsey, S. L. O'Dell et al., *Proceedings of the SPIE*, Vol. **9905**, id. 990517 10 pp. (2016) [doi: 10.1117/12.2235240].
44. N. Produit, T. W. Bao, T. Batsch et al., *Nuclear Inst. and Methods in Physics Research A* **877**, 259 (2018).
45. V. D. Kuznetsov, L. M. Zelenyi, I. V. Zimovets et al., *Geomagnetism and Aeronomy* **56**, 781 (2016).
46. Yu. D. Kotov, V. N. Yurov, A. S. Glyanenko et al., *Advances in Space Research* **58**, 635 (2016).