

# НЕОДНОРОДНОСТЬ СТРУКТУРНЫХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ В ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ

*А. В. Тимофеев<sup>a,b</sup>, В. С. Николаев<sup>a,b\*</sup>, В. П. Семенов<sup>a,c</sup>*

*<sup>a</sup> Объединенный институт высоких температур Российской академии наук  
125412, Москва, Россия*

*<sup>b</sup> Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет)  
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

*<sup>c</sup> Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
101000, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 26 июня 2019 г.,  
после переработки 8 июля 2019 г.  
Принята к публикации 9 июля 2019 г.

Плазменно-пылевые кристаллы принято рассматривать как пространственно-однородные структуры с равными значениями структурных и термодинамических параметров в различных областях системы. В работе показано, что уже в системе частиц с упрощенной моделью взаимодействия, учитывающей экранированный кулоновский потенциал и параболическую ловушку, возникает неоднородность межчастичного расстояния, амплитуды тепловых колебаний частиц, параметра Линдемманна и параметра неидеальности. Исследуется вопрос о распределении величины кинетической энергии частиц в неоднородном плазменно-пылевом монослое: показано, что из-за неоднородности структурных параметров средняя кинетическая энергия частиц в центральной части структуры может значительно отличаться от средней кинетической энергии частиц на периферии. Обнаруженные эффекты проверяются при помощи аналитических методов и численного моделирования, а также посредством сравнения с плазменно-пылевым экспериментом в тлеющем разряде постоянного тока. Полученные результаты имеют важное значение для исследования конечных систем одноименных зарядов в ловушке и изучения механизма фазовых переходов в плазменно-пылевых системах.

DOI: 10.31857/S0044451020010216

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Пылевая плазма была впервые открыта Ленгмюром в 1920-е гг. [1]. Особое внимание исследователей она привлекла в 1980-е гг., когда было показано, что из одноименно заряженных пылевых частиц состоят кольца Сатурна, и было обнаружено, что пылевая плазма является источником загрязнения кремниевых подложек в процессе их травления [2–7]. В 1986 г. Икези предсказал возможность возникновения сильно неидеальной системы из заряженных частиц в условиях плазменно-пылевых экспериментов [8]. Эта возможность была подтверждена в 1994 г. сразу несколькими группами [9–11]. С

этого момента исследования пылевой плазмы выделились в отдельное направление.

В земных условиях пылевая плазма чаще всего исследуется в условиях тлеющего разряда постоянного тока [12–15] или высокочастотного разряда [16, 17]. Частицы пыли, инжектированные в плазму разряда, заряжаются до больших величин заряда (от нескольких сотен до сотен тысяч элементарных зарядов) и сильно взаимодействуют друг с другом. Степень неидеальности системы значительно возрастает, что приводит к возникновению упорядоченных структур, называемых плазменно-пылевыми кристаллами.

Плазменно-пылевые кристаллы на протяжении долгого времени рассматривались в качестве модельной системы для конденсированного состояния вещества. Возможность непосредственного наблюдения каждой частицы пылевого кристалла стимулировала изучение принципов структурообразова-

\* E-mail: vladiorussia@mail.ru

ния [18–20], процессов тепломассопереноса, диффузии [21], распространения акустических волн [22, 23] и спектральных свойств системы [24]. Сами кристаллы практически всегда считались пространственно-однородными, и структурные и динамические свойства (межчастичное расстояние, парная корреляционная функция, параметр Линдемманна, параметр неидеальности, спектр системы) рассчитывались и усреднялись по всей структуре. Исследователи уделяли недостаточное внимание неоднородности наблюдаемых систем и ее влиянию на их структурные и динамические свойства.

Впервые неоднородность плотности и амплитуды тепловых колебаний в ансамбле частиц, взаимодействующих по чисто кулоновскому потенциалу в параболической ловушке, обсуждалась в работе Беданова и Питерса в 1994 г. [25]. Применительно к системам частиц, взаимодействующих по экранированному кулоновскому потенциалу в ловушке, исследование зависимости плотности от радиального расстояния было проведено в 2002 и 2006 гг. [26, 27]. В этих работах рассматривалась только плотность структур и не уделялось внимания поведению динамических параметров. В работе [28] соавторы данной статьи показали, что неоднородность плотности в системах частиц Юкавы в ловушке приводит также к неоднородности спектров колебаний частиц, параметров Линдемманна и неидеальности и фазового состояния системы. Эти результаты ставят под сомнение точность термина «плазменно-пылевой кристалл» применительно к упорядоченным системам пылевых частиц в плазме газовых разрядов, ведь подсистемы частиц в различных областях системы могут обладать различными структурными, динамическими свойствами и фазовым состоянием.

В данной работе детально исследуется неоднородность структурных и динамических свойств плазменно-пылевого монослоя. Исследование проводится аналитическими и численными методами. Демонстрируется фундаментальная неоднородность плотности, параметра Линдемманна и параметра неидеальности в рассматриваемой системе. Впервые показывается, что неоднородность плотности плазменно-пылевого монослоя может приводить к неоднородности средней кинетической энергии горизонтального движения пылинок в различных областях системы. Полученные теоретические результаты сравниваются с экспериментальными данными [29].

## 2. ОБЗОР РАБОТ ПО НЕОДНОРОДНОСТИ СИСТЕМ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЛОВУШКЕ

В большинстве теоретических работ в качестве основного приближения для описания взаимодействия пылевых частиц в плазме используется экранированный кулоновский потенциал [7]. В связи с отталкивательным характером данного потенциала образование устойчивых структур из взаимодействующих по нему частиц возможно только при периодических граничных условиях. Свойства и фазовая диаграмма таких модельных бесконечных однородных систем детально изучены [30].

В условиях реального эксперимента одноименно заряженные частицы удерживаются от разлета электростатической ловушкой. Она может быть обусловлена явлением амбиполярной диффузии в тлеющем разряде постоянного тока [14] или создаваться специальным металлическим или стеклянным кольцом в высокочастотном разряде [16]. В первом приближении она имеет параболический профиль.

Системы из частиц, взаимодействующих по экранированному кулоновскому потенциалу в поле параболической ловушки, принято называть шарами Юкавы вследствие их сферической симметричности. Структурные свойства шаров Юкавы исследованы в двумерном [31] и трехмерном [18] случаях. При большом числе частиц структуры являются оболочечными во всем объеме кроме центральной части, в которой может начать расти кристаллическая решетка [32]. Ниже приведен краткий обзор основных известных авторам работ, в которых исследуется вопрос об однородности таких систем.

Первое глубокое исследование, в котором обращается внимание на неоднородность межчастичного расстояния и амплитуды тепловых колебаний в ограниченных структурах из заряженных частиц, было проведено в 1994 г. Бедановым и Питерсом [25]. В их работе исследуются двумерные системы, взаимодействующие по чисто кулоновскому потенциалу и удерживаемые либо потенциалом жестких стенок, либо параболической ловушкой. Показано, что в случае параболической ловушки расстояние между частицами увеличивается от центра к периферии системы, а амплитуда тепловых колебаний частиц возрастает от центра до некоторого радиуса, а затем убывает к периферии структуры, достигая максимального значения на средних оболочках. Также обсуждается двухэтапный механизм плавления таких структур: показано, что внутриоболочеч-

ное разупорядочивание происходит при более низких температурах, чем межоболочечное.

Следующие шаги по изучению структурной неоднородности были сделаны для систем частиц, взаимодействующих по экранированному кулоновскому потенциалу. Для двумерных систем на основании результатов численного моделирования в работе [26] показано, что плотность структуры квадратично уменьшается с увеличением радиального расстояния от центра к периферии системы. Аналогичные результаты были позже получены для трехмерных структур [27] при помощи аналитических методов, в основе которых лежит теория функционала плотности. Стоит отметить, что в работе [26] обнаружено состояние системы, в котором жидкая и упорядоченная фазы сосуществовали друг с другом. Авторы [26, 27] исследовали неоднородность плотности структур, но не коснулись вопроса о влиянии изменяющегося межчастичного расстояния на поведение амплитуды тепловых колебаний частиц в кристаллической фазе, параметра Линдемманна, неидеальности системы и спектров колебаний частиц.

Этот пробел восполнен в работе соавторов данного исследования [28], в которой построена и подтверждена результатами численного моделирования аналитическая модель, описывающая зависимость амплитуды тепловых колебаний частиц и параметра Линдемманна от локального расстояния между частицами. В текущей работе результаты, полученные с использованием предложенной в [28] модели, сравниваются с экспериментальными данными [29].

Особое внимание уделяется неоднородности разогрева частиц в плазменно-пылевом монослое в условиях лабораторного эксперимента. Возможность разогрева частиц до аномально высоких значений кинетической энергии по сравнению с температурой окружающего газа является характерной особенностью пылевой плазмы [33–46]. В литературе было предложено несколько возможных механизмов разогрева пылинок.

Один из них основан на взаимодействии пылевых частиц с положительно заряженными ионными облаками, образующимися между слоями пылевого кристалла [33], и не может быть применен для плазменно-пылевого монослоя.

В работе [35] рассматривается влияние флуктуаций электрического поля разряда на среднюю кинетическую энергию пылевых частиц. Принцип действия данного механизма основан на том, что пространственное разделение зарядов, обусловленное тепловым движением заряженных компонент плаз-

мы, приводит к флуктуациям электрического поля, что, в свою очередь, приводит к флуктуациям электрических сил, действующих на заряженную пылевую частицу. Это вызывает ее хаотическое движение, дополнительное к броуновскому. Показано, что в условиях, характерных для плазменно-пылевого эксперимента, основной вклад в разогрев пылевых частиц вносят флуктуации плотности ионов, и пылевые частицы могут разогреваться данным механизмом до энергий, на несколько порядков превышающих температуру окружающего газа.

Разогрев пылевых частиц, вызванный флуктуациями их заряда, рассмотрен в работах [44, 45]. Флуктуации заряда всегда присутствуют в пылевой плазме из-за дискретности процесса зарядки пылевых частиц. Флуктуации заряда приводят к флуктуациям действующих на пылевые частицы электрических сил, что, в свою очередь, приводит к разогреву пылинок. В работах [44, 45] показано, что данный механизм может приводить к разогреву пылевой компоненты до средней кинетической энергии в несколько электронвольт.

Стоит отметить, что представленные механизмы не зависят от среднего расстояния между пылевыми частицами в структуре и предполагают равномерный разогрев частиц в неоднородном монослое из пылевых частиц. К неоднородности разогрева пылевых частиц может приводить резонансный механизм переноса энергии между степенями свободы, рассмотренный в работе [46]. Действие данного механизма основано на том, что вертикальные колебания частиц влияют не только на силу их вертикального взаимодействия, но и на силу их горизонтального взаимодействия по причине изменения расстояния между частицами во время колебаний. Интенсивность перекачки энергии между вертикальными и горизонтальными колебаниями частиц напрямую зависит от среднего межчастичного расстояния. Таким образом, данный механизм может существенно влиять на распределение по структуре средней кинетической энергии горизонтального движения при наличии структурной неоднородности в системе.

В экспериментальных работах неоднородности плазменно-пылевых структур не уделялось достаточного внимания, прежде всего, из-за трудности ее диагностики. Можно выделить эксперимент с одномерными пылевыми структурами [47], посвященный изучению фононов в одномерной юкавовской цепочке. В нем был впервые измерен градиент среднего межчастичного расстояния в структуре. Отдельного упоминания заслуживает эксперимент индийской группы [29], в котором плазменно-пылевой монослой

исследовался в приэлектродном слое тлеющего разряда постоянного тока. В ходе этого эксперимента были впервые одновременно измерены радиальные профили плотности и средней энергии горизонтального движения в монослое из пылевых частиц. Кроме того, авторы [29] оценили параметр неидеальности в различных областях системы и обнаружили его неоднородность.

### 3. НЕОДНОРОДНОСТЬ СТРУКТУРНЫХ СВОЙСТВ И ФАЗОВОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАЗМЕННО-ПЫЛЕВОГО МОНОСЛОЯ

Для исследования неоднородности плотности и фазового состояния плазменно-пылевого монослоя в данном разделе мы опираемся на упрощенную модель взаимодействия частиц, использованную в работе [28]. Она включает в себя экранированный кулоновский потенциал и параболическую ловушку. Экранированный кулоновский потенциал задается следующим выражением:

$$V(r) = \frac{Q^2}{r} \exp(-\kappa r), \quad (1)$$

где  $Q$  — заряд частицы, полагаемый равным и постоянным для всех частиц,  $\kappa$  — постоянная экранирования,  $r$  — расстояние между частицами. В данной работе рассматривается ситуация сильного экранирования:

$$\kappa \Delta_{local} > 1, \quad (2)$$

где  $\Delta_{local}$  — среднее расстояние между двумя соседними частицами. Для математического описания электростатической ловушки используется формула, дающая параболический профиль потенциала  $U_{trap}$  в зависимости от расстояния  $d$  до центра ловушки:

$$U_{trap} = \frac{1}{2} \alpha d^2, \quad (3)$$

где  $\alpha$  — параметр ловушки. В условиях реального плазменно-пылевого эксперимента как форма потенциала (1), так и профиль ловушки (3) являются лишь первым приближением к описанию сил, действующих на пылевые частицы. Это связано с тем, что линеаризация уравнения Пуассона, применяемая в ходе вывода экранированного кулоновского потенциала, некорректна в случае сильно заряженных пылевых частиц. В свою очередь, профиль ловушки может отклоняться от параболического вследствие неоднородности разрядной плазмы

и влияния на нее самих пылевых частиц. По этим причинам потенциалы (1) и (3) стоит воспринимать, скорее, как эффективный подход к описанию взаимодействия пылинок, подтвердивший свою применимость [2, 4, 7].

Рассмотрим упорядоченную двумерную структуру из большого числа пылевых частиц, взаимодействующих по потенциалам (1) и (3). Под большим числом понимается количество достаточное, чтобы рассматриваемая структура проявляла макроскопические свойства [29]. Предположим, что известен радиальный профиль плотности  $n(d)$  или межчастичного расстояния  $\Delta_{local}(d)$ , измеренный в лабораторном или численном эксперименте. Согласно работе [26], значение плотности квадратично убывает от центра к периферии структуры, а межчастичное расстояние монотонно увеличивается. При этом

$$\Delta_{local}(d) = n^{-1/3}(d). \quad (4)$$

В таком случае при учете условия (2), означаящего, что вклад в энергию частицы вносят только ближайшие  $N_c$  соседей, можно получить зависимость потенциальной энергии частицы от радиального расстояния:

$$E_{single}(d) = E_{trap}(d) + E_C(d) = \frac{1}{2} \alpha Q d^2 + N_c \frac{Q^2}{\Delta_{local}(d)} \exp(-\kappa \Delta_{local}(d)). \quad (5)$$

Первое слагаемое  $E_{trap}$  в этой сумме связано с вкладом в энергию частицы энергии в поле ловушки, второе  $E_C$  — энергии межчастичного взаимодействия. При расчете характерной частоты колебаний частицы относительно положения равновесия (частоты Эйнштейна [30]) в системе, взаимодействующей по экранированному кулоновскому потенциалу, используется следующая формула:

$$\omega_E^2(d) = \frac{2\kappa^2}{3M} E_C(d) = \frac{2\kappa^2}{3M} N_c \frac{Q^2}{\Delta_{local}(d)} \exp(-\kappa \Delta_{local}(d)), \quad (6)$$

где  $M$  — масса частицы. Далее, используя соображения теории динамики кристаллической решетки в низкотемпературном приближении [30], можно с точностью до постоянного коэффициента рассчитать квадрат амплитуды тепловых колебаний частицы относительно положения равновесия:

$$\langle u^2 \rangle(d) \approx \frac{3kT(d)}{M\omega_E^2(d)} = A^2 T(d) \Delta_{local}(d) \exp(\kappa \Delta_{local}(d)), \quad (7)$$

где  $T(d)$  — радиальный профиль средней кинетической энергии пылевых частиц в структуре,  $A$  — коэффициент, не зависящий от радиального расстояния. Из этой формулы напрямую следует, что неоднородность плотности плазменно-пылевой структуры приводит также к неоднородности величины среднеквадратичного смещения частиц от положения равновесия в кристаллической плазменно-пылевой структуре. Данная формула подтверждена в [28] по результатам численного моделирования и в этой работе используется самостоятельно.

Из (7) также следует неоднородность параметра Линдемманна, равного отношению амплитуды тепловых колебаний к расстоянию между частицами:

$$\delta(d) = \frac{\sqrt{\langle u^2(d) \rangle}}{\Delta_{local}(d)} = A \sqrt{\frac{T(d) \exp(\kappa \Delta_{local}(d))}{\Delta_{local}(d)}}. \quad (8)$$

Стоит отметить, что при условии постоянства средней кинетической энергии частиц  $T$  по структуре параметр Линдемманна увеличивается от центра к периферии системы, что указывает на неоднородность ее фазового состояния.

Неоднородность межчастичного расстояния и средней кинетической энергии частиц в структуре также обеспечивает неоднородность параметра неидеальности, который для плазменно-пылевой системы записывается как [48]

$$\Gamma^* = \frac{Q^2}{\Delta_{local}(d) k_B T(d)} \left( 1 + \lambda(d) + \frac{\lambda^2(d)}{2} \right) \times \exp(-\lambda(d)), \quad (9)$$

где  $\lambda(d) = \kappa \Delta_{local}(d)$ .

Формулы (4), (7)–(9) содержат полный набор параметров, определяющих взаимодействие пылевых частиц и структурные характеристики плазменно-пылевой системы: в эти формулы входят заряд частицы, константа экранирования и косвенно (через величину межчастичного расстояния) параметр ловушки. Таким образом, располагая данными о неоднородности плотности, амплитуды тепловых колебаний, средней кинетической энергии частиц и параметра неидеальности в плазменно-пылевой системе, можно сделать достаточно точные оценки параметров, входящих в потенциалы (1) и (3). Хочется еще раз отметить, что полученные значения будут соответствовать не абсолютным, а эффективным значениям приведенных параметров, так как формы потенциалов (1) и (3) записаны в первом приближении. К примеру, полученный по этим оценкам заряд может оказаться далек от реального заряда пылевой частицы в эксперименте. Тем не менее, такие оценки могут позволить описать не только структурные,

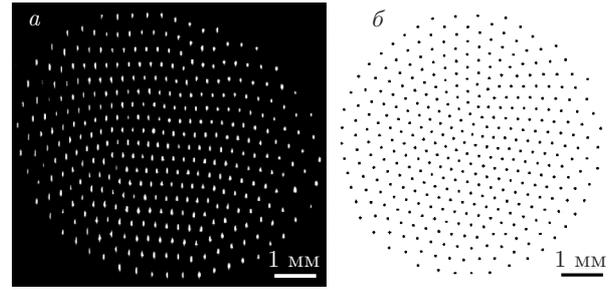
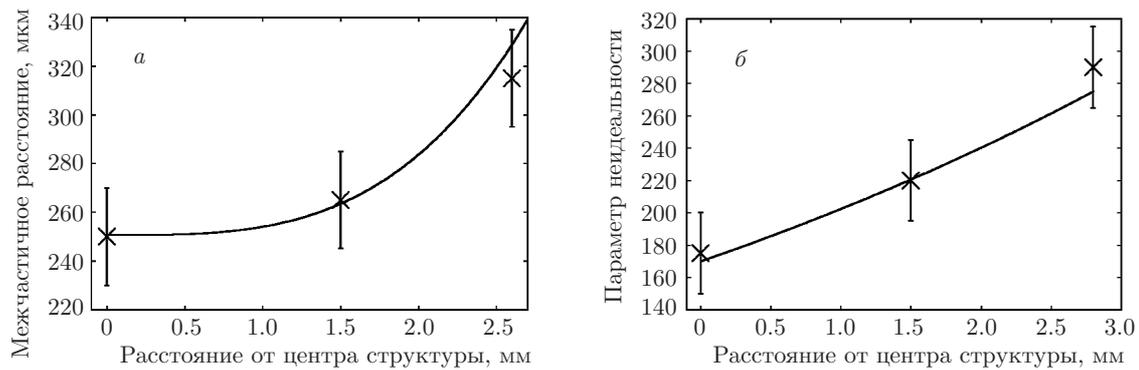


Рис. 1. Структура из 368 частиц, (а) наблюдавшаяся в эксперименте [29] в приэлектродном слое тлеющего разряда постоянного тока; (б) полученная в данной работе при помощи численного моделирования при значениях параметров  $Q = 3300e$ ,  $\kappa = 136.0 \text{ см}^{-1}$ ,  $\alpha = 0.0005 \text{ ед. СГСЭ}$ . Данные значения получены с использованием формул (4) и (7)–(9)

но и динамические свойства плазменно-пылевых систем, что подчеркивает их ценность.

Одной из экспериментальных работ, в которых исследуется неоднородность плазменно-пылевых кристаллов, является эксперимент индийской группы [29]. Он посвящен исследованию монослоя из пылевых частиц в тлеющем разряде постоянного тока. В работе впервые измерены зависимости межчастичного расстояния, кинетической энергии горизонтального движения пылинок и параметра неидеальности от расстояния до центра системы. Обнаружена неоднородность каждого из этих параметров: межчастичное расстояние в структуре увеличивается от 250 мкм в центральной области структуры до 300 мкм на периферии, средняя кинетическая энергия горизонтального движения монотонно убывает, а параметр неидеальности монотонно возрастает с увеличением радиального расстояния. В то же время заряд, радиус экранирования, параметр параболической ловушки не измерены экспериментаторами. По измеренному в эксперименте профилю средней кинетической энергии горизонтального движения частиц и формулам (7)–(9) в данной работе оценены эффективные параметры экспериментальной пылевой структуры:  $Q = 3300e \pm 100e$ , где  $e$  — элементарный заряд;  $\kappa = 136.0 \pm 20.0 \text{ см}^{-1}$ ;  $\alpha = 0.0005 \pm 0.0001 \text{ ед. СГСЭ}$ .

Система пылевых частиц при данных значениях  $Q$ ,  $\kappa$ ,  $\alpha$  исследована путем численного решения уравнений движения пылевых частиц скоростной схемой Верле. Данный метод аналогичен методу молекулярной динамики [45, 49]. Количество частиц в численном эксперименте выбрано равным 368, как в экспериментальной структуре. Учет трения и разо-



**Рис. 2.** Сравнение радиального профиля межчастичного расстояния (*a*) и параметра неидеальности (*b*) в экспериментальной структуре [29] и в структуре, полученной в ходе численного моделирования в данной работе при параметрах  $Q = 3300e$ ,  $\kappa = 136.0 \text{ см}^{-1}$ ,  $\alpha = 0.0005 \text{ ед. СГСЭ}$ . Крестами отмечены экспериментальные точки, сплошными линиями — зависимости, построенные по модельной структуре

грева колебаний частиц при моделировании в данном разделе не проводится, так как исследуются структурные свойства системы. Средняя кинетическая энергия частиц в модельной системе постоянна, однородна и соответствует комнатной температуре. Конфигурации частиц, полученные в [29] и в данной работе, представлены на рис. 1. Как видно на рис. 2, в расчетной и экспериментальной структурах радиальные профили межчастичного расстояния и параметра неидеальности совпадают в пределах погрешности эксперимента. При расчете параметра неидеальности учитывается экспериментальное распределение средней кинетической энергии частиц по структуре.

Таким образом, в данном разделе показано, что формулы (4) и (7)–(9) с учетом измеренного в эксперименте профиля средней кинетической энергии пылевых частиц могут использоваться для определения эффективных параметров взаимодействия, входящих в формулы (1) и (3). Рассчитанные таким образом параметры позволяют достаточно точно описать структурные свойства и фазовое состояние реальных плазменно-пылевых кристаллов. Вопрос о том, обусловлена ли неоднородность кинетической энергии пылевых частиц структурной неоднородностью системы или является следствием других механизмов, рассматривается в следующем разделе.

#### 4. НЕОДНОРОДНЫЙ РАЗОГРЕВ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В МОНОСЛОЕ

В эксперименте [29] наблюдается не только неоднородность структурных параметров плазменно-пы-

левого монослоя, но и неоднородность средней кинетической энергии горизонтальных колебаний пылевых частиц; она монотонно уменьшается от центра к краю монослоя. Целью данного раздела является исследование влияния неоднородности плотности плазменно-пылевого монослоя на разогрев горизонтальных колебаний пылевых частиц и сравнение расчетного радиального профиля средней кинетической энергии горизонтальных колебаний пылевых частиц с экспериментальным [29].

При определенных условиях в плазменно-пылевой структуре может происходить перекачка энергии между вертикальными и горизонтальными колебаниями. Один из механизмов ее реализации, основанный на явлении параметрического резонанса, описан в работе [46], и интенсивность перекачки энергии в нем явным образом зависит от среднего межчастичного расстояния. Таким образом, структурная неоднородность вместе с перекачкой энергии от вертикальных колебаний к горизонтальным могут приводить к неоднородному разогреву горизонтальных колебаний частиц.

Для исследования этой возможности в модель пылевой плазмы вносится ряд изменений, позволяющих учитывать влияние разогретых до средней кинетической энергии  $T_z$  вертикальных колебаний на энергию горизонтального движения частиц.

Для корректного рассмотрения динамических свойств системы поддержание температуры моделируемого ансамбля осуществляется термостатом Ланжевена [50,51], состоящим из силы трения и стохастической силы, описывающей случайные соударения с нейтральными молекулами газа:

$$F_{Lang} = -2M\gamma v + \sqrt{\frac{4\gamma k_B T_{room}}{M\Delta t}}, \quad (10)$$

где  $v$  — скорость пылевой частицы,  $\gamma$  — коэффициент трения,  $T_{room}$  — температура нейтральной компоненты,  $\Delta t$  — шаг интегрирования при моделировании. Коэффициент трения рассчитывается по следующей формуле [4]:

$$\gamma = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3} \frac{r_d^2 n_n T_{room}}{v_n M}, \quad (11)$$

где  $r_d$  — радиус пылевой частицы,  $n_n$  — концентрация нейтральных частиц,  $v_n$  — скорость их теплового движения. Значения величин, входящих в эту формулу, задаются в соответствии с экспериментом [29]: в нем используется аргон при давлении 0.06 Торр и температуре 300 К и пылевые частицы с массой  $M = 7 \cdot 10^{-11}$  г и радиусом 2.19 мкм, что дает значение коэффициента трения  $\gamma = 4.06 \text{ см}^{-1}$ .

Дополнительно учитывается действующая на каждую частицу вертикальная электрическая сила. Она уравнивает силу тяжести и обладает изменяющейся по вертикали напряженностью:

$$E_{el} = E_0(1 - e_z z), \quad (12)$$

где  $e_z$  — нормированный градиент электрического поля;  $E_0$  — значение напряженности на уровне, где сила тяжести и электростатическая сила уравновешены;  $z$  — вертикальная координата.

В данном разделе в ходе численного моделирования система из пылевых частиц исследуется путем решения уравнений движения пылевых частиц. Число частиц в системе выбирается равным 368, как в эксперименте [29]. Параметры потенциала взаимодействия пылевых частиц задаются в соответствии с оценками, полученными в предыдущем разделе по формулам (7)–(9):  $Q = 3300e \pm 100e$ ,  $\kappa = 136.0 \pm 20.0 \text{ см}^{-1}$ ,  $\alpha = 0.0005 \pm 0.0001 \text{ ед. СГ-СЭ}$ . При таком наборе параметров получающаяся в моделировании структура близка к экспериментальной и представляет собой монослой из пылевых частиц радиусом 3 мм.

Стоит отметить, что энергия вертикальных колебаний  $T_z$  и нормированный градиент электрического поля  $e_z$ , оказывающие сильное влияние на интенсивность перекачки энергии от вертикальных колебаний к горизонтальным [46], не измерялись в эксперименте [29]. Для выбора значений этих параметров в данной работе используется следующий подход. Энергия вертикальных колебаний  $T_z$  принимается одинаковой для всех частиц в монослое, так как наиболее распространенные механизмы разогрева вер-

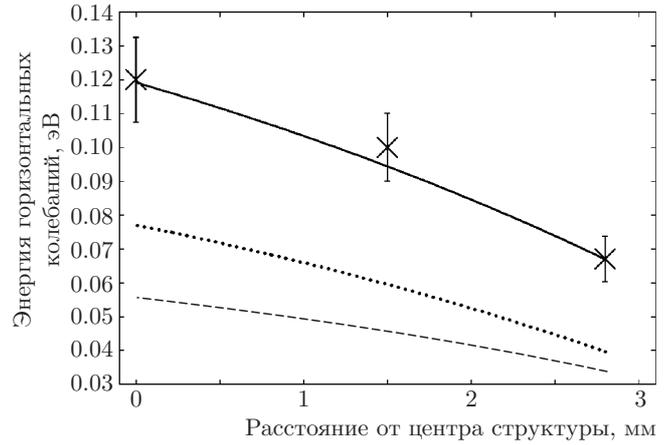


Рис. 3. Сравнение профилей средней кинетической энергии горизонтальных колебаний, полученных моделированием при различных значениях нормированного градиента электрического поля, и профиля, полученного экспериментально в работе [29]. Крестами отмечены экспериментальные данные, штриховой линией — результаты моделирования при  $e_z = 16 \text{ см}^{-1}$ , точками — при  $e_z = 12 \text{ см}^{-1}$ , сплошной линией — при  $e_z = 8.8 \text{ см}^{-1}$ . Значение энергии вертикальных колебаний во всех случаях равно 10 эВ

тикальных колебаний не зависят от среднего межчастичного расстояния [35, 44]. Значение  $T_z$  в расчетах изменяется в диапазоне от 1 эВ до 40 эВ, что соответствует значениям, наблюдаемым в работах [37, 40–42]. Нормированный градиент электрического поля  $e_z$  изменяется в диапазоне от 2 до 24, характерном для приэлектродного слоя тлеющего разряда постоянного тока [52].

Для сравнения профиля средней кинетической энергии горизонтального движения пылевых частиц с экспериментальным модельная структура разбивается на три области, по которым усредняются значения энергии горизонтального движения частиц. Во всем диапазоне энергий вертикальных колебаний  $T_z = 1 \div 40 \text{ эВ}$  и значений нормированного градиента электрического поля  $e_z = 2 \div 24 \text{ см}^{-1}$  средняя кинетическая энергия горизонтального движения зависит от расстояния до центра системы. При этом для всех значений  $T_z$  найдены значения  $e_z$ , при которых профиль энергии горизонтальных колебаний совпадает с экспериментальным профилем [29]. Это наблюдение, с одной стороны, позволяет сделать вывод о возможности неоднородного разогрева горизонтальных колебаний, вызванного структурной неоднородностью плазменно-пылевой системы, в рассматриваемом широком диапазоне параметров, а с другой — не позволяет сделать оценку экспериментальных значений  $T_z$  и  $e_z$ . Для иллюстрации ха-

ракетного вида зависимости энергии горизонтальных колебаний от расстояния до центра структуры на рис. 3 приводится эта зависимость при энергии вертикальных колебаний  $T_z = 10$  эВ и различных значениях нормированного градиента электрического поля  $e_z$ . Видно, что при нормированном градиенте электрического поля, равном  $8.8 \text{ см}^{-1}$ , полученная расчетная зависимость совпадает с экспериментальной в пределах погрешности эксперимента.

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что неоднородность плотности плазменно-пылевого монослоя и перенос энергии от вертикальных колебаний к горизонтальным могут приводить к неоднородному разогреву горизонтальных колебаний пылевых частиц в диапазоне параметров, характерном для плазменно-пылевых экспериментов [37, 40–42]. Таким образом, основные свойства плазменно-пылевых структур (плотность, средняя кинетическая энергия колебаний, фазовое состояние) могут являться фундаментально неоднородными и требуют рассмотрения в локальном приближении.

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ

В работе изучено влияние структурной неоднородности упорядоченных плазменно-пылевых систем на неоднородность их динамических свойств, включающих амплитуду тепловых колебаний, параметр Линдемманна и параметр неидеальности. Показано, что уже в упрощенной модели пылевой плазмы, включающей в себя взаимодействие пылевых частиц по экранированному кулоновскому потенциалу и параболическую ловушку, возникающие структуры принципиально неоднородны: межчастичное расстояние, амплитуда тепловых колебаний и параметр Линдемманна увеличиваются от центра к периферии системы, в то время как параметр неидеальности уменьшается. Предложена методика оценки эффективных параметров взаимодействия пылевых частиц по степени неоднородности плазменно-пылевых структур. Впервые теоретически исследован вопрос об однородности разогрева пылевых частиц в монослое: при помощи компьютерного моделирования продемонстрировано, что увеличение межчастичного расстояния от центра к периферии пылевой структуры приводит к уменьшению энергии горизонтальных колебаний частиц. Полученные теоретические результаты согласуются с экспериментальными данными. На основании полученных результатов можно сделать

предположение о фундаментальной неоднородности упорядоченных плазменно-пылевых структур в параболической ловушке с точки зрения ключевых параметров (плотности, кинетической энергии, фазового состояния) и предлагается анализировать их в локальном приближении, разбивая на подсистемы с близкими к однородным свойствами.

**Финансирование.** Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ им. М. В. Ломоносова. Работа В. С. Николаева поддержана грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ НШ-5922.2018.8. Работа А. В. Тимофеева поддержана Правительством Российской Федерации (соглашение 074-02-2018-286). Работа В. П. Семёнова поддержана Программой фундаментальных исследований Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ) и субсидией в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100».

## ЛИТЕРАТУРА

1. I. Langmuir, C. G. Found, and A. F. Detmer, *Science* **60**, 392 (1924).
2. В. Н. Цытович, *УФН* **167**, 57 (1997).
3. P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, IOP, Bristol (2002).
4. В. Е. Фортков, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, В. И. Молотков, О. Ф. Петров, *УФН* **174**, 5 (2004).
5. А. В. Филиппов, *Взаимодействие заряженных микрочастиц в пылевой плазме и электролитах*, LAP Lambert Acad. Publ., Saarbrücken (2018).
6. С. И. Попель, *Лекции по физике пылевой плазмы*, МФТИ, Москва (2012).
7. V. N. Tsytovich, G. Morfill, S. V. Vladimirov, and H. M. Thomas, *Lect. Notes in Phys.* **731**, Springer, Berlin, Heidenberg (2008).
8. H. Ikezi, *Phys. Fluids* **29**, 1765 (1986).
9. J. H. Chu and L. I, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 4009 (1994).
10. H. Thomas, G. E. Morfill, V. Demmel et al., *Phys. Rev. Lett.* **73**, 652 (1994).

11. Y. Hayashi and K. Tachibana, *Jpn. J. Appl. Phys. Part 2* **33**, L804 (1994).
12. G. I. Sukhinin, A. V. Fedoseev, S. N. Antipov et al., *Phys. Rev. E* **87**, 013101 (2013).
13. И. С. Самойлов, В. П. Баев, А. В. Тимофеев, Р. Х. Амиров, А. В. Кириллин, В. С. Николаев, З. В. Бедрань, *ЖЭТФ* **151**, 582 (2017).
14. D. N. Polyakov, V. V. Shumova, and L. M. Vasilyak, *Plasma Sources Sci. Technol.* **26**, 8 (2017).
15. R. E. Boltnev, M. M. Vasiliev, E. A. Kononov, and O. F. Petrov, *Sci. Rep.* **9**, 3261 (2019).
16. T. S. Ramazanov, K. N. Dzhumagulova, A. N. Jumbekov, and M. K. Dosbolayev, *Phys. Plasmas* **15**, 053704 (2008).
17. U. Konopka, G. E. Morfill, and L. Ratke, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 891 (2000).
18. O. Arp, D. Block, A. Piel, and A. Melzer, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 165004 (2004).
19. Yu. E. Lozovik and V. A. Mandelshtam, *Phys. Lett. A* **145**, 269 (1990).
20. Б. А. Клумов, Г. Е. Морфилл, *Письма в ЖЭТФ* **90**, 489 (2009) [B. A. Klumov and G. E. Morfill, *JETP Lett.* **90**, 444 (2009)].
21. S. A. Khrapak, N. P. Kryuchkov, S. O. Yurchenko et al., *J. Chem. Phys.* **142**, 194903 (2015).
22. A. Piel and A. Melzer, *Plasma Phys. Control. Fusion* **44**, R1 (2002).
23. N. P. Kryuchkov, E. V. Yakovlev, and E. A. Gorbunov, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 075003 (2018).
24. Y. Ivanov and A. Melzer, *Phys. Rev. E* **79**, 036402 (2009).
25. V. Bedanov and F. Peeters, *Phys. Rev. B* **49**, 2667 (1994).
26. H. Totsuji, *Phys. Plasmas* **8**, 1856 (2001).
27. C. Henning, H. Baumgartner, A. Piel et al., *Phys. Rev. E* **74**, 056403 (2006).
28. V. S. Nikolaev and A. V. Timofeev, *Phys. Plasmas* **26**, 073701 (2019).
29. M. Hariprasad, P. Bandyopadhyay, G. Agora, and A. Sen, *Phys. Plasmas* **25**, 123704 (2018).
30. M. Robbins, K. Kremer, and C. Grest, *J. Chem. Phys.* **88**, 3286 (1988).
31. H. Totsuji, C. Totsuji, and K. Tsuruta, *Phys. Rev. E* **64**, 066402 (2001).
32. H. Totsuji, T. Kishimoto, C. Totsuji, and K. Tsuruta, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 125002 (2002).
33. V. A. Schweigert, I. V. Schweigert, A. Melzer et al., *Phys. Rev. E* **54**, 4155 (1996).
34. И. В. Швейгерг, В. А. Швейгерг, В. М. Беданов и др., *ЖЭТФ* **114**, 1672 (1998).
35. О. С. Ваулина, А. Ю. Репин, О. Ф. Петров и др., *ЖЭТФ* **129**, 1118 (2006).
36. A. A. Samarian, B. James, S. V. Vladimirov et al., *Phys. Rev. E* **64**, 1 (2001).
37. A. Melzer, A. Homann, and A. Piel, *Phys. Rev. E* **53**, 2757 (1996).
38. S. Nunomura, T. Misawa, N. Ohno et al., *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1970 (1999).
39. Y. Ivanov and A. Melzer, *Phys. Plasmas* **12**, 072110 (2005).
40. R. A. Quinn and J. Goree, *Phys. Plasmas* **7**, 3904 (2000).
41. О. С. Ваулина, А. А. Самарян, Б. Джеймс и др., *ЖЭТФ* **123**, 1179 (2003).
42. R. A. Quinn and J. Goree, *Phys. Rev. E* **61**, 3033 (2000).
43. A. V. Ivlev, U. Konopka, and G. E. Morfill, *Phys. Rev. E* **62**, 2739 (2000).
44. O. S. Vaulina, S. A. Khrapak, A. P. Nefedov et al., *Phys. Rev. E* **60**, 5959 (1999).
45. G. E. Norman and A. V. Timofeev, *Phys. Rev. E* **84**, 056401 (2011).
46. В. П. Семенов, А. В. Тимофеев, *Матем. моделирование* **30**, 3 (2018).
47. B. Liu and J. Goree, *Phys. Rev. E* **71**, 046410 (2005).
48. O. Vaulina and X. Koss, *Phys. Rev. E* **92**, 042155 (2015).
49. В. В. Стегайлов, Г. Э. Норман, *Матем. моделирование* **24**(6), 3 (2012).
50. Б. А. Клумов, *УФН* **180**, 1095 (2010) [B. A. Klumov, *Phys. Usp.* **53**, 1053 (2010)].
51. D. S. Lemons and A. Gythiel, *Amer. J. Phys.* **65**, 1079 (1997).
52. R. J. Carman, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **22**(1), 55 (1989).