

# СХЕМА МАГНИТНОГО ДЕМУЛЬТИПЛЕКСОРА С ЧЕТЫРЬМЯ КАНАЛАМИ

*А. Муадили*<sup>a\*</sup>, *А. Акжууж*<sup>b</sup>, *Е. Х. Эль Будутти*<sup>c</sup>, *Л. Добрзжински*<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Laboratoire de Physique de la Matière Condensée et Energie Renouvelable, Département de Physique,  
Faculté des Sciences et Techniques de Mohammedia,  
Université Hassan II, Casablanca, Morocco*

<sup>b</sup> *Institut d'Electronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie (IEMN),  
UMR CNRS 8520, Département de Physique, Université Lille  
59655, Villeneuve d'Ascq, France*

<sup>c</sup> *Laboratoire de Physique de la Matière et du Rayonnement, Département de Physique,  
Faculté des Sciences, Université Mohammed I, Oujda, Morocco*

Поступила в редакцию 28 мая 2019 г.,  
после переработки 18 сентября 2019 г.  
Принята к публикации 18 сентября 2019 г.

(Перевод с английского)

## MAGNETIC DEMULTIPLEXER CIRCUIT WITH FOUR CHANNELS

*A. Mouadili, A. Akjouj, E. H. El Boudouti, L. Dobrzynski*

Представлен магнитный демультимплексор, который позволяет передавать магнон из одного проводника в другой, не внося помех в другие проводники. Предлагаемое устройство образовано с помощью введения резонансной системы между двумя бесконечными проводниками. Резонансная система соединяет проводники, что позволяет магнонам с четко определенной частотой переходить с одного проводника в другой. Эта частота зависит от длины различных элементов, составляющих конструкцию резонатора. С помощью аналитических расчетов показано, как выбрать геометрические размеры элементов резонатора, чтобы получить полную передачу магнонов.

DOI: 10.31857/S0044451020060048

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Информация, закодированная в спиновой волне, может передаваться и обрабатываться без перемещения электрических зарядов. Этот процесс осуществим в магнонных кристаллах (МК), где квазичастицами являются магноны. Это свойство делает МК подходящими для передачи и выделения информации в различных устройствах [1–9] и то, что частоты спиновых волн выше на гигагерцы, чем частоты электромагнитных волн, позволяет уменьшить размеры устройств, используемых для обработки телекоммуникационных сигналов и в дру-

гих аналогичных областях. Спиновые волны могут использоваться в устройствах размером менее 10 нм [3]. Кроме того, частоты магнонов охватывают очень широкий диапазон от менее 1 ГГц до десятков ТГц. Прогресс в области производств, использующих нанотехнологии, позволяет обеспечить распространение спиновых волн в одномерных и двумерных МК [10–19]. Эти экспериментальные работы подтверждают теоретические исследования анизотропии дисперсии в магнонных кристаллах для периодических или квазипериодических систем с дефектами или без них [3, 14, 20–25].

Спиновые волны используются в различных устройствах, таких как переключатели [6, 25, 27], ответвители [28–30], датчики и демультимплексоры [13, 16]. Что касается этих двух последних работ по демультимплексорам, в работе [13] использовано

\* E-mail: mouadilia@yahoo.fr

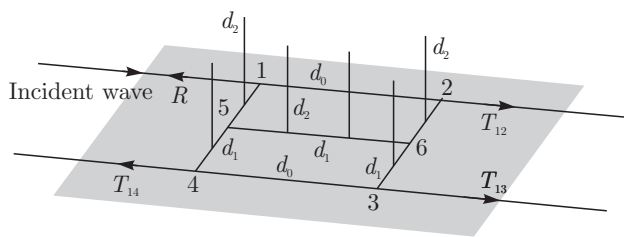


Рис. 1. Схематическое изображение одномерного магного мультимплексора

магнитное поле для контроля намагниченности и дисперсии спиновых волн в Y-образной структуре с внешним магнитным полем или без него. Там же описана возможность передавать спиновые волны из одной ветви структуры в другую. В работе [16] было продемонстрировано, что можно создавать и изменять конфигурацию наноканала с помощью магнитной неоднородности, управляемой потенциалом. Представлен переключатель, который является основой для создания демультиплексоров с несколькими выходами, которые пропускают спиновые волны с одинаковыми или разными частотами в зависимости от того, что необходимо, с внешним магнитным полем или без него.

Наша группа провела несколько исследований, касающихся различных конструкций демультиплексоров в фотонике [31–33], фофонике [34, 35] и магнонике [36–38]. В настоящей работе мы приспособили конструкцию, изученную ранее в [33] для электромагнитных волн, для создания демультиплексора для спиновых волн. Мы приводим необходимые параметры для изготовления этого устройства, которое обеспечивает полную передачу сигнала из одного канала в другой.

Исследуемая конструкция представляет собой резонансную систему в виде замкнутого контура 12341, соединенного с четырьмя полубесконечными волноводами (рис. 1). Резонансный контур выполнен из сегментов и резонаторов. Расстояния  $d_{12}$ ,  $d_{43}$  равны  $d_0$  и  $d_{14} = d_{23} = 4d_1$ , где  $d_1$  — расстояние, которое необходимо определить. На проводниках (1, 4) и (2, 3) установлены одинаковые резонаторы длиной  $d_2$  на расстоянии  $d_1$  от узлов 1, 2, 3 и 4. В середине проводников  $d_{14}$  и  $d_{23}$  присоединен волновод (5, 6) длиной  $d_{56} = 3d_1$  и на нем установлены два резонатора длиной  $d_2$  на расстоянии  $d_1$  от узла 5 и узла 6. В узлах 1, 2, 3 и 4 к конструкции присоединены полубесконечные волноводы. Система, соединяющая узлы 5 и 6, играет роль встроенного резонатора, моды которого попадают в интервал резонансных частот системы.

Статья имеет следующую структуру. В разд. 2 представлены краткий обзор теоретической модели, используемой в настоящей работе, и обсуждение полученных аналитических и численных результатов. Раздел 3 посвящен выводам.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Хорошо известно [39, 40], что свойства спиновых волн в основном определяются двумя важными взаимодействиями между магнитными моментами: магнитным дипольным и обменным взаимодействиями. Поскольку вклад обменного взаимодействия зависит от волнового вектора как  $k^2$ , для относительно малых волновых векторов ( $k < 10^4 \text{ см}^{-1}$ ) динамика спиновой волны почти полностью определяется магнитным дипольным взаимодействием. Из-за анизотропной природы магнитодипольного взаимодействия частота спиновой волны зависит не только от абсолютного значения ее волнового вектора, но и от ориентации волнового вектора относительно статической намагниченности. Однако при больших значениях волновых векторов ( $k > 10^6 \text{ см}^{-1}$ ) обменное взаимодействие доминирует. Здесь мы используем классическую ферромагнитную модель Гейзенберга, где гамильтониан содержит только ту часть, которая представляет обменное взаимодействие. Поэтому при оценке искомой функции Грина удобно использовать континуальное приближение. Это приближение справедливо при условии, что длины волн велики по сравнению с постоянной решетки и поперечным размером волновода. В этом случае распространение становится одномодовым [41]. На рис. 1 мы показали, как при проектировании можно расположить и отделить друг от друга волноводы и резонаторы, чтобы избежать любого магнитного взаимодействия между различными элементами конструкции, следовательно, приведенные ниже спектры пропускания не будут искажены такими взаимодействиями.

Для расчета коэффициентов пропускания и отражения мы применяем теорию отклика на взаимодействие с использованием функции Грина. Когда спиновая волна приходит в точку 1, мы обнаруживаем, что коэффициент отражения  $R$  и коэффициенты прохождения  $T_{1i}$  ( $i = 2, 3, 4$ ) связаны с элементами функции Грина  $g(i, j)$  следующими соотношениями [41, 42]:

$$R = |1 + 2jFg(1, 1)|^2, \tag{1}$$

$$T_{1i} = |2jFg(1, i)|^2, \quad i = 2, 3, 4, \tag{2}$$

где  $F = jDk/\gamma M_0$ ,  $j = \sqrt{-1}$ ,  $D = (2Ja^2 M_0)/(\gamma \hbar^2)$ . Здесь  $k$ ,  $M_0$ ,  $J$ ,  $\gamma$  и  $\hbar$  обозначают соответственно волновой вектор спиновой волны, спонтанную намагниченность, обменное взаимодействие между соседними магнитными узлами в решетке с шагом решетки  $a$ , образующей ферромагнитную среду, гиромагнитное отношение и постоянную Планка [41, 42]. Волновой вектор  $k$  задается дисперсионным соотношением

$$k = \sqrt{\frac{\omega - \gamma H_0}{D}}, \quad (3)$$

где  $\omega$  и  $H_0$  — соответственно угловая частота спиновой волны и статическое внешнее поле.

Следует отметить, что намагниченность и приложенное магнитное поле должны быть перпендикулярны плоскости на рис. 1 (т. е. отклонение от статической намагниченности происходит в направлении волноводов). Выражения для  $R$  и  $T_{1i}$  ( $i = 2, 3, 4$ ) можно записать в следующем виде:

$$R = |z_1 + z_2 + z_3 + z_4|^2, \quad (4)$$

$$T_{12} = |z_1 + z_2 - z_3 - z_4|^2, \quad (5)$$

$$T_{13} = |z_1 - z_2 + z_3 - z_4|^2, \quad (6)$$

$$T_{14} = |z_1 - z_2 - z_3 + z_4|^2, \quad (7)$$

где

$$z_n = \frac{j}{2}(y_n + j)^{-1}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \quad (8)$$

$$y_1 = y_2 - \frac{2B_1^4}{(2A_1 + A_2)^2 \left( 3A_1 - \frac{2B_1^2}{2A_1 + A_2} - \frac{B_1^2}{2A_1 + A_2 + B_1} \right)}, \quad (9)$$

$$y_2 = \text{tg} \left( \frac{\pi d_0}{\lambda} \right) + A_1 - \frac{B_1^2}{2A_1 + A_2}, \quad (10)$$

$$y_3 = -\text{tg} \left( \frac{\pi d_0}{\lambda} \right)^{-1} + A_1 - \frac{B_1^2}{2A_1 + A_2}, \quad (11)$$

$$y_4 = y_3 - \frac{2B_1^4}{(2A_1 + A_2)^2 \left( 3A_1 - \frac{2B_1^2}{2A_1 + A_2} - \frac{B_1^2}{2A_1 + A_2 - B_1} \right)}, \quad (12)$$

$$A_i = [\text{tg}(kd_i)]^{-1}, \quad (13)$$

$$B_i = [\sin(kd_i)]^{-1}, \quad i = 1, 2. \quad (14)$$

Чтобы реализовать полный перенос на одной частоте с распространением вектора  $k_0$  от 1 к 3 (а именно,  $T_{13} = 1$  и  $R = T_{12} = T_{14} = 0$ ), длины различных сегментов и резонаторов в структуре, представленной на рис. 1, должны удовлетворять равенствам

$$y_1 = y_3 = -\frac{1}{y_2} = -\frac{1}{y_4}. \quad (15)$$

Данное выражение приводит к следующему решению:

$$kd_0 = (1 + 4n_0)\frac{\pi}{2}, \quad (16)$$

$$kd_1 = (1 + 4n_1 \pm \delta)\frac{\pi}{2}, \quad (17)$$

$$kd_2 = (2n_2 \mp \delta)\frac{\pi}{2}, \quad (18)$$

где

$$\delta = \left[ \frac{3(1 + 4n_1 + 2n_2)}{\pi Q} \right]^{1/2}, \quad n_i = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (19)$$

Здесь коэффициент качества  $Q$ , связанный с пиком передаваемого сигнала, — добротность — определяется как

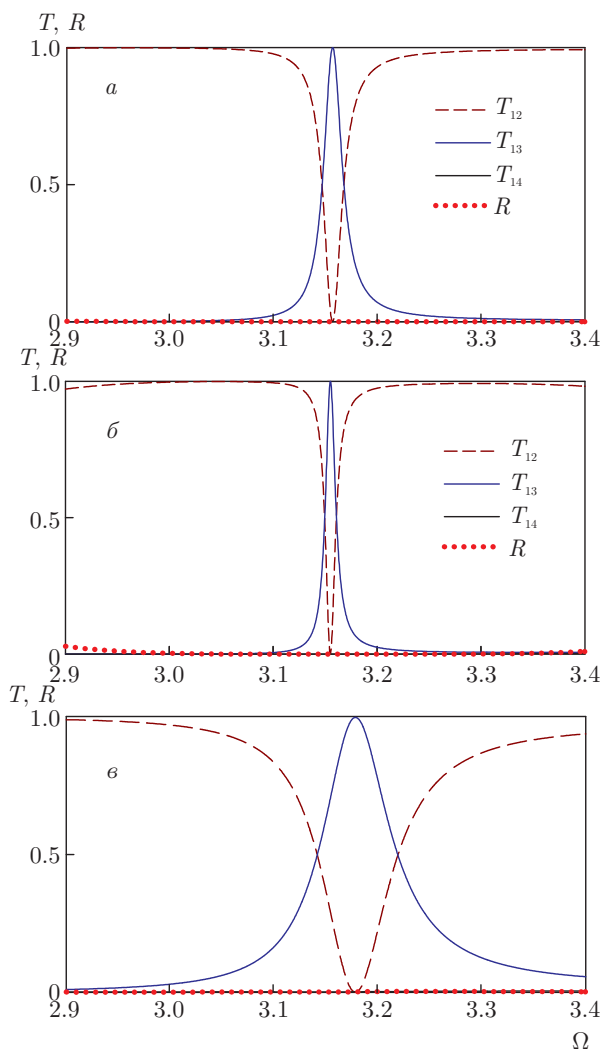
$$Q = \frac{\omega_0}{2(\omega' - \omega_0)}, \quad (20)$$

где  $\omega_0$  — резонансная частота,  $\omega'$  — частота, на которой  $T(\omega')_{13} = 0.5$ .

Коэффициент качества может быть изменен путем изменения длин элементов конструкции, т. е.  $d_0$ ,  $d_1$  и  $d_2$ . Отметим, что  $\delta$  имеет противоположные знаки для  $d_1$  и  $d_2$ , т. е.  $-\delta$  для  $d_1$  соответствует  $+\delta$  для  $d_2$  и наоборот.

Как видно из уравнений (16)–(19), длины проводников и добротность заданы как функции целых чисел  $n_0$ ,  $n_1$  и  $n_2$ , что позволяет выбирать параметры нашей структуры в соответствии с этими различными целочисленными значениями. В случае демультимплексора предпочтительно выбирать достаточно большие значения добротности, чтобы избежать влияния соседних длин волн, это возможно для такой конструкции, поскольку есть широкий выбор целочисленных значений.

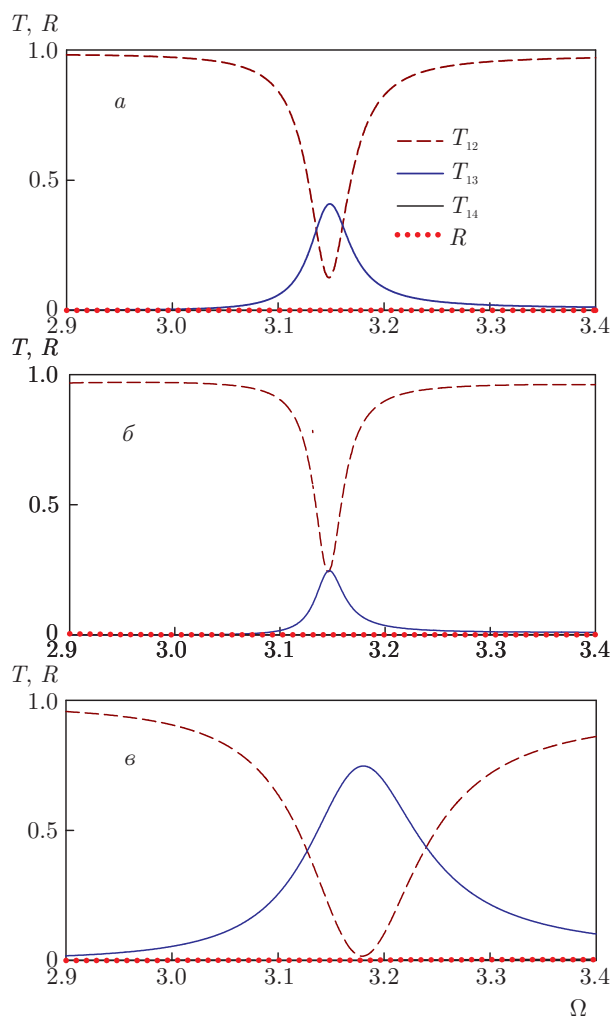
На рис. 2а представлен пример спектров пропускания и отражения в зависимости от безразмерной частоты  $\Omega = \tilde{H} + (kd_0)^2$ , где  $\tilde{H} = \gamma H_0 d_0^2 / D$ , для  $n_0 = n_1 = n_2 = 1$  и  $\delta = 0.1$ . Можно отметить полную передачу с выхода (1,2) на выход (1,3) без возмущений для отражения и для выхода (1,4). Кроме того, случай на рис. 2б дает те же результаты, что и случай на рис. 2а, но для  $\delta = 0.2$ ; для этих случаев резонансные частоты передачи близки. Ширина пика зависит от нескольких параметров. В этом случае



**Рис. 2.** (В цвете онлайн) Зависимости от  $\Omega$  коэффициентов прохождения  $T$  и отражения  $R$  на разных входах-выходах мультиплексора с эффектом затухания:  $R$  (красные точки),  $T_{12}$  (штриховые линии),  $T_{13}$  (сплошные синие линии),  $T_{14}$  (сплошные черные линии). Параметры кривых: а)  $n_0 = n_1 = n_2 = 1$  и  $\delta = 0.1$ ; б)  $n_0 = n_1 = n_2 = 2$  и  $\delta = 0.1$ ; в)  $n_0 = n_1 = n_2 = 1$  и  $\delta = 0.2$

мы изменяли длины и величины  $\delta$  между длинами  $d_1$  и  $d_2$ . Сравнение рис. 2а и 2б показывает, что пики пропускания становятся очень узкими при увеличении длин элементов конструкции. Они становятся широкими, если мы увеличим  $\delta$ , как показано на рис. 2в.

Другая интересная физическая величина, которая может значительно повлиять на качество демультиплексора при фильтрации резонансов, — это затухание. В ферромагнитной системе динамика спина описывается с использованием уравнения Ландау – Лифшица – Гилберта (ЛЛГ), в кото-



**Рис. 3.** (В цвете онлайн) Зависимости от  $\Omega$  коэффициентов прохождения  $T$  и отражения  $R$  на разных входах-выходах демультиплексора с эффектом затухания:  $R$  (красные точки),  $T_{12}$  (штриховые линии),  $T_{13}$  (сплошные синие линии),  $T_{14}$  (сплошные черные линии). Параметры на рис. 3а,б,в такие же, как на рис. 2а,б,в соответственно

ром феноменологический безразмерный параметр  $\alpha$  определяет затухание намагниченности [43]. Чтобы учесть этот эффект, мы ввели феноменологический коэффициент затухания  $\Gamma$ , тогда волновой вектор  $k$  в формуле (3) становится комплексным:  $k = k_R + jk_I$ , где

$$k_R = \sqrt{\frac{\omega - \gamma H_0}{D}}, \quad k_I = \frac{\Gamma}{2\sqrt{D(\omega - \gamma H_0)}}$$

— действительная и мнимая части волнового вектора в разных волноводах. Параметр ЛЛГ  $\alpha$  связан с  $\Gamma$  уравнением  $\alpha = \Gamma/\gamma H_0$ .

На рис. 3 представлены те же результаты, что и на рис. 2, но при учете эффекта потерь в материа-

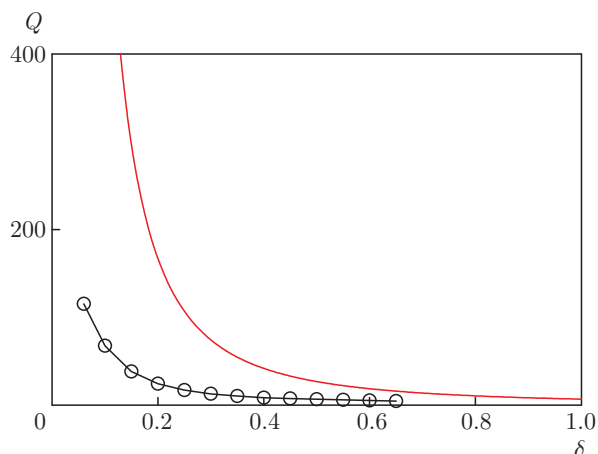


Рис. 4. Зависимости от  $\delta$  добротности, регистрируемой на выходе (1,3), без затухания (сплошная линия) и с затуханием (кружки) для  $n_0 = n_1 = n_2 = 1$

лах. Предполагается, что волноводы изготовлены из пермаллоя (Pу), материала, характеризующегося низким затуханием и однородными магнитными свойствами с параметром  $\alpha = 0.007$  [6]. Видно, что на резонансной частоте ( $\Omega_r = 3.18$ ) коэффициент передачи  $T_{13}$  не достигает единицы, а коэффициенты передачи  $T_{12}$  и  $T_{14}$ , а также отражения  $R$  всегда остаются равными нулю. Таким образом, в резонансе значительная часть энергии поглощается системой.

Отметим, что для увеличения ширины зоны переноса мы увеличиваем  $\delta$ . Это различие напрямую связано с шириной пика, т.е. с добротностью. Эта зависимость объясняется непосредственно формулой (19), где  $Q$  обратно пропорциональна  $\delta$ . На рис. 4 показано изменение добротности  $Q$  в зависимости от  $\delta$  для частоты переданного магнона, как на рис. 2а и 3а, без эффекта затухания и с эффектом затухания соответственно. На рис. 4 видно, что добротность  $Q$  уменьшается с увеличением  $\delta$  и зависимость расходится, когда  $\delta$  приближается к нулю. Отметим, что добротность значительно снижается при учете затухания. Кроме того, при демультимплексировании предпочтительней высокие значения добротности для увеличения разрешения устройства.

### 3. ВЫВОДЫ

Мы представили устройство демультимплексирования магнонов на основе двух континуумов, соединенных цепью проводников и резонаторов. Наша модель позволяет провести полное аналитическое исследование условий для выбранного

пути перехода состояния из одного континуума в другой при неизменных остальных состояниях. Это устройство объединения отдельных каналов обеспечивает полную передачу магнонов заданной частоты на одном выходе. Кроме того, мы рассмотрели геометрические параметры, позволяющие настраивать различные значения добротности. Также обсуждалось влияние затухания на резонанс прохождения.

**Благодарности.** Авторы благодарят Иман Акжуж (Imane Akjouj), аспиранта Университета Лилля, за подготовку рис. 1.

### ЛИТЕРАТУРА

1. S. O. Demokritov and A. N. Slavin, *Magnonics from Fundamentals to Applications*, Topics in Appl. Phys. 125 (2013).
2. T. Schwarze and D. Grundler, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 222412 (2013).
3. M. Krawczyk and D. Grundler, *J. Phys.: Condens. Matter* **26**, 123202 (2014).
4. A. V. Sadovnikov, E. N. Beginin, K. V. Bublikov, S. V. Grishin, S. E. Sheshukova, Yu. P. Sharaevskii, and S. A. Nikitov, *J. Appl. Phys.* **118**, 203906 (2015).
5. S. A. Odintsov, A. V. Sadovnikov, A. A. Grachev, E. N. Beginin, Yu. P. Sharaevskii, and S. A. Nikitov, *JETP Lett.* **104**, 563 (2016).
6. A. V. Chumak, A. A. Serga, and B. Hillebrands, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **50**, 244001 (2017).
7. A. V. Sadovnikov, V. A. Gubanov, S. E. Sheshukova, Yu. P. Sharaevskii, and S. A. Nikitov, *Phys. Rev. Appl.* **9**, 051002 (2018).
8. A. V. Sadovnikov, E. N. Beginin, S. E. Sheshukova, Yu. P. Sharaevskii, A. I. Stognij, N. N. Novitski, V. K. Sakharov, Yu. V. Khivintsev, and S. A. Nikitov, *Phys. Rev. B* **99**, 054424 (2019).
9. G. Csaba, Á. Papp, and W. Porod, *Phys. Lett. A* **381**, 1471 (2017).
10. M. Collet, O. Gladii, M. Evelt, V. Bessonov, L. Soumah, P. Bortolotti, S. O. Demokritov, Y. Henry, V. Cros, M. Bailleul, V. E. Demidov, and A. Anane, *Appl. Phys. Lett.* **110**, 092408 (2017).
11. R. Silvani, M. Kostylev, A. O. Adeyeye, and G. Gubbiotti, *J. Magn. Magn. Mater.* **450**, 51 (2018).



12. V. L. Zhang, H. S. Lim, S. C. Kuok, X. Zhou, and A. O. Adeyeye, *AIP Adv.* **6**, 115106 (2016).
13. K. Vogt, F. Y. Fradin, J. E. Pearson, T. Sebastian, S. D. Bader, B. Hillebrands, A. Hoffmann, and H. Schultheiss *Nat. Commun.* **5**, 3727 (2014).
14. K. Di, V. Li Zhang, M. H. Kuok, H. S. Lim, and S. C. Ng, *Phys. Rev. B* **90**, 060405(R) (2014).
15. A. V. Sadovnikov, K. V. Bublikov, E. N. Beginin, and S. A. Nikitov, *JCTE* **59**, 914 (2014).
16. B. Rana and Y. Otani, *Phys. Rev. Appl.* **9**, 014033 (2018).
17. M. S. Alam, C. Wang, J. Chen, J. Zhang, C. Liu, J. Xiao, Y. Wu, L. Bi, and H. Yu, *Phys. Lett. A* **383**, 366 (2019).
18. K. Baumgaertl, S. Watanabe, and D. Grundler, *Appl. Phys. Lett.* **112**, 142405 (2018).
19. S. L. Vysotski, S. A. Nikitov, and Yu. A. Filimonov, *JETP* **101**, 547 (2005).
20. S. A. Nikitov, Ph. Tailhades, and C. S. Tsai, *J. Magn. Magn. Mater.* **236**, 320 (2001).
21. K. H. Chi, Y. Zhu, and C. S. Tsai, *J. Appl. Phys.* **115**, 17D125 (2014).
22. N. Kumar and A. Prabhakar, *J. Magn. Magn. Mater.* **450**, 46 (2018).
23. A. N. Kuchko, M. L. Sokolovskii, and V. V. Kruglyak, *Physica B* **370**, 73 (2005).
24. S. L. Vysotskiy, S. A. Nikitov, N. N. Novitskii, A. I. Stognii, and Yu. A. Filimonov, *Tech. Phys.* **56**, 308 (2011).
25. Yu. V. Gulyaev, S. A. Nikitov, L. V. Zhivotovski, A. A. Klimov, Ph. Tailhades, L. Presmanes, C. Bonningue, C. S. Tsai, S. L. Vysotski, and Yu. A. Filimonov, *JETP Lett.* **77**, 10 (2003).
26. A. V. Sadovnikov, S. A. Odintsov, E. N. Beginin, A. A. Grachev, V. A. Gubanov, S. E. Sheshukova, and Yu. P. Sharaevskii, *JETP Lett.* **107**, 25 (2018).
27. A. V. Sadovnikov, A. A. Grachev, S. E. Sheshukova, Yu. P. Sharaevskii, A. A. Serdobintsev, D. M. Mitin, and S. A. Nikitov, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 257203 (2018).
28. A. V. Sadovnikov, S. A. Odintsov, E. N. Beginin, S. E. Sheshukova, Yu. P. Sharaevskii, and S. A. Nikitov, *Phys. Rev. B* **96**, 144428 (2017).
29. Haiming Yu, G. Duerr, R. Huber, M. Bahr, T. Schwarze, F. Brandl, and D. Grundler, *Nat. Commun.* **4**, 2702 (2013).
30. A. V. Sadovnikov, E. N. Beginin, M. A. Morozova, Yu. P. Sharaevskii, S. V. Grishin, S. E. Sheshukova, and S. A. Nikitov, *Appl. Phys. Lett.* **109**, 042407 (2016).
31. A. Mouadili, E. H. El Boudouti, A. Soltani, A. Talbi, K. Haddadi, A. Akjouj, and B. Djafari-Rouhani, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **52**, 075101 (2019).
32. L. Dobrzynski, B. Djafari-Rouhani, A. Akjouj, and J. O. Vasseur, *Phys. Rev. B* **60**, 15 (1999).
33. L. Dobrzynski, A. Akjouj, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, M. Bouazaoui, J. P. Vilcot, A. Beau-rain, and S. McMurtry, *Phys. Rev. E* **67**, 057603 (2003).
34. L. Dobrzynski, A. Akjouj, B. Djafari-Rouhani, P. Zieliński, and H. Al-Wahsh, *Europhys. Lett.* **65**, 791 (2004).
35. L. Dobrzynski, H. Al-Wahsh, A. Akjouj, and G. Hernandez-Cocolezzi, *J. Phys.: Condens. Matter* **18**, 3151 (2006).
36. A. Mouadili, E. H. El Boudouti, A. Akjouj, H. Al-Wahsh, B. Djafari-Rouhani, and L. Dobrzynski, *AIP Adv.* **9**, 035011 (2019).
37. H. Al-Wahsh, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, and A. Akjouj, *Surf. Sci.* **602**, 1795 (2008).
38. H. Al-Wahsh, *Eur. Phys. J. B* **76**, 445 (2010).
39. M. G. Cottam and D. R. Tilley, *Introduction to Surface and Superlattice Excitations*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1989).
40. K. H. Bennemann and J. B. Ketterson, *Novel Superfluids*, Vol. 2, Oxford Univ. Press, Oxford (2014).
41. H. Al-Wahsh, A. Akjouj, B. Djafari-Rouhani, and L. Dobrzynski, *Surf. Sci. Rep.* **66**, 29 (2011).
42. A. Akjouj, L. Dobrzynski, H. Al-Wahsh, E. H. El Boudouti, G. Lévêque, Y. Pennec, and B. Djafari-Rouhani, *Magnonics*, Elsevier (2019), ch. 2, p. 53.
43. *Spin Dynamics and Damping in Ferromagnetic Thin Films and Nanostructures*, A. Barman and J. Sinha, Springer Nature (2018).