

КВАНТОВАЯ КРИТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА И СКЕЙЛИНГ В ОДНОМЕРНЫХ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ

*А. Желудев**

*Лаборатория физики твердого тела, Федеральная высшая техническая школа Цюриха
8093, Цюрих, Швейцария*

Поступила в редакцию 15 ноября 2019 г.,
после переработки 15 ноября 2019 г.
Принята к публикации 21 января 2020 г.

Для некоторых квантовых критических точек в одномерном случае в квантовой теории поля получаются точные результаты для скейлинга пространственных и временных корреляционных функций. Данные модели экспериментально реализуются в различных квазиодномерных антиферромагнитных материалах. Экспериментальное измерение предсказанных критических законов связано с большими техническими трудностями. Во многих случаях это стало возможно лишь недавно, благодаря существенным успехам в развитии методов неупругого рассеяния нейтронов и открытию новых модельных систем. Представлен обзор нескольких современных экспериментальных исследований в данной области.

Статья для специального выпуска ЖЭТФ, посвященного 100-летию А. С. Боровика-Романова

DOI: 10.31857/S0044451020070056

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Модели квантового критического поведения в антиферромагнетиках

Магнитные изоляторы пользовались заслуженным вниманием в качестве модельных систем уже на самых ранних этапах изучения явлений критического поведения и скейлинга (в 1960-е гг.) [1, 2]. Данные системы отличаются наличием локальных степеней свободы и взаимодействиями на очень коротких расстояниях, из-за чего их поведение попадает в менее тривиальные классы универсальности, чем модель среднего поля. Более того, существует несколько очень точных экспериментальных методик, таких как ядерный магнитный резонанс (ЯМР) и рассеяние нейтронов, непосредственно связанных с магнитным параметром порядка, которые удобно использовать для изучения пространственных и временных критических корреляций. В огромном разнообразии магнитных материалов представлены различные виды параметров порядка с изинговской, гейзенберговской или XY-симметрией. Наконец, часто реальные соединения магнитных изоляторов точно описываются при помощи очень прос-

тых спиновых гамильтонианов всего с несколькими экспериментально измеримыми параметрами, что позволяет проводить количественные сравнения с теорией и численное моделирование.

Роль магнитных изоляторов еще более возросла позднее, когда интерес исследователей сместился в сторону квантовых фазовых переходов, которые обусловлены квантовыми, а не тепловыми флуктуациями¹⁾. Они возникают при $T \rightarrow 0$ за счет изменения какого-либо управляемого внешним образом параметра гамильтониана. Чрезвычайно удобным параметром для магнитных систем является внешнее магнитное поле. В отличие от химического разбавления, оно является «чистым» и не вносит беспорядок. В отличие от давления, его можно легко создавать и точно регулировать в лабораторных условиях. Оно обладает непосредственной и хорошо изученной связью с соответствующими (спиновыми) степенями свободы. Следует учитывать, что экспериментальное исследование обусловленных полем квантовых критических явлений возможно только в антиферромагнитных материалах, поскольку взаи-

¹⁾ Введение содержит общеизвестные сведения по квантовому критическому поведению и скейлингу. Среди множества полезных монографий и обзоров на эту тему автор отдает предпочтение работам [3, 4, 62].

* E-mail: zhelud@ethz.ch

модействие поля с ферромагнитным параметром порядка удаляет систему от критической точки.

При обычном термодинамическом фазовом переходе динамика и термодинамика никак не связаны друг с другом. Однако вблизи квантовой критической точки динамический показатель z , который связывает характерную частоту и размер критических флуктуаций $\omega \propto r^{-z}$, в явном виде входит также и в критические показатели термодинамических величин. Это вызывает необходимость сочетания термодинамических и спектроскопических измерений, для которого антиферромагнитные материалы обладают дополнительными преимуществами. В данных системах критический вектор (как правило, магнитный волновой вектор в упорядоченной фазе) далеко отстоит в обратном пространстве от структурных брэгговских пиков и акустических фононов, что позволяет беспрепятственно использовать методы нейтронной дифракции и спектроскопии для измерений критических флуктуаций и динамики с разрешением по импульсу [2]. Сюда же относится соображение, что эффективная размерность квантовой критической точки (ККТ) возрастает на величину динамического показателя $d_{eff} = d + z$ [3]. Поскольку он всегда положителен, размерность системы смещается к критической и превосходит ее. Чтобы избежать довольно неинтересного скейлинга в режиме среднего поля, при выборе материалов следует начинать с систем с низкой физической размерностью d . К счастью, имеется большое количество соединений с антиферромагнитными спиновыми цепочками, лестницами и слоями, представляющих собой прекрасные образцы таких систем. Данный обзор в основном посвящен изучению квантовой критической динамики именно в таких (квази)низкоразмерных антиферромагнетиках, что отнюдь не является новым предметом. Теория была в основном завершена в 1990-е гг. Вскоре после этого было проведено несколько основополагающих экспериментов, однако множество ключевых измерений стало возможным только благодаря совсем недавнему развитию технологий материалов и экспериментальных методик. Давнишние теоретические предсказания в конце концов получили подтверждение в лаборатории.

1.2. Теоретические ожидания и экспериментальные задачи

Предположив, что необходимая модельная система найдена, можно кратко обобщить, что именно хотелось бы увидеть экспериментально. Выделим два сценария. В первом квантовый антифер-

ромагнетик приближается к критическому состоянию посредством внешнего магнитного поля H , и при $H = H_c$ возникает ККТ. К данной категории принадлежат переходы в полях насыщения почти во всех антиферромагнетиках, переходы с закрытием щели в спиновых цепочках и лестницах, а также различные реализации модели Изинга в поперечном поле. «Расстояние» до ККТ определяется температурой T и разностью $h = H - H_c$. Если величина $d + z$ в квантовой критической точке ниже верхней критической размерности, то наиболее часто измеряемые свойства (теплоемкость, намагниченность и однородная восприимчивость) можно записать в виде следующих масштабированных соотношений [4]:

$$C_V(T, h) = T^{d/z} \mathcal{C}(\tilde{h}), \quad (1)$$

$$M(T, h) = T^{((d+z)\nu-1)/z\nu} \mathcal{M}(\tilde{h}), \quad (2)$$

$$\chi(T, h) = T^{((d+z)\nu-2)/z\nu} \mathcal{X}(\tilde{h}). \quad (3)$$

В правой части каждого уравнения стоят соответствующие степенные функции одной переменной $\tilde{h} = hT^{-1/z\nu}$, которая является масштабированным полем. Для частого случая $z\nu = 1^2$ оказывается удобным определить масштабированное поле в безразмерном виде, $\tilde{h} = g\mu_B h/k_B T$.

Динамические свойства системы описываются магнитным динамическим структурным фактором $\mathcal{S}(\mathbf{q}, \omega)$, который является временным и пространственным преобразованием Фурье от парной спиновой корреляционной функции и может быть непосредственно измерен в экспериментах по неупругому рассеянию нейтронов [5, 6]. Он должен масштабироваться следующим образом:

$$S(\mathbf{q}, \omega, T, h) = T^{-x} \mathcal{S}_T(\tilde{q}, \tilde{\omega}, \tilde{h}), \quad (4)$$

где $x = (\gamma + z\nu)/z\nu$, волновой вектор \mathbf{q} отсчитывается от критического волнового вектора \mathbf{q}_c , $\tilde{q} = q/T^{1/z}$ — масштабированный волновой вектор, а $\tilde{\omega} = \hbar\omega/k_B T$ — масштабированная частота. В реальности часто измеряют локальный динамический структурный фактор, получаемый из $\mathcal{S}(\mathbf{q}, \omega)$ путем интегрирования по переданному импульсу. Он масштабируется следующим образом:

$$S(\omega, T, h) = T^{-x+d/z} \mathcal{S}_T(\tilde{\omega}, \tilde{h}). \quad (5)$$

В измерениях частотной зависимости при постоянной температуре, как обычно делается в экспериментах по рассеянию нейтронов, динамичес-

²⁾ Важный общий случай $z\nu \equiv 1$ возникает, когда зеемановский член коммутирует с остальным гамма-матрицей [50], например, как в гейзенберговской модели.

кий структурный фактор удобно масштабировать по-другому:

$$S(\mathbf{q}, \omega, T, h) = \omega^x \mathcal{S}_\omega(q/\omega^{1/z}, T/\omega, h/\omega^{1/z\nu}). \quad (6)$$

Динамику системы можно также изучать при помощи ЯМР. Измеряемое время релаксации t_1 обратно пропорционально $\mathcal{S}(\omega)$ для $\omega \rightarrow 0$ и поэтому масштабируется в следующем виде:

$$t_1(T, h) = T^{x-d} \tau(\tilde{h}). \quad (7)$$

Во втором сценарии квантовый фазовый переход обуславливается не внешним полем, а каким-либо другим параметром (часто недостижимым экспериментально), и система «автоматически» оказывается в критическом состоянии, в котором иногда может оставаться в широком диапазоне значений внешнего магнитного поля. Наиболее известным примером такой системы служит антиферромагнитная гейзенберговская спиновая цепочка $S = 1/2$, которая обладает квантово-критическим основным состоянием уже в нулевом поле, но также остается в нем при всех значениях полей вплоть до насыщения [7, 8]. Очень похожими физическими свойствами обладают гейзенберговские спиновые цепочки $S = 1$ (халдейновские цепочки) или спиновые лестницы со спином $S = 1/2$ в магнитных полях выше закрытия спиновой щели. Несколько отличаются от них цепочки $S = 1$ с чередованием обменного взаимодействия с достаточно сильной димеризацией для закрытия халдейновской щели, которой однако не хватает для того, чтобы заново открылась димерная щель [9, 10]. Еще более экзотический случай проявляется в спиновой лестнице, приближенной за счет циклических обменных взаимодействий к так называемой $SU(2)_2$ квантовой критической точке Весса – Цумино – Новикова – Виттена (WZNW) [11]. В этих примерах магнитное поле не влияет на критическое поведение. Масштабированные соотношения совпадают с предыдущими, однако не содержат в явном виде полевых переменных ни в левой, ни в правой частях уравнений, хотя могут иметь зависящие от поля скейлинговые функции и критические индексы.

В обоих случаях экспериментаторы в первую очередь должны проверить, масштабируются ли термодинамические величины и динамический структурный фактор. Затем необходимо измерить степенные законы для сравнения с теоретическими предсказаниями. Также важно убедиться в согласии между наборами критических индексов, которые получаются из спектроскопических и калориметрических экспериментов. В некоторых случаях

также существуют теоретические предсказания для скейлинговых функций, которые могут быть полностью или хотя бы частично универсальными. В таком случае экспериментальное измерение этих функций приносит особое удовлетворение, поскольку количественное сравнение с теорией проводится почти без какой-либо количественной информации об изучаемой системе.

1.3. Технические трудности

Несмотря на все преимущества квазиодномерных антиферромагнетиков, эксперименты по изучению их критических свойств отнюдь нельзя назвать простыми. Главная проблема заключается в том, что для переходов, обусловленных магнитными полями разумной величины (скажем, до 10 Тл), необходим соответствующий малый масштаб энергии магнитных обменных взаимодействий порядка нескольких мэВ. Во многих «традиционных» низкоразмерных квантовых антиферромагнетиках, реализующихся в оксидах $3d$ -металлов (побочных продуктах интенсивного поиска ВТСП-купратов в 1990-х гг.) масштаб энергий просто слишком высок. В этом одна из причин недавних успехов, достигнутых при изучении галогенидов/органических комплексов $3d$ -металлов, в которых обменные взаимодействия обычно меньше [12].

Важность выбора модельного соединения также обусловлена тем, что диапазон энергий соответствующих критических флуктуаций примерно на порядок величины меньше обменных констант, т.е. составляет несколько сотен мкэВ. Любые нежелательные члены, нарушающие симметрию спинового гамильтониана системы (остаточные трехмерные взаимодействия, анизотропия, магнитоупругость и т. д.) должны быть еще меньше. В изначально длинном списке модельных материалов остается лишь небольшая группа подходящих образцов, многие из которых были открыты лишь недавно.

Низкий масштаб энергий критических флуктуаций также налагает серьезные ограничения на спектроскопические эксперименты. Если квантовая критическая динамика измеряется при помощи неупругого рассеяния нейтронов, в некоторых случаях может потребоваться энергетическое разрешение вплоть до 10 мкэВ. В недавнем прошлом такие эксперименты нельзя было представить. Только в последние годы появились инструменты, обеспечивающие такое высокое разрешение при приемлемых величинах потока. Ниже будут описаны несколько таких недавних нейтронных измерений.

2. СПИНОВАЯ ЖИДКОСТЬ ТОМОНАГИ – ЛАТТИНЖЕРА

В первом примере изучается бесщелевые одномерные гейзенберговские антиферромагнетики с линейным спектром. В простейшем случае спиновой цепочки $S = 1/2$ преобразование Йордана – Вигнера точно отображает спиновый гамильтониан на пространство взаимодействующих фермионов [7]. Халдейн впервые предположил [13], что фермионное описание физики на низких энергиях на самом деле работает во всех случаях [7, 8]. Оно также остается верным во внешнем магнитном поле. Кроме того, системы типа спиновых лестниц, которые могут быть щелевыми в нулевом поле, попадают в эту категорию в полях, превышающих критическое значение $\mu_0 H_c$, при котором щель закрывается. Фермионное соответствие обеспечивает универсальность низкотемпературных свойств и динамики. Действительно, в одномерном случае фермионы с линейной дисперсией независимо от особенностей взаимодействия между ними образуют так называемую жидкость Томонаги – Латтинжера (латтинжеровскую жидкость) [7]. Это квантовое критическое состояние, которое полностью характеризуется всего двумя константами: скоростью Ферми u и так называемым параметром Латтинжера K [7, 8]. Второй параметр определяется взаимодействиями: $K > 1$ соответствует притяжению, $K < 1$ отталкиванию.

Благодаря фермионному описанию бесщелевые одномерные спиновые системы с линейным спек-

тром называются спиновыми жидкостями Томонаги – Латтинжера. Соответствующие скорость и параметр Латтинжера будут зависеть от конкретного спинового гамильтониана и внешнего магнитного поля. Гейзенберговская спиновая цепочка $S = 1/2$ в нулевом поле соответствует значению $K = 1/2$. Отталкивание сохраняется вплоть до поля насыщения H_{sat} , в котором K достигает единицы [8]. В намагниченных гейзенберговских лестницах со спином $S = 1/2$ [14, 15], а также в обычных XXZ -спиновых цепочках [8] имеется возможность притяжения ($K > 1$). Поскольку состояние латтинжеровской жидкости является критическим и обладает линейным спектром возбуждений, все низкотемпературные термодинамические свойства демонстрируют скейлинговое поведение с индексом $z = 1$. Это аналогично термодинамике металлов с линейной теплоемкостью и постоянной восприимчивостью на магнитный ион:

$$C_V(T) = N a k_B \frac{k_B T}{6 \hbar u}, \quad (8)$$

$$\chi(T) = \mu_0 \frac{N a}{V} \frac{(g \mu_B)^2}{2\pi} \frac{K}{\hbar u}, \quad (9)$$

где a — расстояние между атомами в цепочке, N — число спинов в объеме V . Естественно, это сходство не относится к динамике, поскольку свойства ферми-жидкости Ландау в одномерном случае нарушаются. К счастью, критический показатель и скейлинговая функция для динамического структурного фактора спиновой жидкости известны точно [8, 16, 17]:

$$S(q, \omega, T) \propto T^{(1-4K)/2K} \left(1 + \frac{1}{\exp(\hbar \omega / k_B T) - 1} \right) \times \\ \times \operatorname{Im} \left\{ \frac{\Gamma \left(\frac{1}{8K} - i \hbar \frac{uq/a + \omega}{4\pi k_B T} \right) \Gamma \left(\frac{1}{8K} - i \hbar \frac{u\tilde{q}/a - \omega}{4\pi k_B T} \right)}{\Gamma \left(1 - \frac{1}{8K} - i \hbar \frac{u\tilde{q}/a + \omega}{4\pi k_B T} \right) \Gamma \left(1 - \frac{1}{8K} - i \hbar \frac{uq/a - \omega}{4\pi k_B T} \right)} \right\}, \quad (10)$$

что соответствует уравнению (4) без переменных, в явном виде зависящих от поля.

2.1. Гейзенберговская спиновая цепочка $S = 1/2$

2.1.1. Классические результаты

Первые экспериментальные проверки скейлинга в спиновых жидкостях были проведены для систем с гейзенберговскими спиновыми цепочками $S = 1/2$. Термодинамические исследования типичных соединений вошли в учебники. Особый интерес представ-

ляли измерения на органических образцах, таких как Cu-бензоат [18] и Cu-PZN [19]. В рамках данного обзора стоит особо упомянуть первое систематическое исследование скейлинга при конечной температуре для $S(\mathbf{q}, \omega)$. Эти оригинальные эксперименты были проведены более двадцати лет назад в органическом спин-цепочечном соединении Cu-бензоате [20]. На рис. 1 показан масштабированный график мнимой части восприимчивости, измеренной в центре одномерной антиферромагнитной зоны Бриллюэна $\mathbf{q} = 0$ при различных температурах.

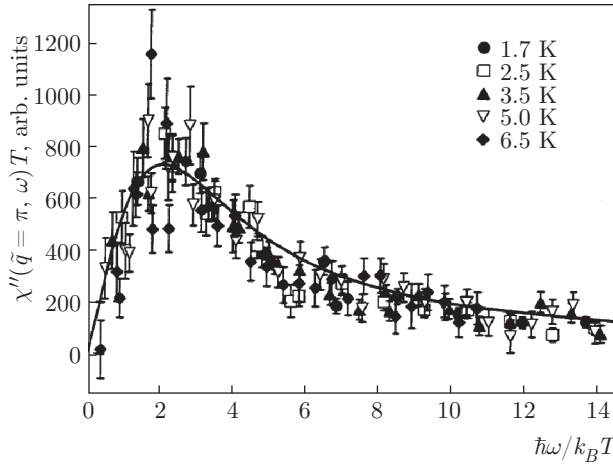


Рис. 1. Из работы [20]. Зависимость критического динамического структурного фактора, измеренного в Cu-бензоате при нескольких температурах, от масштабированной частоты (символы). Сплошная линия — формула (10) с параметром $K = 1/2$

Эта величина непосредственно связана с динамическим структурным фактором посредством флуктуационно-диссипативной теоремы:

$$\chi''(\mathbf{q}, \omega) = \pi \left[1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) \right] S(\mathbf{q}, \omega).$$

Сплошной линией показана подгонка по формуле (10) для $K = 1/2$. Обращают внимание замечательное совмещение данных и согласие с теорией.

Чаще упоминается более позднее исследование на другом соединении KCuF_3 [21]. Эта система является плохим приближением одномерного магнетика из-за наличия довольно сильного межцепочечного взаимодействия, которое приводит к возникновению трехмерного дальнего магнитного порядка уже при температуре $T_N = 39 \text{ K}$ с намагниченностью подрешеток, достигающей при низких температурах значения $0.5 \mu_B$ на ион Cu^{2+} [22]. Следовательно, ее низкотемпературная термодинамика не должна иметь ничего общего со свойствами идеальной спиновой цепочки. Тем не менее было показано, что на энергиях свыше $25 \text{ мэВ} \sim 260 \text{ K}$ в спектре возбуждений преобладает одномерное поведение, описываемое выражением (10). Это открытие подчеркивает основное преимущество спектроскопии над статическими или низкочастотными экспериментами. Даже если в гамильтониане присутствуют члены, отдаляющие систему от квантового критического состояния, можно изучать квантовую критическую динамику и измерять предсказанные масштабированные соотношения на высоких энергиях. Этот «прием»

невозможен в термодинамических измерениях или в ЯМР.

2.1.2. Разбавленные спиновые цепочки в нулевом поле

Сравнительно недавно были достигнуты успехи в изучении критической динамики систем с разбавленными гейзенберговскими цепочками спинов $S = 1/2$, в которых небольшая часть исходных магнитных ионов заменялась ионами с целочисленными спинами. Благодаря магнитному экранированию влияние этих спинов на цепочку аналогично дефектам $S = 0$ [23]. Поскольку каждый дефект полностью нарушает непрерывность системы, она приобретает свойства спиновой жидкости в ограниченном «объеме». Эта задача интенсивно изучалась теоретически [23–25]. Кратко можно сказать, что при $z = 1$ длина корреляции в латтинджеровской жидкости составляет $\hbar v/k_B T$. Для цепочки спинов длиной L можно ввести параметр $Lk_B T/\hbar v$, через который выражаются все ее термодинамические свойства, что называется LT -скейлингом. Его следствия можно непосредственно наблюдать в экспериментах с учетом того, что в реальной разбавленной спиновой системе имеется статистическое распределение по длинам фрагментов цепочек. Большинство измерений такого поведения были проведены на цепочечных купратах SrCuO_2 и Sr_2CuO_3 с замещением части ионов меди ионами переходных металлов. Было обнаружено, что не только однородная магнитная восприимчивость [26–29], но и чередующаяся восприимчивость, полученная из температур трехмерного упорядочения за счет слабого межцепочечного обмена [27, 29], полностью согласуются с предсказаниями LT -скейлинга.

Наиболее изящный результат, относящийся к разбавленным спиновым цепочкам, состоит в обнаружении «скрытого» конечно-температурного скейлинга локального динамического структурного фактора [28–30]. Любой фрагмент цепочки длиной L будет иметь спиновую щель $\Delta = \Delta_0/L$, где $\Delta_0 \sim 3.65J$ (J — обменная константа) [23]. Вследствие распределения фрагментов по длине в макроскопическом образце, в спектре появляется псевдощель. Очевидно, динамические масштабированные соотношения для бесконечной спиновой цепочки (10) перестают выполняться. Однако можно доказать, что в этом случае локальный динамический структурный фактор $\mathcal{S}(\omega)$ можно записать в виде произведения структурных факторов идеальных цепочек $\mathcal{S}_\infty(\omega)$ и «оггибающей» функции, определяемой концентрацией дефектов x [29, 30]:

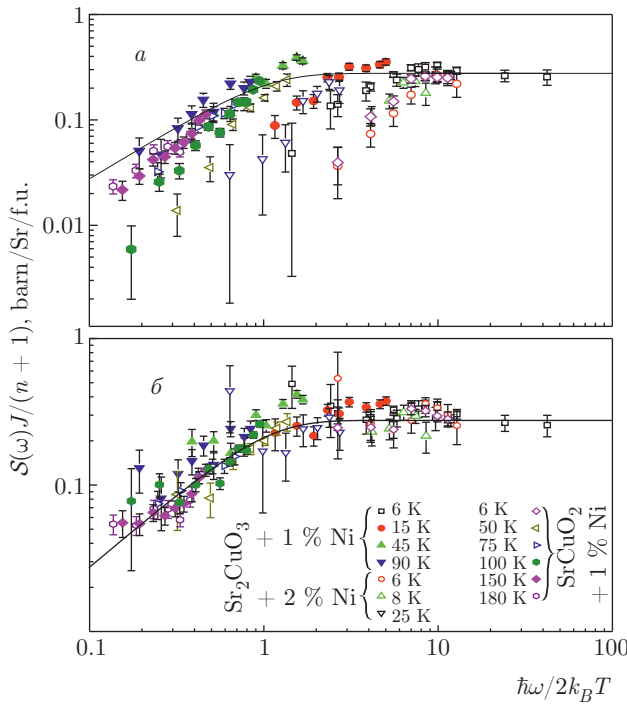


Рис. 2. (В цвете онлайн) Из работы [28]. Локальный динамический структурный фактор, измеренный в разбавленных квазиодномерных соединениях при различных температурах при помощи времяпролетной (светлые символы) и трехосной (закрашенные символы) методик нейтронной спектроскопии. *а*) Измеренные интегральные по q интенсивности. *б*) Те же данные, нормированные на огибающую функцию для исключения спиновой псевдощели. Сплошные линии — точная скейлинговая функция для идеальной гейзенберговской спиновой цепочки $S = 1/2$ без подгоночных параметров. Данные получены на времяпролетных инструментах SEQUOIA (Национальная лаборатория Оак Ридж, США), спектрометрах MAPS и MERLIN (Лаборатория Резерфорда Апплтона, Великобритания), а также на трехосных спектрометрах IN22 и IN8 (Институт Лауэ–Ланжевена, Гренобль, Франция), PUMA (Forschungsneutronenquelle Хайнц–Майер–Лейбниц, Мюнхен, Германия) и 4F2 (Лаборатория Леона Бриллюэна, СЕА–CNRS, Сакле, Франция)

$$S(\omega, T) = S_\infty(\omega, T) \left(\frac{x\Delta_0}{\hbar\omega} \right)^2 \text{sh}^{-2} \left(\frac{x\Delta_0}{\hbar\omega} \right). \quad (11)$$

Нормировка на эту огибающую функцию должна восстановить скейлинговое поведение, что наблюдается экспериментально. На рис. 2а [28] показана интегральная по q интенсивность неупругого рассеяния нейтронов, измеренная в абсолютных единицах при нескольких температурах в SrCuO_2 и Sr_2CuO_3 с различными концентрациями дефектов, построенная в зависимости от $\tilde{\omega}$. Как видно, данные при разных температурах не совмещаются друг с другом,

т. е. скейлинг нарушается за счет дефектов. Однако нормировка этих данных на соответствующие вычисленные огибающие функции сводит их на одну кривую (см. рис. 2б). Более того, перенормированные данные хорошо согласуются с известной скейлинговой функцией для $K = 1/2$: $S_T(\tilde{\omega}) \propto \text{th}(\tilde{\omega})$, показанной сплошной линией. Для гейзенберговской спиновой цепочки в этой формуле точно известен даже коэффициент пропорциональности, таким образом, согласие с экспериментами на рис. 2б достигнуто без каких-либо подгоночных параметров.

2.1.3. Внешнее поле

Выше были описаны эксперименты, выполненные в нулевом внешнем поле. По этой причине в них не было ограничений по выбору материалов и энергетическому разрешению спектроскопических измерений, которые накладываются при использовании реалистичных магнитных полей. При попытке изучения динамического скейлинга во внешнем поле, способном существенно изменить параметр Латтинжера K для спиновой цепочки, эти соображения приобретают первостепенное значение.

Рассмотрим схему на рис. 3а. В нулевом поле динамический структурный фактор изотропен и находится внутри границ двухспионного континуума. Проявление свойств латтинжеровской жидкости ожидается в довольно широком диапазоне энергий и импульсов с приблизительно линейной дисперсией спионов (заштрихованный прямоугольник). Во внешнем поле спектр изменяется. Континуумы, соответствующие поперечным и продольным по отношению к полю спиновым флуктуациям, разделяются, как показано на рис. 3б. В пределе низких энергий оба канала демонстрируют характерное для латтинжеровской жидкости скейлинговое поведение, однако с различными значениями критических индексов и на различных критических волновых векторах (продольные возбуждения становятся несоизмеримыми) [8]. Разделять обе спектральные компоненты при помощи поляризованных нейтронов нецелесообразно, поскольку это связано с большим проигрышем в интенсивности. Для измерения одной из групп критических флуктуаций необходимо значительно сузить окно измерений в непосредственной близости от соответствующего волнового вектора (заштрихованная область на рис. 3б для поперечных флуктуаций). Для увеличения окна и заметного изменения K требуется сильное поле, которое существенно намагничивает спиновую цепочку. Реалистичный предел значений поля в приме-

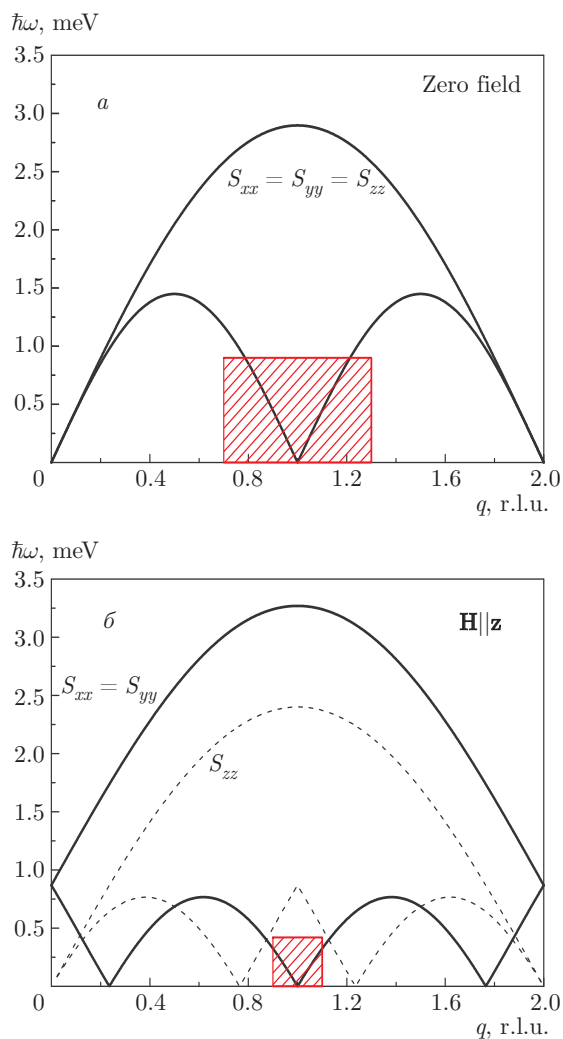


Рис. 3. Из работы [31]. Схематическое изображение спектра спиновых возбуждений антиферромагнитной гейзенберговской спиновой цепочки $S = 1/2$ в нулевом магнитном поле (а) и в магнитном поле, равном половине поля насыщения (б). Численные значения соответствуют соединению $2(1,4\text{-Dioxane}) \cdot 2(\text{H}_2\text{O}) \cdot \text{CuCl}_2$, в котором поле насыщения приблизительно равно 15 Тл. Штриховкой показана примерная область, в которой корреляции обусловлены физикой латтинжеровской жидкости

няемых для нейтронных экспериментов отдельных магнитах составляет примерно 10 Тл в зависимости от установки. Например, для измерения в полях 50% от поля насыщения обменная константа J должна быть порядка 1 мэВ, что сужает окно измерений всего до 0.5 мэВ и требует очень высокого разрешения по энергии на уровне как минимум 50 мкэВ.

Необходимое разрешение находится на пределе доступного в современных времяпролетных инстру-

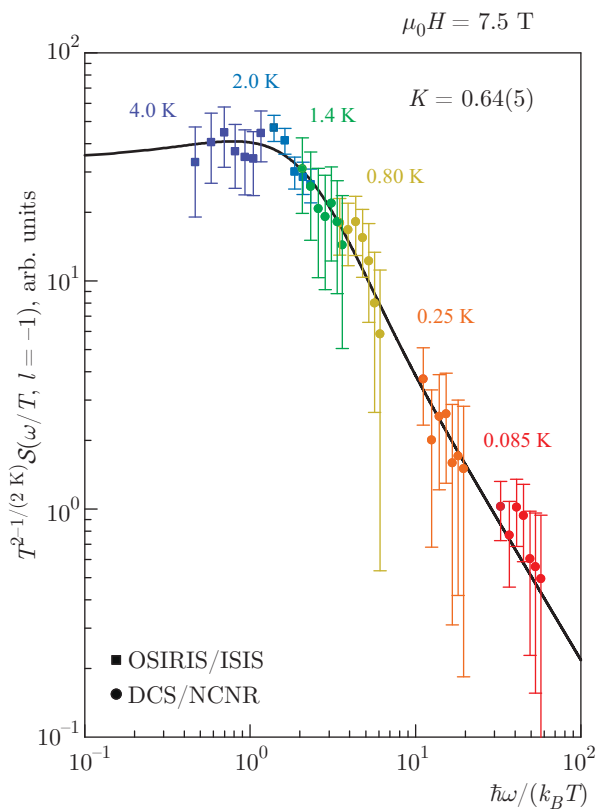


Рис. 4. (В цвете онлайн) Из работы [31]. Масштабированная зависимость для $S(0, \omega)$, измеренная в $2(1,4\text{-Dioxane}) \cdot 2(\text{H}_2\text{O}) \cdot \text{CuCl}_2$ при условии $K = 0.64$. Сплошная линия — формула (10). Данные получены на спектрометре обратного рассеяния OSIRIS (Лаборатория Резерфорда Апплтона, Великобритания) и на времяпролетном инструменте DCS (Национальный институт стандартов и технологий, Мэриленд, США)

ментах, в особенности если в них используется принцип обратного рассеяния. Соответствующие эксперименты [31, 32] были выполнены на спин-цепочечном соединении $2(1,4\text{-Dioxane}) \cdot 2(\text{H}_2\text{O}) \cdot \text{CuCl}_2$ для которого можно вырастить монокристаллы очень большого размера. Обменная константа в данной системе составляет $J = 0.92$ мэВ, что соответствует полю насыщения $\mu_0 H \approx 15$ Тл [33]. К сожалению, спиновые цепочки имеют чередующийся g -тензор, из-за чего в магнитном поле открывается небольшая щель. Как и в случае межцепочечных взаимодействий в KCuF_3 , влияния этого нежелательного малого члена в гамильтониане можно избежать путем измерений с большой передачей энергии. Хотя это еще сильнее уменьшает и без того узкое окно измерений, можно получить довольно хорошую масштабированную зависимость (рис. 4, из работ [31, 32]). В данном случае критический индекс по

оси y , $2 - 1/2K$, определялся экспериментально так, чтобы увеличить перекрытие данных, полученных при различных температурах. Это достигается при $K = 0.64(5)$, что хорошо соответствует теоретическому значению $K = 0.65$ для данного значения внешнего поля. Сплошная линия проведена по формуле (10) с произвольным нормировочным множителем и хорошо согласуется с результатами измерений.

2.2. Спиновые лестницы в магнитном поле

Гейзенберговская цепочка спинов $S = 1/2$ в любом случае удовлетворяет условию $K \leq 1$, т.е. является системой фермионов с отталкиванием. Как упоминалось выше, частично намагниченная гейзенберговская антиферромагнитная спиновая лестница $S = 1/2$ может проявлять свойства латтинжеровской жидкости с $K > 1$ [15, 34–38]. Это не всегда так. Хорошо изученная система спиновых лестниц с сильными связями на ступеньках $(C_5H_{12}N)_2CuBr_4$ (ВРСВ) имеет $K < 1$ во всем диапазоне внешнего поля между H_c и H_{sat} [38, 39]. В отличие от нее, родственное соединение с сильными связями вдоль ножек $(C_7H_{10}N)_2CuBr_4$ (DIMPY) является латтинжеровской жидкостью с притяжением во всех полях выше перехода с закрытием щели. Это исключительно хорошо characterized соединение с обменными константами вдоль ножек $J_{leg} = 1.42$ мэВ и на ступеньках $J_{rung} = 0.82$ мэВ лестницы [15, 34, 40, 41] и чрезвычайно малым взаимодействием между лестницами $J' = 6$ мкэВ [15]. Расчеты методом ренормгруппы матрицы плотности (DMRG), основанные на этих значениях, прекрасно воспроизводят наблюдаемые изменения термодинамических свойств в поле [15, 38, 41] и полный спектр спиновых возбуждений [15, 41–43]. Скорость, извлекаемая из теплоемкости по формуле (8), и параметр Латтинжера, определяемый из формул (8) и (9) [15, 35, 38, 41], а также из измерений времени релаксации ЯМР [36] и трехмерного упорядочения [15, 41], возникающего при очень низких температурах благодаря наличию J' , подтверждают результат расчета DMRG: в DIMPY параметр K равен единице при $\mu_0 H_c = 2.62$ Тл, затем монотонно возрастает до величины $K \approx 1.3$ при 15 Тл, после чего снова уменьшается до единицы при $\mu_0 H_{sat} = 29$ Тл.

Как и в случае намагниченных спиновых цепочек, изучение критической динамики в спин-жидкостной фазе DIMPY весьма затруднительно из-за узости измерительного окна. Рассмотрим полный спектр возбуждений при $\mu_0 H = 7.5$ Тл, показанный

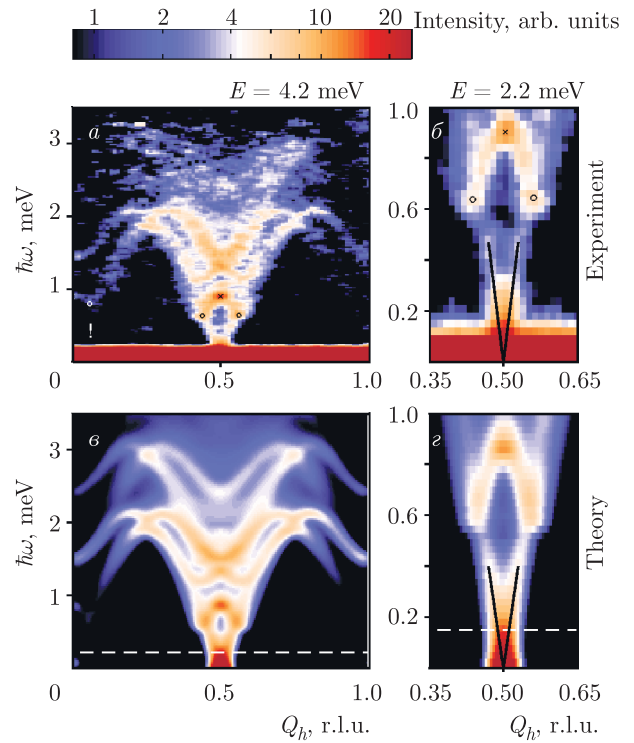


Рис. 5. (В цвете онлайн) Из работы [42]. Магнитный динамический структурный фактор DIMPY в магнитном поле $\mu_0 H = 7$ Тл. Данные неупругого рассеяния были получены при $T = 70$ мК в режимах с низким $E_i = 4.2$ мэВ (а) и высоким $E_i = 2.2$ мэВ (б) разрешением. в, г) Результаты DMRG-вычислений, свернутых с аппаратной функцией. Штриховыми линиями показана граница упругого некогерентного фона. Сплошные линии обозначают конус дисперсии бесщелевых возбуждений. Все критические спиновые флуктуации в латтинжеровской жидкости лежат ниже 0.4 мэВ. Данные получены на времяпролетном спектрометре LET (Лаборатория Резерфорда Апплтона, Великобритания)

на рис. 5 (из работ [41, 42]). На верхних и нижних панелях показаны результаты измерений неупругого рассеяния нейтронов и расчетов DMRG соответственно. Большая часть наблюдаемого рассеяния не имеет отношения к критическим флуктуациям. Оно или появляется на энергиях, где дисперсия возбуждений перестает описываться линейным законом (что является предпосылкой спин-жидкостного поведения), или происходит от щелевых спектральных компонент, не имеющих отношения к переходу в спин-жидкостную фазу с обращением щели в нуль при $\mu_0 H_c$. Настоящее критическое рассеяние можно беспрепятственно наблюдать только в части спектра с передачей энергии меньше приблизительно 0.4 мэВ. В то же время нужно держаться вдали от неизбежного в нейтронных экспериментах обыч-

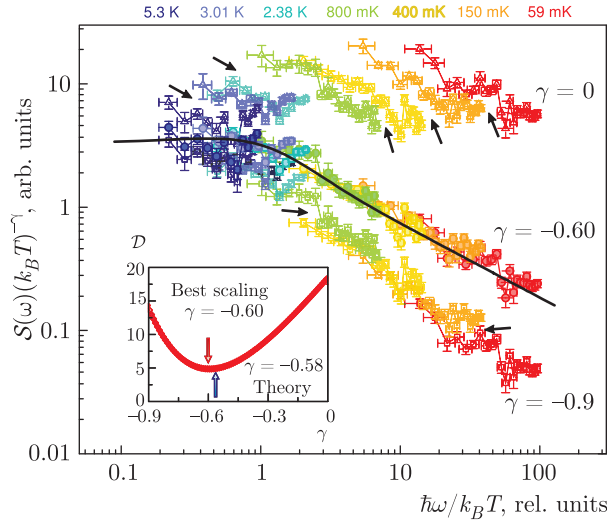


Рис. 6. (В цвете онлайн) Из работы [37]. Локальный динамический структурный фактор $S(\omega)$, измеренный в DIMPY в поле $\mu_0 H = 9$ Тл при нескольких температурах, построенный в масштабированном представлении с различными показателями. Стрелки указывают на очевидные нарушения скейлинга при неоптимальных значениях показателя. Сплошной линией показана точная скейлинговая функция для латтинжеровской жидкости с параметром $K = 1.25$. На вставке: мера совпадения данных в зависимости от показателя степени. Все данные получены на спектрометре LET (Лаборатория Резерфорда Апплтона, Великобритания)

ного сильного упругого некогерентного рассеяния. Несмотря на эти трудности, измерения в магнитном поле $\mu_0 H = 9$ Тл были успешно выполнены на установке с чрезвычайно высоким разрешением ($\delta E \approx 25$ мкэВ) [37, 41]. На рис. 6 приведена полученная масштабированная зависимость для динамического структурного фактора. Три набора данных соответствуют трем различным значениям показателя температуры, в данных обозначениях выражаемого в виде $1/2K - 1$. На двух из них очевидно присутствие «разрывов», указывающих на плохое совмещение данных. Оптимальное совмещение достигается при значении $K = 1.25(5)$ (средний набор точек). Получившийся результат прекрасно согласуется с теоретической скейлинговой функцией (сплошная линия), полученной из уравнения (10). Для известных значений обменных констант в DIMPY, расчет DMRG дает $K = 1.2$ для $\mu_0 H = 9$ Тл [37, 41].

3. НУЛЕВАЯ НОРМИРОВОЧНАЯ УНИВЕРСАЛЬНОСТЬ

Переходим к описанию квантовых критических точек в гейзенберговских спиновых цепочках, обу-

словленных внешним магнитным полем. Наиболее очевидным примером является переход в полностью поляризованное состояние в сильном поле в большинстве неферромагнитных XXZ -систем. Кроме того, данный случай проще всего описывается, поскольку спектр возбуждений при $H > H_{sat}$ является щелевым и точно вычисляется в теории спиновых волн. Магنونная щель закрывается на критическом волновом векторе точно в поле $H = H_{sat}$. При этом на малых энергиях дисперсия является квадратичной, поэтому для данной ККТ $z = 2$.

Считая оператор \hat{S}^- оператором рождения магнона можно непосредственно отобразить эту задачу на случай бозе-газа с сильным отталкиванием. При данном отображении плотность бозонов $\hat{\rho}$ соответствует уменьшению намагниченности $NS - \hat{S}_{total}^z$, а их химический потенциал μ — расстоянию до критического поля $g\mu_B(H - H_{sat})$. Как известно, в трехмерном случае это позволяет рассматривать насыщение как бозе-эйнштейновскую конденсацию магновов [44]. В одномерном случае в полях ниже H_{sat} система является латтинжеровской жидкостью.

В одномерном случае следствия отображения на модель бозонов с отталкиванием оказываются еще более значительными, чем для случая $d = 3$ [46]. Это происходит потому что в пределе малой плотности магновов (вблизи H_{sat}) свойства одномерного бозе-газа с отталкиванием не зависят от взаимодействия (например, от радиуса отталкивания) и являются полностью универсальными. Универсальность относится не только к виду скейлинговых функций, но даже к общему численному коэффициенту [47–49]. Это называется «нулевой нормировочной универсальностью» [46]. Все свойства за исключением отталкивания на узлах будут полностью аналогичны свойствам невзаимодействующих бозонов, которые в свою очередь точно отображаются на свободные фермионы путем преобразования Йордана – Вигнера. Это немедленно дает точные результаты для термодинамических свойств, которые справедливы вне зависимости от особенностей спинового гамильтониана [46]. Показатели в уравнениях (3) получаются из условий $d = 1$, $z = 2$, а также необходимости выполнения соотношения $z\nu = 1$, поскольку зеемановский член, обуславливающий переход, коммутирует с остальным гейзенберговским гамильтонианом [50]. Скейлинговые функции с точностью до абсолютных значений предынтегральных множителей соответствуют случаю свободных фермионов и легко вычисляются:

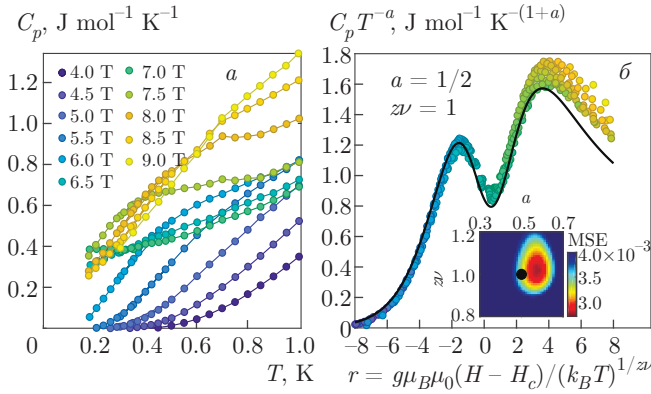


Рис. 7. (В цвете онлайн) Из работы [45]. *а*) Типичные зависимости магнитного вклада в теплоемкость от температуры в ВРСВ при фиксированных значениях поля, направленного вдоль оси *b*. *б*) Символы: магнитная теплоемкость, измеренная при $0.17 \leq T \leq 0.5$, построенная в приведенных переменных с критическими индексами $a = 1/2$ и $z\nu = 1$. Сплошная линия — скейлинговая функция для свободных фермионов в одномерном случае, построенная без подгоночных параметров. На вставке: условное цветное изображение эмпирической меры совмещения данных в зависимости от критических индексов. Оптимальное согласование достигается при $a = 0.57(10)$ и $b = 1.01(10)$

$$\mathcal{M}(x) = g\mu_B \frac{Na}{V} \frac{\sqrt{2\pi m k_B}}{\pi \hbar} \times \int_0^\infty dy \frac{1}{\exp(y^2 - x) + 1}, \quad (12)$$

$$\mathcal{C}(x) = k_B \frac{Na}{V} \frac{\sqrt{2\pi m k_B}}{\pi \hbar} \times \int_0^\infty dy \frac{(y^2 - x)^2 \exp(y^2 - x)}{(\exp(y^2 - x) + 1)^2}, \quad (13)$$

где m — магنونная «масса», а их дисперсия при $H = H_c$ имеет вид $\hbar\omega = \hbar^2 q^2 / 2m$.

Эти универсальные результаты можно также применить к переходам с закрытием щели в поле в димеризованных антиферромагнитных спиновых цепочках, халдейновских системах и антиферромагнитных спиновых лестницах. В этих случаях критическая точка снова отделяет неупорядоченную щелевую фазу при $H < H_c$ от состояния латтинжеровской жидкости в более сильных полях. Бозоны с отталкиванием на узлах соответствуют нижней компоненте магنونного триплета в щелевой фазе, которая смягчается при $H \rightarrow H_c$. Предсказанные зависимости для теплоемкости и восприимчивости, а также точные результаты для теплового

расширения, магнострикции и магнитокалорического эффекта были недавно красиво проверены в измерениях на системе спиновых цепочек $S = 1/2$ CuPzN в окрестности H_{sat} [51]. Поведение теплоемкости и намагниченности было также изучено для перехода с закрытием щели в системе спиновых лестниц $(C_5H_{12}N)_2CuBr_4$ (ВРСВ) [45, 52]. На рис. 7 представлены результаты измерений теплоемкости в окрестности H_c при различных температурах (*а*) и соответствующая масштабированная зависимость (*б*). Сплошная линия проведена по формуле (13) без каких-либо подгоночных параметров (магنونная масса непосредственно измеряется с помощью неупругого рассеяния нейтронов). Все расхождения обусловлены отклонением реальной дисперсии магненов от идеальной параболы при высоких энергиях [52].

3.1. Динамика

В данной ККТ с $d = 1$, $z = 2$ динамический структурный фактор удовлетворяет соотношению (4) с $x = 1/2$. Интересно, что корреляционная функция известна точно [54]. К сожалению, она не записывается в простом виде, а выражается через детерминанты Фредгольма. Ее асимптотическое поведение при $\tilde{\omega} \rightarrow 0$ и $\tilde{\omega} \rightarrow \infty$ хорошо известно [46]. В общем случае она получается при помощи довольно утомительного, но простого численного метода [52, 53]. Типичные результаты показаны на рис. 8. Первая попытка экспериментальной проверки этих предсказаний была предпринята на примере системы спиновых цепочек $S = 1/2$ $K_2CuSO_4Cl_2$ с полем насыщения $\mu_0 H_{sat} = 4.47$ Тл [32, 55]. Выяснилось, что критические флуктуации перекрываются с плотным континуумом не критического рассеяния, которое возникает по мере удаления от ККТ. Это иллюстрируется на рис. 9. В левой колонке приведены нейтронные спектры, измеренные при различных температурах в поле $H = H_{sat}$. Критическое рассеяние возникает благодаря магнонам с косинусоидальной дисперсией, которая четко видна при самой низкой температуре. Некритическое рассеяние возникает в виде ветви с «перевернутой» дисперсией при низких температурах и быстро растет, образуя широкий континуум при повышении температуры. Расчеты DMRG при конечной температуре показывают, что эти не критические флуктуации происходят из двухмагنونных состояний и поляризованы параллельно внешнему полю. В отличие от них, критические флуктуации соответствуют одномагنونным возбуждениям и поэтому связаны с пе-

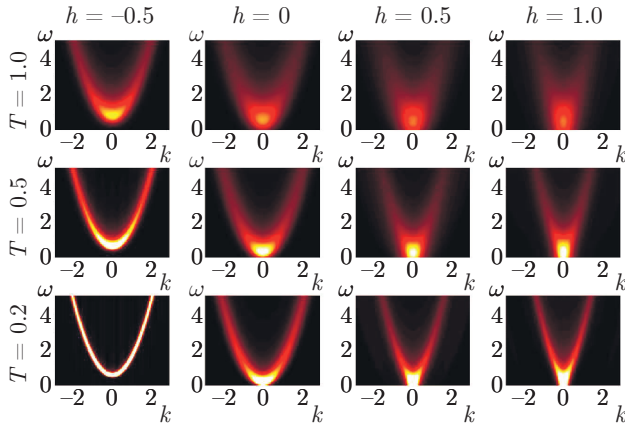


Рис. 8. (В цвете онлайн) Из работы [53]. Графики расчетного поперечного динамического структурного фактора бозонов с отталкиванием на узлах в одномерном случае при различных значениях химического потенциала $h = -0.5, 0, 0.5, 1.0$ и температуры $T = 0.2, 0.5, 1.0$

реворотом спина и имеют поперечную к полю поляризации.

Задача состоит в разделении критического поперечного и некритического продольного рассеяния. В принципе, это можно сделать с помощью поляризованных нейтронов. Как упоминалось выше, эта методика обычно связана с большим проигрышем в интенсивности и поэтому плохо пригодна для измерения слабых сигналов. Однако при изучении спиновых лестниц можно использовать следующий прием. Гамильтониан таких систем обладает дополнительной симметрией — перестановкой ножек лестницы. При антиферромагнитном взаимодействии на ступеньках магноны являются нечетными по отношению к этому элементу симметрии [39, 56]. Это означает, что самое сильное одномагнитное рассеяние осуществляется с передачей импульса $q_{\perp} = \pi/l$ перпендикулярно направлению ножки (l — длина ножки в данном соединении), тогда как у двухмагнитных процессов, наоборот, $q_{\perp} = 0$. Низкоэнергетический спектр спиновой лестницы вблизи H_c качественно аналогичен спектру спиновой цепочки вблизи H_{sat} с тем отличием, что критические и некритические флуктуации разделены в обратном пространстве и могут измеряться независимо. Эту идею успешно применили при измерении критической динамики в лестничном соединении ВРСВ [45]. Получившаяся масштабированная зависимость для $S(\tilde{\omega})$ показана на рис. 10. Наилучшее совмещение данных достигается с показателем $x = 0.57(1)$ при теоретическом значении $x = 1/2$. Сплошной линией показана точная скейлинговая функция для свободных фермионов.

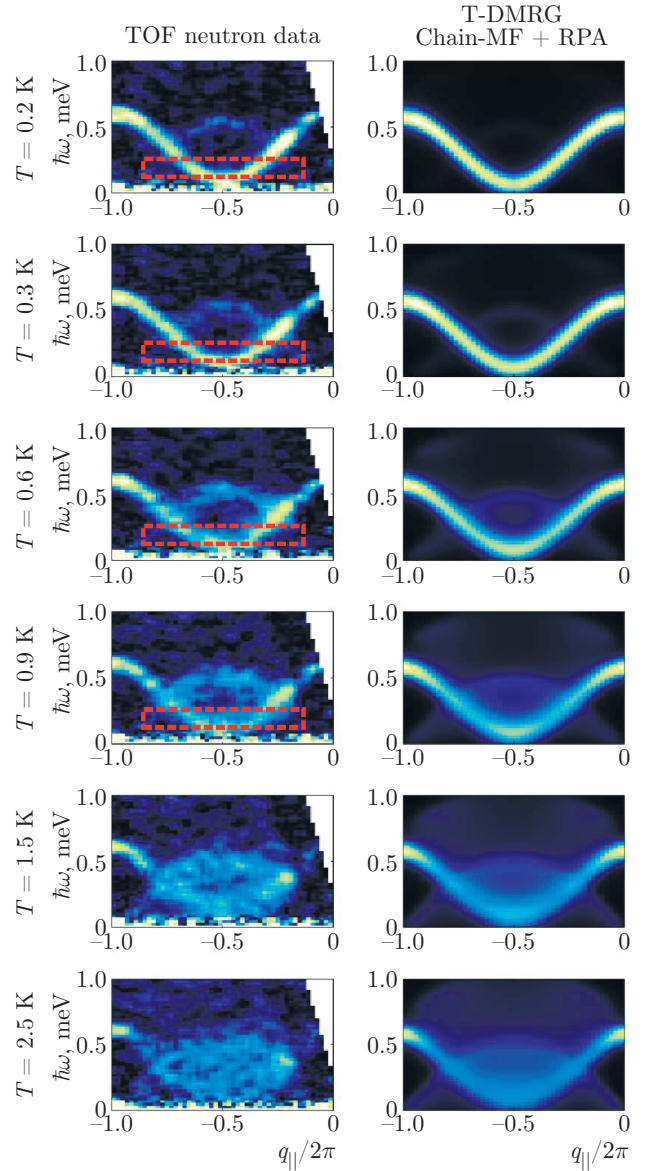


Рис. 9. (В цвете онлайн) Из работы [53]. Измеренные и вычисленные спектры спиновых возбуждений в соединении с гейзенберговскими спиновыми цепочками $K_2CuSO_2Cl_2$ вблизи насыщения. В первой колонке приведены данные неупругого рассеяния нейтронов, полученные в непосредственной близости от насыщения в поле $\mu_0 H = 4.5$ Тл ($\mu_0 H_{sat} = 4.47$ Тл) при различных температурах. Эти графики соответствуют сечениям, интегрированным в пределах $q_{\perp}/2\pi = 0 \pm 0.1$ и полностью вдоль бездисперсионного направления q_{inter} . Во второй колонке приведены результаты численного расчета, в котором безцепочечное взаимодействие учитывается в рамках комбинированного подхода для цепочек в среднем поле и приближения случайных фаз. Все данные получены на времяпролетном инструменте LET (Лаборатория Резерфорда Апплтона, Великобритания)

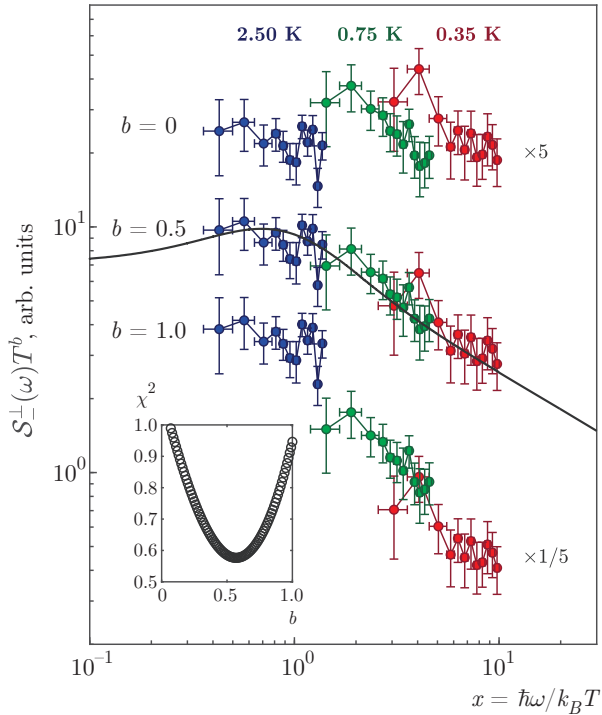


Рис. 10. (В цвете онлайн) Из работы [45]. Масштабированная зависимость антисимметричного поперечного локального динамического структурного фактора $S_{\perp}^{\pm}(\omega)$, измеренного в ВРСВ вблизи критического поля $\mu_0 H = 6.5$ Тл. Для предсказанного показателя $b = 1/2$ все три набора данных совмещаются в единую непрерывную линию. На вставке показана мера совмещения данных для различных значений критического индекса. Наилучшее совпадение достигается при $b = 0.57(10)$. Сплошная линия соответствует расчетной скейлинговой функции. Все данные получены на времяпролетном инструменте LET (Лаборатория Резерфорда Апплтона, Великобритания)

4. МОДЕЛЬ ИЗИНГА С $d = 1$ В ПОПЕРЕЧНОМ ПОЛЕ

Последний из обсуждаемых в обзоре случаев, модель Изинга в поперечном поле, наверное, является наиболее показательным примером квантового фазового перехода [3]. Он возникает при всех тех же условиях, которые были описаны в предыдущем разделе (насыщение, закрытие щели в магнитном поле), однако при наличии анизотропии, нарушающей аксиальную симметрию вокруг направления магнитного поля. Этот переход также связан со смягчением моды возбуждений — щель в спектре магнонов обращается в нуль при $H = H_c$, однако имеются два ключевых различия. Во-первых, ККТ разделяет две фазы, обе из которых являются щелевыми [7]. Во-вторых, зеемановский член не

коммутирует с остальным гамильтонианом и, следовательно, зеемановская энергия не является простой добавкой к закону дисперсии магнонов, как в аксиальном случае. Вместо этого дисперсия магнонов имеет «релятивистский» вид: $(\hbar\omega)^2 = (\hbar u q)^2 + g^2 \mu_B^2 (H - H_c)^2$ [3, 7]. В отличие от аксиального случая, именно магنونная «масса», а не его «химический потенциал» обращается в нуль при H_c . В самом критическом поле дисперсия является линейной, что соответствует случаю $z = 1$. На критическом волновом векторе щель линейно зависит от $(H - H_c)$, поэтому также выполняется соотношение $z\nu = 1$. В ККТ система похожа на латтинджеровскую жидкость тем, что она бесщелевая, имеет линейный спектр и подчиняется фермионному описанию, в данном случае через действительные (майорановские) фермионы [7]. В результате длина корреляции убывает по закону $1/T$, а динамический структурный фактор определяется выражением (10) с необычным значением $K = 4$ [3, 57]. Соответственно, показатель температуры в формуле (4) равен $x = 7/4$.

Хотя имеются некоторые потрясающе красивые экспериментальные данные о возбуждениях в (квази)одномерных изинговских системах с обеих сторон от перехода в поперечном поле [59], исследований критической динамики при конечных температурах не так много. Один из таких экспериментов был осуществлен в соединении с анизотропными спиновыми цепочками $S = 1$ $\text{Ni}(\text{C}_9\text{H}_{24}\text{N}_4)(\text{NO}_2)(\text{ClO}_4)$ (NTENP). Чередование обменных констант между $J_1 = 2.1$ мэВ и $J_2 = 4.7$ мэВ приводит к образованию димеризованного синглетного основного состояния, отличающегося от халдейновского состояния [60]. В системе имеется сильная одноионная анизотропия, в результате чего нижний по энергии триплет возбуждений расщепляется на дублет со щелью $\Delta_1 = 1.07$ мэВ и синглет на уровне $\Delta_2 = 1.91$ мэВ. Если магнитное поле приложено перпендикулярно оси анизотропии, аксиальная симметрия полностью нарушается, что приводит к переходу типа модели Изинга в поперечном поле в состояние, которое при $T = 0$ в поле $\mu_0 H_c \approx 11$ Тл оказывается упорядоченным антиферромагнетиком [61]. «Окно», в котором можно надеяться на измерение критических флуктуаций, ограничено сверху средней компонентой магنونного триплета с энергией Δ_1 , которая сама по себе не имеет никакого отношения к критическому рассеянию. К сожалению, из-за наличия в данном соединении ранее неизвестного структурного перехода в нем имеется небольшое

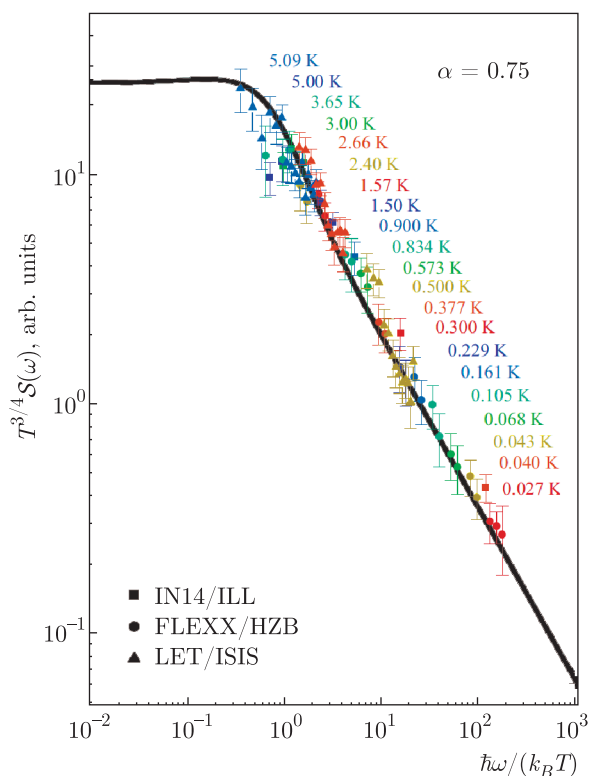


Рис. 11. (В цвете онлайн) Из работы [58]. Масштабированная зависимость локального динамического структурного фактора, измеренного в NTENP с изинговским критическим индексом $x - 1 = 0.75$. Черная линия соответствует точной теоретической скейлинговой функции для квантовой критической точки изинговской цепочки в поперечном магнитном поле. Экспериментальные данные получены на трехосных спектрометрах IN-14 (Институт Лауэ–Ланжевена, Гренобль, Франция) и FLEXX (Центр Гельмгольца, Берлин, Германия), а также на времяпролетном инструменте LET (Лаборатория Резерфорда Апплтона, Великобритания)

чередование g -тензора, которое не позволяет щели полностью закрыться: в поле H_c ее величина составляет 0.2 мэВ [32, 58]. Это задает нижний предел, на котором флуктуации можно считать критическими.

Несмотря на эти ограничения, измеренный в NTENP локальный динамический структурный фактор прекрасно согласуется с теоретическими предсказаниями (см. рис. 11). Соответствующий критический индекс $x - d$, определенный из эксперимента, составляет 0.77(2), что близко к ожидаемому значению $3/4$. К сожалению, эти данные не перекрывают весь важный режим релаксации $\tilde{\omega} \lesssim 1$. Тот факт, что данные, измеренные на одной частоте при различных температурах, укладываются на

одну линию в двойном логарифмическом масштабе (рис. 11) означает только, что рассеяние не зависит от температуры при $k_B T \gg \hbar\omega$. Однако зависимость наклона данных, полученных при каждой температуре, от энергии является нетривиальным результатом: он устанавливает степенное поведение $S(\omega)$ в пределе $T \rightarrow 0$.

5. ВЫВОДЫ

Однажды Тим Займан (Институт Лауэ–Ланжевена) в шутку заметил, что такая деятельность напоминает «измерение числа π »: точно известно, что получится при правильной постановке эксперимента. Такая критика оправдана лишь частично. С одной стороны, верно, что описанные здесь эксперименты служат для проверки давно известных точных теоретических результатов, не подвергаемых какому-либо сомнению. С другой стороны, даже число π на всякий случай надо измерить несколько раз. Именно на таких измерениях, осуществленных в античные времена, основана наша непоколебимая уверенность в применимости геометрии к описанию реальной вселенной. Еще более важен другой аспект. Ожидается, что по своей природе теория скейлинга применима только в непосредственной близости к квантовой критической точке, на очень малых импульсах и энергиях. Описанные в данном обзоре исследования проверяют, до какой степени эти результаты применимы к реальным соединениям и к экспериментам с реалистичной чувствительностью и разрешением. В них не измеряется число π , в них проверяется, существуют ли в природе реальные круги, которые с некоторой точностью можно аппроксимировать идеальной окружностью.

Обзор посвящен памяти академика А. С. Боровика-Романова. Автору посчастливилось проходить под его руководством дипломную практику в Институте физических проблем им. П. Л. Капицы. Основополагающие работы Боровика-Романова в области антиферромагнетизма и спиновых волн заложили основу всей научной карьеры автора. Неизменное уважение, с которым он относился к людям, стало примером настоящего достоинства в науке.

Благодарности. Основная часть экспериментальных данных, вошедших в настоящий обзор, была получена при поддержке Швейцарского на-

ционального научного фонда, отдел 2, в рамках диссертационных работ, которые успешно защитили в Федеральной высшей технической школе (ВТШ) Цюриха Д. Шмидигер [41], М. Хельг [32], Г. Симутис [29] и Д. Блоссер [52]. Существенное участие во многих экспериментах приняли К. Поваров, С. Гвасалия, В. Лоренц и Д. Хьювонен (ВТШ, Цюрих). Эти эксперименты были бы невозможны без квалифицированной помощи, которую оказали специалисты пользовательских центров нейтронного рассеяния: Т. Perring, D. Voneshen, R. Bewley, H. C. Walker, D. T. Adjora, F. Demmel и Т. Guidi (Rutherford Appleton Laboratory, UK); J. Robert и S. Petit (Laboratoire Leon Brillouin, CEA-CNRS, Saclay, France); M. Stone, A. I. Kolesnikov и A. T. Savichi (Oak Ridge National Laboratory, USA); L. P. Regnault и F. Bourdarot (CEA Grenoble, France); O. Sobolev (Forschungsneutronenquelle Heinz Maier-Leibnitz, Munich, Germany); N. P. Butch (National Institute of Standards and Technology, USA); D. L. Quintero-Castro (Helmholtz-Zentrum Berlin, Germany); A. Piovano и M. Boehm (Institut Laue-Langevin, Grenoble, France). Большая часть образцов, исследованных в описанных экспериментах, выращена в ВТШ (Цюрих), кристаллы купратов с линейными цепочками получены в лабораториях Б. Бюхнера (Институт Лейбница, Германия), Т. Масуды (Университет Токио, Япония) и А. Ревколевски (Университет Париж-юг, Орсе, Франция).

ЛИТЕРАТУРА

1. H. E. Stanley, *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena*, Oxford Univ. Press (1971).
2. M. F. Collins, *Magnetic Critical Scattering*, Oxford Univ. Press (1989).
3. S. Sachdev, *Quantum Phase Transitions*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK (1999).
4. M. A. Continentino, *Quantum Scaling in Many-Body Systems*, World Sci. Publ. Co. Pte. Ltd., Singapore (2001).
5. G. L. Squires, *Introduction to the Theory of Thermal Neutron Scattering*, Cambridge Univ. Press (1978).
6. S. W. Lovesey, *Theory of Neutron Scattering from Condensed Matter*, Clarendon Press, Oxford, UK (1984).
7. A. Tsvelik, *Quantum Field Theory in Condensed Matter Physics*, Cambridge Univ. Press (2007).
8. T. Giamarchi, *Quantum Physics in One Dimension*, Clarendon Press (2003).
9. I. Affleck and F. D. M. Haldane, *Phys. Rev. B* **36**, 5291 (1987).
10. S. Yamamoto, *Phys. Rev. B* **51**, 16128 (1995).
11. B. Lake, A. M. Tsvelik, S. Notbohm, D. Alan Tennant, T. G. Perring, M. Reehuis, C. Sekar, G. Krabbes, and B. Buchner, *Nat. Phys.* **6**, 50 (2010).
12. T. Yankova, D. Huevonen, S. Muhlbauer, D. Schmudiger, E. Wulf, S. Zhao, A. Zheludev, T. Hong, V. O. Garlea, R. Custelcean, and G. Ehlers, arXiv: 1110.6375v1 (2011).
13. F. D. M. Haldane, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 1358 (1980).
14. T. Hikihara and A. Furusaki, *Phys. Rev. B* **63**, 134438 (2001).
15. D. Schmidiger, P. Bouillot, S. Muehlbauer, S. Gvasaliya, C. Kollath, T. Giamarchi, and A. Zheludev, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 167201 (2012).
16. H. J. Schulz, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2790 (1996).
17. O. Starykh, A. W. Sandvik, and R. R. P. Singh, *Physica B* **241–243**, 563 (1998).
18. D. C. Dender, P. R. Hammar, D. H. Reich, C. Broholm, and G. Aeppli, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1750 (1997).
19. P. R. Hammar, M. B. Stone, D. H. Reich, C. Broholm, P. J. Gibson, M. M. Turnbull, C. P. Landee, and M. Oshikawa, *Phys. Rev. B* **59**, 1008 (1999).
20. D. C. Dender, Ph.D. Thesis, Johns Hopkins University (1997).
21. B. Lake, D. A. Tennant, C. D. Frost, and S. E. Nagler, *Nat. Mater.* **4**, 329 (2005).
22. M. T. Hutchings, E. J. Samuelsen, G. Shirane, and K. Hirakawa, *Phys. Rev.* **188**, 919 (1969).
23. S. Eggert and I. Affleck, *Phys. Rev. B* **46**, 10866 (1992).
24. S. Fujimoto and S. Eggert, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 037206 (2004).
25. J. Sirker, S. Fujimoto, N. Laflorencie, S. Eggert, and I. Affleck, *J. Stat. Mech.: Theory Exp.* **2008**, P02015 (2008).
26. K. Karmakar and S. Singh, *Phys. Rev. B* **91**, 224401 (2015).
27. G. Simutis, S. Gvasaliya, F. Xiao, C. P. Landee, and A. Zheludev, *Phys. Rev. B* **93**, 094412 (2016).

28. G. Simutis, S. Gvasaliya, N. S. Beesetty, T. Yoshida, J. Robert, S. Petit, A. I. Kolesnikov, M. B. Stone, F. Bourdarot, H. C. Walker, D. T. Adroja, O. Sobolev, C. Hess, T. Masuda, A. Revcolevschi, B. Büchner, and A. Zheludev, *Phys. Rev. B* **95**, 054409 (2017).
29. G. Simutis, Ph.D. Thesis, ETH Zurich (2016), <https://doi.org/10.3929/ethz-a-010811102>.
30. G. Simutis, S. Gvasaliya, M. Månsson, A. L. Chernyshev, A. Mohan, S. Singh, C. Hess, A. T. Savici, A. I. Kolesnikov, A. Piovano, T. Perring, I. Zaliznyak, B. Büchner, and A. Zheludev, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 067204 (2013).
31. M. Hälg, D. Hüvonen, N. P. Butch, F. Demmel, and A. Zheludev, *Phys. Rev. B* **92**, 104416 (2015).
32. M. Haelg, Ph.D. Thesis, ETH Zurich (2015), <https://doi.org/10.3929/ethz-a-010573756>.
33. T. Hong, R. Custelcean, B. C. Sales, B. Roessli, D. K. Singh, and A. Zheludev, *Phys. Rev. B* **80**, 132404 (2009).
34. T. Hong, Y. H. Kim, C. Hotta, Y. Takano, G. Tremelling, M. M. Turnbull, C. P. Landee, H.-J. Kang, N. B. Christensen, K. Lefmann, K. P. Schmidt, G. S. Uhrig, and C. Broholm, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 137207 (2010).
35. K. Ninos, T. Hong, T. Manabe, C. Hotta, S. N. Herrer, M. M. Turnbull, C. P. Landee, Y. Takano, and H. B. Chan, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 097201 (2012).
36. M. Jeong, H. Mayaffre, C. Berthier, D. Schmidiger, A. Zheludev, and M. Horvatić, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 106404 (2013).
37. K. Y. Povarov, D. Schmidiger, N. Reynolds, R. Bewley, and A. Zheludev, *Phys. Rev. B* **91**, 020406 (2015).
38. M. Jeong, D. Schmidiger, H. Mayaffre, M. Klanjšek, C. Berthier, W. Knafo, G. Ballon, B. Vignolle, S. Krämer, A. Zheludev, and M. Horvatić, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 106402 (2016).
39. P. Bouillot, C. Kollath, A. M. Läuchli, M. Zvonarev, B. Thielemann, C. Rüegg, E. Orignac, R. Citro, M. Klanjšek, C. Berthier, M. Horvatić, and T. Giamarchi, *Phys. Rev. B* **83**, 054407 (2011).
40. D. Schmidiger, S. Mühlbauer, S. N. Gvasaliya, T. Yankova, and A. Zheludev, *Phys. Rev. B* **84**, 144421 (2011).
41. D. Schmidiger, Ph.D. Thesis, ETH Zurich (2014), <https://doi.org/10.3929/ethz-a-010379214>.
42. D. Schmidiger, P. Bouillot, T. Guidi, R. Bewley, C. Kollath, T. Giamarchi, and A. Zheludev, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 107202 (2013).
43. D. Schmidiger, P. Bouillot, G. Ehlers, S. Mühlbauer, A. M. Tsvelik, C. Kollath, T. Giamarchi, and A. Zheludev, *Phys. Rev. B* **88**, 094411 (2013).
44. E. G. Batyev and L. S. Braginski, *Sov. Phys. JETP* **60**, 781 (1984).
45. D. Blosser, V. K. Bhartiya, D. J. Voneshen, and A. Zheludev, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 247201 (2018).
46. S. Sachdev, T. Senthil, and R. Shankar, *Phys. Rev. B* **50**, 258 (1994).
47. I. Affleck, *Phys. Rev. B* **41**, 6697 (1990).
48. I. Affleck, *Phys. Rev. B* **43**, 3215 (1991).
49. E. S. Sorensen and I. Affleck, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1633 (1993).
50. S. Sachdev, *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter* **94**, 469 (1994).
51. O. Breunig, M. Garst, A. Klümper, J. Rohrkamp, M. M. Turnbull, and T. Lorenz, *Sci. Adv.* **3** (2017), 10.1126/sciadv.aao3773.
52. D. Blosser, Ph.D. Thesis, ETH Zurich (2019).
53. D. Blosser, N. Kestin, K. Y. Povarov, R. Bewley, E. Coira, T. Giamarchi, and A. Zheludev, *Phys. Rev. B* **96**, 134406 (2017).
54. V. E. Korepin and N. A. Slavnov, *Comm. Math. Phys.* **129**, 103 (1990).
55. M. Hälg, W. E. A. Lorenz, K. Y. Povarov, M. Månsson, Y. Skourski, and A. Zheludev, *Phys. Rev. B* **90**, 174413 (2014).
56. T. Barnes and J. Riera, *Phys. Rev. B* **50**, 6817 (1994).
57. S. Sachdev, *Nucl. Phys. B* **464**, 576 (1996).
58. M. Hälg, D. Hüvonen, T. Guidi, D. L. Quintero-Castro, M. Boehm, L. P. Regnault, M. Hagiwara, and A. Zheludev, *Phys. Rev. B* **92**, 014412 (2015).
59. R. Coldea, D. A. Tennant, E. M. Wheeler, E. Wawrzynska, D. Prabhakaran, M. Telling, K. Habicht, P. Smeibidl, and K. Kiefer, *Science* **327**, 177 (2010).
60. A. Zheludev, T. Masuda, B. Sales, D. Mandrus, T. Papenbrock, T. Barnes, and S. Park, *Phys. Rev. B* **69**, 144417 (2004).
61. L. P. Regnault, A. Zheludev, M. Hagiwara, and A. Stunault, *Phys. Rev. B* **73**, 174431 (2006).
62. J. Cadry, *Scaling and Renormalization in Statistical Physics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK (2003).