

# ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ОТРАЖЕНИЯ ДЛЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ СТРУКТУР

*Л. А. Федюхин<sup>a\*</sup>, А. В. Горчаков<sup>b</sup>*

<sup>a</sup> *Институт физики полупроводников Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

<sup>b</sup> *Новосибирский государственный университет  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 27 апреля 2020 г.,  
после переработки 20 мая 2020 г.  
Принята к публикации 21 мая 2020 г.

Предложен оригинальный подход к анализу точного решения прямой задачи теории отражения, позволяющий сконструировать алгоритм решения обратной задачи, в том числе в средах с комплексными показателями преломления. Предложен полный набор из семи наблюдаемых параметров, который находится во взаимнооднозначном соответствии с полным набором материальных параметров структуры. Получено характеристическое уравнение, определяющее положение абсолютных минимумов коэффициента отражения и уравнение для расчета толщины слоя.

DOI: 10.31857/S0044451020110036

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Решению прямой задачи отражения света от многослойных структур посвящено значительное количество публикаций. Получено точное решение уравнений Максвелла для сплошной однородной многослойной структуры [1, 2]. Для неоднородных структур с произвольным распределением показателя преломления по слоям проведены численные расчеты [3]. Интерес к решению обратной задачи обусловлен прежде всего практическими задачами — использовать оптическое зондирование для неразрушающего контроля параметров различных тонкопленочных структур, что важно для бурно развивающихся микро- и нанoeлектроники, фотоники, оптики тонкопленочных покрытий. Сформировалось отдельное направление — эллипсометрические методы диагностики тонкопленочных покрытий и объемных сред [1, 4, 5]. Метод базируется на анализе амплитудных и фазовых изменений световой волны, возникающих при ее взаимодействии с исследуемым объектом. Следует отметить существенный прогресс эллипсометрии в решении обратной задачи теории отражения в части оперативного контроля парамет-

ров тонких пленок [3], разработки графических [6] и численных [7] методов расчета. Описан метод получения точного решения основного уравнения эллипсометрии для системы поглощающая пленка – поглощающая подложка [4]. Показано, что паре значений эллипсометрических параметров  $\kappa$  и  $\delta$  при решении обратной задачи эллипсометрии соответствует множество решений, удовлетворяющих основному уравнению эллипсометрии. Поиск решения обратной задачи актуален и для материаловедения, поскольку измерение показателя преломления связано с измерением коэффициента отражения света от исследуемого материала. Предпринимаются попытки использовать оптическое зондирование для оценки толщины нарушенного приповерхностного слоя при механической, химической и кластерной обработке поверхности [8].

Несмотря на существенные усилия, обратная задача теории отражения до настоящего времени не решена. Трудность заключается в том, чтобы предложить такой набор экспериментально наблюдаемых параметров, который позволит сконструировать алгоритм однозначного восстановления параметров структуры. До настоящего времени такого набора параметров предложено не было, включая набор эллипсометрических параметров  $\kappa$  и  $\delta$ .

\* E-mail: leogal2007@mail.ru

та. В последнем случае удается восстановить лишь некоторые из материальных параметров структуры, считая другие параметры известными.

**2. УРАВНЕНИЕ АБСОЛЮТНЫХ МИНИМУМОВ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ**

В данном разделе мы акцентируем внимание на анализе зависимости квадрата модуля коэффициента отражения  $R$  от внешних (длина волны падающего излучения, угол падения) и внутренних (толщина и показатели преломления сред) параметров структуры вблизи отдельных точек, при которых  $R$  имеет характерные особенности. Рассмотрение ограничено анализом  $R$  для плоской линейно поляризованной в плоскости падения монохроматической волны.

В соответствии с обозначениями, принятыми в [7], точное решение прямой задачи отражения линейно поляризованной в плоскости падения плоской монохроматической электромагнитной волны от трехслойной структуры (рис. 1) определяет следующее выражение для коэффициента отражения:

$$R = \left| \frac{r_{12} + r_{23} \exp(-2i\psi_2)}{1 + r_{12}r_{23} \exp(-2i\psi_2)} \right|^2. \tag{1}$$

Здесь

$$r_{12} = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}, \quad r_{23} = \frac{p_2 - p_3}{p_2 + p_3},$$

$$p_1 = \frac{\cos \theta}{\tilde{n}_1}, \quad p_2 = \frac{\sqrt{\tilde{n}_2^2 - \tilde{n}_1^2 \sin^2 \theta}}{\tilde{n}_2},$$

$$p_3 = \frac{\sqrt{\tilde{n}_3^2 - \tilde{n}_1^2 \sin^2 \theta}}{\tilde{n}_3}$$

— классические коэффициенты Френеля,

$$\psi_2 = 2\pi \frac{d_2}{\lambda} \sqrt{\tilde{n}_2^2 - \tilde{n}_1^2 \sin^2 \theta}$$

— фазовая толщина слоя,  $\lambda$  — длина волны падающего излучения,  $\theta$  — угол падения волны на границу раздела сред,  $\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \tilde{n}_3$  — показатели преломления внешней среды, подложки и слоя соответственно,  $d_2$  — толщина слоя.

Полагаем, что показатели преломления сред содержат как действительную, так и мнимую части:

$$\tilde{n}_1 = n_1 - ik_1, \quad \tilde{n}_2 = n_2 - ik_2, \quad \tilde{n}_3 = n_3 - ik_3.$$

Нетрудно видеть, что  $R$  — достаточно сложная трансцендентная функция с комплексными коэффициентами, причем внутренние параметры — толщина  $d_2$  и показатели преломления слоев — «разнообразно» связаны с внешними параметрами — углом падения и длиной волны падающего излучения. Решение обратной задачи для трехслойной структуры требует определения семи материальных параметров: трех действительных и трех мнимых части показателей преломления, а также толщины слоя  $d_2$ . Каждый последующий слой добавляет для определения еще три значения — толщину добавочного слоя, действительную и мнимую части показателя преломления. Для случая отражения света от границы раздела двух полупространств (в геометрии структуры рис. 1 толщина  $d_2 = 0$ ) коэффициент отражения для прозрачных сред имеет абсолютный минимум при значении угла падения, соответствующего углу Брюстера, или в терминологии, принятой в [9], углу полной поляризации:

$$\theta_{br3} = \arctg \frac{n_3}{n_1}.$$

Положение нуля позволяет однозначно определить показатель преломления подложки, но только при известном показателе преломления внешней среды —  $n_1$ . Это одно из немногих частных решений обратной задачи теории отражения. Учет поглощения не приводит к изменению положения угла полной поляризации, однако значение в минимуме растет с увеличением коэффициентов поглощения сред. Наличие прозрачного слоя между двух полупространств существенно изменяет характер угловой зависимости  $R$ . Абсолютный минимум в данной геометрии реализуется для дискретного набора толщин промежуточного слоя в общем случае при трех значениях угла падения [10]. Один из углов соответствует углу Брюстера подложки, два других определяются решением биквадратного уравнения для синуса угла падения:

$$\theta_{br3} = \arctg \frac{n_3}{n_1},$$

$$\sin^2 \theta_{1,2} = \frac{n_3^2 n_2^8 + n_1^2 n_2^8 - 2n_2^2 n_1^4 n_3^4}{2n_1^2 (n_1^2 n_3^2 - n_2^4) (n_1^2 n_3^2 + n_2^4)} \pm \sqrt{\left[ \frac{n_3^2 n_2^8 + n_1^2 n_2^8 - 2n_2^2 n_1^4 n_3^4}{2n_1^2 (n_1^2 n_3^2 - n_2^4) (n_1^2 n_3^2 + n_2^4)} \right]^2 - \frac{n_3^2 n_2^4}{n_1^2 (n_1^2 n_3^2 + n_2^4)}}. \tag{2}$$

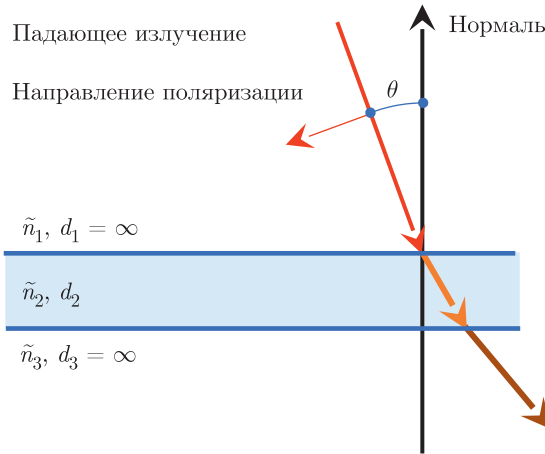


Рис. 1. Схема трехслойной структуры

Как и в предыдущем случае, при известном значении показателя преломления внешней среды  $n_1$  эти формулы дают еще одно частное решение обратной задачи теории отражения. Значение толщины промежуточного слоя в этом случае остается неопределенным. Исключением является важная с экспериментальной точки зрения геометрия — плоскопараллельная пластина в вакууме,  $n_3 = n_1$ . В этом случае значения углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$  совпадают со значением  $\theta_{br3}$ . Кроме того, и показатель преломления пластины, и ее толщина однозначно определяются инвариантами углов коэффициента отражения [10]:

$$n_2 = n_1 \sqrt{\text{Inv}_\epsilon}, \quad d_2 = \frac{\lambda}{n_1 \sqrt{-2 \text{Inv}_d}}.$$

Здесь

$$\text{Inv}_d = \sin^2 \theta_{n+2} - 2 \sin^2 \theta_{n+1} + \sin^2 \theta_n,$$

$$\text{Inv}_\epsilon = \sin^2 \theta_n - \frac{(4 \sin^2 \theta_{n+1} - 3 \sin^2 \theta_n - \sin^2 \theta_{n+2})^2}{8 (\sin^2 \theta_{n+2} - 2 \sin^2 \theta_{n+1} + \sin^2 \theta_n)},$$

$\theta_n$  — углы падения, при которых наблюдаются абсолютные минимумы коэффициента отражения, обусловленные интерференцией отраженных волн от пластины.

Учет поглощения в слоях структуры в геометрии рис. 1 приводит к дальнейшему усложнению характера углового распределения  $R$ , оставляя тем не менее существование одного абсолютного минимума при определенных значениях угла падения и длины волны падающего излучения. Уравнение, определяющее эти значения, определяется равенством нулю числителя (1):

$$r_{12} + r_{12} \exp(-2i\psi_2) = 0. \quad (3)$$

Представим в (3) коэффициенты Френеля в экспоненциальной форме:

$$r_{12} = |r_{12}| \exp(-i\varphi_{12}), \quad r_{23} = |r_{23}| \exp(-i\varphi_{23}),$$

а в выражении для фазовой толщины слоя выделим действительную  $a_2$  и мнимую  $b_2$  части:

$$\psi_2 = 2\pi \frac{d_2}{\lambda} \sqrt{\tilde{n}_2^2 - \tilde{n}_1^2 \sin^2 \theta} = \pm 2\pi \frac{d_2}{\lambda} (a_2 + ib_2).$$

После преобразований уравнение (3) принимает вид

$$|r_{12}| \exp(-i\varphi_{12}) = -|r_{23}| \exp(-i\varphi_{23}) \times \exp\left(4\pi \frac{d_2}{\lambda} b_2\right) \exp\left(-i4\pi \frac{d_2}{\lambda} a_2\right).$$

Прологарифмируем правую и левую части этого уравнения:

$$\begin{aligned} \ln |r_{12}| - \ln |r_{23}| - 4\pi \frac{d_2}{\lambda} b_2 = \\ = -i4\pi \frac{d_2}{\lambda} a_2 - i(\varphi_{12} - \varphi_{23} - \pi + 2\pi m) \end{aligned} \quad (4)$$

(здесь  $m$  принимает значения  $0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), а затем преобразуем его в систему, приравняв действительную и мнимую части:

$$\frac{1}{b_2} [\ln |r_{12}| - \ln |r_{23}|] = 4\pi \frac{d_2}{\lambda}, \quad (5)$$

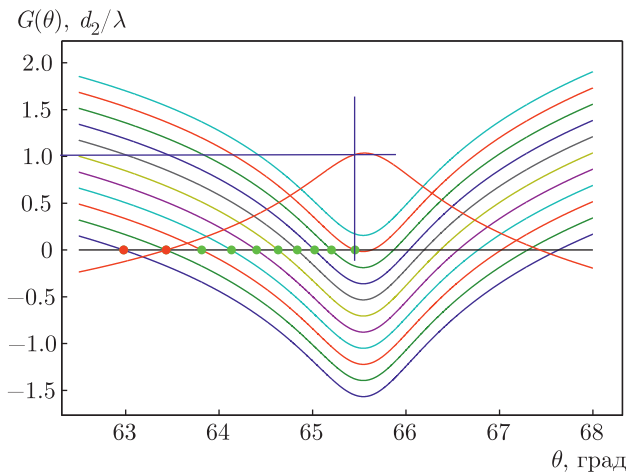
$$\frac{1}{a_2} [\varphi_{12} - \varphi_{23} - \pi (1 - 2m)] = -4\pi \frac{d_2}{\lambda}. \quad (6)$$

Сложив оба уравнения, получим уравнение, в котором присутствует только одна внешняя переменная — угол падения  $\theta$ :

$$G(\theta) \equiv |r_{12}| - |r_{23}| + \frac{b_2}{a_2} [\varphi_{12} - \varphi_{23} - \pi (1 - 2m)]. \quad (7)$$

Определенная таким образом характеристическая функция коэффициента отражения  $G(\theta)$  определяет угловое положение нулей коэффициента отражения. Параметрами являются показатели преломления сред —  $\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \tilde{n}_3$ . На рис. 2 приведена типичная зависимость этой функции для нескольких значений целочисленного параметра  $m$ . На этом же рисунке представлена зависимость безразмерного параметра толщины слоя  $d_2/\lambda$ , рассчитанная из (5).

Реальным значениям углов, определяющих нули коэффициента отражения, отвечают лишь те, в которых значение параметра  $d_2/\lambda$  не отрицательно. На рис. 2 эти нули обозначены зеленым цветом. Для одного из таких нулей значение параметра  $d_2/\lambda$  обозначено на вертикальной оси черной точкой. Для каждого значения  $m$  существует только два угла падения, при которых  $R$  равен нулю. Один



**Рис. 2.** (В цвете онлайн) Характеристическая функция коэффициента отражения  $G(\theta)$ . Безразмерный параметр толщины слоя  $d_2/\lambda$ . Расчет выполнен при следующих значениях параметров структуры:  $\tilde{n}_1 = 1.0 - 0.0i$ ,  $\tilde{n}_2 = 2.2 - 0.05i$ ,  $\tilde{n}_3 = 2.0 - 0.0i$ ,  $m = 2, 1, 0, -1, \dots, -8$

из углов,  $\theta_{ml}$  (левый), находится в области  $\theta_{br3} < \theta_{ml} < \theta_{br2}$ , другой,  $\theta_{mr}$  (правый), — в области  $\theta_{br2} < \theta_{mr} < \theta_2$ . Первому неотрицательному значению параметра  $d_2/\lambda$  отвечает значение целочисленного параметра  $m = 1$ , что соответствует первому правому экспериментально наблюдаемому углу полной поляризации. Как следует из уравнений (5), (6) и рис. 2, значения  $d_2/\lambda$  в точках минимума различны, поскольку различны значения коэффициентов Френеля  $r_{12}, r_{23}$  для разных углов падения. Это означает, что для структуры при заданном значении толщины и заданных значениях показателей преломления сред  $\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \tilde{n}_3$ , существует только одно значение длины волны падающего излучения и только один угол падения, при которых  $R$  обращается в нуль. Важно отметить, что угол полной поляризации, как и положение угла Брюстера для геометрии двух полупространств, определяется исключительно показателями преломления контактирующих сред. Учет поглощения в геометрии двух полупространств приводит к «разрушению» минимума, в то время как учет поглощения в трехслойной структуре лишь сдвигает минимум в другую область длин волн и углов падения, оставляя минимум абсолютным. Количество абсолютных минимумов  $N$  определяется максимальным значением целочисленной константы  $m_{max}$ , при которой параметр  $d_2/\lambda$  положителен. В большинстве случаев  $N = 2m_{max}$ .

Итак, при заданных значениях показателей преломления сред  $\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \tilde{n}_3$ , существует целый набор  $\theta_m$  абсолютных минимумов коэффициента отражения. Набор является дискретным в соответствии

со значением целочисленной константы  $m$ . Дискретным является и набор параметров  $d_2/\lambda$ , рассчитанных в соответствии с (5). При заданном значении толщины структуры  $d_2$  это означает, что дискретным является набор длин волн, при которых коэффициент отражения обращается в нуль —  $\lambda_m$ . Таким образом, для экспериментальной фиксации абсолютных минимумов коэффициента отражения необходимо проводить измерения как угловых, так и спектральных характеристик коэффициента отражения.

В монографии [9] проведен детальный аналитический анализ влияния анизотропии одной из сред на коэффициент отражения для двух полупространств, в том числе в области углов полной поляризации. Получены общие выражения для азимута поляризации и определены условия, при которых поляризация становится полной. Отмечено, что полная поляризация не реализуется в том случае, когда показатель преломления изотропной среды лежит между показателями преломления обыкновенной и необыкновенной волн. Наличие изотропного слоя между двумя изотропными полупространствами (трехслойная структура) расширяет область существования угла полной поляризации на весь диапазон углов падения, включая нормальное (для случая двух полупространств угол полной поляризации ограничен диапазоном  $\pi/4 < \theta_{br} < \pi/2$ ). Кроме того, ни при каких материальных параметрах слоя угол полной поляризации не реализуется при угле падения, численно равном углу Брюстера слоя:  $\theta_{br2} = \arctg(n_2/n_1)$ . Последнее обстоятельство приводит к выводу о том, что реализация условий полной поляризации зависит не только от свойств границы раздела сред, но и от материальных параметров слоя.

### 3. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ОТРАЖЕНИЯ

Анализ поведения коэффициента отражения вблизи угла Брюстера позволяет сформулировать следующий вывод: для заданных значений материальных параметров структуры  $R$  имеет только один абсолютный минимум, если анализировать его как функцию угла падения и длины волны падающего излучения. Другими словами, каждому набору внутренних параметров соответствует только один набор внешних параметров, при котором коэффициент отражения равен нулю:

$$\{d_2, \tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \tilde{n}_3\} \implies \{\lambda_m, \theta_m\}. \tag{8}$$

В экспериментах по измерению коэффициента отражения анализируются либо угловые, либо спектральные характеристики. Полученные в этом случае зависимости могут иметь минимумы в области углов Брюстера, однако, скорее всего, они не будут абсолютными. Для фиксации абсолютного минимума необходимо проводить измерения серий спектральных характеристик коэффициента отражения при различных углах падения либо измерять серии угловых распределений для различных значений длины волны падающего излучения, приближаясь последовательно к значениям, соответствующим абсолютному минимуму. При этом соотношение толщины слоя и диапазона длин волн используемого в эксперименте излучателя должны быть выбраны из анализа решения прямой задачи — уравнений (1), (7) при подстановке в качестве начального приближения значения показателя преломления  $\tilde{n}_i$ , близкого к ожидаемому. Выбор необходимой длины волны падающего излучения диктуется решением уравнений (5), (6) в точках минимума  $R$  и близкой к ожидаемой толщине слоя  $d_2$ . На рис. 3 приведен ожидаемый порядок локализации минимумов коэффициента отражения при изменении угла падения. При уменьшении длины волны падающего излучения минимумы угловых зависимостей  $R$  локализуются в области углов падения, ограниченной значениями  $\theta_{br3} \div \theta_2$  либо  $\theta_3 \div \theta_{br3}$  — углов, определяющих положение абсолютных минимумов для структуры с прозрачным слоем и рассчитанных по формулам (2). Сначала проявляются минимумы, расположенные на границах диапазона, а по мере уменьшения длины волны их положение смещается к значению угла падения, соответствующего углу Брюстера слоя — отмечено вертикальной штриховой линией. Число абсолютных минимумов ограничено в соответствии с допустимыми значениями  $m$ , поэтому, начиная с некоторой длины волны, формируется локальный минимум вблизи угла Брюстера слоя.

Следует обратить внимание, что при заданных параметрах структуры существует максимальное значение длины волны падающего излучения, выше которого абсолютные минимумы не формируются. Для структуры с параметрами, принятыми при расчете рис. 2, «отсечкой» является длина волны  $\lambda \approx 2700$  нм. Соответственно для структур с толщиной слоя  $d_2 = 25$  нм отсечка происходит уже на длине волны  $\lambda \approx 270$  нм. Этот факт накладывает ограничения на диагностику структур с тонкими слоями, для которых в этом случае необходимо иметь источники коротковолнового диапазона с длиной волны менее 200 нм. Поскольку абсо-

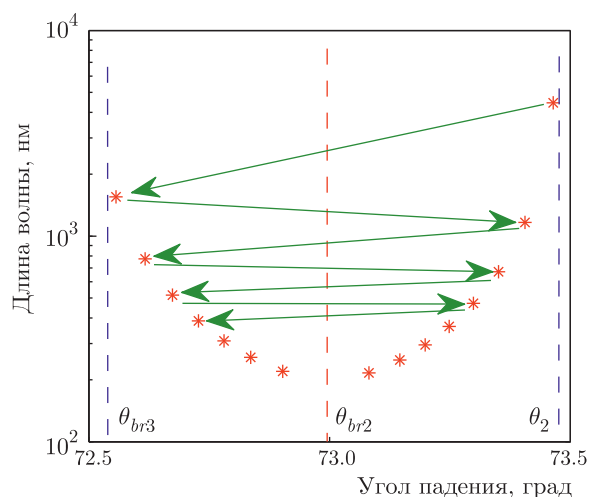
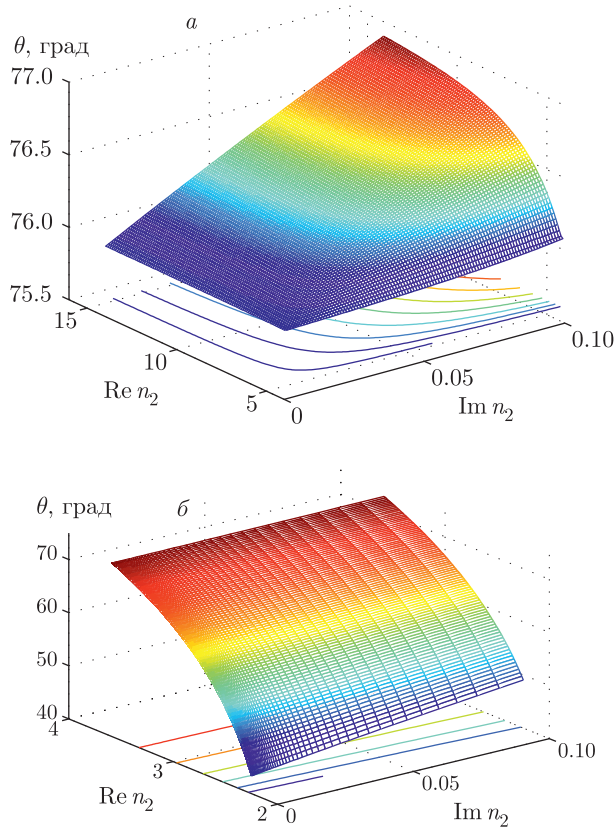


Рис. 3. Порядок локализации минимумов коэффициента отражения с изменением длины волны падающего излучения. Расчет выполнен при следующих параметрах структуры:  $\tilde{n}_1 = 1.0$ ,  $\tilde{n}_2 = 3.27 - 0.05i$ ,  $\tilde{n}_3 = 3.17$ ,  $d_2 = 250$  нм

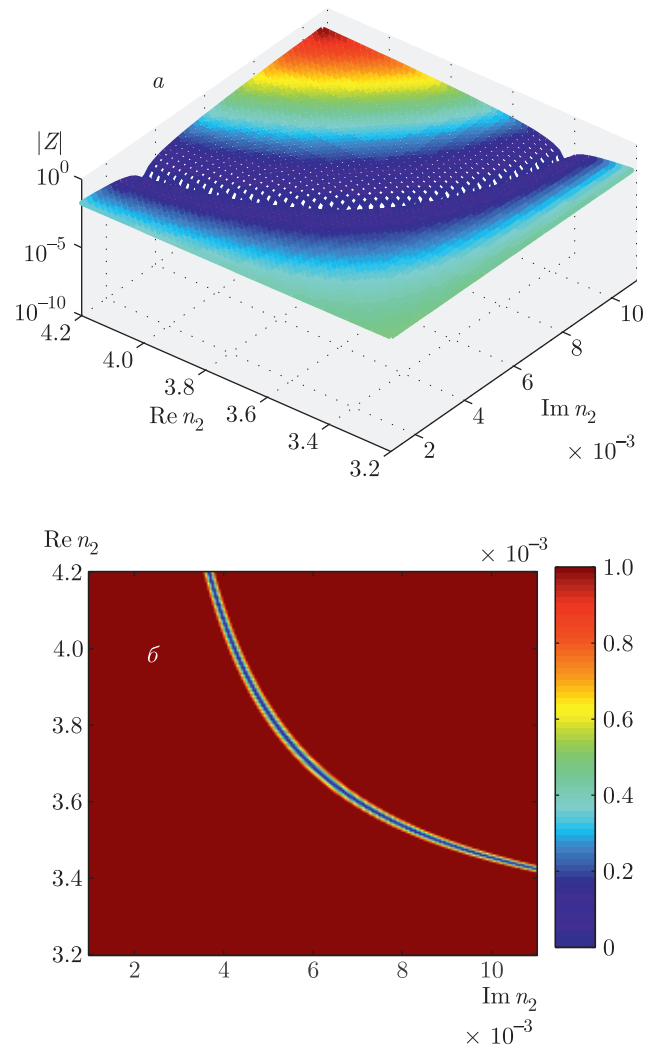
лютные минимумы являются хорошо локализованными как по угловой, так и по спектральной составляющей, резонно выяснить возможность определения параметров структуры по измеренным значениям угловых и спектральных составляющих абсолютного минимума  $\{\theta_m, \lambda_m\}$ , прояснить вопрос однозначности восстановленных параметров структуры, а также определить минимальный набор минимумов, для этого необходимый. С этой целью был проведен численный расчет массива значений  $\{\theta_m\}$  углового положения абсолютных минимумов в широком диапазоне изменений показателей преломления сред и проведено несколько численных экспериментов. На первом этапе была проанализирована динамика смещения углового положения фиксированного абсолютного минимума для случаев, когда действительная часть показателя преломления слоя  $\text{Re } \tilde{n}_2$  больше действительной части показателя преломления подложки  $\text{Re } \tilde{n}_3$  (рис. 4а), и в противоположном случае, когда  $\text{Re } \tilde{n}_2 < \text{Re } \tilde{n}_3$  (рис. 4б).

Анализ показывает, что смещение угловой составляющей абсолютного минимума монотонно и растет с изменением как мнимой, так и действительной частей показателя преломления слоя  $\tilde{n}_2$ . Подобная зависимость наблюдается в широком диапазоне изменения и других показателей преломления —  $\tilde{n}_1, \tilde{n}_3$ , а также других значений целочисленного параметра  $m$ . При этом поверхности, определяющие динамику смещения угловой составляющей абсолютного минимума, не пересекаются.



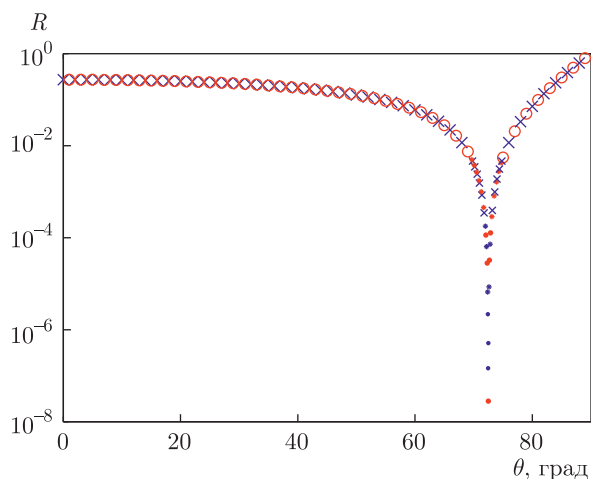
**Рис. 4.** (В цвете онлайн) Динамика смещения угловой составляющей абсолютного минимума для случаев  $\text{Re } \tilde{n}_2 > \text{Re } \tilde{n}_3$  (а),  $\text{Re } \tilde{n}_2 < \text{Re } \tilde{n}_3$  (б). Параметры расчета:  $\tilde{n}_1 = 1.0 - 0.0i$ ,  $\tilde{n}_3 = 4.0 - 0.0i$ , дискретность расчета по действительной части  $\tilde{n}_3 - 0.001$ , дискретность расчета по мнимой части  $\tilde{n}_3 - 0.00001$ , значение целочисленной константы  $m = -1$

Во втором эксперименте было зафиксировано угловое положение одного из минимумов,  $\{\theta_{exp}\}$ , и сформирована целевая функция  $Z = \text{abs}[\theta_m - \theta_{exp}]$ . Ее зависимость от параметров структуры представлена на рис. 5. Нетрудно видеть, что учет значения угла только одного минимума не позволяет однозначно восстановить параметры структуры. Существует большое количество комбинаций показателей преломления, абсолютные минимумы которых совпадают с точностью до ошибок вычислений  $10^{-15}$ . Эти углы располагаются вдоль синей линии на рис. 5б. Более того, точный расчет угловой зависимости коэффициента отражения для таких «подобных» структур показывает их практически идеальное совпадение. Отличие коэффициентов отражения для двух «подобных» структур во всем диапазоне углов падения по расчетам не превышает  $10^{-7}$  (рис. 6). В третьем эксперименте



**Рис. 5.** (В цвете онлайн) Значение целевой функции  $Z = \text{abs}(\theta_m - \theta_{exp})$  при учете только одного абсолютного минимума

было зафиксировано угловое положение двух минимумов, отвечающих левому и правому значениям целочисленного параметра  $m = -1$ , а именно, углов  $\theta_{exp}$ . Сформирована целевая функция  $Z_1 = \text{abs}[(\theta_m - \theta_{lexp})(\theta_m - \theta_{rexp})]$ . Ее зависимость от параметров структуры представлена на рис. 7. В этом случае восстановление параметров структуры весьма успешно. Более того, расчет в окрестности минимума с максимально возможной точностью вычислений в совокупности с монотонной динамикой смещения минимума позволяет сделать вывод об однозначности предложенной методики восстановления как мнимой, так и действительной частей показателей преломления структуры. Значение длины волны в минимумах однозначно определит толщину структуры в соответствии с (5), (6).



**Рис. 6.** Коэффициент отражения для двух «подобных» структур. Параметры структуры при расчете коэффициента отражения, обозначенного красным цветом —  $\tilde{n}_1 = 1.0$ ,  $\tilde{n}_2 = 3.27 - 0.002i$ ,  $\tilde{n}_3 = 3.17$ ,  $d_2/\lambda = 0.160$ ; синим цветом —  $\tilde{n}_1 = 1.0$ ,  $\tilde{n}_2 = 3.34 - 0.0012i$ ,  $\tilde{n}_3 = 3.17$ ,  $d_2/\lambda = 0.156$

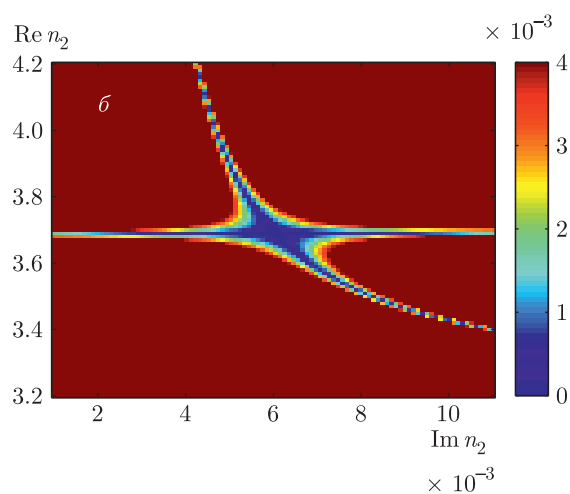
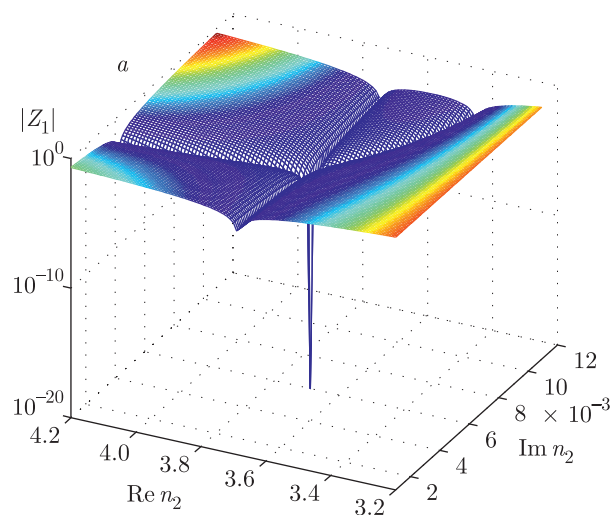
Проведенные численные эксперименты позволяют утверждать, что в выбранном для анализа диапазоне изменения показателей преломления сред пара значений углов полной поляризации  $(\theta_m, \theta_n)$  определяет единственную комбинацию показателей преломления структуры:  $(\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \tilde{n}_3)$ , при которой коэффициент отражения обращается в нуль. При фиксации в том числе спектральных составляющих минимумов  $(\theta_m, \lambda_m)(\theta_n, \lambda_n)$  определяется полная комбинация внутренних параметров структуры —  $(d_2, \tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \tilde{n}_3)$ . С учетом (8) можно заключить, что между наборами внешних и внутренних параметров структуры имеет место следующее взаимнооднозначное соответствие:

$$\{d_2, \tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \tilde{n}_3\} \iff \{\lambda_m, \theta_m\}.$$

Полученный вывод диктует естественный выбор наблюдаемых параметров, однозначно определяющих все семь материальных параметров структуры. Этими наблюдаемыми параметрами являются пара значений целочисленного параметра  $m$ , пара углов падения и соответствующих им длин волн падающего излучения. К наблюдаемым параметрам следует также отнести угол, определяющий положения нормали к границе раздела сред.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод является дополнительным к существующим методам анализа оптических



**Рис. 7.** Значение целевой функции  $Z_1 = \text{abs}[(\theta_m - \theta_{lexp})(\theta_m - \theta_{rexp})]$  при учете двух абсолютных минимумов

материалов. Впервые предложен полный набор наблюдаемых параметров, позволяющий однозначно восстановить материальные параметры структуры. Именно это выгодно отличает его от известных методов, включая набор эллипсометрических параметров кси и дельта. В последнем случае удастся восстановить лишь некоторые из материальных параметров структуры, считая другие параметры известными. Предложенный метод, безусловно, не может конкурировать с эллипсометрическим методом в части оперативного контроля тонкопленочных структур. Однако после того как пленочные структуры изготовлены, встает вопрос о расчете топологии конкретных схем интегрально-оптических элементов. Точность эллипсометрических методов для этого не доста-

точна. Требуется привлечение других методов диагностики. Именно на этом этапе авторы видят основную область применения предложенной методики. Поскольку минимумы полной поляризации являются хорошо локализованными, авторы предполагают существенное повышение точности в определении оптических параметров как тонких пленок, так и объемных образцов. Другой областью применения предложенной методики является диагностика приповерхностного слоя, особенно в части определения коэффициентов поглощения приповерхностной области, существенно влияющих на оптическую стойкость материала. Углы полной поляризации — реперные точки материала. В связи с этим авторы считают перспективным применение данного метода в метрологии, в том числе в области создания эталона показателя преломления.

**Благодарности.** Мы благодарны Е. А. Колосовскому за полезные обсуждения при написании статьи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. К. Громов, *Введение в эллипсометрию*, Изд-во Ленинградского университета, Ленинград (1986).
2. М. М. Горшков, *Эллипсометрия*, Советское радио, Москва (1974).
3. F. N. Dultsev and E. A. Kolosovsky, *Adv. Condens. Matter Phys.* **1**, 2015 (2015).
4. В. Г. Половинкин, С. Н. Свиташева, *Автометрия* **94**, 1999 (1999).
5. А. М. Штернберг, Ю. В. Великанова, *Алгоритмы и программы для численного расчета некоторых задач эллипсометрии*, Самарский государственный технический университет, Самара (2012).
6. R. J. Archer, *J. Opt. Soc. Amer.* **52**, 970 (1962).
7. И. Г. Бурькин, Л. П. Воробьева, В. В. Грушецкий и др., *Алгоритмы и программы для численного расчета некоторых задач эллипсометрии*, Наука, Сибирское отделение, Новосибирск (1980).
8. А. В. Горчаков, Н. Г. Коробейщиков, Л. А. Федюхин и др., Патент РФ на изобретение № 2703830 от 29.03.2019.
9. Ф. И. Федоров, *Оптика анизотропных сред*, Едиториал УРСС, Москва (2004).
10. Л. А. Федюхин, А. В. Горчаков, Е. А. Колосовский, *Опт. и спектр.* **266**, 128 (2020).