ЖЭТФ, 2020, том 158, вып. 5 (11), стр. 962–967

РЕЛАКСАЦИЯ И РЕКОМБИНАЦИЯ АНТИПРОТОНОВ И ПОЗИТРОНОВ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. А. Бобров [*]

Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия

Поступила в редакцию 25 марта 2020 г.,
после переработки 9 июля 2020 г.
Принята к публикации 11 июля 2020 г.

Предложена физическая модель, позволяющая при заданных параметрах антипротон-позитронной плазмы определять распределения по скоростям образующихся в результате трехчастичной рекомбинации атомов антиводорода. Релаксация скоростей частиц учитывается в рамках подхода Дербенева и Скринского. Скорость рекомбинации калибруется по имеющимся результатам расчетов молекулярной динамики. Получено хорошее согласие с экспериментальными результатами. Модель позволяет оценивать эффективность захвата атомов в условиях экспериментов по получению антиводорода.

DOI: 10.31857/S0044451020110000

1. ВВЕДЕНИЕ

В экспериментах по получению антиводорода [1–3] антипротоны инжектируются в облако холодных позитронов с температурой ~ 10 К и концентрацией $\sim 10^8$ см$^{-3}$, удерживаемых в сильном магнитном поле порядка 1–3 Тл. В образующейся заряженной плазме (число позитронов на несколько порядков превышает число антипротонов) в процессах взаимодействия частиц происходит обмен энергиями между антипротонами и позитронами и рекомбинация с образованием атомов антиводорода. Образующиеся атомы захватываются в магнитные ловушки глубиной около 0.5 К.

Начальные значения кинетической энергии антипротонов в этих экспериментах составляют от 40 К до ~ 10 эВ, поэтому для увеличения доли захваченных атомов важно знать, как зависит скоростное распределение образующихся атомов от параметров эксперимента.

Экспериментам по получению антиводорода предшествовали теоретические исследования процессов релаксации и рекомбинации в антипротон-позитронной плазме, в которых определялись оптимальные экспериментальные условия (см. обзор [4]).

Дальнейшие исследования кинетики антипротон-позитронной плазмы и сравнение с полученными экспериментальными результатами обсуждались в ряде работ, см., например, [5, 6]. Особенностью этих работ является использование численных методов моделирования, результаты которого трудно сопоставлять с экспериментом.

В настоящей работе предложена аналитическая модель, позволяющая оценивать скоростные распределения как антипротонов, так и атомов, а также эффективность захвата атомов антиводорода в ловушку.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 с использованием подхода Дербенева и Скринского [7] и стохастических уравнений определена зависимость от времени распределения антипротонов по скоростям. Показано, как, зная скорость рекомбинации, перейти к распределению атомов по скоростям. В разд. 3 найденные распределения сопоставлены с экспериментальными результатами. И далее показано, как можно оценить эффективность захвата атомов.

2. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

2.1. Скоростная релаксация

Как уже отмечено выше, в рассматриваемых экспериментах число антипротонов много меньше числа позитронов. В силу этого взаимодействием анти-

[*] E-mail: abobrov@inbox.ru

протонов между собой можно пренебречь и задачу о релаксации скорости антипротонов можно свести к задаче об одиночном антипротоне.

Рассмотрим антипротон, появляющийся в начальный момент времени в бесконечной однородной плазме позитронов, находящейся в сильном однородном постоянном магнитном поле. Будем искать вероятность того, что антипротон будет иметь определенную скорость через время t. Для этого сначала нам необходимо знать диффузионные коэффициенты для антипротона.

Диффузионные коэффициенты определим в рамках подхода Дербенева и Скринского [7]. Сила и тензор диффузии импульса в этом подходе представляются в виде суммы вкладов быстрых (незамагниченных) и адиабатических столкновений:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^0 + \mathbf{F}^A, \quad d_{\alpha\beta} = \frac{d}{dt}\langle \Delta p_\alpha \Delta p_\beta \rangle = d^0_{\alpha\beta} + d^A_{\alpha\beta}. \quad (1)$$

Для быстрых столкновений сила и тензор диффузии записываются в обычном виде:

$$\mathbf{F} = -\frac{4\pi n e^4}{m_e} \int L^0(u) \frac{\mathbf{u}}{u^3} f(\mathbf{v}_e)\, d^3 v_e, \quad (2)$$

$$d^0_{\alpha\beta} = 4\pi n e^4 \int L^0(u) \frac{u^2 \delta_{\alpha\beta} - u_\alpha u_\beta}{u^3} f(\mathbf{v}_e) d^3 v_e, \quad (3)$$

где n — концентрация позитронов, e — заряд электрона, $\mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_e$ — относительная скорость антипротона и позитрона, $f(\mathbf{v}_e)$ — распределение Максвелла для позитронов.

Кулоновский логарифм для быстрых столкновений записывается в виде

$$L^0(u) = \ln \frac{u_A/\Omega}{e^2/m_e u^2}, \quad (4)$$

где $\mathbf{u}_A = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{e\|}$ — относительная скорость антипротона и ларморовского кружка, соответствующего замагниченному позитрону, Ω — ларморовская частота для позитрона.

Тензор адиабатических столкновений определяется заменой u на u_A:

$$d^A_{\alpha\beta} = 4\pi n e^4 \int L^A \frac{u_A^2 \delta_{\alpha\beta} - u_{A\alpha} u_{A\beta}}{u_A^3} f_\|(v_{e\|}) dv_{e\|}, \quad (5)$$

где $f_\|$ — одномерная функция распределения по компоненте скорости позитрона, параллельной направлению магнитного поля.

Кулоновский логарифм L^A выберем в виде

$$L^A = \ln \sqrt{1 + \left(\frac{u_A/\omega_p}{e^2/m_e u^2}\right)^2}, \quad (6)$$

где $\omega_p = (4\pi n e^2/m_e)^{1/2}$ — плазменная частота позитронов.

Адиабатическая сила трения выводится в приближении бесконечного поля для случая, когда поперечное к магнитному полю движение частиц фона полностью заморожено. Влияние магнитного поля на движение тяжелой частицы не учитывается. Сила выражается следующим образом:

$$\mathbf{F}^A = \frac{2\pi e^4 n}{m_e} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \left\langle \frac{v_\perp^2}{u_A^3} L^A + 2\frac{u_\|^2}{u_A^3} \right\rangle, \quad (7)$$

где усреднение проводится по одномерному распределению позитронов.

При скорости антипротона, намного превышающей тепловой разброс скоростей позитронов $v \gg \Delta_{e\|} = (T_e/m_e)^{1/2}$, где T_e — температура позитронов, выражение (7) имеет следующий предел (в компонентах поперек и вдоль магнитного поля):

$$\mathbf{F}^A_\perp = -\frac{2\pi n e^4}{m_e} L^A \frac{v_\perp^2 - 2v_\|^2}{v^2} \frac{\mathbf{v}_\perp}{v^3}, \quad (8)$$

$$F^A_\| = -\frac{2\pi n e^4}{m_e} \left(2L^A \frac{v_\perp^2}{v^2} + 2 \right) \frac{v_\|}{v^3}. \quad (9)$$

В наиболее интересном случае $\Delta_{e\|} \gg v$ выражения для адиабатической силы трения и тензора диффузии запишутся в виде

$$\mathbf{F}^A_\perp = -2\sqrt{2\pi} \frac{n e^4 L^A}{m_e \Delta^3_{e\|}} \mathbf{v}_\perp \ln\left(\frac{\Delta_{e\|}}{v_\perp}\right), \quad (10)$$

$$F^A_\| = -2\sqrt{2\pi}\, \frac{n e^4 L^A}{m_e \Delta^3_{e\|}} v_\|, \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt}\langle (\Delta p_\perp)^2 \rangle = \frac{8\sqrt{2\pi} n e^4}{\Delta_{e\|}} \ln\left(\frac{\Delta_{e\|}}{v_\perp}\right) L^A, \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt}\langle (\Delta p_\|)^2 \rangle = \frac{4\sqrt{2\pi} n e^4}{\Delta_{e\|}} L^A. \quad (13)$$

В кулоновском логарифме (6) при этом u и u_A следует заменить на $\Delta_{e\|}$. Ниже мы будем рассматривать выражения в пределе малых скоростей антипротонов.

Выражения (10) и (12) содержат в себе логарифмическую расходимость при $v_\perp \to 0$, однако, как показывают расчеты [8], $v_\perp$ в знаменателе под знаком логарифма можно заменить равновесной скоростью $(2T_e/m_p)^{1/2}$, где m_p — масса протона.

Направим одну из осей (z) вдоль магнитного поля. В этом случае можно записать следующие стохастические уравнения для скорости антипротона:

$$dv_x = (-v_x \beta_\perp + v_y \Omega_p)\, dt + \sigma_\perp \delta W_{1t}, \quad (14)$$

$$dv_y = (-v_y\beta_\perp - v_x\Omega_p)\,dt + \sigma_\perp \delta W_{2t}, \qquad (15)$$

$$dv_z = -v_z\beta_\| dt + \sigma_\| \delta W_{3t}, \qquad (16)$$

где δW_{it} —винеровский шум, β_i и σ_i — коэффициенты сноса и диффузии, Ω_p — ларморовская частота для антипротонов.

В условиях рассматриваемых экспериментов по антиводороду основной вклад в диффузию и трение вносят адиабатические столкновения в силу того, что $\Delta_{e\|}/\Omega \ll e^2/m_e u^2$. Тогда коэффициенты в уравнениях (14)–(16) определяются только выражениями (10)–(13) и записываются следующим образом:

$$\beta_\perp = \frac{2\sqrt{2\pi} n e^4 L^A}{m_e \Delta_{e\|}^3 m_p} \ln \frac{\sqrt{m}_p}{\sqrt{2m_e}}, \qquad (17)$$

$$\beta_\| = \frac{2\sqrt{2\pi} n e^4 L^A}{m_e \Delta_{e\|}^3 m_p}, \qquad (18)$$

$$\sigma_\perp^2 = \frac{4\sqrt{2\pi} n e^4 L^A}{m_p^2 \Delta_{e\|}} \ln \frac{\sqrt{m}_p}{\sqrt{2m_e}}, \qquad (19)$$

$$\sigma_\|^2 = \frac{4\sqrt{2\pi} n e^4 L^A}{m_p^2 \Delta_{e\|}}. \qquad (20)$$

Система (14)–(16) является процессом Орнштейна–Уленбека в магнитном поле. Этот процесс рассматривался в работах [9, 10], решение для продольного направления можно записать в виде выражения для плотности условной вероятности продольной компоненты скорости антипротона:

$$P_\|(v_\|, t|v_{\|0}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_\|}} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(v_\| - v_\|^{av})^2}{D_\|}\right), \qquad (21)$$

где $D_\| = \sigma_\|^2/(2\beta_\|)(1 - e^{-2\beta_\| t})$, $v_\|^{av} = v_{\|0} e^{-\beta_\| t}$.

В поперечном к магнитному полю направлении удобнее записать плотность вероятности для компоненты скорости $v_\perp = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}$, воспользовавшись χ-распределением:

$$P_\perp(v_\perp, t|v_{\perp 0}) = \exp\left(-\frac{v_\perp^2 + (v_\perp^{av})^2}{2D_\perp}\right)\frac{v_\perp}{D_\perp} I_0\left(\frac{v_\perp v_\perp^{av}}{D_\perp}\right), \qquad (22)$$

где $D_\perp = \sigma_\perp^2/(2\beta_\perp)(1 - e^{-2\beta_\perp t})$, $v_\perp^{av} = v_{\perp 0} e^{-\beta_\perp t}$, I_0— модифицированная функция Бесселя первого рода.

Таким образом, если в начальный момент времени в позитронной плазме появились антипротоны со скоростями $v_0 = (v_{\perp 0}^2 + v_{\|0}^2)^{1/2}$, то в момент времени t их распределение по скоростям будет иметь вид

$$P_{ap}(v_\|, v_\perp, t) = P_\|(v_\|, t|v_{\|0}) P_\perp(v_\perp, t|v_{\perp 0}). \qquad (23)$$

2.2. Рекомбинация

В этом разделе обсудим, как на основе полученной в предыдущем разделе временной зависимости скоростного распределения антипротонов получить скоростное распределение для атомов антиводорода. Для этого необходимо знать скорость рекомбинации ν_r.

Поскольку масса антипротона значительно превышает массу позитрона, после рекомбинации атом начинает двигаться со скоростью, которую имел антипротон перед рекомбинацией. Тогда можно оценить плотности вероятностей для компонент скоростей атомов через время $T \gg \nu_r^{-1}$ после появления антипротонов, используя следующее выражение:

$$P_{AH}(v_\|, v_\perp) = \int_0^T P_{ap}(v_\|, v_\perp, t)\nu_r \exp(-\nu_r t)\,dt. \qquad (24)$$

Следует отметить, что при $T \gg \nu_r^{-1}$ правая часть в формуле (24) не зависит от T.

В условиях рассматриваемых экспериментов доминирующим процессом рекомбинации является трехчастичная рекомбинация. Несмотря на сильное магнитное поле, работы [6, 11] показывают, что скорость трехчастичной рекомбинации определяется той же зависимостью, что и в обычной плазме без магнитного поля:

$$\nu_r = C\frac{n^2 e^{10}}{\sqrt{m}_e T_e^{9/2}}. \qquad (25)$$

При трехчастичной рекомбинации сначала образуются высоковозбужденные атомы с энергией связи порядка T_e. Затем в результате неупругих соударений атома со свободными позитронами энергия связи может увеличиваться и уменьшаться (атом также может быть реионизован). Можно предположить, что при этом диффузионном движении связанного позитрона по оси энергии кинетическая энергия атома не меняется.

В работе [11] рассматривался случай бесконечного магнитного поля и было показано, что при достижении определенного значения энергии связи ($\approx 4T_e$) атомы практически не могут быть реионизованы, скорость образования атомов с такой энергией связи и определяла скорость рекомбинации. При этом было получено значение коэффициента $C \approx 0.1$. Однако, так как нас интересует кинетическая энергия атома, а при изменении энергии связи от T_e до $4T_e$ кинетическая энергия атома не меняется, то использование значения $C \approx 0.1$ в (24) может привести к недооценке скорости рекомбинации.

В работе [6] была определена скорость образования атомов с энергией связи T_e, результаты расчетов хорошо аппроксимируются (25) при значении $C = 3$ (см. табл. 2 в [6]). Поскольку атом с такой энергией связи может быть реионизован и антипротон может снова участвовать в обмене энергией с позитронами, использование значения $C = 3$ может привести к переоценке скорости рекомбинации. Однако, как показано в следующем разделе, использование значения $C = 3$ дает лучшее согласие при сравнении с экспериментом.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

3.1. Пространственное распределение актов аннигиляции

В работе [1] было исследовано распределение актов аннигиляции образующихся атомов антиводорода по осевой координате. Установка представляла собой цилиндрическую камеру. В центре установки происходило смешивание антипротонов и позитронов, удерживаемых в поперечном направлении полем 3 Тл, направленным вдоль оси установки. Движение в продольном направлении ограничивалось соответствующими градиентами потенциала, создаваемого цилиндрическими электродами, на поверхности которых и происходила аннигиляция.

В экспериментах [1] антипротоны инжектировались с энергией 15 эВ, их скорость при этом превышала тепловую скорость позитронов, удерживаемых при температуре 15 К и концентрации $1.7 \cdot 10^8$ см$^{-3}$. Из (8) и (9) видно, что при большой скорости антипротона поперечная компонента скорости стремится к значению $v_\perp^2 = 2v_\parallel^2$. Тогда для описания этих экспериментов предположим, что процесс рекомбинации начинается, когда скорость антипротона снизится до тепловой скорости позитронов, причем компоненты начальной скорости будут находиться в указанном соотношении, т. е. $v_{\perp 0}^2 = 2T_e/m_e$, $v_{\parallel 0}^2 = T_e/m_e$.

Еще одной особенностью этого эксперимента является множественность проходов антипротонов через облако позитронов. Предполагая, что направления входа, при которых скорость антипротона снижается до скорости позитронов, равновероятны, заменим распределение (21) на полусумму

$$P'_\parallel(v_\parallel, t) = \frac{1}{2}\left(P_\parallel(v_\parallel, t|v_{\parallel 0}) + P_\parallel(v_\parallel, t|-v_{\parallel 0})\right).$$

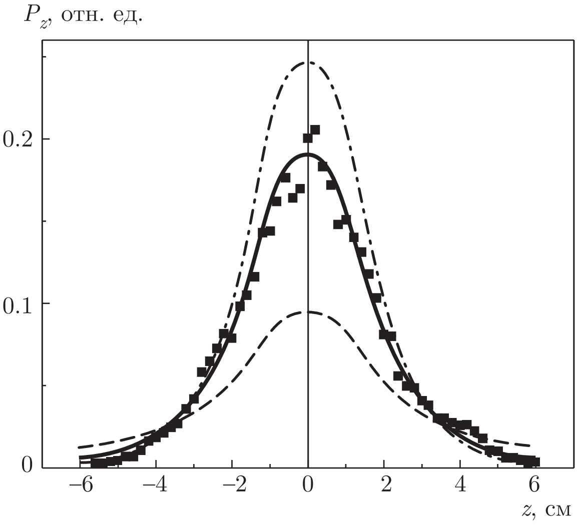

Рис. 1. Распределение актов аннигиляции по оси z: точки — эксперимент [1]; сплошная кривая — формула (26) для $n = 1.7 \cdot 10^8$ см$^{-3}$ и $C = 3$; штрихпунктирная кривая — формула (26) для $n = 1.7 \cdot 10^8$ см$^{-3}$ и $C = 0.1$; штриховая кривая — формула (26) для $n = 5 \cdot 10^8$ см$^{-3}$ и $C = 3$

Кроме того, необходимо учесть, что облако позитронов вытянуто вдоль оси установки и имеет размер порядка $L = 3$ см в продольном направлении и 2 мм в поперечном (поперечным размером пренебрежем).

В итоге распределение по осевой координате (z) найдем по следующей формуле:

$$P_z(z) = \int_0^\infty \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^\infty P_\perp(v_\perp, t|v_{\perp 0}) \frac{v_\perp}{r} \times \\ \times P'_\parallel((z+x)v_\perp/r, t)\nu_r \exp(-\nu_r t)\, dt\, dx\, dv_\perp, \quad (26)$$

где r — расстояние от оси до поверхности, на которой происходит аннигиляция атомов. Из [2] это расстояние можно оценить как $r = 1.25$ см.

На рис. 1 представлены распределения, полученные по формуле (26) с разными значениями коэффициента C. Для концентрации позитронов, соответствующей экспериментальной, имеется хорошее согласие с экспериментальным результатом при $C = 3$. Для большей плотности распределение уширено вследствие того, что характерное время рекомбинации становится сравнимо или меньше характерного времени торможения антипротонов за счет столкновения с позитронами.

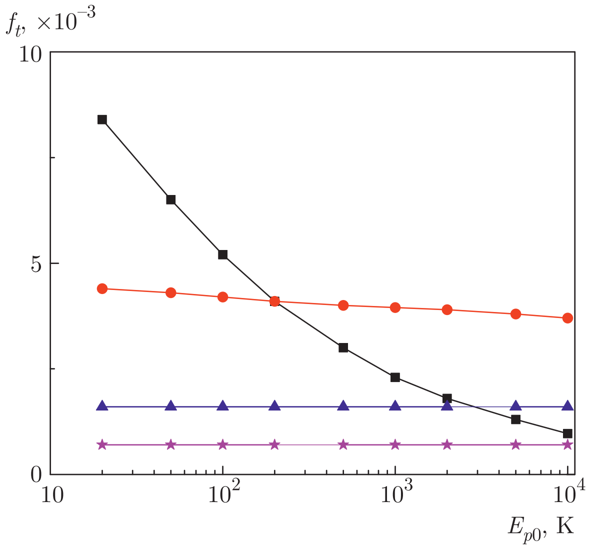

Рис. 2. Доля атомов с энергией меньше 0.5 К в зависимости от начальной энергии антипротона для концентрации позитронов $n = 1.3 \cdot 10^8$ см$^{-3}$ и разных температур позитронов: квадраты — $T_e/k_B = 7.5$ К, кружки — $T_e/k_B = 15$ К, треугольники — $T_e/k_B = 30$ К, звезды — $T_e/k_B = 50$ К

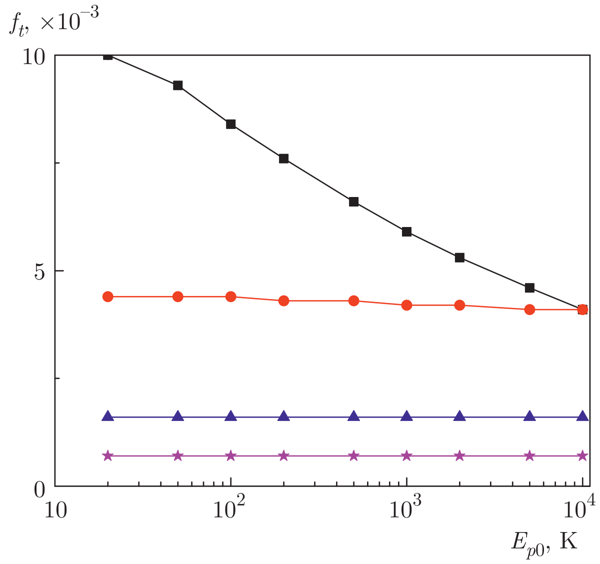

Рис. 3. То же, что на рис. 2, для $n = 0.65 \cdot 10^8$ см$^{-3}$

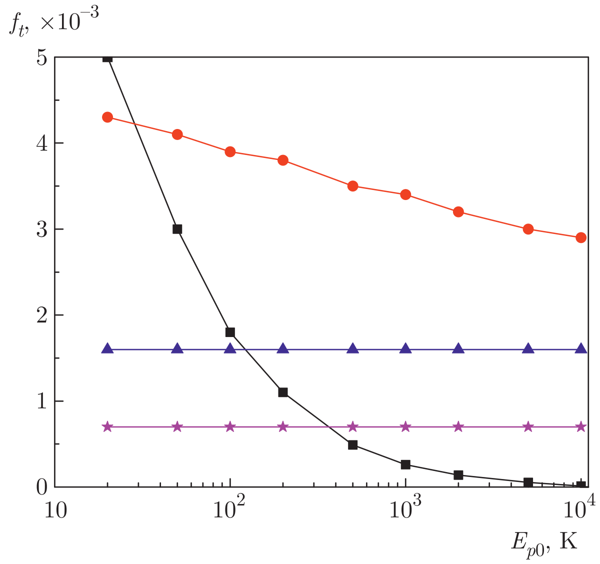

Рис. 4. То же, что на рис. 2, для $n = 2.6 \cdot 10^8$ см$^{-3}$

3.2. Эффективность захвата атомов

В экспериментах [3] образующиеся атомы антиводорода накапливаются в магнитных ловушках глубиной около 0.5 К. Полученные в настоящей работе скоростные распределения позволяют оценить эффективность захвата атомов в зависимости от параметров эксперимента. Долю атомов с энергией ниже 0.5 К можно оценить, проинтегрировав (24) (предполагая, что время эксперимента намного превышает характерное время рекомбинации):

$$f_t = \iint\limits_{v_\parallel^2 + v_\perp^2 < 2k_B \cdot 0.5/m_p} P_{AH}(v_\parallel, v_\perp)\, dv_\perp\, dv_\parallel. \qquad (27)$$

На рис. 2 и 3 показаны зависимости f_t от начальной энергии антипротонов для значений концентраций позитронов, использованных в экспериментах (везде в ν_r подставлялось значение $C = 3$). Энергия антипротонов задавалась так же, как и в предыдущем разделе: $v_{\parallel 0} = (E_{p0} k_B/m_p)^{1/2}$ и $v_{\perp 0} = (2E_{p0} k_B/m_p)^{1/2}$. Результаты качественно согласуются с ростом эффективности захвата в эксперименте при уменьшении температуры позитронов от 50 К до 15 К.

На рис. 4 представлен график f_t для большей плотности позитронов $n = 2.6 \cdot 10^8$ см$^{-3}$. Из рисунков видно, что для $T_e/k_B > 30$ К эффективность практически не меняется с изменением плотности, а для $T_e/k_B = 7.5$ К эффективность захвата резко уменьшается с ростом плотности. Это связано с тем, что скорость рекомбинации растет и антипротоны не успевают термализоваться в столкновениях с позитронами.

Следует отметить, что на образование атомов могут влиять также факторы, не связанные с антипротон-позитронной кинетикой, поэтому имеет смысл анализировать относительные изменения, а не абсолютные значения f_t. Также отметим, что оценка скорости рекомбинации в работе [6] была сделана для $T_e/k_B > 15$ К. Точки для $T_e/k_B = 7.5$ К на рисунках были получены с использованием экстраполяции скорости рекомбинации (25) с $C = 3$. При низких температурах замагниченность позитронов может оказывать существенное влияние на рекомбинацию и этот вопрос требует дополнительных исследований (см. также [4]).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная модель кинетики замагниченной плазмы позитронов и антипротонов хорошо согласуется с результатами экспериментов по получению антиводорода. С помощью модели проведен анализ влияния кинетики антипротон-позитронных столкновений на эффективность захвата атомов. Показано, что эффективность можно увеличить, уменьшая концентрацию и температуру позитронов. Увеличение концентрации позитронов, напротив, снижает эффективность захвата. Адаптация модели может быть полезна в моделировании кинетики эксперимента GBAR [12].

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-32-00421).

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Madsen et al., Phys. Rev. Lett. **94**, 033403 (2005).

2. M. Amoretti et al., Nature (London) **419**, 456 (2002).

3. M. Ahmadi et al., Nat. Commun. **8**, 681 (2017).

4. Л. И. Меньшиков, Р. Ландуа, УФН **173**, 233 (2003).

5. S. Jonsell et al., J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **42**, 215002 (2009).

6. S. Jonsell, M. Charlton, and D. P. van der Werf, J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **49**, 134004 (2016).

7. Я. С. Дербенев, А. Н. Скринский, Физика плазмы **4**, 492 (1978).

8. A. A. Bobrov, S. Ya. Bronin, B. B. Zelener, and B. V. Zelener, J. Phys. Conf. Ser. **946**, 012129 (2018).

9. D. S. Lemons and D. L. Kaufman, IEEE Trans. Plasma Sci. **27**, 1288 (1999).

10. R. Czopnik and P. Garbaczewski, Phys. Rev. E **63**, 021105 (2001).

11. M. Glinsky and T. M. O'Neil, Phys. Fluids B **3**, 1279 (1991).

12. B. Latacz, arXiv:1905.06404v1.