

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ ВБЛИЗИ ПОГЛОЩАЮЩЕГО СФЕРИЧЕСКОГО ТЕЛА В НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЕ

*А. В. Филиппов**

*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

*ГНЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований
108840, Троицк, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 23 сентября 2020 г.,
после переработки 23 сентября 2020 г.
Принята к публикации 28 сентября 2020 г.

Исследован вопрос о применимости столкновительной кинетической модели точечных стоков — линеаризованной теории экранирования электрического поля заряженной пылевой частицы, построенной на основе кинетических уравнений Власова для электронов и ионов в неравновесной плазме, дополненных столкновительными членами в форме Бхатнагара–Гросса–Крука и эффективными точечными стоками на пылевые частицы. Критерием применимости столкновительной кинетической модели точечных стоков является малость отклонения концентрации электронов и ионов вблизи поглощающего сферического тела от невозмущенных значений. Проведено сравнение распределений концентрации электронов и ионов, полученных в рамках столкновительной кинетической модели точечных стоков и приближения ограниченных орбит. Показано, что последнее применимо только в пределе низких давлений, а с ростом давления кулоновская асимптотика потенциала, пропорциональная частоте столкновений электронов и ионов с нейтральными атомами (молекулами), делает неприменимыми формулы приближения ограниченных орбит для расчета распределения ионов. Установлено, что область применимости столкновительной кинетической модели точечных стоков близка к области применимости теории Дебая–Гюккеля.

DOI: 10.31857/S0044451021010132

1. ВВЕДЕНИЕ

Кинетическое уравнение Власова широко используется для описания свойств плазмы, когда на первый план выходят коллективные эффекты взаимодействия электронов и ионов в неравновесной плазме [1–6]. Эти уравнения находят применение и при изучении свойств плазмы с частицами конденсированной дисперсной фазы микронных размеров [7–12]. Также сегодня в физике газовых разрядов одно из ведущих мест занимают зондовые методы диагностики плазмы [13–20]. Для определения плавающего потенциала зонда, потенциала поверхности и заряда пылевых частиц широко используется приближение ограниченных орбит (ПОО) (orbit motion limited (OML) approach), которое восходит к рабо-

те Мотт-Смит и Ленгмюра [21]. В работе [22] была создана кинетическая теория сферического зонда в бесстолкновительной плазме и получены выражения для распределения потенциала электрического поля, концентрации электронов и ионов вокруг поглощающего сферического зонда. В работе [23] было показано, что эта теория имеет ограниченную область применимости и при некоторых параметрах плазмы и/или зонда не может правильно описать реакцию плазмы на сферический зонд (пылевую частицу). В работе [24] утверждалось, что в некоторых режимах работы сферического зонда в теории появляются мнимые значения концентрации ионов, для устранения которых авторы предложили модифицировать выражение для определения концентрации ионов из работы [22].

Известно, что ПОО довольно точно предсказывает потенциал поверхности небольших пылевых частиц, несмотря на упрощающее предположение о

* E-mail: fav@triniti.ru

бесстолкновительном характере движения электронов и ионов. Поэтому исследование границ применимости ПОО важно не только для развития теории зондов, но и для физики пылевой плазмы, которая широко распространена в космосе и в лабораторных условиях [25–32]. Отметим, что сами пылевые частицы могут использоваться для зондирования плазмы [33]. Поэтому настоящая работа посвящена исследованию ограничений ПОО и пределов применимости линеаризованной кинетической теории экранирования электрического поля заряженной пылевой частицы [7, 10].

Работа построена следующим образом. В разд. 2 приводятся выражения для распределений электронов и ионов вокруг сферического зонда при разных характерах изменения распределения потенциала из работы [22]. Далее в разд. 3 приводятся основные уравнения и соотношения столкновительной кинетической модели точечных стоков [7, 10] и в разд. 4 проводится сравнение данных, полученных в рамках различных моделей: ПОО [22], модифицированного ПОО [24] и линеаризованной кинетической теории экранирования на основе уравнений Власова с учетом столкновений и стоков электронов и ионов [7, 10], которую ниже для краткости будем обозначать аббревиатурой ЛКТЭ.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ ОГРАНИЧЕННЫХ ОРБИТ

Пусть распределение электронов вдали от зонда имеет максвелловский вид. Тогда распределение электронов в отталкивательном поле зонда в отсутствие поглощения описывается распределением Максвелла – Больцмана [22]:

$$n_e(r) = n_{e0} \exp(-\varphi), \quad (1)$$

где n_{e0} — концентрация электронов в невозмущенной плазме, φ — приведенная потенциальная энергия электрона в поле зонда: $\varphi = -e\phi(r)/T_e$, e — элементарный заряд, r — радиальная координата в сферической системе координат с полюсом в центре зонда, ϕ — потенциал электрического поля зонда и плазмы, T_e — температура электронов в энергетических единицах. При учете поглощения электронов на поверхности зонда радиусом a в работе [22] получено выражение

$$n_e(r) = \frac{n_{e0}}{2} \left\{ 1 + \operatorname{Erf}(\sqrt{\varphi_0 - \varphi}) + \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2}} \operatorname{Erfc}\left(\sqrt{\frac{\varphi_0 - \varphi}{1 - a^2/r^2}}\right) \times \exp\left[(\varphi_0 - \varphi) \frac{a^2}{r^2 - a^2}\right] \right\} \exp(-\varphi), \quad (2)$$

где $\varphi_0 = \varphi(r = a) \equiv -e\phi_0/T_e$, ϕ_0 — электростатический потенциал поверхности зонда, $\operatorname{Erf}(x)$ — интеграл ошибок [34–36]:

$$\operatorname{Erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt, \quad (3)$$

$\operatorname{Erfc}(x)$ — дополнительный интеграл ошибок: $\operatorname{Erfc}(x) = 1 - \operatorname{Erf}(x)$.

Далее приведем выражения для расчета распределения концентрации ионов для трех случаев поведения потенциала в окрестности зонда, рассмотренных в работе [22]. Рассматриваем только ионы, совершающие инфинитное движение, так как для появления совершающих финитное движение ионов нужно включить столкновения или рассмотреть нестационарную задачу зарядки изолированного зонда (пылевой частицы), что является отдельной задачей. В работе [22] рассмотрен вопрос о совершающих в притягивающем центре положительно заряженного зонда финитное движение электронах при преобладании столкновений с нейтральными атомами (молекулами) газа с учетом большой разницы масс электрона и атомов. В настоящей работе рассматривается случай отрицательно заряженной пылевой частицы, при этом финитное движение могут совершать только положительные ионы, чья масса сравнима с массой атомов или молекул газа. Для такого случая нет аналитической теории для описания совершающих финитное движение ионов (см., например, работы [37–40]; в работе [39] в предположении максвелловского распределения получено выражение для расчета концентрации захваченных ионов, которое содержит неопределенный множитель).

2.1. Случай 1

В этом самом простом случае потенциал ведет себя как $|e\phi(r)| \sim 1/r^{2-\delta}$, $\delta > 0$, и распределение ионов, совершающих инфинитное движение, в притягивающем поле без учета поглощения зондом определяется выражением [22]

$$n_i(r) = n_{i0} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{z\beta\varphi} + e^{z\beta\varphi} \operatorname{Erfc}\left(\sqrt{z\beta\varphi}\right) \right], \quad (4)$$

а с учетом поглощения — выражением

$$n_i(r) = n_{i0} \left\{ \sqrt{\frac{z\beta\varphi}{\pi}} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2} \frac{\varphi_0}{\varphi}} \right] + \frac{1}{2} e^{z\beta\varphi} \operatorname{Erfc}(\sqrt{z\beta\varphi}) + \frac{\sqrt{1 - a^2/r^2}}{2} e^{z\beta\tilde{\varphi}} \operatorname{Erfc}(\sqrt{z\beta\tilde{\varphi}}) \right\}, \quad (5)$$

где z — зарядовое число ионов, $\tilde{\varphi} = (\varphi - \varphi_0 a^2/r^2) / (1 - a^2/r^2)$, n_{i0} — концентрация ионов в невозмущенной плазме, $\beta = T_e/T_i$, T_i — температура ионов в энергетических единицах. Отметим, что в случае 1 на всех расстояниях выполнено условие

$$\frac{r^2\varphi(r)}{a^2} = \varphi_0 \left(\frac{r}{a}\right)^\delta \geq \varphi_0, \quad (6)$$

поэтому появление мнимых значений концентрации ионов невозможно, они появились в работе [24] только из-за использования выражения (5) вне пределов его применимости. Если условие (6) нарушено, то реализуется случай 2 или 3 [22], для которых распределение концентрации ионов описывается уже совсем другими формулами. Поэтому утверждение авторов [24] о несостоятельности приближения ограниченных орбит (OML) для описания сферического зонда по этой причине ошибочно.

2.2. Случай 2

В этом случае $|e\phi(r)| \sim 1/r^{2-\delta}$ при малых и $|e\phi(r)| \sim 1/r^{2+\epsilon}$ при больших расстояниях r от центра зонда ($\delta > 0$, $\epsilon > 0$). Для этого случая без учета поглощения ионов в работе [22] получено соотношение

$$n_i(r) = n_{i0} \left[e^{z\beta\varphi} \operatorname{Erfc}(\sqrt{z\beta\varphi}) + I(r, \infty) \right], \quad (7)$$

где $I(r, b)$ — интеграл, определенный выражением

$$I(r, b) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{z\beta}{\pi}} \int_{\varrho_0(r)}^b \frac{(r_0^2/r^2 - 1) \left(3 \frac{d\varphi}{dr_0} + r_0 \frac{d^2\varphi}{dr_0^2} \right)}{[F(r, r_0)]^{1/2}} \times \exp \left[z\beta \left(\varphi(r_0) + \frac{r_0}{2} \frac{d\varphi(r_0)}{dr_0} \right) \right] dr_0, \quad (8)$$

$$F(r, r_0) = \varphi(r) - \varphi(r_0) + \frac{r_0}{2} \frac{d\varphi}{dr_0} \left(\frac{r_0^2}{r^2} - 1 \right), \quad (9)$$

ϱ_0 — максимальный корень уравнения

$$\varphi(\varrho_0) - \varphi(r) - \frac{\varrho_0}{2} \frac{d\varphi}{dr} \Big|_{r=\varrho_0} \left(\frac{\varrho_0^2}{r^2} - 1 \right) = 0. \quad (10)$$

Отметим, что в выражении (7) производные приведенного потенциала по r_0 понимаются в следующем смысле:

$$\frac{d\varphi}{dr_0} = \frac{d\varphi}{dr} \Big|_{r=r_0}, \quad \frac{d^2\varphi}{dr_0^2} = \frac{d^2\varphi}{dr^2} \Big|_{r=r_0}.$$

Здесь r_0 — параметр, который определяет проекции скорости иона:

$$v_r^2 = \frac{2ez}{m_i} [\phi(r_0) - \phi(r)] - \frac{r_0 ez}{m_i} \frac{d\phi}{dr} \Big|_{r=r_0} \left(\frac{r_0^2}{r^2} - 1 \right), \quad (11)$$

$$v_\theta^2 = \frac{ezr_0^2}{m_i r^2} \frac{d\phi}{dr} \Big|_{r=r_0},$$

m_i — масса ионов.

При учете поглощения ионов зондом для n_i имеет место выражение [22]

$$n_i(r) = \frac{1}{2} n_{i0} \left\{ e^{z\beta\varphi} \operatorname{Erfc}(\sqrt{z\beta\varphi}) + \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2}} \times \operatorname{Erfc} \left(\sqrt{-\frac{z\beta\varrho_0^3(a)}{2a^2} \frac{d\varphi}{dr} \Big|_{r=\varrho_0(a)} - \frac{z\beta[\varphi_0 - \varphi(r)]}{1 - a^2/r^2}} \right) \times \exp \left[-z\beta \frac{a^2\varphi_0 - r^2\varphi(r)}{r^2 - a^2} \right] + I(r, \varrho_0(a)) + I(r, \infty) \right\}. \quad (12)$$

Отметим, что функция $F(r, r_0)$ не отрицательна в силу определения ϱ_0 (см. выражение (10)), а в точке $r_0 = \varrho_0$ обращается в нуль. Поэтому выражение (8) неудобно для численного интегрирования. С учетом того, что в числителе дроби в (8) стоит величина $\partial F(r, r_0) / \partial r_0$, после интегрирования по частям получим

$$I(r, b) = \sqrt{\frac{z\beta}{\pi}} \left\{ 2\sqrt{F(r, b)} \times \exp \left[z\beta \left(\varphi(b) + \frac{b}{2} \frac{d\varphi}{dr_0} \Big|_{r_0=b} \right) \right] - z\beta \int_{\varrho_0(r)}^b \sqrt{F(r, r_0)} \left(3 \frac{d\varphi}{dr_0} + r_0 \frac{d^2\varphi}{dr_0^2} \right) \times \exp \left[z\beta \left(\varphi(r_0) + \frac{r_0}{2} \frac{d\varphi}{dr_0} \right) \right] dr_0 \right\}. \quad (13)$$

Отметим, что в случаях 2 и 3 (см. ниже) первый член в выражении (13) при $b = \infty$ переходит в $\sqrt{4z\beta\varphi(r)/\pi}$.

Максимальный корень ϱ_0 уравнения (10) всегда больше r_k — корня уравнения

$$3 \frac{d\varphi}{dr} \Big|_{r_k} + r_k \frac{d^2\varphi}{dr^2} \Big|_{r_k} = 0. \quad (14)$$

Например, для дебаевского потенциала (поведение которого полностью соответствует случаю 2)

$$\phi(r) = \frac{\phi_0 a}{r} e^{-(r-a)/R_D}, \quad (15)$$

решая уравнение (14), находим

$$r_k = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} R_D.$$

Здесь R_D — дебаевский радиус экранирования. Следовательно, во всей области изменения параметра r_0 приведенный потенциал $\varphi(r_0)$ в интеграле (8) или (13) уменьшается с ростом r_0 быстрее, чем $1/r_0^2$, т. е. всегда

$$\varphi(r_0) + \frac{r_0}{2} \frac{d\varphi(r_0)}{dr_0} < 0$$

и экспоненциальный член меньше единицы. Отметим, что при выполнении неравенства

$$a \ll r_k \quad (16)$$

выражение (12) переходит в (5), при $a/r \rightarrow 0$ (12) совпадает с (7), а при $r \rightarrow a$ из-за наличия поглощающей поверхности концентрация ионов уменьшится вдвое.

2.3. Случай 3

Этот случай отличается от случая 2 тем, что при $r \rightarrow \infty$ потенциал убывает строго по закону $1/r^2$, т. е. на больших расстояниях ведет себя как

$$ez\phi(r) = -\frac{C}{r^2} \equiv -\frac{C_0 T_i a^2}{r^2} \quad (17)$$

(постоянные C и C_0 положительны). Без учета поглощения в этом случае к выражению (7) прибавится член

$$\Delta n_i(r) = \frac{2n_{i0}}{\sqrt{\pi}} \left[\sqrt{z\beta\varphi} - \sqrt{z\beta\varphi - C_0 \frac{a^2}{r^2}} \right], \quad (18)$$

а при учете поглощения поправка к выражению (12) при $a > a_k(r)$ имеет вид

$$\Delta n_i(r) = \frac{n_{i0}}{\sqrt{\pi}} \left[\sqrt{z\beta\varphi} - \sqrt{z\beta\varphi - C_0 \frac{a^2}{r^2}} \right], \quad (19)$$

при $a < a_k(r)$ —

$$\begin{aligned} \Delta n_i(r) = & \frac{n_{i0}}{2} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\sqrt{z\beta\varphi} + \sqrt{z\beta\varphi - z\beta\varphi_0 \frac{a^2}{r^2}} - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2\sqrt{z\beta\varphi - C_0 \frac{a^2}{r^2}} \right] + \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2}} \times \right. \\ & \times \left[\operatorname{Erf} \left(\sqrt{-\frac{z\beta\varrho_0^3(a)}{2a^2} \frac{d\varphi}{dr} \Big|_{r=\varrho_0(a)} - \frac{z\beta[\varphi_0 - \varphi(r)]}{1 - a^2/r^2}} \right) - \right. \\ & \left. - \operatorname{Erf} \left(\sqrt{z\beta \frac{r^2\varphi(r) - a^2\varphi_0}{r^2 - a^2}} \right) \right] \times \\ & \left. \times \exp \left[z\beta \frac{r^2\varphi(r) - a^2\varphi_0}{r^2 - a^2} \right] \right\}. \quad (20) \end{aligned}$$

Здесь $a_k(r)$ — критический радиус, определяемый из уравнения

$$-\phi(a_k) + \phi(r) + \frac{r}{2} \frac{d\phi}{dr} \left(1 - \frac{r^2}{a_k^2} \right) = 0 \quad (21)$$

(при $a > a_k$ становится важной кривая, разделяющая частицы, точки поворота которых находятся в ближней и дальней от центра зонда или пылевой частицы областях).

2.4. Модифицированное распределение ионов

В работе [24] предлагалось исправить выражение (5) следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{n_i(r)}{n_{i0}} = & \sqrt{\frac{z\beta\varphi}{\pi}} + \frac{1}{2} e^{z\beta\varphi} \operatorname{Erfc} \left(\sqrt{z\beta\varphi} \right) + \\ & + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2}} e^{z\beta\tilde{\varphi}} + \left[\sqrt{\frac{z\beta}{\pi}} \sqrt{\frac{r^2\varphi - a^2\varphi_0}{r^2}} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2}} e^{z\beta\tilde{\varphi}} \operatorname{Erf} \left(\sqrt{z\beta\tilde{\varphi}} \right) \right] \theta(\tilde{\varphi}), \quad (22) \end{aligned}$$

где $\tilde{\varphi} = (r^2\varphi - a^2\varphi_0) / (r^2 - a^2)$, $\theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда: $\theta(x) = 1$, если $x > 0$, и 0, если $x < 0$. Отметим, что выражение (22) было получено уже в работе [39]. Это выражение справедливо только в случае, если нет барьера при движении иона из бесконечности к поверхности зонда, т. е. при поведении потенциала, как в случае 1. Как отмечалось выше, в этом случае величина $\tilde{\varphi}$ строго положительна. Выражение (22) можно применять в случаях 2 и 3, когда количество ионов, для которых существует барьер, мало. Но такие ионы, как отмечалось в работе [23], при максвелловской функции распределения есть всегда, поэтому точность этой формулы требует отдельного исследования.

3. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЭКРАНИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ ВЛАСОВА С УЧЕТОМ СТОЛКНОВЕНИЙ И СТОКОВ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ

Для проверки полученных выражений для распределения концентраций электронов и ионов рассмотрим задачу на основе подхода в рамках ЛКТЭ [7, 8]. В этих работах для стационарных поправок к невозмущенным функциям распределения получено выражение

$$\begin{aligned} \delta f_{\sigma, \mathbf{k}}(\mathbf{v}) = & \phi_{\mathbf{k}} \frac{e_{\sigma}}{m_{\sigma}} \frac{\partial f_{\sigma 0}(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - i\nu_{\sigma}} + \frac{i S_{\sigma}^{(0)}(\mathbf{v})}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - i\nu_{\sigma}} - \\ & - i \mathbf{k} \phi_{\mathbf{k}} \frac{e_{\sigma}}{m_{\sigma}} \frac{\nu_{\sigma} \Phi_{\sigma}(\mathbf{v})}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - i\nu_{\sigma}} \frac{1}{1 + I_{\Phi\sigma}(k)} \int \frac{1}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}' - i\nu_{\sigma}} \times \\ & \times \frac{\partial f_{\sigma 0}(\mathbf{v}')}{\partial \mathbf{v}'} d\mathbf{v}' + \frac{\nu_{\sigma} \Phi_{\sigma}(\mathbf{v})}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - i\nu_{\sigma}} \frac{1}{1 + I_{\Phi\sigma}(k)} \times \\ & \times \int \frac{S_{\sigma}^{(0)}(\mathbf{v}')}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}' - i\nu_{\sigma}} d\mathbf{v}', \quad (23) \end{aligned}$$

где σ обозначает электроны ($\sigma = e$) или ионы ($\sigma = i$), e_{σ} , m_{σ} — заряд и масса σ -частиц плазмы соответственно, $e_e = -e$, $e_i = ze$, \mathbf{v} — вектор скорости электронов или ионов, $f_{\sigma 0}$ — невозмущенные функции распределения, нормированные условием

$$\int f_{\sigma 0}(v) d\mathbf{v} = 1,$$

ν_{σ} — частота столкновений электронов и ионов с атомами буферного газа, $S_{\sigma}^{(0)}(\mathbf{v})$ — стационарный сток частиц σ -компоненты плазмы на макрочастицу:

$$S_{\sigma}^{(0)}(\mathbf{v}) = v \sigma_{\sigma}(q_0, v) f_{\sigma 0}(\mathbf{v}), \quad (24)$$

$\sigma_{\sigma}(q, v)$ — сечения зарядки, которые зависят от свойств окружающей плазмы, $q_0 = q(t = \infty)$ — стационарный заряд макрочастицы, $\Phi_{\sigma}(\mathbf{v})$ — функция распределения σ -частиц плазмы, формирующаяся в результате столкновений с нейтральными атомами, $I_{\Phi\sigma}(k)$ — интеграл, определенный выражением

$$\begin{aligned} I_{\Phi\sigma}(k) = & i\nu_{\sigma} \int \frac{\Phi_{\sigma}}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - i\nu_{\sigma}} d\mathbf{v} \equiv \\ & \equiv -\frac{4\pi}{k} \int_0^{\infty} \Phi_{\sigma} \nu_{\sigma} \operatorname{arctg}\left(\frac{kv}{\nu_{\sigma}}\right) v dv. \quad (25) \end{aligned}$$

В случае, когда Φ_{σ} является максвелловской функцией с температурой T_{σ} , последний интеграл равен

$$\begin{aligned} I_{\Phi\sigma}(k) = & -(\pi)^{1/2} \frac{k\nu_{\sigma}}{k} \operatorname{Erfc}\left(\frac{k\nu_{\sigma}}{k}\right) \exp\left(\frac{k^2\nu_{\sigma}^2}{k^2}\right), \quad (26) \\ k_{\nu\sigma} = & \nu_{\sigma} \sqrt{\frac{m_{\sigma}}{2T_{\sigma}}}. \end{aligned}$$

После интегрирования (23) по $d\mathbf{v}$ с максвелловскими функциями распределения в работах [7, 10] найдено

$$\begin{aligned} \delta n_{\sigma, \mathbf{k}} \equiv & n_{\sigma 0} \int \delta f_{\sigma, \mathbf{k}}(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \\ = & -\phi_{\mathbf{k}} \frac{e_{\sigma} n_{\sigma 0}}{T_{\sigma}} + \frac{I_{S\sigma}(k)}{1 + I_{\Phi\sigma}(k)} n_{\sigma 0}, \quad (27) \end{aligned}$$

где интеграл $I_{S\sigma}(k)$ определен выражением

$$\begin{aligned} I_{S\sigma}(k) = & i \int \frac{S_{\sigma}^{(0)}(\mathbf{v})}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - i\nu_{\sigma}} d\mathbf{v} = \\ = & -\frac{4\pi}{k} \int_0^{\infty} f_{\sigma 0} \sigma_{\sigma} \operatorname{arctg}\left(\frac{kv}{\nu_{\sigma}}\right) v^2 dv. \quad (28) \end{aligned}$$

Из выражения (27) следует, что возмущения концентраций заряженных частиц плазмы вызваны как электрическим полем заряженной макрочастицы, так и стоками электронов и ионов на макрочастицу.

В стационарном режиме для фурье-образа потенциала в случае максвелловских функций распределения имеем [7, 10]

$$\phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e q_0}{k^2 + k_D^2} + \frac{4\pi}{k^2 + k_D^2} \sum_{\sigma} e_{\sigma} n_{\sigma 0} \frac{I_{S\sigma}}{1 + I_{\Phi\sigma}}, \quad (29)$$

где k_D — постоянная экранирования: $k_D^2 = \sum_{\sigma} k_{D\sigma}^2$, $k_{D\sigma}$ — постоянная экранирования σ -компоненты плазмы:

$$k_{D\sigma}^2 = \frac{4\pi e_{\sigma}^2 n_{\sigma 0}}{T_{\sigma}}.$$

После обратного фурье-преобразования (27) и (29) для стационарного распределения потенциала и возмущений концентрации частиц плазмы находим

$$\begin{aligned} \phi(r) = & \frac{q_0 e^{-k_D r}}{r} + \frac{2}{\pi r} \sum_{\sigma} e_{\sigma} n_{\sigma 0} \int \frac{I_{S\sigma}(k)}{1 + I_{\Phi\sigma}(k)} \times \\ & \times \frac{\sin(kr)}{k^2 + k_D^2} k dk, \quad (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta n_{\sigma}(r) = & -n_{\sigma 0} \frac{e_{\sigma} \phi(r)}{T_{\sigma}} + \frac{n_{\sigma 0}}{2\pi^2 r} \times \\ & \times \int \frac{I_{S\sigma}(k)}{1 + I_{\Phi\sigma}(k)} \sin(kr) k dk. \quad (31) \end{aligned}$$

Первый член в правой части выражения (31) есть просто линейный член разложения распределения Больцмана, а второй член обусловлен стоком σ -частиц плазмы на макрочастицу.

При численном интегрировании (30) и особенно (31) возникают трудности, связанные с тем, что функции

$$F_{\sigma}(k) = \frac{I_{S_{\sigma}}(k)}{1 + I_{\Phi_{\sigma}}}$$

при больших k имеют асимптотики вида

$$F_{\sigma}(k) \asymp F_{\sigma,as}(k) = \frac{a_{\sigma}}{k} + \frac{b_{\sigma}}{k^2}. \quad (32)$$

Поэтому в численных расчетах по массивам данных $F_{\sigma}(k)$ при больших k методом наименьших квадратов находились коэффициенты a_{σ} и b_{σ} , затем из $F_{\sigma}(k)$ вычиталась $F_{\sigma,as}(k)$ и проводилось быстрое фурье-преобразование. Затем к полученному результату добавлялись асимптотические распределения потенциала и концентраций:

$$\begin{aligned} \phi_{as}(r) &\equiv \frac{2}{\pi r} \sum_{\sigma} e_{\sigma} n_{\sigma} \int \frac{F_{\sigma,as}(k)}{k^2 + k_D^2} \sin(kr) k dk = \\ &= \frac{\tilde{Q}_{as}}{r} g(k_D r) + \frac{e Q_{as}}{r} (1 - e^{-k_D r}), \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{\sigma,as}(r) &\equiv \frac{n_{\sigma 0}}{2\pi^2 r} \int F_{\sigma,as}(k) \sin(kr) k dk = \\ &= \frac{n_{\sigma 0}}{2\pi^2 r} \left(\frac{a_{\sigma}}{r} + \frac{\pi}{2} b_{\sigma} \right), \quad (34) \end{aligned}$$

где $\tilde{Q}_{as} = \sum_{\sigma} \tilde{Q}_{\sigma,as}$, $Q_{as} = \sum_{\sigma} Q_{\sigma,as}$, $g(k_D r) = e^{-k_D r} \text{Ei}(k_D r) + e^{k_D r} \text{E}_1(k_D r)$, $\text{Ei}(x)$, $\text{E}_1(x)$ — интегральные показательные функции, асимптотические заряды определены выражениями

$$\tilde{Q}_{\sigma,as} = \frac{a_{\sigma} e_{\sigma} n_{\sigma}}{\pi e k_D}, \quad Q_{\sigma,as} = \frac{b_{\sigma} e_{\sigma} n_{\sigma}}{e k_D^2}.$$

С учетом того, что при $x \rightarrow \infty$ функция $g(x) \rightarrow 2/x$, из (33) и (17) находим

$$C_0 = -\frac{2e^2 z (\tilde{Q}_{e,as} + \tilde{Q}_{i,as})}{T_i k_D a^2}. \quad (35)$$

4. СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ

В случае зондовых измерений потенциал зонда может быть произвольным, но в случае макрочастицы в плазме потенциал ее поверхности определяется равенством потоков электронов и ионов на нее:

$$S_e = S_i, \quad (36)$$

где

$$S_{\sigma} = n_{\sigma 0} \int S_{\sigma}^{(0)}(v) d\mathbf{v} = n_{\sigma 0} \int \sigma_{\sigma}(\phi_0, v) f_{\sigma 0}(\mathbf{v}) d\mathbf{v},$$

$\sigma_{\sigma}(\phi_0, v)$ — сечения зарядки, которые зависят от свойств окружающей плазмы. В качестве сечения зарядки мы будем использовать сечения поглощения в приближении ограниченных орбит [21]:

$$\sigma_{\sigma}(u) = \pi r_0^2 \begin{cases} 1 - \frac{2e_{\sigma} \phi_0}{m_{\sigma} u^2}, & u^2 > 2e_{\sigma} \phi_0 / m_{\sigma}, \\ 0, & u^2 < 2e_{\sigma} \phi_0 / m_{\sigma}. \end{cases} \quad (37)$$

Можно также учесть влияние столкновений на сечения поглощения ионов (см., например, работы [41–48]).

Используя сечения (37), в случае максвелловских функций распределения для потоков находим

$$S_e = \pi r_0^2 n_{e0} \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{e\phi_0}{T_e}\right), \quad (38)$$

$$S_i = \pi r_0^2 z n_{i0} \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left(1 - \frac{ez\phi_0}{T_i}\right).$$

Выражения (38) не учитывают ионы, совершающие финитное движение вокруг зонда с отрицательным потенциалом, а также выражение для S_i справедливо только при поведении потенциала, описываемом случаем 1. Если поведение потенциала относится к случаю 2 или 3, то поток ионов на зонд уже зависит от всего хода потенциала, а не только от ϕ_0 , и определяется выражением [22]

$$\begin{aligned} S_i &= \pi r_0^2 z n_{i0} \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left\{ C_0 + \frac{\varrho_0^2(a)}{a^2} - \left[\frac{\varrho_0^2(a)}{a^2} - 1 \right] \times \right. \\ &\times \exp \left[z\beta\varphi(\varrho_0|_{r=a}) + \frac{z\beta\varrho_0(a)}{2} \frac{d\varphi}{dr} \Big|_{r=\varrho_0(a)} \right] + \\ &+ \int_{\varrho_0(a)}^{\infty} r_0 \left[1 - \exp \left(z\beta\varphi(r_0) + \frac{r_0 z\beta}{2} \times \right. \right. \\ &\left. \left. \times \frac{d\varphi(r_0)}{dr_0} \right) \right] dr_0 \left. \right\}. \quad (39) \end{aligned}$$

(В случае 2, напомним, $C_0 = 0$.) Здесь мы самосогласованную задачу не решаем, поэтому потенциал поверхности зонда определяется с использованием формулы (38) для потока ионов.

Если всюду в области $r_0 > \varrho_0(a)$ выполнено условие

$$\varphi(r_0) + \frac{r_0}{2} \frac{d\varphi(r_0)}{dr_0} \ll \frac{1}{z\beta}, \quad (40)$$

то выражение (39) переходит во второе выражение (38).

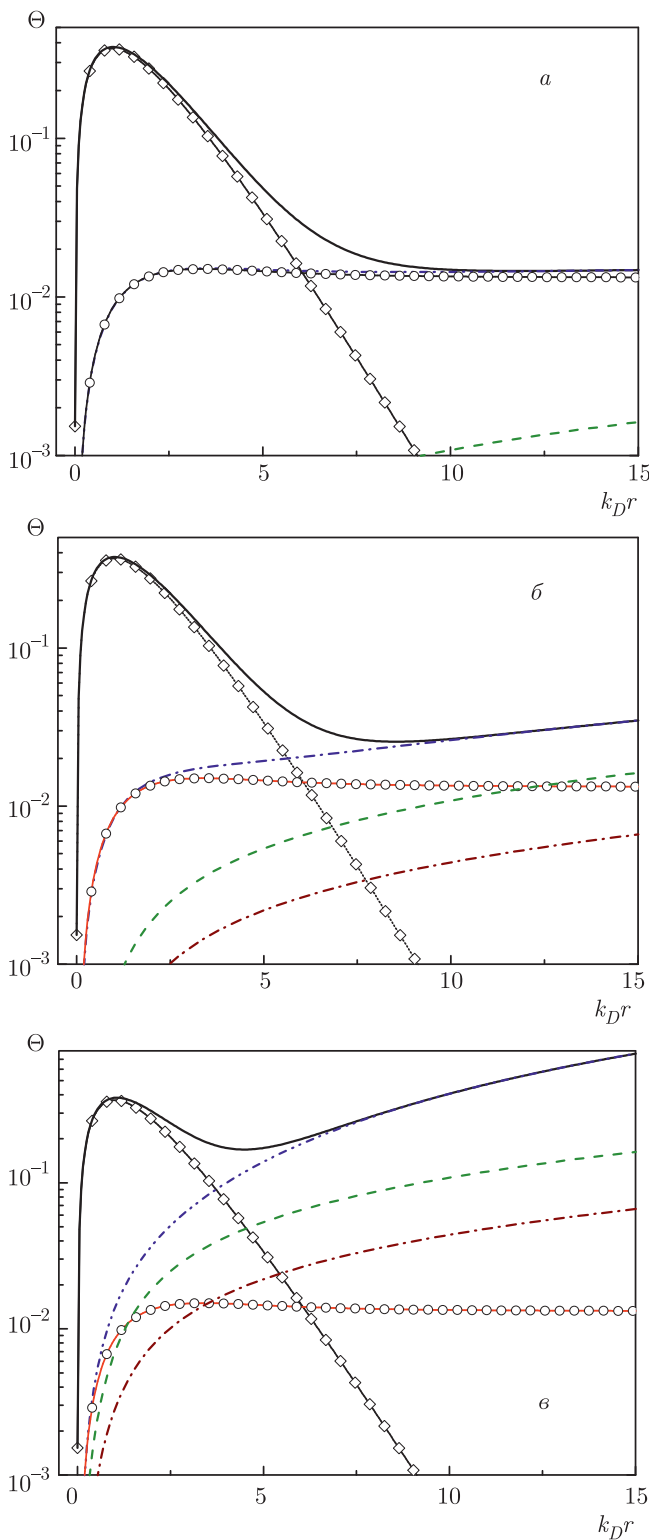


Рис. 1. Распределение приведенного потенциала $\Theta(r) = k_D r^2 \phi(r) / \phi_0$ самосогласованного электрического поля вокруг макрочастицы радиусом 1 мкм в изотермической плазме при $E/N = 1$ Тд, давлении 0.1 Па (а), 1 Па (б) и 10 Па (в) в аргоне: сплошные кривые — полный потенциал (30), ромбы — дебаевский потенциал (42), штрихпунктирные кривые с двумя точками — полный потенциал (30) без дебаевского вклада, кружки — $\phi_g(r)$ (43), штриховые кривые — $\phi_Q(r)$, штрихпунктирные кривые — $\phi_S(r)$ (49)

На рис. 1 представлены распределения приведенного потенциала $\Theta(r) = k_D r^2 \phi(r) / \phi_0$ в аргоне при $E_{dis}/N = 1$ Тд при трех разных давлениях и, соответственно, разных частотах столкновений, найденные из выражения (30) путем быстрого фурье-преобразования. В расчетах использовались равномерные сетки по k и r в основном из $N = 2^{16}$ точек при максимальном значении волнового числа $k_{max} = 2^{11} k_D$ и максимальном значении радиальной координаты $R_{max} = \pi N / k_{max} = 32\pi R_D$. Концентрации электронов и ионов задавались, как и в работе [10], следующими: $n_{e0} = n_{i0} = 10^9 \text{ см}^{-3}$ ($z_i = 1$), радиус пылевой частицы $a = 1$ мкм, температура ионов $T_i = 0.026$ эВ (300 К). Температура электронов задавалась соответствующей приведенной напряженности электрического поля E/N , равной 10^{-4} и 1 Тд (более подробно см. работу [10]).

В изотермической плазме ($T_e \approx T_i = 0.026$ эВ) распределения потенциала имели практически такой же вид, отличаясь только мелкими деталями. Интегралы $I_{S\sigma}$ (28) вычислялись методом трапеций с адаптивным выбором шага для достижения заданной относительной точности, равной 10^{-6} .

Из рис. 1 видно, что величина $\Theta(r)$ при давлении 0.1 Па проходит через максимум, а на больших расстояниях принимает постоянное значение, поэтому распределение потенциала при этом давлении относится к случаю 3. Такая же картина при этом давлении наблюдалась и в других инертных газах. С ростом давления на больших расстояниях величина $\Theta(r)$ начинает расти, что связано с вкладом потенциала ϕ_Q (см. ниже выражение (44)), убывающего как $1/r$. Это приводит к тому, что интеграл (8) при $b = \infty$ и интеграл в выражении для стока ионов (39) становятся расходящимися. Поэтому поведение потенциала уже при давлении газа 1 Па не описывается ни одним из рассмотренных в работе [22] случаев.

На рис. 1 также приведены распределения потенциала согласно аналитическому выражению [10]

$$\phi(r) = \phi_D(r) + \phi_g(r) + \phi_Q(r), \quad (41)$$

где ϕ_D — дебаевский потенциал (q_0 — заряд пылевой частицы):

$$\phi_D(r) = \frac{eq_0 e^{-k_D r}}{r}, \quad (42)$$

ϕ_g — обусловленная стоками электронов и ионов на пылевую частицу часть потенциала в бесстолкновительном пределе:

$$\phi_g(r) = -\frac{\sum e\tilde{Q}_\sigma}{r} g(k_D r), \quad (43)$$

ϕ_Q — обусловленная столкновениями электронов и ионов с нейтральными атомами часть потенциала:

$$\phi_Q(r) = -\frac{e \sum Q_\sigma}{r} (1 - e^{-k_D r}). \quad (44)$$

Здесь \tilde{Q}_σ и Q_σ — эффективные заряды, определенные выражениями

$$\tilde{Q}_\sigma = \frac{2\pi z_\sigma n_{\sigma 0}}{k_D} \int_0^\infty f_{\sigma 0} \sigma_\sigma v^2 dv, \quad (45)$$

$$Q_\sigma = \frac{\pi \nu_\sigma}{k_D} \sqrt{\frac{\pi m_\sigma}{2T_\sigma}} \tilde{Q}_\sigma. \quad (46)$$

При выполнении условия $k_D a \ll 1$ для нахождения заряда макрочастицы можно использовать вакуумную связь с потенциалом поверхности: $eq_0 = \phi_0 a$, в случае дебаевского экранирования нужно использовать формулу $eq_0 = \phi_0 a (1 + k_D a)$.

При интегрировании с максвелловскими функциями распределения в работе [10] получены выражения

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_i &= \frac{z_i n_{i0} \pi r_0^2}{2k_D} \left(1 - \frac{2ez_i \phi_0}{T_i} \right), \\ \tilde{Q}_e &= \frac{z_e n_{e0} \pi r_0^2}{2k_D} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{-\frac{e\phi_0}{T_e}} \exp\left(\frac{e\phi_0}{T_e}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \left(1 + \frac{2e\phi_0}{T_e} \right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{-\frac{e\phi_0}{T_e}}\right) \right]. \end{aligned} \quad (47)$$

При давлении 0.1 Па значение эффективного заряда Q_i ($Q_e \ll Q_i$), связанного со столкновениями, мало, поэтому (41) практически совпадает с суммой дебаевского потенциала (42) и потенциала (43). Отметим, что потенциал (43) на больших расстояниях $k_D r \gg 1$ выходит на асимптотику:

$$\phi_g(r) \simeq -\frac{2e(\tilde{Q}_e + \tilde{Q}_i)}{k_D r^2}. \quad (48)$$

Поэтому при определении величины C_0 в выражении (41) вместо $\tilde{Q}_{e,as}$ и $\tilde{Q}_{i,as}$ можно использовать

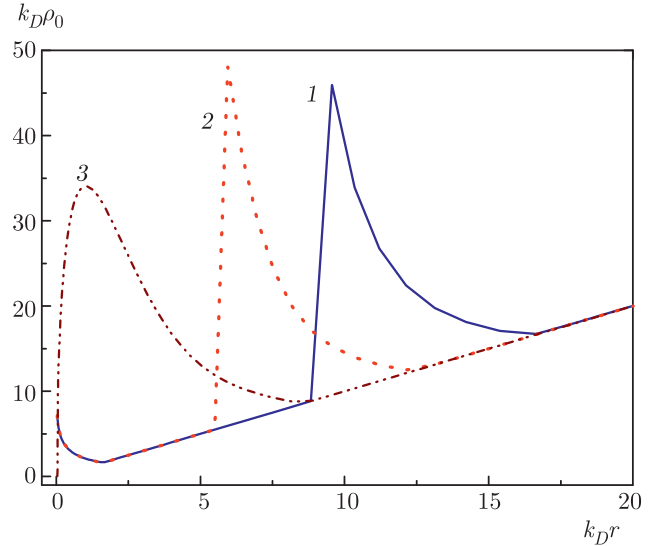


Рис. 2. Наибольший корень уравнения (10) в электрическом поле макрочастицы радиусом 1 мкм в изотермической плазме при $E/N = 10^{-4}$ Тд при давлении 0.1 Па (1), 1 Па (2) и 10 Па (3) в аргоне

заряды \tilde{Q}_e и \tilde{Q}_i (это значение параметра будем далее обозначать как C_{0Q}).

С ростом давления потенциал $\phi_g(r)$ практически не меняется, а $\phi_Q(r)$ растет пропорционально частоте столкновений. Это приводит к тому, что дебаевская часть потенциала $\phi_D(r)$ становится меньше остальной части на меньших расстояниях. Отметим, что согласно [7, 10] в сильно столкновительном режиме поведение потенциала описывается суммой $\phi(r) = \phi_D(r) + \phi_S(r)$, где ϕ_S — обусловленная стоками электронов и ионов на пылевую частицу часть потенциала в столкновительной плазме:

$$\phi_S(r) = -\frac{e \sum Q_{s\sigma}}{r} (1 - e^{-k_D r}), \quad (49)$$

$Q_{s\sigma}$ — эффективный заряд, определенный выражением

$$Q_{s\sigma} = \frac{z_\sigma m_\sigma \nu_\sigma S_\sigma}{k_D^2 T_\sigma}. \quad (50)$$

Из рис. 1 видно, что величина $\phi_S(r)$ с ростом давления становится все выше и выше.

Расчеты в других газах показали аналогичное поведение распределений потенциала с максимумом величины $\Theta(r)$ и линейным ростом на больших расстояниях при давлении выше 1 Па. Здесь обратим внимание на то, что в работе [41] отмечалось хорошее согласие распределений потенциала, рассчитанных из исходных кинетических уравнений Власова со столкновительным членом в форме Бхатнага-

Таблица 1. Потенциал поверхности пылевой частицы радиусом 1 мкм из уравнения (36), значение расчетного потенциала (36) при $r = a$, поток ионов из (38) и (39), значения величины C_0 с зарядами \tilde{Q}_e и \tilde{Q}_i и с асимптотическими зарядами (35) в инертных газах при давлении $p = 0.1$ Па и $E/N = 10^{-4}$ Тд

Газ	ϕ_0	$\phi(r = a)$	S_i (38)	S_i (39)	C_{0Q}	C_0 (35)
He	-0.079	-0.076	$1.60 \cdot 10^7$	$1.23 \cdot 10^7$	0.884	0.880
Ne	-0.096	-0.093	$8.30 \cdot 10^6$	$6.28 \cdot 10^6$	1.050	1.045
Ar	-0.103	-0.100	$6.25 \cdot 10^6$	$5.04 \cdot 10^6$	1.122	1.111
Kr	-0.111	-0.107	$4.58 \cdot 10^6$	$3.73 \cdot 10^6$	1.199	1.187
Xe	-0.116	-0.112	$3.79 \cdot 10^6$	$3.18 \cdot 10^6$	1.247	1.232

Таблица 2. Потенциал поверхности пылевой частицы из уравнения (36), значение расчетного потенциала (36) при $r = a$, поток ионов из (38) и (39), значения величины C_0 с зарядами \tilde{Q}_e и \tilde{Q}_i и с асимптотическими зарядами (35) в инертных газах при давлении $p = 0.1$ Па и $E/N = 1$ Тд

Газ	ϕ_0	$\phi(r = a)$	S_i (38)	S_i (39)	C_{0Q}	C_0 (35)
He	-0.853	-0.832	$1.34 \cdot 10^8$	$1.21 \cdot 10^8$	15.6	15.5
Ne	-5.644	-5.508	$3.86 \cdot 10^8$	$3.61 \cdot 10^8$	108.2	107.3
Ar	-4.229	-4.127	$2.06 \cdot 10^8$	$2.25 \cdot 10^8$	80.7	79.6
Kr	-4.179	-4.078	$1.41 \cdot 10^8$	$1.58 \cdot 10^8$	79.6	78.4
Xe	-3.718	-3.628	$1.00 \cdot 10^8$	$1.20 \cdot 10^8$	70.6	69.3

ра – Гросса – Крука (БГК) и в рамках линеаризованной теории [7].

На рис. 2 приведены зависимости наибольшего решения уравнения (10) при разных давлениях, найденные с использованием рассчитанных из (30) распределений потенциала. Видно, что при давлении аргона $p = 0.1$ Па на малых расстояниях до $k_D r \sim 10$ поведение ϱ_0 соответствует дебаевскому потенциалу (см. [22]), причем при $k_D r \geq (1 + \sqrt{5})/2 \varrho_0$ максимальное решение уравнения (10) достаточно быстро выходит на решение $\varrho_0 = r$, которое имеет место всегда. Далее начинается влияние растущей части величины $\Theta(r)$, что приводит к всплеску ϱ_0 и последующему возврату на линию $\varrho_0 = r$. При $p = 1$ Па этот всплеск сдвигается в сторону меньших расстояний, а при $p = 10$ Па начинается прямо от поверхности пылевой частицы.

В табл. 1 и 2 приведены значения ряда величин в инертных газах при давлении $p = 0.1$ Па в изотермической ($E/N = 10^{-4}$ Тд) и неизотермической ($E/N = 1$ Тд) плазме для пылевых частиц радиусом $a = 1$ мкм. Видно, что потенциал поверхности пылевой частицы из уравнения (36) с потоками (38) (потенциал поверхности без учета барьеров для движения ионов) очень близок к значению расчетного

потенциала (30) при $r = a$, а поток ионов из выражения (38), обычно используемого при определении заряда в ПОО, и выражения (39) также оказываются близкими. При этом выражение (39) в изотермической плазме дает чуть меньшие значения, а в неизотермической плазме в аргоне, криптоне и ксеноне — чуть большие значения. Это находится в согласии с работой [41], в которой наблюдалось прохождение через максимум зависимости потока ионов от произведения длины свободного пробега ионов ℓ_i на постоянную экранирования. В неизотермической плазме постоянная экранирования оказывается меньше примерно в $\sqrt{2}$ раз (см. [10]), поэтому произведение $k_D \ell_i$ во столько же раз уменьшается и в неизотермической плазме в аргоне, криптоне и ксеноне поток оказывается ближе к максимуму. Также интересно отметить близость значений параметров C_{0Q} , определенного с зарядами \tilde{Q}_e и \tilde{Q}_i (47), и C_0 , вычисленного с асимптотическими зарядами из (35).

При увеличении давления до 1 Па близость потенциалов поверхности из уравнения (36) с потоками (38) и расчетного потенциала (30) при $r = a$, а также величин C_0 и C_{0Q} сохраняется, а значения потока в тяжелых инертных газах начинают сильно расходиться (см. табл. 3). Еще большее расхождение

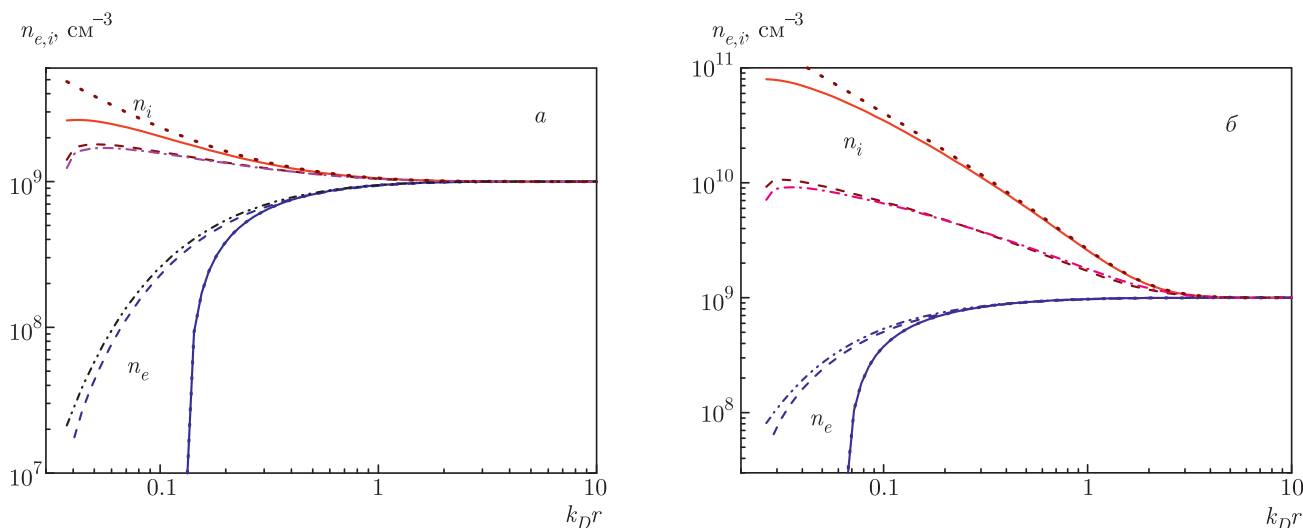


Рис. 3. Распределение концентрации электронов (n_e) и ионов (n_i) вокруг макрочастицы радиусом 1 мкм в изотермической плазме (а) и в неизотермической плазме при $E/N = 1$ Тд (б) и давлении 0.1 Па в аргоне. Сплошные кривые — из (31), штриховые — из (12) с добавочным членом (19) или (20) для ионов и из (2) для электронов, пунктирные — линеаризация распределений Больцмана: $n_\sigma(r) = n_{\sigma 0} [1 - e_{\sigma} \phi(r)/T_\sigma]$ (30), штрихпунктирные — модифицированное ПОО (22), штрихпунктирные с двумя точками — распределение Больцмана для электронов (1)

Таблица 3. Поток ионов на пылевую частицу радиусом 1 мкм в инертных газах при давлении $p = 1$ Па

Газ	$E/N = 10^{-4}$ Тд		$E/N = 1$ Тд	
	S_i (38)	S_i (39)	S_i (38)	S_i (39)
He	$1.60 \cdot 10^7$	$2.01 \cdot 10^7$	$1.34 \cdot 10^8$	$1.14 \cdot 10^8$
Ne	$8.30 \cdot 10^6$	$1.07 \cdot 10^7$	$3.86 \cdot 10^8$	$4.33 \cdot 10^8$
Ar	$6.25 \cdot 10^6$	$1.10 \cdot 10^7$	$2.06 \cdot 10^8$	$4.97 \cdot 10^8$
Kr	$4.58 \cdot 10^6$	$8.58 \cdot 10^6$	$1.41 \cdot 10^8$	$3.81 \cdot 10^8$
Xe	$3.79 \cdot 10^6$	$2.04 \cdot 10^6$	$1.00 \cdot 10^8$	$3.33 \cdot 10^8$

наблюдается при дальнейшем росте давления, что обусловлено растущей пропорционально давлению частью потенциала, имеющей кулоновскую зависимость. Поэтому возникает вопрос о точности определения потенциала поверхности пылевых частиц при давлениях выше 1 Па из уравнения (36) с потоками (38).

На рис. 3 приведены зависимости концентрации электронов и ионов в аргоне при давлении 0.1 Па. Видно, что уже при $k_D r \leq 2$ начинается расхождение между распределениями ионов в рамках ЛКТЭ и ПОО. При этом распределение электронов в ЛКТЭ практически полностью описывается линеаризованным распределением Больцмана, а ионов

достаточно близко к нему. Отметим, что распределение электронов (2) в ПОО оказывается достаточно близким к распределению Больцмана (1), что связано с незначительностью потерь электронов из-за стока на пылевую частицу.

Сравнение распределений ионов, найденных в ПОО и из модифицированного выражения (22), показывает, что при давлении 0.1 Па они различаются незначительно как при $E/N = 10^{-4}$ Тд, когда заряд пылевых частиц мал, так и при 1 Тд, когда заряд становится почти на два порядка выше (см. [10]). Это говорит о том, что при давлении 0.1 Па влияние потенциальных барьеров при приближении ионов к поверхности пылевой частицы незначительно.

При увеличении давления, как видно из рис. 4, на распределении ионов в ПОО на малых расстояниях появляются заметные нерегулярные отклонения, что связано с неприменимостью ни одного из рассмотренных в работе [22] случаев поведения потенциала при давлении выше 1 Па. При более высоких давлениях нерегулярное поведение распределения ионов только усиливается во всех рассмотренных в настоящей работе инертных газах. При этом выражение (22) позволяет рассчитать распределение ионов и при этих давлениях, но точность полученных значений концентрации ионов при этом остается неизвестной. В расчетах кинетических уравнений Власова со столкновительным членом в форме

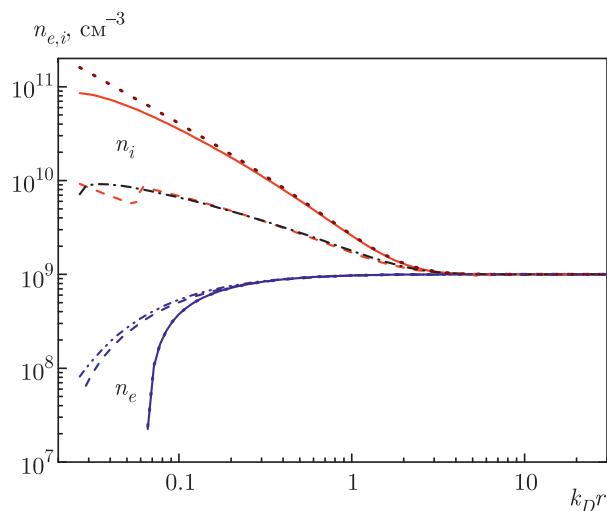


Рис. 4. Распределение концентрации электронов (n_e) и ионов (n_i) вокруг макрочастицы радиусом 1 мкм в неизотермической плазме при $E/N = 1$ Тд и давлении 1 Па в аргоне. Обозначения, как на рис. 3

БГК [49] было показано, что полученное распределение ионов при низких давлениях оказывается достаточно близким к распределению (22). Такой же вывод был сделан и в расчетах методом частиц в ячейках [50].

Близость распределений ионов и электронов в ЛКТЭ и линейаризованных распределений Больцмана позволяет сделать вывод, что область применимости ЛКТЭ близка к области применимости теории Дебая–Гюккеля и ограничивается областью малых значений отношения потенциальной и тепловой энергии электронов и ионов.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования распределения электронов и ионов вокруг заряженной пылевой частицы на основе линейаризованной кинетической теории экранирования, включающей кинетические уравнения с самосогласованным полем, дополненные столкновительными интегралами в форме Бхатнагара–Гросса–Крука и точечными стоками электронов и ионов, показали ограниченную применимость приближения ограниченных орбит и ограниченную применимость линейаризованной кинетической теории экранирования на основе уравнений Власова с учетом столкновений и стоков электронов и ионов. Сравнение полученных распределений электронов и ионов с результатами теории зондов в рамках приближения ограничен-

ных орбит показало, что последнее в инертных газах применимо только в пределе низких давлений, а с ростом давления кулоновская асимптотика потенциала, пропорциональная частоте столкновений электронов и ионов с нейтральными атомами (молекулами), делает неприменимыми формулы приближения ограниченных орбит для распределения ионов. Распределения электронов и ионов, полученные в рамках столкновительной кинетической модели точечных стоков, оказались близки к линейаризованным распределениям Больцмана. Это позволяет сделать вывод, что область применимости столкновительной кинетической модели точечных стоков близка к области применимости теории Дебая–Гюккеля.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-12-10424).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Власов, ЖЭТФ **8**, 291 (1938); УФН **93**, 444 (1967).
2. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **16**, 574 (1946); УФН **93**, 527 (1967).
3. N. S. Van Kampen, Physica **21**, 949 (1955).
4. А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы*, Высшая школа, Москва (1988).
5. Б. Б. Кадомцев, *Коллективные явления в плазме*, Наука, Москва (1988), 304 с.
6. А. В. Тимофеев, *Резонансные явления в колебаниях плазмы*, Физматлит, Москва (2009), 296 с.
7. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. И. Момот, Письма в ЖЭТФ **86**, 873 (2007).
8. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, ЖЭТФ **131**, 164 (2007).
9. A. G. Zagorodny, Theor. Math. Phys. **160**, 1100 (2009).
10. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, ЖЭТФ **152**, 1088 (2017).
11. S. A. Khrapak, B. A. Klumov, and G. E. Morfill, Phys. Rev. Lett. **100**, 225003 (2008).

12. S. Khrapak and G. Morfill, *Contrib. Plasma Phys.* **49**, 148 (2009).
13. О. В. Козлов, *Электрический зонд в плазме*, Атомиздат, Москва (1969).
14. П. Чан, Л. Тэлбот, К. Туриан, *Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме*, Мир, Москва (1978).
15. Б. В. Алексеев, В. А. Котельников, *Зондовый метод диагностики плазмы*, Энергоатомиздат, Москва (1988).
16. М. С. Бенилов, в сб. *Диагностика низкотемпературной плазмы*, под ред. М. Ф. Жукова, А. А. Овсянникова, Наука, Новосибирск (1994), с. 214–247.
17. M. S. Benilov, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **33**, 1683 (2000).
18. V. I. Demidov, S. V. Ratynskaia, and K. Rypdal, *Rev. Sci. Instr.* **73**, 3409 (2002).
19. A. Autricque, S. A. Khrapak, L. Coulldel, N. Fedorczak, C. Arnas, J.-M. Layet, and C. Grisolia, *Phys. Plasmas* **25**, 063701 (2018).
20. D. Darian, S. Marholm, M. Mortensen, and W. J. Miloch, *Plasma Phys. Control. Fusion* **61**, 085025 (2019).
21. H. M. Mott-Smith and I. Langmuir, *Phys. Rev.* **28**, 727 (1926).
22. Ya. L. Al'pert, A. V. Gurevich, and L. P. Pitaevskii, *Space Physics with Artificial Satellites*, Plenum Press, New York (1965).
23. J. Allen, B. Annaratone, and U. de Angelis, *J. Plasma Phys.* **63**, 299 (2000).
24. X.-Z. Tang and G. L. Delzanno, *Phys. Plasmas* **21**, 123708 (2014).
25. В. Н. Цытович, *УФН* **167**, 57 (1997).
26. В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, В. И. Молотков, О. Ф. Петров, *УФН* **174**, 495 (2004).
27. V. E. Fortov, A. V. Ivlev, S. A. Khrapak, A. G. Khrapak, and G. E. Morfill, *Phys. Rep.* **421**, 1 (2005).
28. A. Ivlev, H. Löwen, G. Morfill, and C. P. Royall, *Series in Soft Condensed Matter*, Vol. 5, World Sci., Singapore (2012).
29. I. Mann, N. Meyer-Vernet, and A. Czechowski, *Phys. Rep.* **536**, 1 (2014).
30. А. В. Ивлев, С. А. Храпак, В. И. Молотков, А. Г. Храпак, *Введение в физику пылевой и комплексной плазмы*, Издат. дом Интеллект, Москва (2017).
31. F. Greiner, A. Melzer, V. Tadsen, S. Groth, C. Killer, F. Kirchschrager, F. Wieben, I. Pilch, H. Krüger, D. Block, A. Piel, and S. Wolf, *Eur. Phys. J. D* **72**, 81 (2018).
32. Л. Кедель, В. М. Носенко, С. Жданов, А. В. Ивлев, И. Лаут, Е. В. Яковлев, Н. П. Крючков, П. В. Овчаров, А. М. Липаев, С. О. Юрченко, *УФН* **189**, 1070 (2019).
33. A. A. Samarian and B. W. James, *Plasma Phys. Control. Fusion* **47**, B629 (2005).
34. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Физматлит, Москва (1963).
35. E. Jahnke, F. Emde, and F. Lüsich, *Tables of Higher Functions*, McGraw-Hill, New York (1960); Nauka, Moscow (1977).
36. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, ed. by M. Abramowitz and I. A. Stegun, Nat. Bureau of Standards, Appl. Math. Ser. **55** (1972).
37. M. Lampe, V. Gavrishchaka, G. Ganguli, and G. Joyce, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5278 (2001).
38. M. Lampe, R. Goswami, Z. Sternovsky, S. Robertson, V. Gavrishchaka, G. Ganguli, and G. Joyce, *Phys. Plasmas* **10**, 1500 (2003).
39. T. Bystrenko and A. Zagorodny, *Phys. Lett. A* **299**, 383 (2002).
40. С. А. Майоров, *Физика плазмы* **31**, 749 (2005).
41. I. L. Semenov, A. G. Zagorodny, and I. V. Krivtsun, *Phys. Plasmas* **19**, 043703 (2012).
42. A. V. Zobnin, A. D. Usachev, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, *Phys. Plasmas* **15**, 043705 (2008).
43. А. В. Зобнин, А. П. Нефедов, В. А. Синельщиков, В. Е. Фортов, *ЖЭТФ* **118**, 554 (2000).
44. О. С. Ваулина, А. Ю. Репин, О. Ф. Петров, К. Г. Адамович, *ЖЭТФ* **129**, 1118 (2006).
45. L. G. D'yachkov, A. G. Khrapak, S. A. Khrapak, and G. E. Morfill, *Phys. Plasmas* **14**, 042102 (2007).
46. I. H. Hutchinson and L. Patacchini, *Phys. Plasmas* **14**, 013505 (2007).

47. S. A. Khrapak and G. E. Morfill, *Phys. Plasmas* **15**, 114503 (2008).
48. I. Pilch, L. Caillault, T. Minea, U. Helmersson, A. A. Tal, I. A. Abrikosov, E. P. Münger, and N. Brenning, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **49**, 395208 (2016).
49. I. L. Semenov, A. G. Zagorodny, and I. V. Krivtsun, *Phys. Plasmas* **18**, 103707 (2011).
50. G. L. Delzanno and X.-Z. Tang, *Phys. Plasmas* **22**, 113703 (2015).