

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЦЕПНОГО ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ПЛАМЕНИ В СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ

С. Н. Медведев^{a}, В. И. Оселедец^{a,b**}, В. С. Посвянский^a*

^a *Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н. Н. Семенова Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

^b *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 8 ноября 2020 г.,
после переработки 17 ноября 2020 г.
Принята к публикации 18 ноября 2020 г.

Исследованы зависимости турбулентной скорости пламени в случайном потоке от турбулентной интенсивности в рамках модели нелинейности Колмогорова – Петровского – Пискунова в одномерном случае. В работе показано, что для статической случайной среды турбулентная скорость убывает и стремится к нулю с ростом турбулентной интенсивности. Это объясняется тем, что скорость случайного потока является градиентом случайного потенциала, что приводит к ловушкам и замедлению диффузии. Видимо, это общий факт: случайное градиентное поле скоростей в двумерном и трехмерном случаях должно давать тот же эффект. Возможно, что это верно не только для нелинейности Колмогорова – Петровского – Пискунова. Аналитически показано, что введение случайного поля скоростей ненулевого среднего значения, ускоряющего движение пламени, позволяет пламени легче преодолевать барьеры. Для динамической среды в некоторых областях масштабов по пространству и времени возможен начальный рост скорости при росте турбулентности. Рассмотрен пример двумерного случайного бездивергентного поля, для которого численный счет показал рост турбулентной скорости пламени.

DOI: 10.31857/S0044451021030135

1. ВВЕДЕНИЕ

Бегущие волны появляются в различных приложениях, таких как химическая кинетика, горение, биология, процессы переноса в пористых средах. Все они могут возникать как решения нелинейных уравнений в частных производных. Важная задача — учет случайной среды и ее влияния на характеристики бегущих волн, в частности, на зависимость скорости волны от статистики случайной среды.

При численных расчетах турбулентного горения часто используется метод «синтетической» турбулентности, когда турбулентное поле скоростей моделируется, например, гауссовым однородным случайным полем и добавлением в уравнения реакция–диффузия членов первого порядка со случайными коэффициентами, что отвечает конвективному переносу потоком со случайной скоростью. Тогда

скорость турбулентного пламени зависит от статистики этого случайного поля. Одна из важных задач теории турбулентного горения — выяснить, как турбулентная скорость горения зависит от статистики турбулентного конвективного потока. Отметим, что в обзоре [1] по турбулентному горению предварительно перемешанных смесей рассмотрены в том числе нерешенные фундаментальные задачи, имеющие практический интерес. В этом обзоре говорится о необходимости изучения идеализированных моделей, для того чтобы уточнить теорию и, возможно, добиться лучшего согласия с экспериментами.

Мы будем изучать такую зависимость в рамках одномерной модели с нелинейностью Колмогорова – Петровского – Пискунова (КПП) из их знаменитой работы [2], поскольку в этом случае есть строгие результаты и эффективный вариационный принцип для вычисления турбулентной скорости горения.

Краткий обзор строгих результатов

В одномерном случае уравнение реакция–диффузия, которое возникает в теории горения, имеет вид

* E-mail: medvsn@gmail.com

** E-mail: oseled@gmail.com

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(u), \quad (1)$$

где u — относительная концентрация, k — безразмерный коэффициент диффузии. Здесь и далее по тексту все уравнения записаны в безразмерном виде. Так, если $f(u) = u(1 - u)$, что соответствует кинетической реакции второго порядка, то уравнение (1) описывает процесс распространения цепного изотермического пламени [3].

Это уравнение впервые было выписано Фишером [4] в 1937 г. независимо от Колмогорова, Петровского, Пискунова [2]. Фишер изучал распространение мутантного гена в популяции. Он исследовал стационарную задачу и провел тот же анализ, что и в работе [2]. В работе [2] изначально рассматривалась двумерная и одномерная постановки задачи. Пример из работы [2],

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u(1 - u)^2, \quad (2)$$

имеет биологическую трактовку и отвечает распространению доминантного гена в популяции. Также это уравнение может быть представлено для описания распространения цепного изотермического пламени. Для этих примеров нелинейность $f(u)$ удовлетворяет условиям КПП [2]:

$$f(0) = f(1) = 0, \quad f(u) > 0, \quad 0 < u < 1, \quad (3)$$

$$\max_{0 \leq u \leq 1} f'(u) = f'(0).$$

Сейчас такую нелинейность называют КПП-нелинейностью.

В работе [2] было доказано, что при $c \geq 2\sqrt{kf'(0)}$ и КПП-нелинейности уравнение (1) имеет решение в виде бегущей волны $u(t, x) = g(x + ct)$. Для случая

$$u(0, x) = 1, \quad x \geq 0, \quad (3')$$

$$u(0, x) = 0, \quad x < 0$$

в работе [2] было доказано, что такое решение $u(t, x)$ при больших t сближается с решением вида $g(x + c_{min}t)$, где $c_{min} = 2\sqrt{kf'(0)}$. Величина c_{min} и есть «истинная», или ламинарная скорость пламени, если думать о нелинейности $f(u)$ как о скорости химической реакции.

При учете синтетической турбулентности вида $\delta v(t, x)$ уравнение (1) заменяется на уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \delta v(t, x) \frac{\partial u}{\partial x} + f(u) \quad (4)$$

с начальным условием (3'). Здесь $v(t, x)$ — случайное поле, а δ — ненулевой параметр. В этом случае скорость распространения фронта будет зависеть от параметра δ . Турбулентная скорость по определению равна

$$c^*(\delta) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E|x(t)|}{t}, \quad u(t, x(t)) = \frac{1}{2}, \quad (5)$$

где $x(t)$ — положение фронта, E — математическое ожидание, т. е. усреднение по реализациям поля v .

Мы предположили, что $v(t, x)$ — однородное эргодическое поле и $v(t, -x)$ имеет то же распределение в пространстве реализаций, что и $v(t, x)$. Это условие отвечает изотропной турбулентности.

Предложенное определение годится для более общих нелинейностей, а не только для КПП-случая. Случай $v(t, x) = v(x)$ рассматривался в работе Нолина и Ксина [5]. В этой работе сформулирован вариационный принцип для вычисления турбулентной скорости для КПП-нелинейности. Нолен и Ксин использовали вероятностный подход Фрейдлина [6]. Они дали другое определение турбулентной скорости. Можно показать, что в нашем случае оба определения совпадают.

Если $X(t)$ — диффузионный процесс с производящим оператором

$$k \frac{\partial^2}{\partial x^2} + v(x) \frac{\partial}{\partial x}$$

и T_1 — время первого достижения значения 1 процессом $X(t)$, $X(0) = 0$, то определим функцию

$$\mu(\lambda) = -E_v [\ln E_X [\exp(-\lambda T_1)]] , \quad (6)$$

где E_X — усреднение, связанное с процессом $X(t)$ при фиксированной реализации поля $v(x)$, а E_v — усреднение по реализациям поля $v(x)$.

Выпишем вариационный принцип для турбулентной скорости:

$$c^*(\delta) = \min_{\lambda > 0} \frac{\lambda + f'(0)}{\mu(\lambda)}. \quad (7)$$

В эту формулу нелинейность входит только через $f'(0)$. Это уникальное свойство КПП-нелинейности.

Нолен и Ксин [5] доказали вариационный принцип при довольно слабых условиях для $v(x)$. Но не все эти условия выполняются для случая, когда $v(x)$ — процесс Орнштейна–Уленбека (ОУ). Именно для него был проведен наш численный счет.

Автокорреляционная функция ОУ равна

$$K(x) = e^{-\theta|x|},$$

где $1/\theta$ — пространственный масштаб корреляции. Можно показать, что вариационный принцип верен и для процесса ОУ. В работе [5] дана оценка скорости для больших δ :

$$0 < \frac{A}{\delta} \leq c^*(\delta) \leq \frac{1}{\delta^\rho}, \quad 0 < \rho < 1, \quad (8)$$

где A — положительная константа, ρ — любое. Из выражения (8) следует, что $c^*(\delta) \rightarrow 0$ с ростом турбулентной интенсивности δ . Без сомнения эти оценки верны и для процесса ОУ.

Мы рассмотрели также случай, когда $v(x) = -W'(x)$ — белый гауссов шум, $W(x)$ — стандартный винеровский процесс. Тут возникает задача о диффузионном процессе с производящим оператором L , отвечающим линейному оператору из правой части уравнения реакция–диффузия. Оператор L в форме Феллера [7] записывается в следующем виде:

$$Lu = k \exp \left[\left(\frac{\delta}{k} W \right) \frac{d}{dx} \exp \left(-\frac{\delta}{k} W \right) \frac{d}{dx} \right] u. \quad (9)$$

В этой ситуации диффузионный процесс строится как диффузия в броуновском потенциале, и функцию $\mu(\lambda)$ можно вычислить явно, используя лемму японского математика Котани (см., например, работу [8]). В итоге получается почти явная формула для случая броуновского потенциала:

$$c^*(\delta) = \min_{x>0} \left(kx + \frac{f'(0)}{x} \right) \frac{K_0(4x/\bar{\delta}^2)}{K_1(4x/\bar{\delta}^2)}, \quad (10)$$

где $\bar{\delta} = \delta/k$, K_i — модифицированная функция Бесселя индекса i . Численный счет показал хорошее согласие с этой формулой.

При введении постоянного смещения $ka/2$ в конвективной составляющей, т. е. при замене белого шума $\delta v(x)$ на $\delta v(x) + ka/2$, формула для турбулентной скорости приобретет вид

$$c^*(\delta) = \min_{x>0} \left(kx + \frac{f'(0)}{x} \right) \frac{K_\nu(4x/\bar{\delta}^2)}{K_{1-\nu}(4x/\bar{\delta}^2)}, \quad (11)$$

где $\nu = a/\bar{\delta}^2$, K_ν — модифицированная функция Бесселя индекса ν . Для фиксированного значения $\nu = q$ турбулентная скорость не зависит от δ при $q = 0.5$ и равна ламинарной, а при $q > 0.5$ турбулентная скорость растет с ростом δ и убывает при $q < 0.5$. Заметим, что к пульсационной скорости $\delta v(x)$ здесь добавлена средняя скорость $ka/2 = q\delta^2/2k$, которая быстро растет с ростом δ , что позволяет пламени быстрее преодолевать броуновские ловушки.

Мы рассмотрели также случай динамического поля ОУ, т. е. однородного гауссова поля $v(t, x)$ со средним значением $E[v(t, x)] = 0$ и ковариационной функцией $(4/\tau\theta) \exp(-\tau|t - \theta|x|)$, где $1/\tau$ — временной масштаб корреляции.

Можно показать, что при ограничении поля ОУ на решетку, оно удовлетворяет регрессионному соотношению поля Хабиби [9], которое используется при обработке изображений.

Обнаружены три типа поведения скорости $c^*(\delta)$: убывающее (как в статике); возрастающее, а затем убывающее; возрастающее. Возможен ли здесь рост до бесконечности осталось невыясненным. В работе [10] рассматривали одномерную модель турбулентного высокотемпературного горения, распространяющегося в динамическом поле синтетической турбулентности. В работе получено ускорение пламени с ростом интенсивности турбулентности.

Уменьшение скорости пламени в статическом одномерном случае связано с тем, что поле скорости — градиентное поле, и большое значение δ дает более глубокие ловушки. Такая картина должна иметь место и в многомерном случае для градиентных полей. Это предположение подтверждает наш численный счет для двумерного поля $\nabla\Psi(x, y)$, где $\Psi(x, y)$ — скалярное двумерное поле ОУ.

Нами было рассмотрено поле вида $(-\partial\Psi/\partial y, \partial\Psi/\partial x)$ с нулевой дивергенцией по скорости. В двумерном поле синтетической турбулентности счет показал рост турбулентной скорости. Такая постановка задачи вызывает большой физический интерес, так как дополнительное условие бездивергентного поля определяет выполнение уравнения неразрывности в несжимаемых средах. Этот пример приведен для КПП-нелинейности, но скорее всего будет верен и для других нелинейностей. Главным критерием является бездивергентное поле. Этот аспект заслуживает дальнейших исследований. В работах, например [11, 12], рассмотрены двумерные постановки распространения турбулентного пламени в водородно-воздушных и метано-воздушных смесях с учетом детальной химической кинетики в поле «синтетической» турбулентности и получено качественное согласие с экспериментальными данными.

2. ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Все расчеты проводились только для случая $f(u) = u(1 - u)$. Для численного решения системы уравнений использовали программный пакет OpenFOAM (ver. 6) [13]. Рассматривалась эйлерова система с равномерной сеткой. Система записана в неявном виде, источниковые члены линеаризованы. Расчетная область определена пространством $[0, L_x]$. Начальные условия имеют вид

$$u(0, x) = \begin{cases} 1, & L_x - L^* < x \leq L_x, \\ 0, & 0 \leq x \leq L_x - L^*, \end{cases} \quad (12)$$

где L^* — положение фронта пламени в начальный момент. Согласно постановке задачи, пламя движется «налево». Граничные условия:

$$u(0) = 0, \quad \frac{\partial u(L_x)}{\partial x} = 0. \quad (13)$$

Расчеты проведены для размера ячейки $\Delta x = 0.125$ или $\Delta x = 0.25$ в соответствии со сходимостью задачи. Численные схемы определены вторым порядком точности по времени и пространству. Шаг по времени подбирался в соответствии с условием Куранта для диффузионного и конвективного членов. Для всех значений параметров проводили от 50 до 100 реализаций в зависимости от разброса результатов.

Роль ловушек (барьеров) хорошо видна на рис. 1. На этом рисунке представлено движение фронта $x(t)$ для уравнения (4) в области $x \in [0, 2000]$. При этом $v(t, x) = 0$ всюду, а на отрезке $x \in [1000, 1100]$ заданы значения $v(x) = -1$, $\delta = \delta_b$. Значения δ_b выбирали от 0 до 5. Волна движется справа налево. Сначала фронт движется со скоростью $c^* = -2$, но как только фронт достигает точки $x = 1100$, волна встречает барьер и фронт останавливается (попадает в ловушку). В случае, когда скорость потока в ловушке $|\delta_b v(x)| < 2$, фронт продолжает движение с меньшей скоростью, а если $|\delta_b v(x)| \geq 2$, то фронт некоторое время стоит на месте, а затем, благодаря

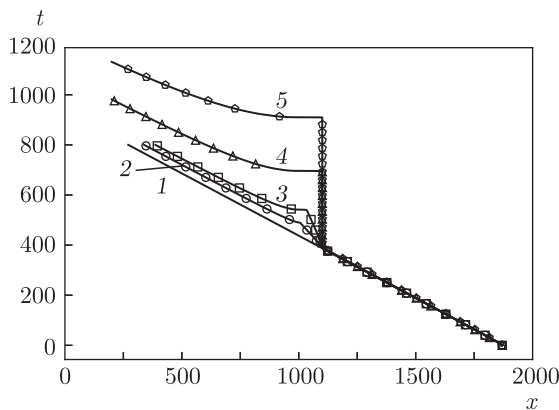


Рис. 1. Профили t - x положения фронта пламени в зависимости от времени при расчете области $x \in [0, 2000]$. В расчетной области определен один скачок скорости $v(x)$ шириной 100 (на отрезке $[1000, 1100]$) и величиной δ_b . Во всем остальном поле x скорость $\delta v(x) = 0$. Представлены кривые: 1 — $\delta_b = 0$; 2 — $\delta_b = 1$; 3 — $\delta_b = 1.5$; 4 — $\delta_b = 3$; 5 — $\delta_b = 5$

диффузии и КПП-нелинейности, возобновляет движение. При этом волна, как бы наверстывая упущенное, начинает двигаться с большей скоростью, а затем снова выходит на величину $c^* = -2$.

Стохастическая форма уравнения КПП в форме Феллера

Начальная форма уравнения КПП (4) со стохастической частью в конвективном члене может быть заменена на форму без конвективной составляющей [7]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \exp\left(\frac{\delta}{k} W\right) \frac{\partial}{\partial x} \left[\exp\left(-\frac{\delta}{k} W\right) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + f(u). \quad (14)$$

Представленная форма записи является аналогом первоначального уравнения с различием в знаке в конвективном члене. Белый шум выражается производной винеровского процесса, который описывается уравнением

$$W(x) = - \int_0^x v(\xi) d\xi. \quad (15)$$

При генерации случайного поля задаем поле по следующему алгоритму:

$$W_i = W_{i-1} + dW_i, \quad dW \in N(0, \Delta x), \quad (16)$$

где dW — гауссова случайная величина с параметрами 0 и Δx , а первый элемент равен $W_0 = dW_0$, т. е. на расстоянии x для поля будет справедливо правило $W(x) \in N(0, x)$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

3.1. Расчеты КПП для белого шума

Проведены численные расчеты распространения фронта пламени в статическом поле ОУ. На рис. 2 приведены данные аналитического решения по формуле (10) и два варианта численной реализации: по уравнению (4) и в форме Феллера (14). Проведено по 50 реализаций для каждого значения δ . Усреднение проводится по оценочной средней скорости для каждой реализации. Для значений $\delta > 1.0$ пламя на некоторое время останавливается в части реализаций и продолжительное время находится в одном положении. По результатам расчетов видно, что форма записи (14) дает лучшее согласие с аналитической кривой при больших значениях амплитуды δ . Но так же, как и в случае с использованием уравнения (4), при больших значениях δ пламя останавливается в процессе счета. Обе результирующие

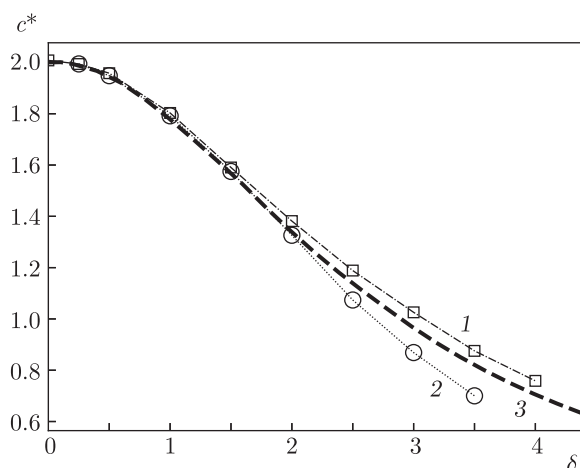


Рис. 2. Среднее значение скорости в зависимости от амплитуды возмущений δ . Сравнение расчета по уравнению (14) с полем винеровского процесса (кривая 1, значения отмечены квадратами) и расчета по уравнению (4) в поле белого шума (кривая 2 со значениями, отмеченными кружками). При больших δ наблюдаются различия в поведении кривых. Штриховая кривая 3 — аналитическое решение (10) уравнения КПП в поле белого шума

кривые дают хорошее согласие с аналитическим решением для $\delta < 2.5$.

3.2. Расчеты КПП для поля ОУ

Далее проведены расчеты для стохастического поля ОУ. Процесс ОУ удовлетворяет уравнению

$$v_i = r_x v_{i-1} + \sigma \sqrt{(1 - r_x^2)} \xi_i, \tag{17}$$

где $r_x = \exp(-\theta \Delta x)$, переменная θ определена обратным интегральным масштабом по пространству, σ — дисперсия и ξ_i — нормальное гауссово распределение со средним 0 и дисперсией 1. Для первого элемента в пространственной сетке (индекс $i = 0$) определено решение

$$v_0 \in N(0, \sigma^2). \tag{18}$$

Значение дисперсии σ подбирается из условия, что интеграл ковариационной функции должен быть равен 1. Тогда

$$\sigma = \sqrt{\frac{\theta}{2}}. \tag{19}$$

Проведено сравнение средних значений скоростей при различных значениях амплитуды возмущений $\delta \sqrt{\theta/2}$ для поля ОУ при разных значениях $\theta = 0.01, 1, 100$ (рис. 3). При первых двух значениях θ решение приближается к аналитическому решению задачи с белым шумом. Стоит отметить, что во всех рассмотренных вариантах скорость уменьшается.

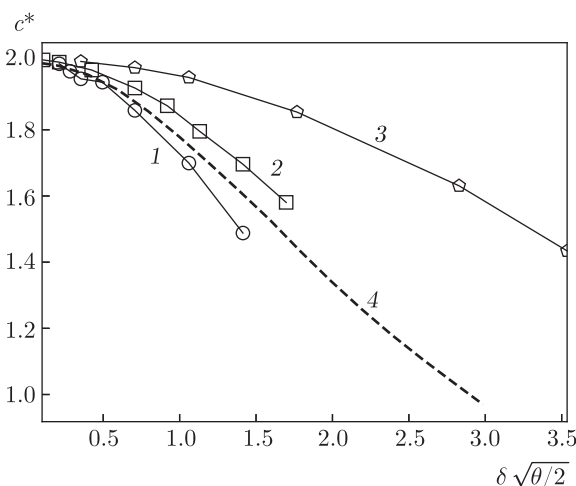


Рис. 3. Среднее значение скорости в зависимости от амплитуды возмущений $\delta \sqrt{\theta/2}$. Расчеты проведены для поля ОУ с различными значениями θ . Кривая 1 — $\theta = 0.01$, кривая 2 — $\theta = 1$, кривая 3 — $\theta = 100$. Штриховая кривая 4 — аналитическое решение с белым шумом

3.3. Определение системы КПП для поля ОУ в динамическом поле

Рассмотрим однородное гауссово поле $v(t, x)$ со средним 0 и ковариационной функцией $\sigma^2 \exp(-\tau|t| - \theta|x|)$. Для этого поля справедливо регрессионное соотношение Хабиби [9] на решетке:

$$v_{i,j} = r_x v_{i-1,j} + r_t v_{i,j-1} - r_x r_t v_{i-1,j-1} + \sigma \sqrt{(1 - r_x^2)(1 - r_t^2)} \xi_{i,j}, \tag{20}$$

где $r_t = \exp(-\tau \Delta t)$ и $r_x = \exp(-\theta \Delta x)$ — переменные корреляционной зависимости по времени и пространству. Переменные θ и τ определены обратными интегральными масштабами соответственно по пространству и времени. При генерации поля обход начинается с угла и идет сначала по пространству, затем переходит на следующий временной слой. Граничные элементы для $v_{i,j}$ определены по зависимостям

$$v_{i,j} = \begin{cases} r_t v_{0,j-1} + \sigma \sqrt{(1 - r_t^2)} \xi_{0,j}, & i = 0, \\ r_x v_{i-1,0} + \sigma \sqrt{(1 - r_x^2)} \xi_{i,0}, & j = 0, \\ \xi_{0,0}, & i = j = 0. \end{cases} \tag{21}$$

Дисперсия динамического поля ОУ определяется формулой

$$\sigma^2 = \frac{1}{4} \tau \theta. \tag{22}$$

На рис. 4 показаны расчетные кривые для динамического поля ОУ с интегральными значениями

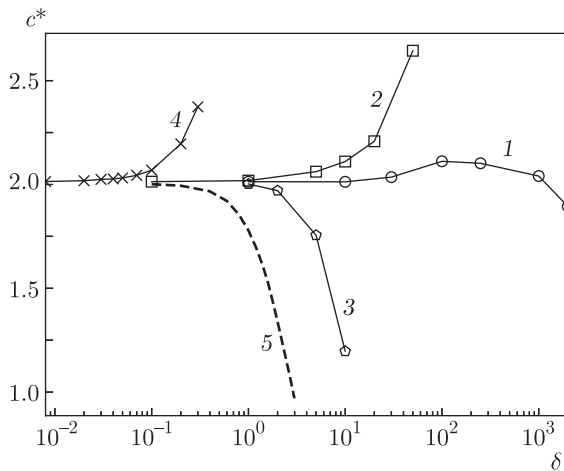


Рис. 4. Зависимости скорости фронта пламени в динамическом поле ОУ по уравнению (4). Размеры расчетных областей $L_x = 2000$ или $L_x = 6000$ в зависимости от амплитуды δ . Рассмотрены следующие комбинации: $\tau = 0.01, \theta = 0.01$ (кривая 1); $\tau = 100, \theta = 0.01$ (2); $\tau = 0.01, \theta = 100$ (3) и $\tau = 100, \theta = 100$ (4); кривая 5 — аналитическое решение задачи (10) в статическом поле

ми τ и θ . При больших значениях $\tau = 100$ скорость пламени c^* растет с увеличением амплитуды δ . При $\tau = 0.01$ скорость снижается: для $\theta = 100$ скорость убывает монотонно с увеличением δ , а для $\theta = 0.01$ наблюдается начальный рост до значений $\delta \approx 100$ с последующим уменьшением при увеличении δ . Для последней кривой проблема расчетов состояла в том, что положение фронта пламени сильно отклонялось от средней траектории движения, что требовало увеличения количества реализаций и увеличения размеров расчетной области L_x . Основным отличием динамического поля от статического, где скорость фронта замедляется ловушками, состоит в том, что в динамическом поле эти ловушки движутся, т. е. локально меняется закон диффузии. Мы предполагаем, что этот фактор приводит к росту скорости пламени при определенных комбинациях интегральных масштабов. Сменится ли рост скорости ее уменьшением при больших интенсивностях осталось невыясненным.

3.4. Двумерные расчеты

Для проверки предположения, что градиентные случайные поля могут только замедлять скорость распространения пламени, были проведены двумерные расчеты. Общую форму уравнения КПП (4) расширили для многомерного случая:

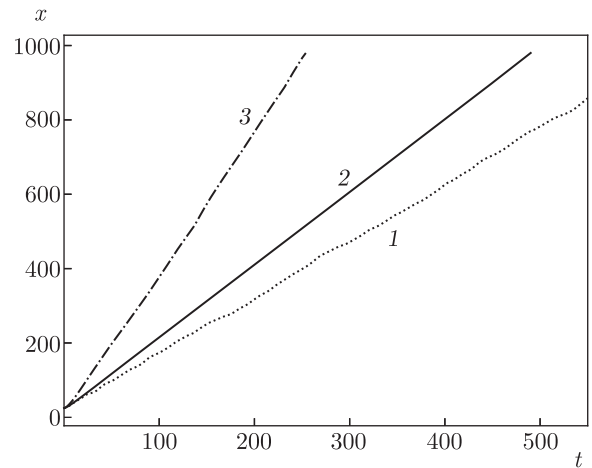


Рис. 5. Профили $x-t$ положения фронта пламени в зависимости от времени при распространении пламени в двумерной постановке. Рассмотрены три варианта: кривая 1 — градиентное поле с параметрами $\theta = 0.01, \delta = 100$ дает среднюю скорость пламени 1.5; кривая 2 — градиентное поле с $\theta = 100, \delta = 0.2$ имеет результирующую скорость 1.95; кривая 3 — безградиентное поле с $\theta = 0.01, \delta = 100$ со скоростью 3.4

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\Delta u + \delta \mathbf{v}(x, y) \nabla u + f(u). \quad (23)$$

Функция скорости $\mathbf{v}(x, y)$ выражается градиентами потенциала $\mathbf{v} = \nabla \Psi = (\partial \Psi / \partial x; \partial \Psi / \partial y)$. Скаляр Ψ генерируется аналогично динамическому полю по модели Хабиби в уравнениях (20)–(22), только вместо времени используется вторая пространственная координата. Модель изотропна, т. е. характерный размер возмущений по осям одинаков и выражается переменной θ . Также рассмотрен случай бездивергентного поля, когда скорость описывается выражениями $\nabla \mathbf{v} = 0, \mathbf{v} = (-\partial \Psi / \partial y; \partial \Psi / \partial x)$.

Построено двумерное поле размерами 1000 на 250 со структурированной сеткой размером 0.25. Фронт пламени движется слева направо. На верхних и нижних границах определены условия нулевого градиента для скорости \mathbf{v} и переменной u . На боковых границах условия остались прежними (13). Генерируем поле Ψ с параметрами $\theta = 0.01, \delta = 100$. Для анализа результатов на рис. 5 представлены $x-t$ -диаграммы усредненного по y -координате фронта пламени для трех случаев. В градиентном поле скорость фронта убывает и составляет в среднем 1.5 (кривая 1), а в бездивергентном поле достигает 3.4 (кривая 3), что на 75 % превышает скорость в невозмущенной среде. Кривая 2 воспроизводит практически ламинарное течение с параметрами $\theta = 100, \delta = 0.2$.

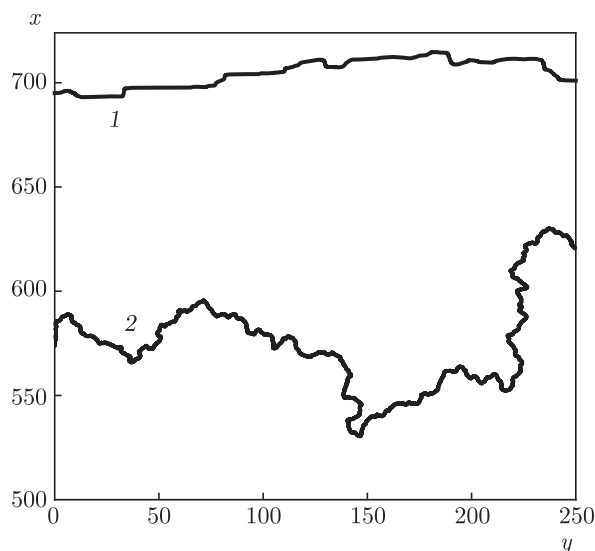


Рис. 6. Профиль фронта горения в градиентном поле (кривая 1) в момент времени 450 и в бездивергентном поле (кривая 2) при $t = 150$. Пламя распространяется снизу вверх

На рис. 6 показаны профили фронтов пламени. Кривой 1 представлен профиль фронта в градиентном поле, а кривой 2 — в бездивергентном. В последнем варианте наблюдается сильное развитие поверхности и выделение «язычков» пламени. Данная картина развития пламен наиболее похожа на задачи распространения турбулентных пламен, где учитывается множество уравнений: уравнение неразрывности, уравнение сохранения количества движения и уравнение сохранения энергии.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование зависимости турбулентной скорости изотермического пламени в случайном потоке от интенсивности турбулентности для одномерного случая и КПП-нелинейности. Для статической случайной среды турбулентная скорость убывает и стремится к нулю с ростом турбулентной интенсивности. Такое поведение турбулентной скорости получено как для белого шума, так и для процесса ОУ. Мы объясняем это тем, что скорость случайного потока есть градиент случайного потенциала, что приводит к ловушкам и замедлению диффузии.

Аналитически показано, что при наличии спутного потока — добавлении средней скорости к пульсационной $\delta v(x)$ — фронт пламени легче преодолет

ловушки, что приводит к росту скорости. Если рассмотреть поле $\delta v(x) + ka/2$, $q = a/\delta^2$, то при $q > 0.5$ скорость растет, при $q < 0.5$ убывает, а при $q = 0.5$ скорость остается постоянной. Такой мощный поток, порядка δ^2 , позволяет пламени преодолевать ловушки.

Проведенные численные эксперименты для поля ОУ динамической среды показали, что учет динамического поля $\delta v(t, x)$ может приводить к росту турбулентной скорости. Оказалось, что для динамической среды в некоторых областях масштабов по пространству и времени возможен начальный рост скорости при росте турбулентности. Отметим, что в статическом поле движение частиц замедляется глубокими ловушками. Мы предполагаем, что в динамическом поле глубокие ловушки движутся, меняется закон диффузии, что, возможно, приводит к росту скорости пламени. Сменится ли рост скорости падением при больших интенсивностях осталось невыясненным.

Нами проведен двумерный расчет для статического градиентного поля. Получено, что турбулентная скорость пламени убывает. Видимо, это общий факт для градиентных полей. Случайное градиентное поле скоростей в двумерном и трехмерном случаях должно давать тот же эффект. Возможно, что это верно не только для КПП-нелинейности.

В работе был рассмотрен пример двумерного бездивергентного поля, для которого численный счет показал рост турбулентной скорости. Предполагается, что это имеет место для широкого класса задач.

Финансирование. Работа выполнена частично за счет субсидий, выделенных ИХФ РАН на выполнение государственного задания по темам АААА-А17-117040610346-5 и АААА-А18-118012390045-2.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. D. Ronney, *Modeling in Combustion Science*, Springer, Berlin–Heidelberg (1995).
2. А. Н. Колмогоров, И. Г. Петровский, Н. С. Пискунов, Бюлл. МГУ, сер. А 1(6), 333 (1937).
3. В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе, Я. Б. Зельдович и др., *Математическая теория горения и взрыва*, Наука, Москва (1980).
4. R. A. Fisher, *Ann. Eugenics* 7(4), 355 (1937).

5. J. Nolen and J. Xin, *Discrete and Cont. Dyn. Syst.* В **11**(2), 421 (2009).
6. M. Freidlin, *Functional Integration and Partial Differential Equations*, Princeton Univ. Press **109** (1985).
7. В. Феллер, *Математика* **1**(4), 105 (1957).
8. M. Taleb, *Ann. Probability* **29**(3), 1173 (2001).
9. A. Habibi, *Proc. IEEE* **60**(7), 878 (1972).
10. В. Я. Басевич, В. П. Володин, С. М. Когарко и др., *Физика горения и взрыва* **3**, 44 (1986).
11. В. Я. Басевич, А. А. Беляев, С. М. Фролов и др., *Горение и взрыв* **10**(1), 4 (2017).
12. В. Я. Басевич, А. А. Беляев, С. М. Фролов и др., *Хим. физика* **38**(1), 27 (2019).
13. The OpenFOAM Foundation. *OpenFOAM v6 User Guide*.