

ЗАКОНЫ ДИСПЕРСИИ ПОЛЯРИТОННОГО ТИПА ДЛЯ ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ С НЕЭКВИДИСТАНТНЫМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ СПЕКТРОМ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ТРЕМЯ ИМПУЛЬСАМИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*О. В. Коровай**

*Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко
MD-3300, Тирасполь, Молдова*

Поступила в редакцию 19 апреля 2021 г.,
после переработки 19 апреля 2021 г.
Принята к публикации 20 апреля 2021 г.

Изучены особенности поляритонных законов дисперсии четырехуровневых атомов, взаимодействующих с тремя импульсами когерентного лазерного излучения с частотами, находящимися в резонансе с оптически-разрешенными однофотонными переходами $1 \leftrightarrow 2$, $2 \leftrightarrow 3$ и $3 \leftrightarrow 4$, с учетом двухфотонных переходов $1 \leftrightarrow 3$, $2 \leftrightarrow 4$, а также прямого трехфотонного перехода $1 \leftrightarrow 4$. Используется приближение заданной плотности фотонов трех импульсов. Показано, что закон дисперсии состоит из четырех ветвей, положение и форма которых определяется частотами Раби указанных переходов и плотностями фотонов трех импульсов. Непосредственный учет всех шести оптических переходов приводит к зависимости закона дисперсии атомных поляритонов от квантовых параметров — разностей фаз между частотами Раби рассматриваемых переходов. Найдены значения параметров, при которых возможны пересечения ветвей закона дисперсии.

DOI: 10.31857/S0044451021090017

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время повышенное внимание уделяется взаимодействию лазерного излучения с веществом в размерно-ограниченных системах. В работах [1–5] изучены обусловленные сильной связью фотонов с атомными системами явления бозе-эйнштейновской конденсации и сверхтекучести в системе экситон–поляритонов в микрорезонаторах. При этом большой интерес представляет установление общности или различий между такими понятиями, как частота нутации либо частота осцилляций Раби в системе экситонов Ванье – Мотта и вакуумного раби-расщепления ансамблем изолированных двухуровневых атомов либо системой экситонов Френкеля в условиях сильной связи фотонов с материальными возбуждениями. В работах [6, 7] исследованы поляритонные состояния в микрорезонаторе, где энергии экситонов Френкеля в органических квантовых ямах и экситонов Ванье – Мотта в неоргани-

ческих квантовых ямах смешиваются с оптической модой микрорезонатора, что приводит к взаимодействию этих экситонов между собой и образованию связанных гибридных поляритонов.

Нелинейно-оптические явления в четырех- и многоуровневых атомных системах исследовались в работах [8–11]. При этом учитывались однофотонные индуцированные переходы между последовательными парами соседних уровней под действием света, как это представлено в теории каскадных лазеров. Вместе с тем, в атомных четырехуровневых системах возможны двухфотонные переходы между первым и третьим уровнями, вторым и четвертым уровнями и трехфотонный переход между первым и четвертым уровнями. В работе [12] исследуется когерентное управление нелинейным поглощением интенсивных лазерных полей в четырехуровневых атомных лестничных системах. Поле связи создает электромагнитно-индуцированную прозрачность с дублетом Ауслера – Таунса для зондирующего поля, в то время как управляющее поле отсутствует. При включении управляющего поля появляется большой резонансный пик поглоще-

* E-mail: olesya-korovai@mail.ru

ния, который приводит к оптическому переключению. Теоретическое исследование природы интерференции между пиками Аутлера – Таунса (или одетыми состояниями) в общей многоуровневой системе представлено в работе [13]. Показано, что в четырехуровневой системе характер взаимовлияния двух крайних пиков Аутлера – Таунса может быть как конструктивным, так и деструктивным в зависимости от мощности управляющего лазера. Динамика экситонно-светового поля плоского ансамбля квантовых точек, встроенных в фотонный резонатор, в режиме сильной квантовой связи исследована экспериментально [14]. Показано, что при возбуждении коротким лазерным импульсом в резонаторе обнаруживаются экситон-поляритонное поведение при слабом возбуждении и колебания Раби при сильном возбуждении с резким переходом между этими режимами, что демонстрирует сильную связь между светом и «одетыми» дублетными и триплетными возбужденными состояниями. При низком уровне возбуждения наблюдаются обычная верхняя и нижняя поляритонные ветви закона дисперсии. Однако при увеличении уровня накачки появляется сначала одна, а затем две дополнительные поляритонные ветви.

В работе [15] изучались оптические свойства связанных тримеров и тетрамеров. Методом накачки-зондирования [15, 16] изучены свойства экситон-поляритонов при изменении уровня возбуждения кристалла. Показано, что наблюдается возникновение дополнительных поляритонных ветвей, обусловленных образованием биэкситонных и триэкситонных состояний в кристалле. В работе [17] теоретически и экспериментально исследован спектр пропускания оптического резонатора, связанного с ансамблем холодных четырехуровневых атомов Rb-85. Получены четыре пика вследствие расщепления нормальных мод пропускания резонатора в режиме сильной связи из-за коллективного увеличения силы связи атом-резонатор ансамблем холодных атомов. При этом закон дисперсии состоит из четырех поляритонных ветвей. Когерентное трехфотонное лазерное возбуждение четырехуровневой системы ридберговских атомов также изучено теоретически и экспериментально [18]. Показано появление дополнительного спектрального уширения и возникновение колебаний Раби на крыльях трехфотонных резонансов. Влияние атомной когерентности на поглощение в четырехуровневой атомной системе лестничного типа при учете однофотонных переходов теоретически исследовано в работе [19]. Формирование поляритонов темного состояния в четы-

рехуровневой системе продемонстрировано в работе [20].

В ряде работ изучалось влияние многофотонных процессов в системах лестничного типа на различные оптические явления. В работе [21] численно исследуются эффекты трехфотонной когерентности ридберговского состояния в доплеровской расширенной четырехуровневой лестничной атомной системе атомов Rb-85 с резонансным микроволновым полем. С двух точек зрения анализируются спектральные характеристики ридберговской трехфотонной когерентности: расщепление Аутлера – Таунса, ридберговская электро-индуцированная прозрачность и трехфотонное электромагнитно-индуцированное поглощение. В работе [22] показано экспериментальное различие наблюдаемого расщепления Аутлера – Таунса от электромагнитно-индуцированной прозрачности при учете двухфотонного резонанса.

Теоретическая схема достижения сильной фотонной блокады одиночного атома в резонаторе представлена в работе [23]. Показано, что взаимодействие между квантовой интерференцией и усиленным вакуумным расщеплением Раби приводит к сильной фотонной блокаде, которая увеличивает расщепление одетого состояния между верхней и нижней поляритонными ветвями. Исследование двухфотонной резонансной флуоресценции на микроволновых частотах с использованием сверхпроводящего искусственного атома с энергетическим спектром лестничного типа, трансмона, сильно связанного с волноводом, представлено в работе [24]. Рассматривается мощный двухфотонный переход между основным и вторым возбужденными состояниями и наблюдается пик резонансной флуоресценции, интенсивность которого становится сравнимой с однофотонным излучением.

Известно, что в экситонной области спектра имеют место индуцированные светом однофотонные переходы из основного состояния кристалла в экситонное и из экситонного в биэкситонное, а также прямой двухфотонный переход из основного состояния кристалла на биэкситонный уровень [25]. При этом однофотонный оптический переход из экситонного в биэкситонное состояние и двухфотонный переход из основного состояния кристалла в биэкситонное характеризуются гигантскими силами осциллятора по сравнению со случаем экситонного перехода. Отметим, что в работе [26] представлены предварительные результаты исследования двухимпульсного взаимодействия с экситонами и биэкситонами. Показано, что в условиях мощной накачки в

области M -полосы люминесценции закон дисперсии несущей волны имеет три ветви. Были найдены значения параметров, при которых может наблюдаться пересечение ветвей закона дисперсии. В работах [27, 28] представлены результаты исследования законов дисперсии поляритонного типа для трехуровневого атома с эквидистантным и неэквидистантным энергетическими спектрами при учете двухфотонного перехода. Были найдены значения частот Раби и разности фаз, при которых наблюдается пересечение ветвей законов дисперсии. Влияние двухфотонных процессов на поглощение в системе экситонов и биэкситонов при двухимпульсном взаимодействии изучено в работе [29]. Показано, что учет двухфотонных процессов приводит к возможности наблюдения несимметричного расщепления Ауслера – Таунса, а учет процессов квантовой интерференции — к исчезновению эффекта Ауслера – Таунса при определенных значениях полей падающих импульсов. Предсказана возможность управления спектром поглощения при помощи изменения интенсивности полей и расстройек резонанса.

Таким образом, можно сделать вывод, что ни в одной из упомянутых выше работ не исследуется система четырехуровневых атомов с одновременным учетом однофотонных, двухфотонных и трехфотонных переходов.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Ниже представлены результаты исследований закона дисперсии четырехуровневых атомов, взаи-

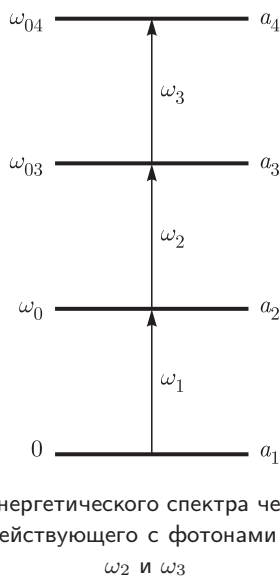


Рис. 1. Схема энергетического спектра четырехуровневого атома, взаимодействующего с фотонами с частотами ω_1 , ω_2 и ω_3

модействующих с тремя импульсами резонансного лазерного излучения. При этом учитываются однофотонные переходы между уровнями $1 \leftrightarrow 2$, $2 \leftrightarrow 3$ и $3 \leftrightarrow 4$, двухфотонные переходы между уровнями 1 и 3, 2 и 4, а также прямой трехфотонный переход между уровнями 1 и 4 (рис. 1). Гамильтониан взаимодействия атома и фотонов трех импульсов можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{\hbar} \hat{H}_{int} = & -g_{12} \hat{a}_1^\dagger \hat{c}_1^\dagger \hat{a}_2 - g_{12}^* \hat{a}_2^\dagger \hat{c}_1 \hat{a}_1 - g_{23} \hat{a}_2^\dagger \hat{c}_2^\dagger \hat{a}_3 - \\ & - g_{23}^* \hat{a}_3^\dagger \hat{c}_2 \hat{a}_2 - g_{34} \hat{a}_3^\dagger \hat{c}_3^\dagger \hat{a}_4 - g_{34}^* \hat{a}_4^\dagger \hat{c}_3 \hat{a}_3 - \\ & - g_{13} \hat{a}_1^\dagger \hat{c}_1^\dagger \hat{c}_2^\dagger \hat{a}_3 - g_{13}^* \hat{a}_3^\dagger \hat{c}_1 \hat{c}_2 \hat{a}_1 - g_{24} \hat{a}_2^\dagger \hat{c}_2^\dagger \hat{c}_3^\dagger \hat{a}_4 - \\ & - g_{24}^* \hat{a}_4^\dagger \hat{c}_2 \hat{c}_3 \hat{a}_2 - g_{14} \hat{a}_1^\dagger \hat{c}_1^\dagger \hat{c}_2^\dagger \hat{c}_3^\dagger \hat{a}_4 - g_{14}^* \hat{a}_4^\dagger \hat{c}_1 \hat{c}_2 \hat{c}_3 \hat{a}_1, \quad (1) \end{aligned}$$

где $\hat{a}_j (j = 1-4)$ — оператор уничтожения атома, находящегося на уровне j ; \hat{c}_1, \hat{c}_2 и \hat{c}_3 — операторы фотонов, индуцирующих переходы между уровнями соответственно $1 \leftrightarrow 2, 2 \leftrightarrow 3$ и $3 \leftrightarrow 4$; g_{ij} — константы оптической конверсии атома с уровня i на уровень j . Собственные энергии атомов на уровнях 2, 3 и 4 равны соответственно $\hbar\omega_0, \hbar\omega_{03}$ и $\hbar\omega_{04}$ (рис. 1). Отсчет энергии атома на возбужденных уровнях начинается с первого уровня (основного состояния атома). Фотоны падающих импульсов, описываемые операторами \hat{c}_1, \hat{c}_2 и \hat{c}_3 , имеют частоты соответственно ω_1, ω_2 и ω_3 . Фотоны первого (второго) импульса с энергией $\hbar\omega_1$ ($\hbar\omega_2$) возбуждают атом с уровня 1 (2) на уровень 2 (3), фотоны второго (третьего) импульса с энергией $\hbar\omega_3$ возбуждают атом с уровня 3 на уровень 4. Эти переходы являются оптически-разрешенными однофотонными переходами. Кроме того, в атомной системе возможны также оптически-разрешенные двухфотонные переходы с уровня 1 на уровень 3 (и обратно) под действием импульсов с энергиями $\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$, с уровня 2 на уровень 4 (и обратно) под действием импульсов с энергиями $\hbar\omega_2 + \hbar\omega_3$. Наряду с двумя двухфотонными переходами в данной системе разрешен также оптический трехфотонный переход с уровня 1 на уровень 4 (и обратно) под действием тех же самых фотонов с энергиями $\hbar\omega_1, \hbar\omega_2, \hbar\omega_3$, что отражено последними двумя слагаемыми в выражении (1). Предполагаем, что три импульса электромагнитного излучения действуют в течение времени, меньшего времени релаксации атомов. В этом случае процессами релаксации можно пренебречь.

Используя гамильтониан (1), легко получить гейзенберговские уравнения движения для операторов \hat{a}_j и \hat{c}_j , после усреднения которых в приближении среднего поля приходим к системе нелиней-

ных эволюционных уравнений для амплитуд $a_j = \langle \hat{a}_j \rangle$ ($j = 1, 2, 3, 4$) и $c_j = \langle \hat{c}_j \rangle$ ($j = 1, 2, 3$):

$$\begin{aligned} i\dot{a}_1 &= -g_{12}c_1^*a_2 - g_{13}c_1^*c_2^*a_3 - g_{14}c_1^*c_2^*c_3^*a_4, \\ i\dot{a}_2 &= \omega_0a_2 - g_{12}^*a_1c_1 - g_{23}c_2^*a_3 - g_{24}c_2^*c_3^*a_4, \\ i\dot{a}_3 &= \omega_0a_3 - g_{23}^*a_2c_2 - g_{34}c_3^*a_4 - g_{13}^*a_1c_1c_2, \\ i\dot{a}_4 &= \omega_0a_4 - g_{34}^*a_3c_3 - g_{24}^*a_2c_2c_3 - g_{14}^*a_1c_1c_2c_3, \\ i\dot{c}_1 &= \omega_1c_1 - g_{12}a_1^*a_2 - g_{14}a_1^*c_2^*c_3^*a_4 - g_{13}a_1^*c_2^*a_3, \\ i\dot{c}_2 &= \omega_2c_2 - g_{23}a_2^*a_3 - g_{14}a_1^*c_2^*c_3^*a_4 - g_{13}a_1^*c_2^*a_3 - \\ &\quad - g_{24}a_2^*c_3^*a_4, \\ i\dot{c}_3 &= \omega_3c_3 - g_{34}a_3^*a_4 - g_{24}a_2^*c_2^*a_4 - g_{14}a_1^*c_1^*c_2^*a_4. \end{aligned} \quad (2)$$

Найдем дисперсионное уравнение системы в окрестности частоты второго уровня атома. Используя уравнение для \dot{a}_2 , видим, что скорость изменения амплитуды a_2 определяется выражениями a_1c_1 , $c_2^*a_3$ и $c_2^*c_3^*a_4$. Слагаемое с a_1c_1 описывает вклад в скорость изменения амплитуды a_2 за счет гибели атома на уровне a_1 и фотона с энергией $\hbar\omega_1$, в результате чего атом переходит на уровень 2. Слагаемое $c_2^*a_3$ описывает процессы гибели атома на уровне 3 с образованием фотона на частоте ω_2 , в результате чего атом переходит на уровень 2. Аналогично, слагаемое с $c_2^*c_3^*a_4$ описывает процесс гибели атома на уровне 4 с образованием двух фотонов с частотами ω_2 и ω_3 и переходом атома на уровень 2. Соответствующие им операторы $\hat{a}_1\hat{c}_1$, $\hat{c}_2^\dagger\hat{a}_3$ и $\hat{c}_2^\dagger\hat{c}_3^\dagger\hat{a}_4$ описывают состояния с квазиэнергиями $\hbar\omega_1$, $\hbar(\omega_03 - \omega_2)$ и $\hbar(\omega_04 - \omega_3 - \omega_2)$, равными энергии $\hbar\omega_0$ атома на втором уровне. Следовательно, состояние атома на уровне 2, а также реплика возбужденного состояния 3, сдвинутая вниз на энергию фотона $\hbar\omega_2$, и реплика возбужденного состояния 4, сдвинутая вниз на энергию двух фотонов $\hbar\omega_2 + \hbar\omega_3$, вырождены по энергии.

Используя выражение (2), получаем для амплитуд a_1c_1 , $c_2^*a_3$ и $c_2^*c_3^*a_4$ следующие уравнения:

$$\begin{aligned} i(a_1c_1) \dot{} &= \omega_1a_1c_1 - g_{12}c_1c_1^*a_2 - g_{14}c_1c_2^*c_3^*a_4 - \\ &\quad - g_{13}c_1c_1c_2^*a_3 - g_{12}a_1a_1^*a_2 - g_{13}a_1c_2^*a_3a_1 - \\ &\quad - g_{14}a_1c_2^*c_3^*a_4a_1, \\ i(a_3c_2^*) \dot{} &= (\omega_03 - \omega_2)c_2^*a_3 - g_{23}a_2c_2^*c_2 - g_{34}c_3^*c_2^*a_4 - \\ &\quad - g_{13}^*a_1c_1c_2c_2^* + g_{24}^*a_2c_3a_4^*a_3 + g_{23}^*a_2a_3^*a_3 + \\ &\quad + g_{13}^*a_1c_2a_3^*a_3 + g_{24}^*a_2c_3a_4^*c_2^* + \\ &\quad + g_{14}^*a_1c_1c_3c_2^*a_4^*, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} i(c_2^*c_3^*a_4) \dot{} &= (\omega_04 - \omega_3 - \omega_2)c_2^*c_3^*a_4 + g_{23}^*a_2a_3^*c_3^*a_4 + \\ &\quad + g_{13}^*a_1c_1a_3^*c_3^*a_4 + g_{24}^*a_2c_3a_4^*c_3^*a_4 + \\ &\quad + g_{14}^*a_1c_2c_3a_4^*c_3^*a_4 + g_{34}^*a_3a_4a_4^*c_2^* + \\ &\quad + g_{24}^*a_2c_2a_4a_4^*c_2^* + g_{14}^*a_1c_1c_2a_4^*a_4c_2^* - \\ &\quad - g_{34}^*a_3c_3c_3^*c_2^* - g_{24}^*a_2c_2c_3c_2^*c_3^* - \\ &\quad - g_{14}^*a_1c_1c_2c_3c_2^*c_3^*. \end{aligned}$$

Далее будем считать, что амплитуды фотонов намного превосходят амплитуды атомов на соответствующих уровнях ($c_1, c_2, c_3 \gg a_1, a_2, a_3, a_4$) — приближение заданной плотности фотонов. Тогда решение этих уравнений будем искать в виде $c_i = c_{0i} \exp(-i\omega_i t)$, где c_{0i} — начальные значения амплитуд фотонов. Огибающая функции $c_i(t)$ в приближении заданной плотности фотонов не изменяется со временем: $|c_i|^2 = |c_{0i}|^2 \equiv f_{i0} = \text{const}$. Пренебрегая исчезающе малыми слагаемыми в уравнениях (3), получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} i\dot{a}_2 &= \omega_0a_2 - g_{12}^*(a_1c_1) - g_{23}(c_2^*a_3) - g_{24}(c_2^*c_3^*a_4), \\ i(a_1c_1) \dot{} &= \omega_1(a_1c_1) - g_{12}c_1c_1^*a_2 - g_{13}c_1c_1c_2^*a_3 - \\ &\quad - g_{14}c_1c_1c_2^*c_3^*a_4, \\ i(a_3c_2^*) \dot{} &= (\omega_03 - \omega_2)(c_2^*a_3) - g_{23}a_2c_2^*c_2 - \\ &\quad - g_{34}c_3^*c_2^*a_4 - g_{13}^*a_1c_1c_2c_2^*, \\ i(c_2^*c_3^*a_4) \dot{} &= (\omega_04 - \omega_3 - \omega_2)(c_2^*c_3^*a_4) - g_{34}^*a_3c_3c_3^*c_2^* - \\ &\quad - g_{24}^*a_2c_2c_3c_2^*c_3^* - g_{14}^*a_1c_1c_2c_3c_2^*c_3^*. \end{aligned} \quad (4)$$

В приближении заданной плотности фотонов система уравнений (4) является линейной. Решения системы (4) будем искать в виде

$$a_2, a_1c_1, a_3c_2^*, c_2^*c_3^*a_4 \propto e^{-i\omega t},$$

где ω — искомая собственная частота атомных поляритонов. Тогда для стационарных амплитуд получаем алгебраическую систему уравнений

$$\begin{aligned} (\omega - \omega_0)a_2 + g_{12}^*(a_1c_1) + \\ + g_{23}(c_2^*a_3) + g_{24}(c_2^*c_3^*a_4) &= 0, \\ (\omega - \omega_1)(a_1c_1) + g_{12}c_1c_1^*a_2 + g_{13}c_1c_1c_2^*a_3 + \\ + g_{14}c_1c_1c_2^*c_3^*a_4 &= 0, \\ (\omega - \omega_03 + \omega_2)(c_2^*a_3) + g_{23}^*a_2c_2^*c_2 + g_{34}c_3^*c_2^*a_4 + \\ + g_{13}^*a_1c_1c_2c_2^* &= 0, \\ (\omega - \omega_04 + \omega_3 + \omega_2)(c_2^*c_3^*a_4) + g_{34}^*a_3c_3c_3^*c_2^* + \\ + g_{24}^*a_2c_2c_3c_2^*c_3^* + g_{14}^*a_1c_1c_2c_3c_2^*c_3^* &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

детерминант которой представляет собой закон дисперсии взаимодействующих атомов с неэквиливантным энергетическим спектром в окрестности частоты ω_0 самого низкого возбужденного уровня атома:

$$\begin{vmatrix} \omega - \omega_0 & g_{12}^* & g_{23} & g_{24} \\ g_{12}f_{10} & \omega - \omega_1 & g_{13}f_{10} & g_{14}f_{10} \\ g_{23}^*f_{20} & g_{13}^*f_{20} & \omega - \omega_{03} + \omega_2 & g_{34} \\ g_{24}^*f_{20}f_{30} & g_{14}^*f_{20}f_{30} & g_{34}^*f_{30} & \omega - \omega_{04} + \omega_3 + \omega_2 \end{vmatrix} = 0, \quad (6)$$

где f_{10} , f_{20} и f_{30} — (заданные) плотности фотонов действующих импульсов. Раскрывая детерминант (6) и полагая константы

$$g_{nk} = |g_{nk}| \exp(i\varphi_{nk}), \quad n = 1-3, \quad k = 1-4,$$

получаем уравнение четвертой степени для определения частот ω атомных поляритонов:

$$\begin{aligned} & (\omega - \omega_0)(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_{03} + \omega_2)(\omega - \omega_{04} + \omega_3 + \omega_2) - \\ & - \Omega_{12}^2(\omega - \omega_{03} - \omega_2)(\omega - \omega_{04} + \omega_3 + \omega_2) - \\ & - \Omega_{23}^2(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_{04} + \omega_3 + \omega_2) - \\ & - \Omega_{34}^2(\omega - \omega_0)(\omega - \omega_1) - \Omega_{13}^2(\omega - \omega_0)(\omega - \omega_{04} + \omega_3 + \omega_2) - \\ & - \Omega_{24}^2(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_{03} + \omega_2) - \Omega_{14}^2(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_{03} + \omega_2) + \\ & + \Omega_{12}^2\Omega_{34}^2 + \Omega_{23}^2\Omega_{14}^2 + \Omega_{13}^2\Omega_{24}^2 + \\ & + 2\Omega_{13}\Omega_{34}\Omega_{14}(\omega - \omega_0) \cos \Theta_1 + \\ & + 2\Omega_{12}\Omega_{23}\Omega_{13}(\omega - \omega_{04} + \omega_3 + \omega_2) \cos \Theta_2 + \\ & + 2\Omega_{12}\Omega_{14}\Omega_{24}(\omega - \omega_{03} + \omega_2) \cos \Theta_4 + \\ & + 2\Omega_{23}\Omega_{34}\Omega_{24}(\omega - \omega_1) \cos \Theta_3 - \\ & - 2\Omega_{12}\Omega_{23}\Omega_{13}\Omega_{14} \cos(\Theta_1 + \Theta_2) - \\ & - 2\Omega_{12}\Omega_{13}\Omega_{23}\Omega_{34} \cos(\Theta_1 - \Theta_4) - \\ & - 2\Omega_{23}\Omega_{14}\Omega_{13}\Omega_{24} \cos(\Theta_1 - \Theta_2) = 0, \quad (7) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Omega_{12}^2 &= g_{12}^2 f_{10}, & \Omega_{23}^2 &= g_{23}^2 f_{20}, \\ \Omega_{34}^2 &= g_{34}^2 f_{30}, & \Omega_{13}^2 &= g_{13}^2 f_{10} f_{20}, \\ \Omega_{24}^2 &= g_{24}^2 f_{20} f_{30}, & \Omega_{14}^2 &= g_{14}^2 f_{10} f_{20} f_{30} \end{aligned} \quad (8)$$

и

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \varphi_{12} + \varphi_{24} - \varphi_{14}, & \Theta_2 &= \varphi_{12} + \varphi_{23} - \varphi_{13}, \\ \Theta_3 &= \varphi_{23} + \varphi_{34} - \varphi_{24}, & \Theta_4 &= \varphi_{13} + \varphi_{34} - \varphi_{14}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из соотношений (8) видно, что квадраты частот Раби Ω_{12}^2 , Ω_{23}^2 , Ω_{34}^2 однофотонных переходов между соседними уровнями пропорциональны квадратам матричных элементов g_{nk}^2 дипольных моментов переходов и плотностям фотонов соответствующих импульсов. Квадраты частот Раби Ω_{13}^2 , Ω_{24}^2 двухфотонных переходов пропорциональны квадратам матричных элементов g_{13}^2 , g_{24}^2 дипольных моментов переходов между уровнями $1 \leftrightarrow 3$, $2 \leftrightarrow 4$ и произведению плотностей фотонов соответствующих импульсов. Квадрат частоты Раби Ω_{14}^2 трехфотонного оптически-разрешенного перехода пропорционален квадрату матричного элемента g_{14}^2 дипольного

момента перехода между уровнями 1 и 4 и произведению всех трех плотностей фотонов. Таким образом, по аналогии с двухуровневыми атомами, взаимодействующими с полем электромагнитной волны, используемые выражения для частот Раби совпадают с ранее введенными [27, 28]. Выражения (9) описывают разности фаз Θ_i , $i = 1-4$.

Из уравнения (7) видно, что закон дисперсии атомных поляритонов может иметь четыре действительных корня, которые описывают четыре дисперсионные ветви в зависимости от частоты фотонов $\omega_1 = ck_1$, где k_1 — волновой вектор. Форма и расположение ветвей закона дисперсии определяются частотами Раби, квадраты которых, в свою очередь, определяются плотностями фотонов f_{10} , f_{20} и f_{30} трех импульсов.

Второе, третье и четвертое слагаемые в уравнении (7) описывают последовательные независимые вклады каждого из однофотонных переходов в дисперсионном уравнении. При этом знаки (либо фазы) соответствующих констант взаимодействия по отношению к другим константам взаимодействия не играют роли. Пятое и шестое слагаемые в уравнении (7) описывают последовательные независимые вклады каждого из двухфотонных переходов (между уровнями соответственно $1 \leftrightarrow 3$ и $2 \leftrightarrow 4$). Седьмое слагаемое описывает вклад прямого трехфотонного перехода между уровнями $1 \leftrightarrow 4$. Слагаемые с восьмого по десятое определяют вклады, обусловленные корреляцией между однофотонными и многофотонными процессами. Слагаемые с одиннадцатого по четырнадцатое пропорциональны произведениям трех частот Раби (трех констант взаимодействия). Их появление обусловлено одновременным действием (квантовой интерференцией) трех процессов. При этом учет знаков между константами взаимодействия (фазовых соотношений) играет важную роль, так как закон дисперсии зависит еще и от разностей фаз между константами соответствующих оптических процессов. Вклад этих слагаемых зависит не только от значений частот Раби, но и от значений разностей фаз, введенных ранее. Последние три слагаемых учитывают вклад в дисперсионное соотношение квантовой интерференции четырех процессов. Здесь играют роль корреляции между

четырьмя константами взаимодействия, обусловленные четырехчастотными процессами. Слагаемые с разностью фаз в уравнении (7) являются следствием когерентности процессов взаимодействия фотонов с атомами. По этой причине экспериментальное установление особенностей поведения закона дисперсии при одновременном учете всех оптических переходов может способствовать установлению фазовых соотношений между различными константами взаимодействия.

3. ЗАКОН ДИСПЕРСИИ ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВОГО АТОМА С НЕЭКВИДИСТАНТНЫМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ СПЕКТРОМ

Обсудим поведение ветвей закона дисперсии атомных поляритонов четырехуровневого атома. Будем считать, что частота фотонов первого импульса, $\omega_1 = ck_1$, действующего между уровнями 1 и 2, непрерывно изменяется, тогда как частоты ω_2 и ω_3 фотонов второго и третьего импульсов являются фиксированными параметрами. Используя уравнение (7), можно получить явные решения уравнения четвертой степени в виде зависимости $\omega(\omega_1)$. Введем в рассмотрение расстройки резонансов Δ , δ_1 , δ_2 , δ_3 , нормированные на частоту Раби Ω_{12} :

$$\begin{aligned} \omega - \omega_0 &= \Omega_{12}\Delta, & \omega_2 - \omega_{03} + \omega_0 &= \Omega_{12}\delta_2, \\ \omega_1 - \omega_0 &= \Omega_{12}\delta_1, & \omega_3 + \omega_{03} - \omega_{04} &= \Omega_{12}\delta_3. \end{aligned} \quad (10)$$

Для анализа поведения кривых законов дисперсии более удобным является рассмотрение решения уравнения $\delta_1(\Delta)$ с учетом расстроек резонансов δ_i ($i = 1, 2, 3$). Дисперсионное уравнение (7) примет вид

$$\begin{aligned} &\Delta(\Delta - \delta_1)(\Delta + \delta_2)(\Delta + \delta_2 + \delta_3) - (\Delta + \delta_2)(\Delta + \delta_2 + \delta_3) - \\ &- \omega_{23}^2(\Delta - \delta_1)(\Delta + \delta_2 + \delta_3) - \omega_{34}^2\Delta(\Delta - \delta_1) - \\ &- \omega_{13}^2\Delta(\Delta + \delta_2 + \delta_3) - \omega_{24}^2(\Delta - \delta_1)(\Delta + \delta_2) - \omega_{14}^2\Delta(\Delta + \delta_2) + \\ &+ \omega_{34}^2 + \omega_{23}^2\omega_{14}^2 + \omega_{13}^2\omega_{24}^2 + 2\omega_{13}\omega_{34}\omega_{14}\Delta \cos \Theta_4 + \\ &+ 2\omega_{23}\omega_{13}(\Delta + \delta_2 + \delta_3) \cos \Theta_2 + 2\omega_{14}\omega_{24}(\Delta + \delta_2) \cos \Theta_1 + \\ &+ 2\omega_{23}\omega_{34}\omega_{24}(\Delta - \delta_1) \cos \Theta_3 - 2\omega_{23}\omega_{34}\omega_{14} \cos(\Theta_2 + \Theta_4) - \\ &- 2\omega_{13}\omega_{24}\omega_{34} \cos(\Theta_1 - \Theta_4) - \\ &- 2\omega_{23}\omega_{14}\omega_{13}\omega_{24} \cos(\Theta_1 - \Theta_2) = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_{23} &= \frac{\Omega_{23}}{\Omega_{12}}, & \omega_{34} &= \frac{\Omega_{34}}{\Omega_{12}}, & \omega_{13} &= \frac{\Omega_{13}}{\Omega_{12}}, \\ \omega_{24} &= \frac{\Omega_{24}}{\Omega_{12}}, & \omega_{14} &= \frac{\Omega_{14}}{\Omega_{12}} \end{aligned}$$

— нормированные на Ω_{12} частоты Раби. Соответственно, уравнение для расстройки резонанса можно записать в виде

$$\delta_1(\Delta) = \Delta - \frac{F(\Delta)}{G(\Delta)}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} F(\Delta) &= \Delta^2(\omega_{14}^2 - \omega_{13}^2 - 1) + \\ &+ \Delta(\delta_2(\omega_{14}^2 - \omega_{13}^2 - 2) - \delta_3(\omega_{13}^2 + 1) + \\ &+ 2\omega_{14}\omega_{24} \cos \Theta_1 + 2\omega_{23}\omega_{13} \cos \Theta_2) + \\ &+ 2\delta_2\omega_{14}\omega_{24} \cos \Theta_1 + 2(\delta_2 + \delta_3)\omega_{23}\omega_{13} \cos \Theta_2 + \\ &+ \omega_{23}^2\omega_{14}^2 + \omega_{24}^2\omega_{13}^2 + \omega_{34}^2 - \\ &- 2\omega_{34}\omega_{24}\omega_{13} \cos(\Theta_1 - \Theta_4) - \\ &- 2\omega_{14}\omega_{23}\omega_{34} \cos(\Theta_2 + \Theta_4) - \\ &- 2\omega_{14}\omega_{23}\omega_{24}\omega_{13} \cos(\Theta_1 - \Theta_2), \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} G(\Delta) &= \Delta^3 + (2\delta_2 + \delta_3)\Delta^2 + \\ &+ (\delta_2^2 + \delta_2\delta_3 - (\omega_{23}^2 + \omega_{34}^2 + \omega_{24}^2))\Delta + \\ &+ 2\omega_{23}\omega_{34}\omega_{24} \cos \Theta_3 - \delta_2(\omega_{23}^2 + \omega_{24}^2) - \delta_3\omega_{34}^2. \end{aligned} \quad (13b)$$

Видно, что поведение функции $\delta_1(\Delta)$ существенно определяется корнями уравнения для $G(\Delta)$, которое представляет собой каноническое кубическое уравнение $G(\Delta) = 0$ относительно Δ . При этом корни будут являться полюсами функции $\delta_1(\Delta)$, положение которых изменяется в зависимости от значений параметров системы.

Рассмотрим случай точного резонанса $\delta_2 = 0$, $\delta_3 = 0$, тогда выражения (13) можно записать в виде

$$\begin{aligned} &\Delta^2(\omega_{14}^2 - \omega_{13}^2 - 1) + \\ &+ \Delta(2\omega_{14}\omega_{24} \cos \Theta_1 + 2\omega_{23}\omega_{13} \cos \Theta_2) + \\ &+ \omega_{23}^2\omega_{14}^2 + \omega_{24}^2\omega_{13}^2 + \omega_{34}^2 - \\ &- 2\omega_{34}\omega_{24}\omega_{13} \cos(\Theta_1 - \Theta_4) - \\ &- 2\omega_{14}\omega_{23}\omega_{34} \cos(\Theta_2 + \Theta_4) - \\ &- 2\omega_{14}\omega_{23}\omega_{24}\omega_{13} \cos(\Theta_1 - \Theta_2) = 0, \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} &\Delta^3 - (\omega_{23}^2 + \omega_{34}^2 + \omega_{24}^2)\Delta + \\ &+ 2\omega_{23}\omega_{34}\omega_{24} \cos(\Theta_3) = 0. \end{aligned} \quad (14b)$$

Второе слагаемое в (14b) описывает взаимодействие импульса на частоте ω_2 с атомами с квазиэнергией $\hbar(\omega_{03} - \omega_2)$ и с частотой Раби ω_{23} (переход $2 \leftrightarrow 3$), третье слагаемое в (14b) — взаимодействие импульса на частоте ω_3 с атомами с квазиэнергией $\hbar(\omega_{04} - \omega_3)$ на переходе $3 \leftrightarrow 4$ с частотой Раби ω_{34} , четвертое слагаемое в (14b) описывает взаимодействие импульсов на частотах ω_2 и ω_3 с атомами с квазиэнер-

гией $\hbar(\omega_{04} - \omega_3 - \omega_2)$ на переходе $2 \rightleftharpoons 4$ с частотой Раби ω_{24} , пятое слагаемое представляет собой квантовую интерференцию трех процессов. При этом второе и третье слагаемые описывают однофотонные переходы, тогда как четвертое слагаемое — это следствие учета двухфотонного перехода $2 \rightleftharpoons 4$. Корни уравнения (14b) являются аналогами поперечных частот теории экситон-поляритонов, т.е. расщепление первого возбужденного уровня атома определяется тремя частотами Раби и разностью фаз Θ_3 . Очевидно, что если одна из этих частот Раби равна нулю либо разность фаз $\Theta_3 = \pi/2$, то слагаемое, описывающее квантовую интерференцию трех процессов, равно нулю.

Изучим поведение корней уравнения (14b) при различных значениях частот Раби и разности фаз Θ_3 . При $\Theta_3 = \pi/2$ уравнение имеет три различных корня:

$$\Delta_1 = 0, \quad \Delta_{2,3} = \pm \sqrt{\omega_{23}^2 + \omega_{34}^2 + \omega_{24}^2},$$

положение которых определяется значениями всех частот Раби, входящих в уравнение. На рис. 2а–в представлены зависимости $\Delta(\omega_{23})$ при различных значениях частот Раби ω_{24} и ω_{34} . Видно, что корни $\Delta_{2,3}$ при увеличении частот Раби ω_{24} и ω_{34} симметрично удаляются от корня $\Delta_1 = 0$ (рис. 2б), что свидетельствует об увеличении расщепления первого возбужденного уровня атома и о симметричном смещении расщепленных квазиуровней друг относительно друга (рис. 2в). В случае $\omega_{23} = \omega_{34} = \omega_{24}$ положение корней $\Delta_{2,3}$ определяется только одной частотой Раби. При $\Theta_3 = 0, \pi$ уравнение (14b) имеет три различных корня при условии $\omega_{23} \neq \omega_{34} \neq \omega_{24}$. Решение кубического уравнения (14b) в общем случае можно представить в виде [30]

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -\frac{a}{3} + 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos\left(\frac{\alpha}{3}\right), \\ \Delta_{2,3} &= -\frac{a}{3} + 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos\left(\frac{\alpha \pm \pi}{3}\right), \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\cos \alpha = -\frac{q}{2\sqrt{-(p/3)^3}},$$

$$p = -\frac{1}{3}a^2 + b, \quad q = \frac{2}{27}a^3 - \frac{1}{3}ab + c,$$

а коэффициенты в условиях точного резонанса имеют вид

$$a = 1, \quad b = \omega_{23}^2 + \omega_{34}^2 + \omega_{24}^2, \quad c = 2\omega_{23}\omega_{34}\omega_{24} \cos \Theta_3.$$

На рис. 2г,д видно, что если исключить двухфотонный переход $2 \rightleftharpoons 4$, т.е. $\omega_{24} = 0$, то увеличение значения частоты Раби ω_{23} приводит к симметричному смещению корней уравнения друг относительно друга при увеличении значения частоты ω_{34} (рис. 2д,е). При $\omega_{24} \neq 0$ возникает перестройка энергетического спектра четырехуровневого атома (рис. 2е), корни уравнения (14b) при условии $\omega_{23} = \omega_{34} = \omega_{24}$ принимают значения $\Delta_{1,2} = \omega_{23}$, $\Delta_3 = -2\omega_{23}$ и возникает пересечение кривых в длинноволновой области $\Delta < 0$ (рис. 2жс) при $\Theta_3 = \pi$, обусловленное вырождением корней Δ_1 и Δ_2 кубического уравнения, или корней Δ_1 и Δ_3 в коротковолновой области $\Delta > 0$ в случае $\Theta_3 = \pi$ (рис. 2з). Наличие вырождения можно увидеть, исследуя дискриминант уравнения (14b)

$$D = -108\omega_{23}^2\omega_{24}^2\omega_{34}^2 \cos^2 \Theta_3 - 4(-\omega_{23}^2 - \omega_{24}^2 - \omega_{34}^2)^3.$$

Видно, что дискриминант и, следовательно, корни уравнения (14b) определяются частотами Раби и разностью фаз Θ_3 , входящей в интерференционное слагаемое всех трех процессов. Анализ дискриминанта уравнения позволяет увидеть, что $D = 0$ при $|\cos^2 \Theta_3| = 1$ и $\omega_{23} = \omega_{34} = \omega_{24}$ и, следовательно, уравнение (14b) имеет один двукратно вырожденный корень и один отличный от него. Отсюда следует, что при учете процесса прямого двухфотонного возбуждения атома с уровня 2 на уровень 4 возникает вырождение корней уравнения (14b), а это, в свою очередь, приводит к пересечению кривых $\Delta(\omega_{23})$ при $\Theta_3 = 0, \pi$ (рис. 2жс,з). Эти особенности поведения корней уравнения (14b) и кривых функции $\Delta(\omega_{23})$ в зависимости от значений частот Раби и разности фаз должны проявиться и в поведении ветвей закона дисперсии $\Delta(\delta_1)$. В условиях точного резонанса второго и третьего импульсов выражение (11) примет вид

$$\begin{aligned} \Delta^4 - \Delta^3\delta_1 - \Delta^2(1 + \omega_{23}^2 + \omega_{34}^2 + \omega_{13}^2 + \omega_{24}^2 + \omega_{14}^2) + \\ + \Delta(\delta_1(\omega_{23}^2 + \omega_{34}^2 + \omega_{24}^2) + 2\omega_{23}\omega_{13} \cos \Theta_2 + \\ + 2\omega_{14}\omega_{24} \cos \Theta_1 + 2\omega_{13}\omega_{34}\omega_{14} \cos \Theta_3 + \\ + 2\omega_{23}\omega_{34}\omega_{24} \cos \Theta_4) + \omega_{34}^2 + \omega_{23}^2\omega_{14}^2 + \omega_{13}^2\omega_{24}^2 - \\ - 2\delta_1\omega_{23}\omega_{34}\omega_{24} \cos \Theta_4 - 2\omega_{14}\omega_{23}\omega_{34} \cos(\Theta_1 + \Theta_4) - \\ - 2\omega_{23}\omega_{34}\omega_{14} \cos(\Theta_2 + \Theta_4) - \\ - 2\omega_{23}\omega_{14}\omega_{13}\omega_{24} \cos(\Theta_1 + \Theta_2) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Изучим решения уравнения четвертой степени (16) как функцию $\Delta(\delta_1)$ при постоянных значениях параметров ω_{14} , ω_{24} , ω_{34} , ω_{23} , ω_{13} и Θ_i ($i = 1-4$). Для оценки и анализа природы корней уравнения

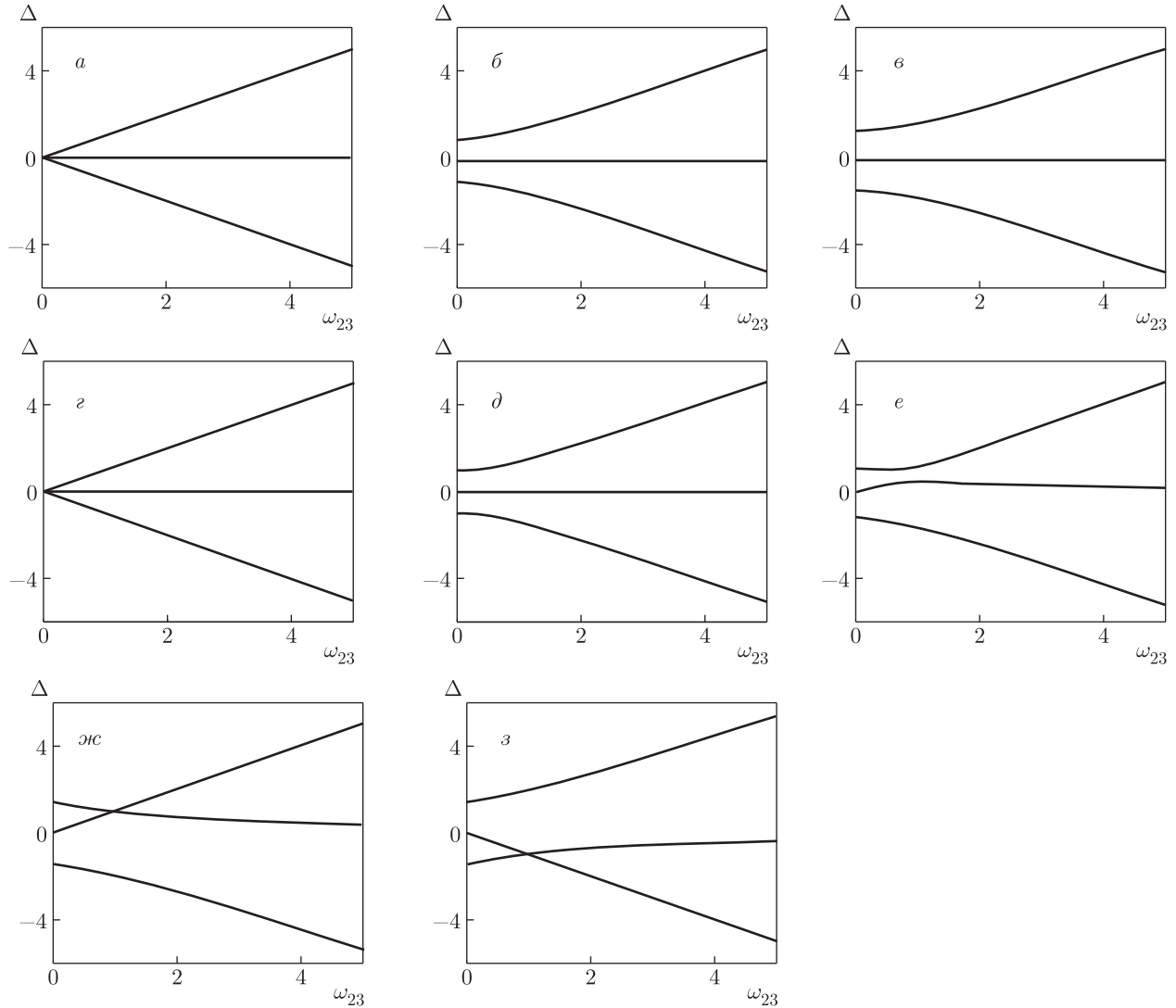


Рис. 2. Зависимости корней уравнения $\Delta_i(\omega_{23})$ при $\delta_2 = \delta_3 = 0$: разность фаз $\Theta_3 = \pi/2$ и $\omega_{24} = \omega_{34} = 0$ (а), $\omega_{24} = 0$, $\omega_{34} = 1$ (б), $\omega_{24} = \omega_{34} = 1$ (в); разность фаз $\Theta_3 = 0$ и $\omega_{24} = \omega_{34} = 0$ (г), $\omega_{24} = 0$, $\omega_{34} = 1$ (д), $\omega_{24} = 0.5$, $\omega_{34} = 1$ (е), $\omega_{24} = \omega_{34} = 1$ (ж); разность фаз $\Theta_3 = \pi$ и $\omega_{24} = \omega_{34} = 1$ (з)

используем подход, развитый в работе [31], из которого следует, что все четыре корня Δ_i ($i = 1-4$) являются действительными и определяются выражениями [32]

$$\begin{aligned} \Delta_{1,2} &= -\frac{b}{4a} - S \pm \frac{1}{2} \sqrt{-4S^2 - 2p + \frac{q}{S}}, \\ \Delta_{3,4} &= -\frac{b}{4a} + S \pm \frac{1}{2} \sqrt{-4S^2 - 2p - \frac{q}{S}}, \end{aligned} \tag{17}$$

где

$$p = \frac{8ac - 3b^2}{8a^2}, \quad q = \frac{b^3 - 4abc + 8a^2d}{8a^3},$$

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{2}{3}p + \frac{1}{3a} \left(Q + \frac{D_0}{Q} \right)},$$

$$Q = \sqrt[3]{\frac{D_1 + \sqrt{D_1^2 - 4D_0^3}}{2}},$$

$$D_0 = c^2 - 3bd + 12ae,$$

$$D_1 = 2c^3 - 9bcd + 27b^2e + 27ad^2 - 72ace,$$

а a, b, c, d, e — коэффициенты из уравнения (16). Результаты анализа дискриминанта уравнения (16) (см. Приложение) позволяют объяснить особенности поведения ветвей закона дисперсии. Например, равенство дискриминанта нулю соответствует вырождению корней уравнения, а это, в условиях нашей задачи, выражается в пересечении ветвей закона дисперсии.

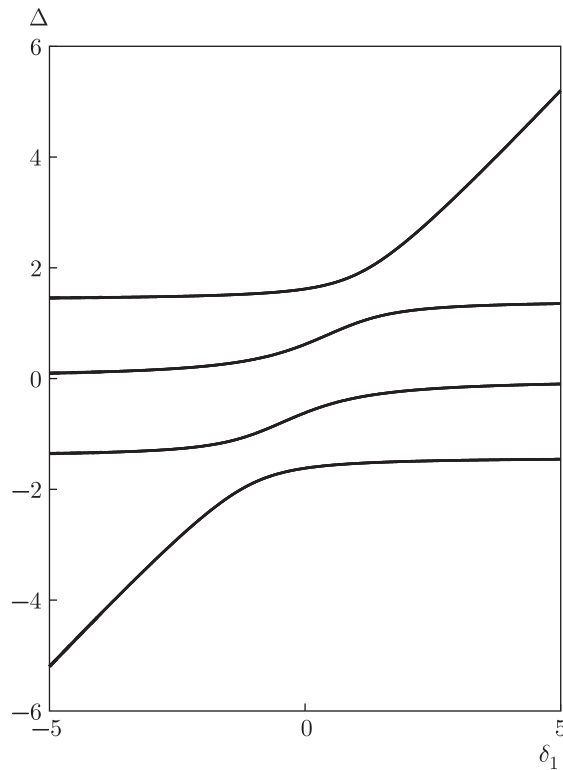


Рис. 3. Законы дисперсии $\Delta(\delta_1)$ при $\delta_2 = \delta_3 = 0$ и значениях нормированных частот Раби $\omega_{23} = \omega_{34} = \omega_{12} = 1$ без учета многофотонных переходов ($\omega_{14} = \omega_{24} = \omega_{13} = 0$)

Исследуя уравнение (16), рассмотрим поведение кривых закона дисперсии атомных поляритонов (рис. 3). Видно, что закон дисперсии $\Delta(\delta_1)$ при $\delta_2 = 0$, $\delta_3 = 0$ и без учета многофотонных переходов ($\omega_{14} = \omega_{24} = \omega_{13} = 0$) представляет собой структуру, состоящую из четырех восходящих с ростом δ_1 ветвей, положение и форма которых определяется параметрами системы.

Анализ выражений (9) и (16) позволяют сделать вывод, что разности фаз Θ_i ($i = 1-4$) могут быть все одновременно равны друг другу. Рассмотрим для начала случай $\Theta_i = \pi/2$ ($i = 1-4$) и изучим влияние многофотонных переходов на поведение ветвей закона дисперсии $\Delta(\delta_1)$. При $\omega_{14} = \omega_{24} = 0$, а $\omega_{13} \geq 0$ (рис. 4а) с ростом ω_{13} наблюдается симметричное удаление друг от друга верхней и нижней ветвей закона дисперсии и сильное сближение средних ветвей на всем диапазоне значений δ_1 с изменением их формы. Если $\omega_{14} = \omega_{13} = 0$, а $\omega_{24} \geq 0$ (рис. 4б), то с ростом ω_{24} верхняя и нижняя поляритонные ветви удаляются друг от друга (смещаясь соответственно в длинноволновую $\Delta < 0$ и коротковолновую $\Delta > 0$ области), тогда как средние ветви закона дисперсии сильно сближаются в окрестности $\Delta = 0$, со-

храняя свою форму. В случае, когда $\omega_{13} = \omega_{24} = 0$, а $\omega_{14} \geq 0$ (рис. 4в), при увеличении параметра ω_{14} наблюдается сближение верхней и средней ветвей в коротковолновой области $\Delta > 0$ и нижней и средней ветвей в длинноволновой области $\Delta < 0$. Ветви сближаются при росте частоты Раби ω_{14} и одновременно пересекаются при $\omega_{14} = 1$. Таким образом, возникают пересечения верхней и средней ветвей закона дисперсии в коротковолновой области $\Delta > 0$ и нижней и средней ветвей в длинноволновой области $\Delta < 0$; средние ветви при этом представляют собой прямые и не зависят от расстройки резонанса δ_1 . Дальнейшее увеличение частоты Раби ω_{14} приводит к исчезновению пересечений, при этом наблюдается сближение средних ветвей и симметричное смещение верхней и нижней ветвей закона дисперсии.

Рассмотрим теперь поведение ветвей закона дисперсии при $\omega_{14} = \omega_{24} = 1$ и $\omega_{13} \geq 0$ (рис. 4г). С ростом параметра ω_{13} средние ветви закона дисперсии сближаются в окрестности точки $\delta_1 = 0$, при этом верхняя и нижняя поляритонные ветви медленно удаляются друг от друга, смещаясь в коротковолновой и длинноволновой областях. При $\omega_{13} = 2$ происходит пересечение средних ветвей закона дисперсии в точке $\delta_1 = 0$, при этом одна из ветвей представляет собой прямую $\Delta = 0$ и не зависит от δ_1 , тогда как другая монотонно возрастает с ростом δ_1 . Дальнейшее увеличение ω_{13} приводит к расщеплению средних ветвей и к симметричному смещению верхней и нижней ветвей закона дисперсии, при этом смещение средних ветвей друг относительно друга слабо зависят от ω_{13} .

Зафиксируем $\omega_{14} = \omega_{13} = 1$, $\omega_{24} \geq 0$ (рис. 4д). Увеличение параметра ω_{24} приводит к симметричному удалению верхней и нижней ветвей, к одновременному сближению средних ветвей закона дисперсии и к их пересечению при $\omega_{24} = 2$ в точке $\delta_1 = 0$. При этом одна из ветвей представляет собой прямую $\Delta = 0$. Дальнейший рост параметра ω_{24} приводит к расщеплению средних ветвей закона дисперсии, постепенному расталкиванию средних ветвей друг относительно друга и к последующему симметричному смещению всех четырех ветвей закона дисперсии.

Случай $\omega_{13} = \omega_{24} = 1$ и $\omega_{14} \geq 0$ представлен на рис. 4е. При $\omega_{14} = 0$ наблюдается пересечение двух средних ветвей закона дисперсии в точке $\delta_1 = 0$. При этом одна из них носит восходящий с ростом δ_1 характер, тогда как другая представляет собой прямую $\Delta = 0$. При увеличении параметра ω_{14} пересечение исчезает, возникает расщепление средних ветвей в окрестности $\delta_1 = 0$, которое увеличивается с ростом ω_{14} , формируя две восходящие средние вет-

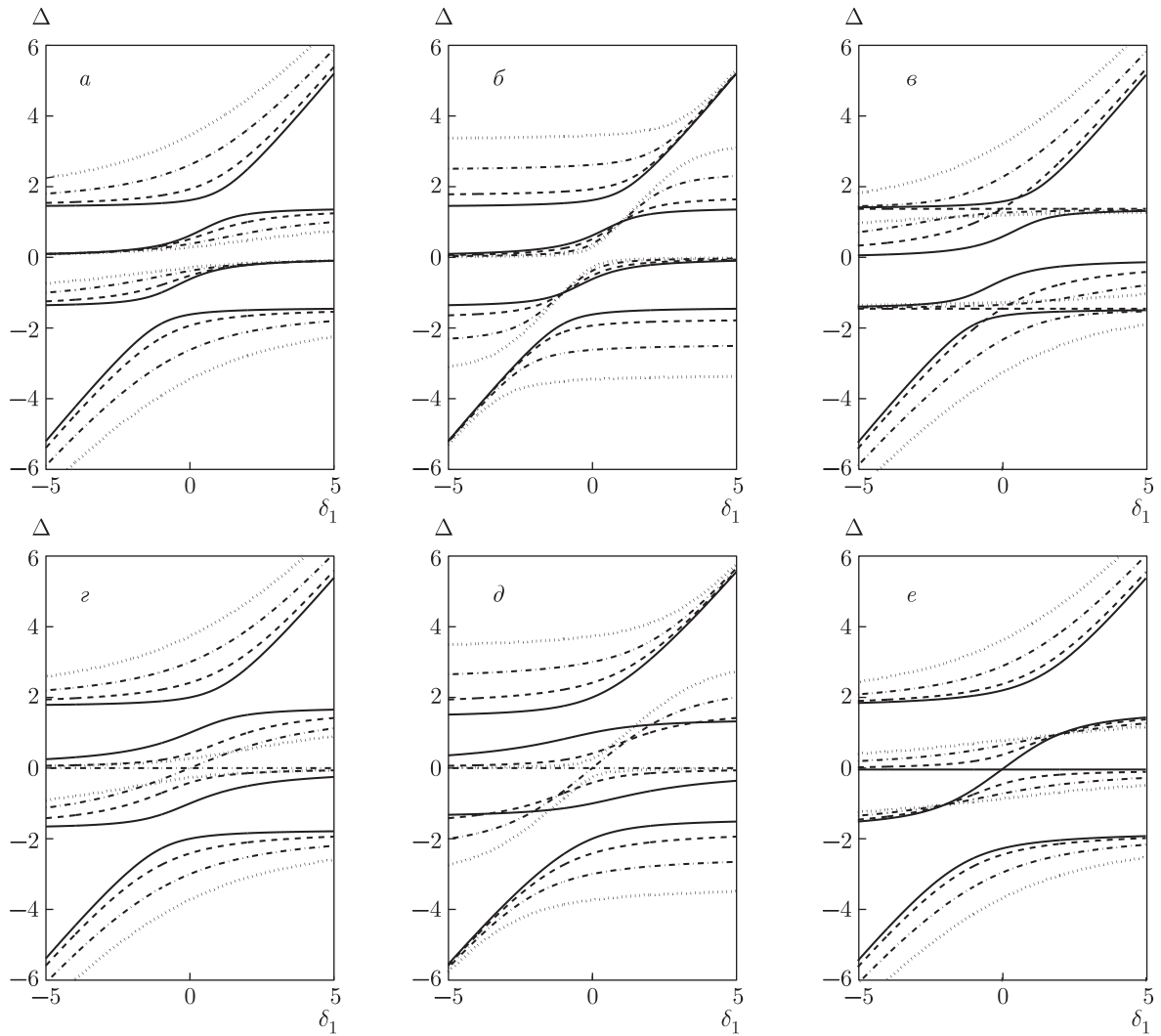


Рис. 4. Законы дисперсии $\Delta(\delta_1)$, когда $\delta_2 = \delta_3 = 0$, разность фаз $\Theta_i = \pi/2$ ($i = 1-4$) и нормированные частоты Раби $\omega_{23} = \omega_{34} = \omega_{12} = 1$: *a* — $\omega_{14} = \omega_{24} = 0$ и различные ω_{13} ; *б* — $\omega_{14} = \omega_{13} = 0$ и различные ω_{24} ; *в* — $\omega_{24} = \omega_{13} = 0$ и различные ω_{14} ; *г* — $\omega_{14} = \omega_{24} = 1$ и различные ω_{13} ; *д* — $\omega_{14} = \omega_{13} = 1$ и различные ω_{24} ; *е* — $\omega_{24} = \omega_{13} = 1$ и различные ω_{14} . На всех рисунках тип линии соответствует следующим значениям нормированных изменяющихся частот Раби $\omega_{13}, \omega_{24}, \omega_{14}$: 0 — сплошные; 1 — штриховые; 2 — штрихпунктирные; 3 — пунктирные

ви закона дисперсии, которые отталкиваются друг от друга. При этом увеличение ω_{14} также приводит к симметричному смещению верхней и нижней поляритонных ветвей относительно $\Delta = 0$.

Рассмотрим поведение ветвей закона дисперсии $\Delta(\delta_1)$ и изучим влияние многофотонных переходов в случае, когда разности фаз $\Theta_i = 0$ ($i = 1-4$) при $\omega_{14} = \omega_{24} = 0$, а $\omega_{13} \geq 0$ (рис. 5*a*). С ростом параметра ω_{13} происходит сближение верхней и средней поляритонных ветвей закона дисперсии в коротковолновой области спектра, а также средней и ниж-

ней ветвей в длинноволновой области спектра. Затем нижняя и средняя ветви расталкиваются, и происходит дальнейшее сближение средней и верхней ветвей. Дальнейший рост ω_{13} приводит к отталкиванию верхней и нижней ветвей и сближению средних ветвей в области $\delta_1 > 0$. В случае $\omega_{14} = \omega_{13} = 0$, а $\omega_{24} \geq 0$ на рис. 5*б* видно, что при $\omega_{24} = 1$ средняя ветвь закона дисперсии представляет собой прямую $\Delta = 1$. Дальнейший рост параметра ω_{24} приводит к восстановлению восходящего характера средней ветви с ростом δ_1 , постепенному расталкиванию средних ветвей и последующему смещению всех че-

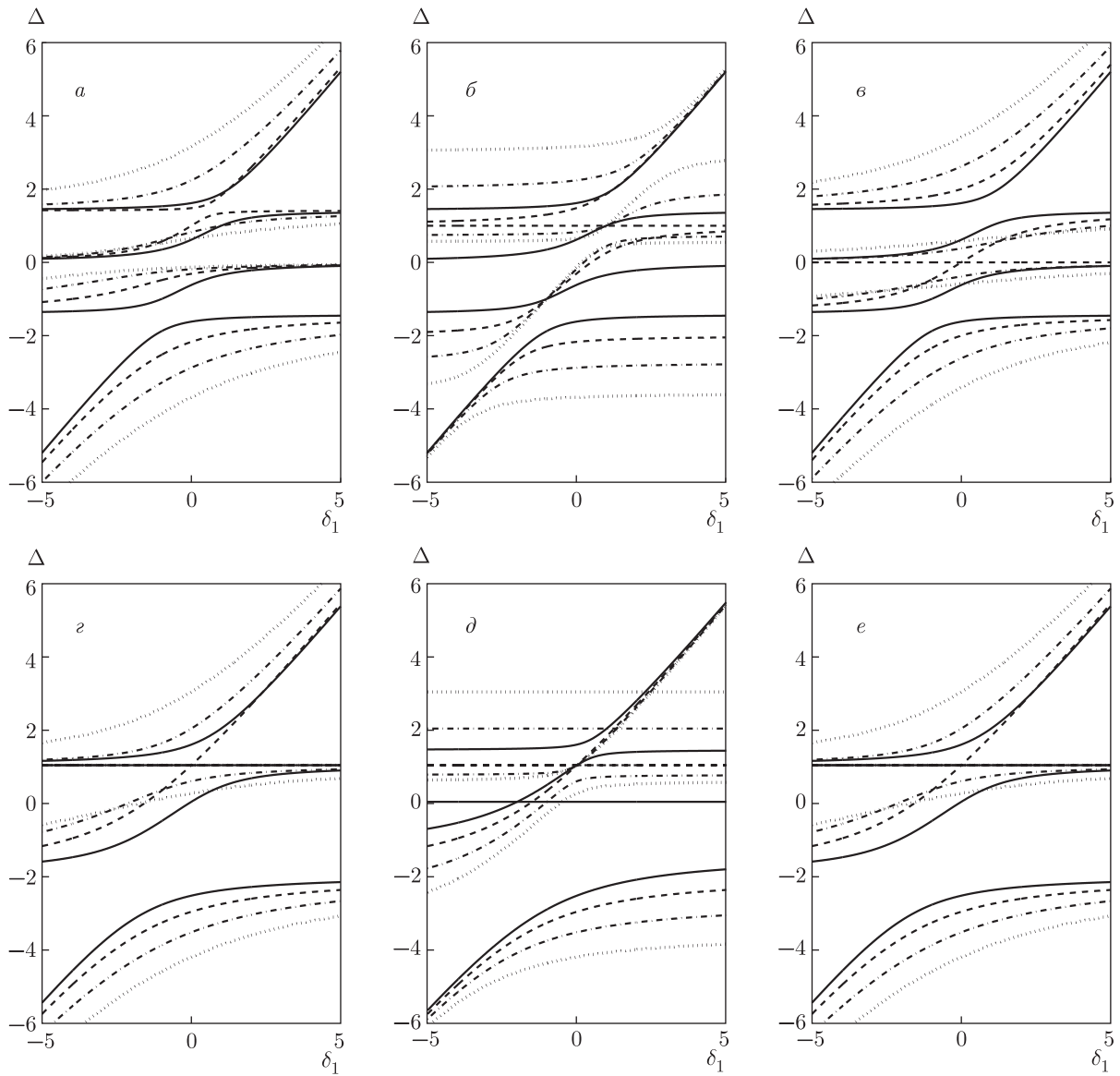


Рис. 5. То же, что на рис. 4, но для разности фаз $\Theta_i = 0$ ($i = 1-4$)

тырех ветвей закона дисперсии в длинноволновую и коротковолновую области. При $\omega_{13} = \omega_{24} = 0$, а $\omega_{14} \geq 0$ (рис. 5б) с ростом параметра ω_{14} наблюдается сближение средних ветвей. При $\omega_{14} = 1$ происходит пересечение в точке $\delta_1 = 0$, одна из ветвей представляет собой прямую $\Delta = 0$, тогда как другая монотонно возрастает с ростом δ_1 . Дальнейший рост параметра приводит к смещению всех четырех ветвей закона дисперсии в длинноволновую и коротковолновую области.

При $\omega_{14} = \omega_{24} = 1$, а $\omega_{13} \geq 0$ закон дисперсии (рис. 5з) состоит из четырех ветвей. Одна из средних ветвей представляет собой прямую $\Delta = 1$,

тогда как другая монотонно возрастает с ростом δ_1 . Увеличение параметра ω_{13} приводит к сильному сближению верхней и обеих средних ветвей закона дисперсии. При $\omega_{13} = 1$ возникает пересечение трех ветвей закона дисперсии в точке $\delta_1 = 0$, при этом происходит изменение структуры закона дисперсии — он состоит из трех ветвей, поскольку корень $\Delta = 1$ уравнения (16) становится двукратно вырожденным. Дальнейшее увеличение параметра приводит к расталкиванию средних и верхней ветвей и последующему смещению всех четырех ветвей закона дисперсии в длинноволновую и коротковолновую области, при этом средняя ветвь представляет собой прямую $\Delta = 1$.

При $\omega_{14} = \omega_{13} = 1$, а $\omega_{24} \geq 0$ (рис. 5d) закон дисперсии состоит из четырех ветвей, одна из средних ветвей представляет собой прямую $\Delta = 0$, тогда как другая монотонно возрастает с ростом δ_1 . При этом имеет место пересечение средних ветвей закона дисперсии. С ростом параметра обе средние ветви вырождаются в прямую $\Delta = 1$ и по-прежнему пересекают верхнюю ветвь. В данном случае наличие точки пересечения свидетельствует о существовании только одной частоты нутации атомных поляритонов. Дальнейшее увеличение параметра приводит к восстановлению структуры из четырех ветвей, при этом наблюдается сильное смещение в коротковолновую область средней ветви, которая представляет собой прямую. В этом случае существует точка пересечения между верхней и средней ветвями закона дисперсии, тогда как нижняя ветвь смещается незначительно.

Рассмотрим теперь поведение ветвей закона дисперсии, когда $\omega_{13} = \omega_{24} = 1$, $\omega_{14} \geq 0$ (рис. 5e). В этом случае поведение ветвей закона дисперсии в точности повторяет поведение ветвей при $\omega_{14} = \omega_{24} = 1$ и $\omega_{13} \geq 0$ (см. рис. 5z), что свидетельствует об одинаковом влиянии учета двухфотонного перехода $1 \rightleftharpoons 3$ и трехфотонного перехода. В случае, когда разности фаз $\Theta_i = \pi$ ($i = 1-4$), поведение ветвей закона дисперсии будет аналогично описанному при $\Theta_i = 0$ с сохранением характера изменений поведения ветвей в длинноволновой области $\Delta < 0$.

На рис. 4, 5 видно, что при учете процессов двухфотонного возбуждения атома в условиях точного резонанса второго и третьего импульсов ($\delta_2 = 0$, $\delta_3 = 0$) возникают эффекты пересечения верхней и средней ветвей в коротковолновой области спектра при $\Theta_i = 0$. При $\Theta_i = \pi/2$ возникает эффект пересечения средних ветвей закона дисперсии в точке $\delta_1 = 0$ при $\omega_{13} = 1$, $\omega_{24} = 1$, т.е. при условии равенства частот Раби Ω_{12} , Ω_{13} и Ω_{24} . На рис. 4b видно, что учет трехфотонного процесса возбуждения атома при отсутствии двухфотонных процессов ($\omega_{13} = 0$, $\omega_{24} = 0$) приводит к возникновению эффекта пересечения верхней и средней ветвей в точке $\Delta = \sqrt{2}$ и нижней и средней поляритонных ветвей закона дисперсии в точке $\Delta = -\sqrt{2}$ при $\Theta_i = \pi/2$. Это обусловлено преобразованием выражения (16) в биквадратное уравнение вида $ax^4 + cx^2 + e = 0$ с действительными коэффициентами и $a \neq 0$ [33]. Наличие точек пересечения в этом случае означает, что существует только одна частота нутации атомных поляритонов.

При $\Theta_i = 0$ наблюдается пересечение средних ветвей в точке $\delta_1 = 0$ при $\omega_{13} = \omega_{24} = \omega_{14} = 1$.

При одновременном учете двухфотонных и трехфотонных процессов ($\omega_{13} = \omega_{24} = 1$, $\omega_{14} = 2$) и значениях разностей фаз $\Theta_i = 0$ наблюдается вырождение средних ветвей в одну и пересечение с верхней поляритонной ветвью в коротковолновой области при условии равенства частот Раби Ω_{12} , Ω_{13} , Ω_{24} и Ω_{14} . Следовательно, если изменять плотности второго f_{20} и третьего f_{30} импульсов, то частоты Раби становятся одинаковыми при определенных значениях f_{20} и f_{30} . Дальнейший рост плотностей f_{20} и f_{30} снимает пересечение ветвей закона дисперсии, и снова восстанавливается структура из четырех непересекающихся ветвей. Сближение и удаление поляритонных ветвей при изменении плотностей фотонов f_{20} и f_{30} соответствует изменению поляритонных частот Раби и возникновению эффекта индуцированной мощным полем первого импульса оптической связи атома с излучением.

Представленные на рис. 4, 5 результаты свидетельствуют о том, что нормированные частоты Раби двухфотонных ω_{13} , ω_{24} и трехфотонного ω_{14} переходов являются важными параметрами, определяющими особенности поведения ветвей закона дисперсии атомных поляритонов.

Будем считать, что частота $\omega_2 = ck_2$ фотонов второго импульса, действующего между уровнями 2 и 3, непрерывно изменяется, тогда как частоты ω_1 и ω_3 , фотонов первого и третьего импульсов являются фиксированными параметрами, $\delta_1 = \delta_3 = \text{const}$. В условиях точного резонанса ($\delta_1 = \delta_3 = 0$) выражение (11) примет вид

$$\begin{aligned} &\Delta^4 + 2\Delta^3\delta_2 - \Delta^2(1 + \omega_{13}^2 + \omega_{14}^2 + \omega_{23}^2 + \omega_{24}^2 + \omega_{34}^2 - \delta_2^2) + \\ &+ \Delta(2\omega_{13}\omega_{34}\omega_{14} \cos \Theta_4 + 2\omega_{23}\omega_{34}\omega_{24} \cos \Theta_3 + \\ &+ 2\omega_{14}\omega_{24} \cos \Theta_1 + 2\omega_{23}\omega_{13} \cos \Theta_2 - \\ &- \delta_2(\omega_{13}^2 + \omega_{14}^2 + \omega_{23}^2 + \omega_{24}^2 + 2)) - \\ &- 2\omega_{23}\omega_{34}\omega_{14} \cos(\Theta_2 + \Theta_4) - \\ &- 2\omega_{13}\omega_{24}\omega_{34} \cos(\Theta_1 - \Theta_4) - \\ &- 2\omega_{23}\omega_{14}\omega_{13}\omega_{24} \cos(\Theta_1 - \Theta_2) + \\ &+ 2\omega_{23}\omega_{13}\delta_2 \cos \Theta_2 + 2\omega_{14}\omega_{24}\delta_2 \cos \Theta_1 + \\ &+ \omega_{34}^2 + \omega_{23}^2\omega_{14}^2 + \omega_{13}^2\omega_{24}^2 - \delta_2^3 = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Закон дисперсии атомных поляритонов представляет собой уравнение четвертой степени. Для построения графиков $\Delta(\delta_2)$ и анализа корней уравнения (18) воспользуемся подходом, развитым в работах [31, 32]. Закон дисперсии атомных поляритонов в зависимости от непрерывно изменяющейся расстройки δ_2 фотонов второго импульса, действующего между уровнями 2 и 3, представлен на рис. 6, 7.

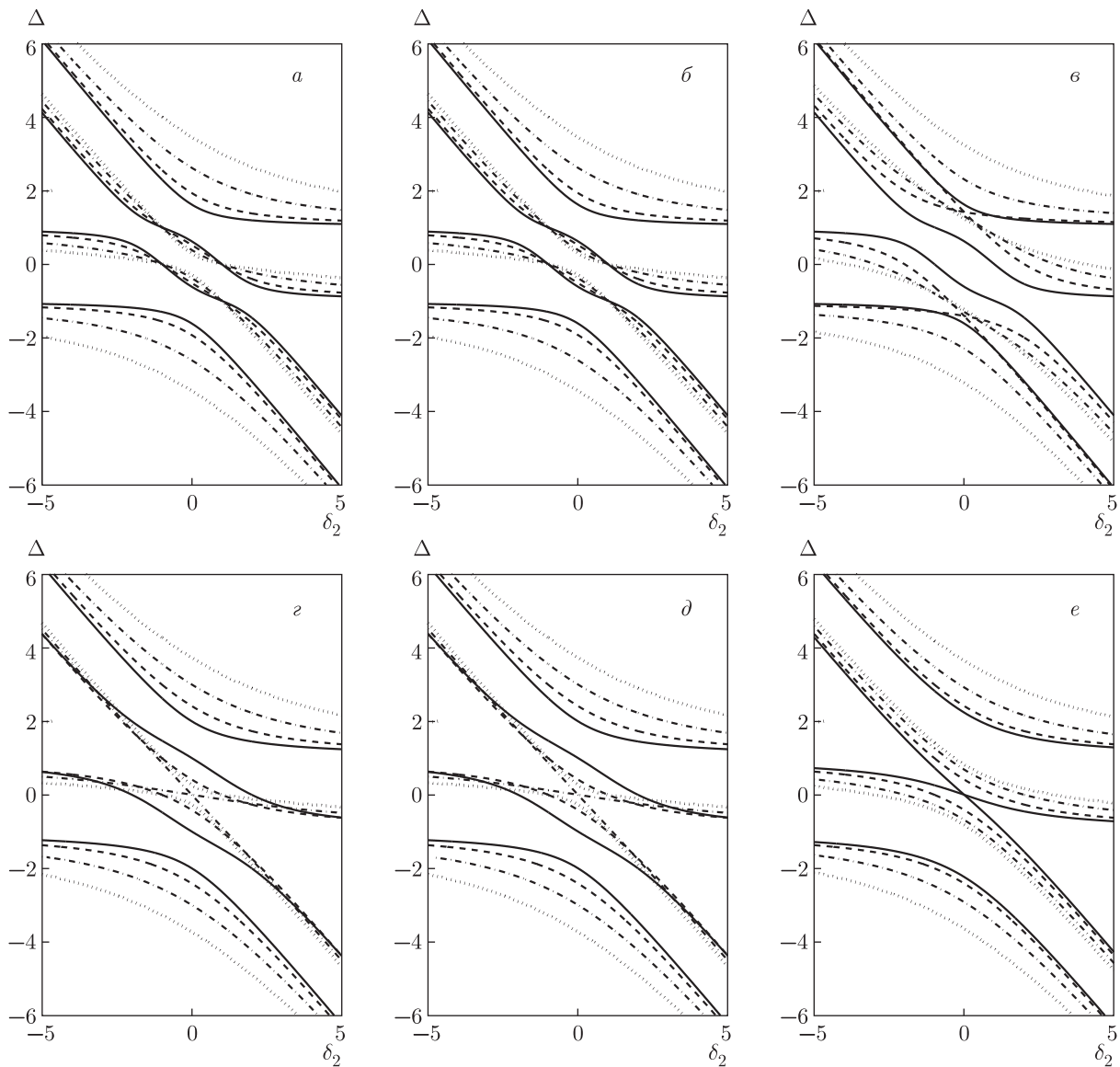


Рис. 6. Законы дисперсии $\Delta(\delta_2)$, когда $\delta_1 = \delta_3 = 0$, разность фаз $\Theta_i = \pi/2$ и нормированные частоты Раби $\omega_{23} = \omega_{34} = \omega_{12} = 1$ (остальные обозначения, как на рис. 4)

Видно, что закон дисперсии $\Delta(\delta_2)$ в этом случае состоит из четырех ниспадающих ветвей.

Рассмотрим поведение ветвей при $\Theta_i = \pi/2$ ($i = 1-4$) и изучим влияние многофотонных переходов. Если $\omega_{14} = \omega_{24} = 0$, а $\omega_{13} \geq 0$ (рис. 6а), то с ростом ω_{13} средние поляритонные ветви медленно сближаются, изменяя свою форму в окрестности $\delta_2 = 0$; при этом верхняя и нижняя поляритонные ветви симметрично удаляются друг от друга, смещаясь соответственно в коротковолновую и длинноволновую области спектра. Если положить $\omega_{14} = \omega_{13} = 0$, а $\omega_{24} \geq 0$ и увеличивать ω_{24} , то закон дисперсии в

точности повторяет рис. 6б, что позволяет сделать вывод об одинаковом влиянии учета двухфотонных переходов на поведение ветвей закона дисперсии.

При $\omega_{13} = \omega_{24} = 1$, а $\omega_{14} \geq 0$ наблюдается сближение между верхней и средней ветвями в коротковолновой области $\Delta > 0$ и между нижней и средней ветвями в длинноволновой области $\Delta < 0$ (рис. 6в). Ветви сближаются при росте частоты Раби ω_{14} , и при $\omega_{14} = 1$ возникает пересечение ветвей закона дисперсии. Дальнейший рост ω_{14} приводит к симметричному расталкиванию ветвей и восстановлению структуры из четырех непересекающихся

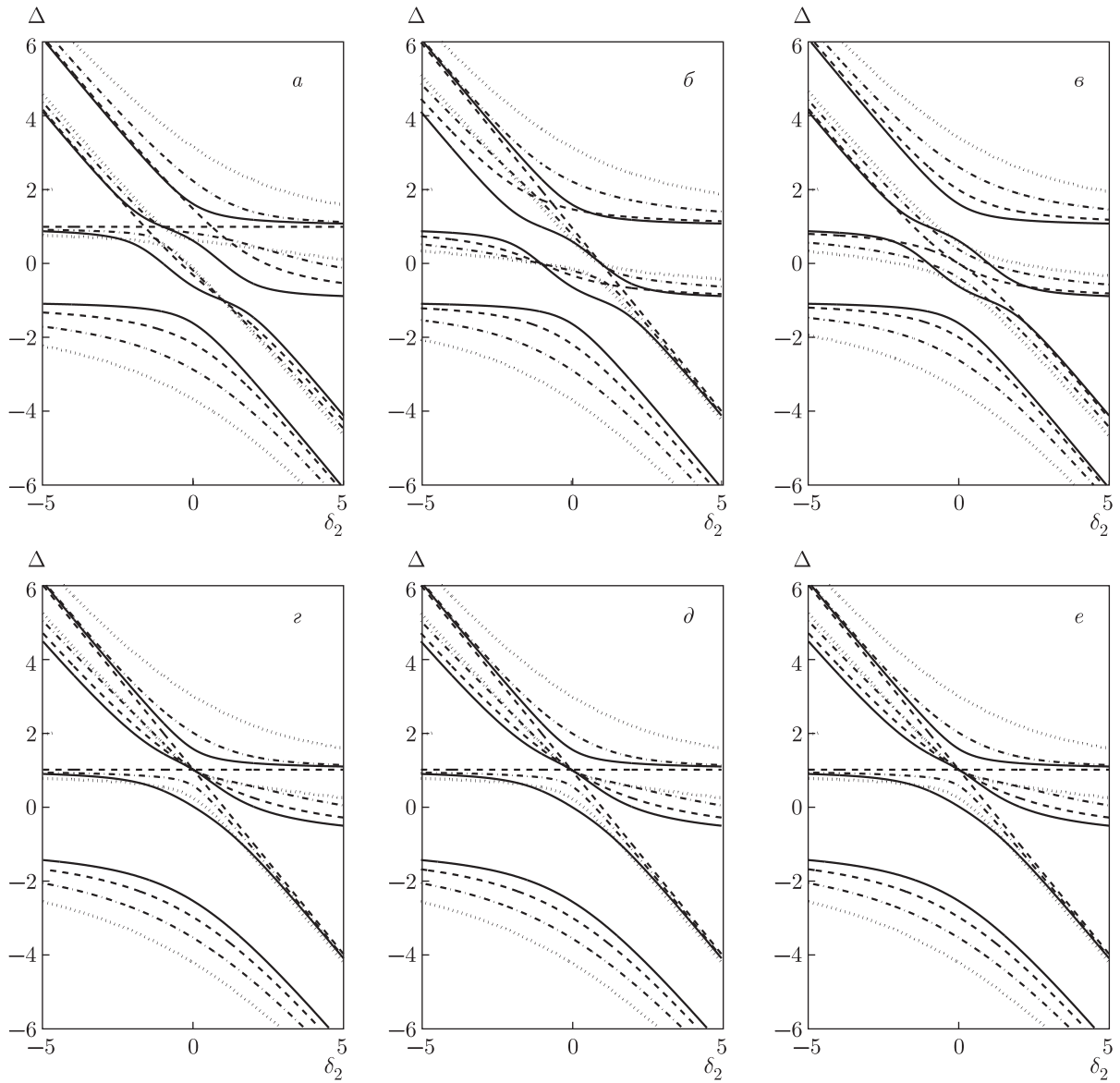


Рис. 7. То же, что на рис. 6, но для разности фаз $\Theta_i = 0$ ($i = 1-4$)

нисходящих ветвей, которые постепенно смещаются — верхняя и средняя в коротковолновую область $\Delta > 0$, а нижняя и средняя в длинноволновую область $\Delta < 0$ (рис. 6в).

Если положить $\omega_{24} = \omega_{14} = 1$ и изменять ω_{13} либо положить $\omega_{13} = \omega_{14} = 1$ и изменять ω_{24} , т.е. если изучать влияние двухфотонных переходов на поведение ветвей закона дисперсии, то на рис. 6г,д видно, что поведение ветвей одинаково. При $\omega_{24} = 0$ либо $\omega_{13} = 0$, т.е. при включенном одном из двухфотонных переходов, наблюдается сближение между верхней и средней и нижней и средней поляритонными ветвями; увеличение одного из параметров

приводит к сближению средних ветвей закона дисперсии в окрестности $\delta_2 = 0$, и при значении $\omega_{24} = 2$ либо $\omega_{13} = 2$ возникает пересечение средних ветвей в точке $\delta_2 = 0$. Дальнейшее увеличение параметров приводит к восстановлению структуры из четырех ниспадающих ветвей.

Рассмотрим теперь поведение ветвей закона дисперсии в случае, когда $\omega_{13} = \omega_{24} = 1$, а $\omega_{14} \geq 0$ (рис. 6е). При $\omega_{14} = 0$ наблюдается пересечение двух средних ветвей закона дисперсии, обе ветви проходят через точку $\delta_2 = 0$, при этом одна из них носит нисходящий с ростом δ_2 характер и представляет собой прямую. Увеличение параметра ω_{14} приводит

к симметричному расталкиванию средних ветвей и одновременному смещению верхней и средней ветвей в коротковолновую область $\Delta > 0$ и нижней и средней ветвей в длинноволновую область $\Delta < 0$ (рис. 6е).

Рассмотрим поведение ветвей закона дисперсии $\Delta(\delta_2)$ и изучим влияние многофотонных переходов в случае, если разности фаз $\Theta_i = 0$ ($i = 1-4$). При $\omega_{14} = \omega_{24} = 0$, а $\omega_{13} \geq 0$ (рис. 7а) при увеличении ω_{13} происходит сближение верхней и средних ветвей, при этом изменяется форма средних ветвей закона дисперсии, и при $\omega_{13} = 1$ одновременно возникают два пересечения средних ветвей в области $\delta_2 > 0$ и средней и верхней ветвей в области $\delta_2 < 0$. Дальнейшее увеличение параметра ω_{13} приводит к восстановлению структуры из четырех непересекающихся нисходящих ветвей, которые постепенно смещаются — верхняя и средняя в коротковолновую область $\Delta > 0$, а нижняя и средняя в длинноволновую область $\Delta < 0$.

Если положить $\omega_{14} = \omega_{13} = 0$, а $\omega_{24} \geq 0$ и увеличивать ω_{24} (рис. 7б), то при увеличении ω_{24} происходит сближение нижней и средней ветвей закона дисперсии с изменением формы средних ветвей; одновременно возникают два пересечения средних ветвей в области $\delta_2 < 0$ и средней и нижней ветвей в области $\delta_2 > 0$. Дальнейшее увеличение параметра ω_{24} приводит к восстановлению структуры из четырех непересекающихся ветвей.

При $\omega_{13} = \omega_{24} = 0$, а $\omega_{14} \geq 0$ (рис. 7в) средние ветви сближаются при росте частоты Раби ω_{14} и пересекаются при $\omega_{14} = 1$. Дальнейший рост ω_{14} приводит к симметричному расталкиванию ветвей закона дисперсии и восстановлению структуры из четырех непересекающихся нисходящих ветвей, которые постепенно смещаются — верхняя и средняя в коротковолновую область $\Delta > 0$, а нижняя и средняя в длинноволновую область $\Delta < 0$ (рис. 7г).

Рассмотрим теперь поведение ветвей закона дисперсии в случае, когда $\omega_{24} = \omega_{14} = 1$ и изменяется одна из частот двухфотонного перехода ω_{13} (рис. 7д). При увеличении ω_{13} происходит сильное сближение средних и верхней ветвей закона дисперсии в окрестности $\delta_2 = 0$, затем при $\omega_{13} = 1$ — пересечение трех ветвей (двух средних и верхней) в коротковолновой области $\Delta > 0$ в точке $\delta_2 = 0$; при этом существенно изменяется форма верхней средней и верхней ветвей — они представляют собой прямые (рис. 7е). Дальнейшее увеличение параметра приводит к восстановлению структуры из четырех непересекающихся ветвей, которые постепенно смещаются — верхняя и средняя в коротковолновую об-

ласть $\Delta > 0$, а нижняя и средняя в длинноволновую область $\Delta < 0$ (рис. 7е).

На рис. 7д видно, что идентичное поведение ветвей закона дисперсии можно наблюдать, если $\omega_{13} = \omega_{14} = 1$ и изменяется частота двухфотонного перехода ω_{24} , а также, если $\omega_{24} = \omega_{13} = 1$ и изменяется частота трехфотонного перехода ω_{14} (рис. 7е). Наличие точки пересечения трех ветвей закона дисперсии означает, что при данных значениях частот существует только одна частота нутации атомных поляритонов, а учет одного из многофотонных переходов приводит к перестройке энергетического спектра четырехуровневого атома.

Будем считать, что частота $\omega_3 = ck_3$ фотонов третьего импульса, действующего между уровнями 3 и 4, непрерывно изменяется, тогда как частоты ω_1 и ω_2 фотонов первого и второго импульсов являются фиксированными параметрами, $\delta_1 = \delta_2 = \text{const}$. В условиях точного резонанса ($\delta_1 = \delta_2 = 0$) выражение (11) примет вид

$$\begin{aligned} & \Delta^4 + \Delta^3 \delta_3 - \Delta^2 (1 + \omega_{13}^2 + \omega_{14}^2 + \omega_{23}^2 + \omega_{24}^2 + \omega_{34}^2) + \\ & + \Delta (2\omega_{13}\omega_{34}\omega_{14} \cos \Theta_4 + 2\omega_{23}\omega_{34}\omega_{24} \cos \Theta_3 + \\ & + 2\omega_{14}\omega_{24} \cos \Theta_1 + 2\omega_{23}\omega_{13} \cos \Theta_2 - \\ & - \delta_3(\omega_{13}^2 + \omega_{23}^2 + 1)) - 2\omega_{23}\omega_{34}\omega_{14} \cos(\Theta_2 + \Theta_4) - \\ & - 2\omega_{13}\omega_{24}\omega_{34} \cos(\Theta_1 - \Theta_4) - \\ & - 2\omega_{23}\omega_{14}\omega_{13}\omega_{24} \cos(\Theta_1 - \Theta_2) + \\ & + 2\omega_{23}\omega_{13}\delta_3 \cos \Theta_2 + \omega_{34}^2 + \omega_{23}^2 \omega_{14}^2 + \omega_{13}^2 \omega_{24}^2 = 0. \quad (19) \end{aligned}$$

Закон дисперсии атомных поляритонов представляет собой уравнение четвертой степени. Для построения графиков $\Delta(\delta_3)$ и анализа корней уравнения (19) воспользуемся подходом, описанным выше. Закон дисперсии атомных поляритонов в зависимости от непрерывно изменяющейся расстройки δ_3 фотонов третьего импульса, действующего между уровнями 3 и 4, представлен на рис. 8, 9. Видно, что закон дисперсии $\Delta(\delta_3)$ в этом случае состоит из четырех ниспадающих ветвей.

Рассмотрим поведение ветвей закона дисперсии $\Delta(\delta_3)$ при $\Theta_i = \pi/2$ ($i = 1-4$) и изучим влияние многофотонных переходов. Если положить $\omega_{14} = \omega_{24} = 0$, а $\omega_{13} \geq 0$ и увеличивать ω_{13} , то средние ветви закона дисперсии сближаются в окрестности $\delta_3 = 0$ и одновременно возникают области сужения между средней и верхней ветвями в области $\delta_3 < 0$ и средней и нижней ветвями в области $\delta_3 > 0$ (рис. 8а). Если $\omega_{14} = \omega_{13} = 0$, а $\omega_{24} \geq 0$, (рис. 8б), то с ростом ω_{24} происходит сближение средних ветвей закона дисперсии и симметричное смещение верхней

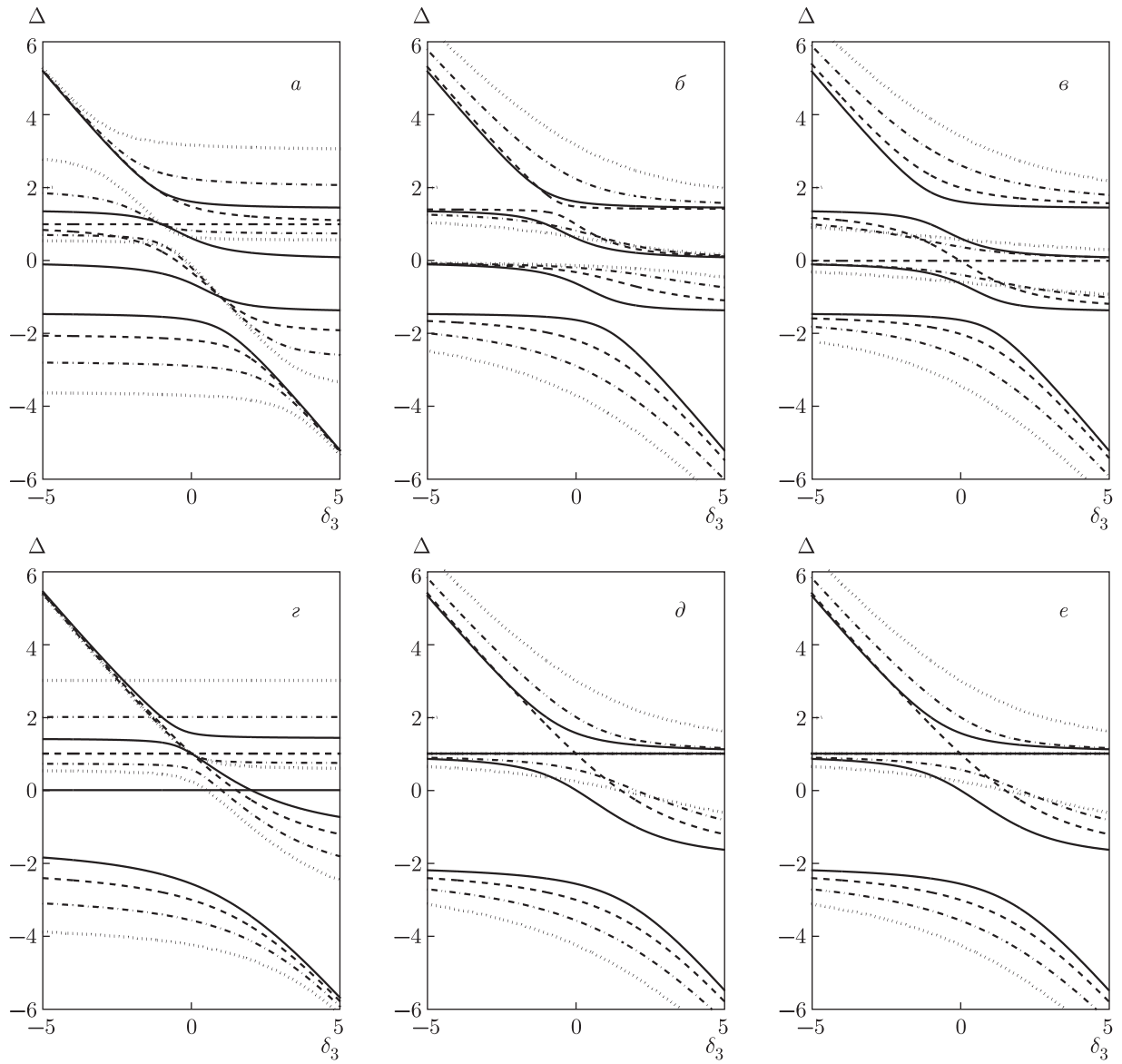


Рис. 8. Законы дисперсии $\Delta(\delta_3)$, когда $\delta_1 = \delta_2 = 0$, разность фаз $\Theta_i = \pi/2$ ($i = 1-4$) и нормированные частоты Раби $\omega_{23} = \omega_{34} = \omega_{12} = 1$ (остальные параметры такие же, как на рис. 4)

и нижней ветвей соответственно в коротковолновую область $\Delta > 0$ и в длинноволновую область $\Delta < 0$.

При $\omega_{13} = \omega_{24} = 0$, а $\omega_{14} \geq 0$ пересечение верхней и средней ветвей и нижней и средней ветвей наблюдается при $\omega_{14} = 1$, при этом средние ветви представляют собой прямые, не зависящие от δ_3 (рис. 8б). Дальнейший рост ω_{14} приводит к восстановлению структуры из четырех непересекающихся нисходящих ветвей с симметричным расталкиванием ветвей и смещением в коротковолновую $\Delta > 0$ и длинноволновую $\Delta < 0$ области (рис. 8в). В случае, если положить $\omega_{24} = \omega_{14} = 1$ и изменять ω_{13} ,

то с ростом ω_{13} происходит сближение средних ветвей закона дисперсии в окрестности $\delta_3 = 0$ и одновременное смещение верхней и средней ветвей соответственно в область $\Delta > 0$ и в область $\Delta < 0$. При $\omega_{13} = 2$ возникает пересечение средних ветвей в точке $\delta_3 = 0$ (рис. 8г).

Рассмотрим теперь поведение ветвей закона дисперсии в случае, когда $\omega_{13} = \omega_{14} = 1$ и $\omega_{24} \geq 0$ (рис. 8д). При $\omega_{24} = 0$ средние ветви закона дисперсии пересекаются в точке $\delta_3 = 0$, причем одна из них представляет собой прямую $\Delta = 0$, увеличение частоты Раби ω_{24} двухфотонного перехода

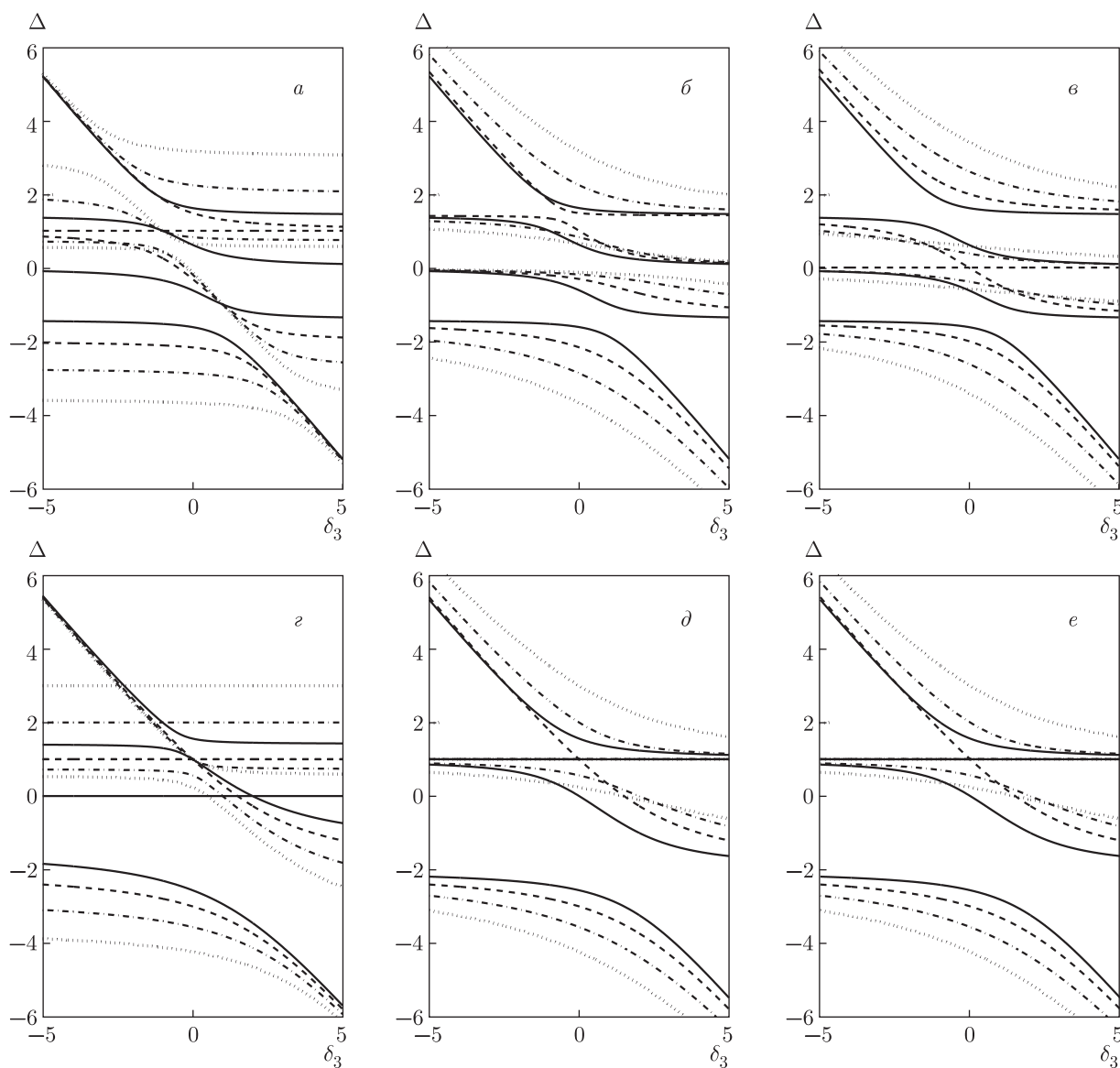


Рис. 9. То же, что на рис. 7, но для разности фаз $\Theta_i = 0$ ($i = 1-4$)

да приводит к симметричному расталкиванию средних ветвей и одновременному смещению верхней и нижней ветвей соответственно в коротковолновую область $\Delta > 0$ и в длинноволновую область $\Delta < 0$ (рис. 8*д*). Если положить $\omega_{13} = \omega_{24} = 1$ и изменять ω_{14} (рис. 8*е*), то поведение ветвей закона дисперсии качественно повторяет рис. 8*д*.

Рассмотрим поведение ветвей закона дисперсии $\Delta(\delta_3)$ и изучим влияние многофотонных переходов в случае, если разности фаз $\Theta_i = 0$ ($i = 1-4$). При $\omega_{14} = \omega_{24} = 0$, а $\omega_{13} \geq 0$ с ростом параметра ω_{13} происходит сильное сближение верхней и средней поляритонных ветвей закона дисперсии в коротковол-

новой области спектра, а затем сильное сближение средних ветвей и одновременное смещение верхней и нижней ветвей друг относительно друга (рис. 9*а*). При $\omega_{13} = 1$ наблюдается изменение формы одной из средних ветвей закона дисперсии — она представляет собой прямую $\Delta = 0$, не зависящую от δ_3 . При $\omega_{14} = \omega_{13} = 0$, а $\omega_{24} \geq 0$ (рис. 9*б*) увеличение ω_{24} приводит к несимметричному сближению средних ветвей и сближению средней и верхней ветвей закона дисперсии. Дальнейшее увеличение ω_{24} ведет к расталкиванию ветвей закона дисперсии и смещению в коротковолновую область $\Delta > 0$ и в длинноволновую область $\Delta < 0$ (рис. 9*б*).

При $\omega_{24} = \omega_{13} = 0$, а $\omega_{14} \geq 0$ (рис. 9б) с ростом параметра ω_{14} наблюдается сближение средних ветвей, при $\omega_{14} = 1$ происходит их схлопывание с возникновением пересечения в точке $\delta_3 = 0$; при этом одна из ветвей представляет собой прямую $\Delta = 0$ и не зависит от δ_3 , тогда как другая монотонно возрастает с ростом δ_3 . Дальнейший рост параметра приводит к восстановлению структуры ветвей закона дисперсии и одновременному симметричному расталкиванию средних ветвей и последующему симметричному смещению всех четырех ветвей закона дисперсии в длинноволновую и коротковолновую области.

Рассмотрим теперь поведение ветвей закона дисперсии в случае, когда $\omega_{24} = \omega_{14} = 1$, и будем изменять значение параметра ω_{13} (рис. 9г). При $\omega_{13} = 0$ можно наблюдать пересечение средних ветвей закона дисперсии, одна из которых представляет собой прямую, не зависящую от δ_3 в области $\delta_3 < 0$, и сильное сближение нижней и средней ветвей в области $\delta_3 = 0$. С ростом ω_{13} происходит смещение пресечения средних ветвей в область меньших расстройек резонанса δ_3 ; при этом верхняя ветвь закона дисперсии изменяет свою форму и пересекается со средней ветвью, представляя собой прямую, не зависящую от δ_3 и образуя пересечение в точке $\delta_3 = 0$ (рис. 9г).

Дальнейшее увеличение приводит к расщеплению ветвей закона дисперсии; при этом средняя ветвь по-прежнему пересекается с верхней ветвью в области $\delta_3 > 0$. Если положить $\omega_{13} = \omega_{14} = 1$ и изменять ω_{24} , то закон дисперсии представляет собой структуру из четырех непересекающихся нисходящих ветвей, одна из средних ветвей представляет собой прямую $\Delta = 0$ и не зависит от δ_3 (рис. 9д). При $\omega_{24} = 1$ возникает сближение средней и верхней ветвей закона дисперсии, ветви преобразуются в прямую, не зависящую от δ_3 , и возникает пересечение средней и верхней ветвей закона дисперсии в точке $\delta_3 = 0$. Дальнейшее увеличение ω_{24} приводит к восстановлению структуры из четырех непересекающихся ветвей закона дисперсии и последующему симметричному смещению всех четырех ветвей в длинноволновую и коротковолновую области (рис. 9д). При $\omega_{13} = \omega_{24} = 1$ и $\omega_{14} \geq 0$ на рис. 9е можно видеть, что поведение ветвей закона дисперсии полностью повторяет случай, представленный на рис. 9д.

Из анализа выражений (18), (19) и представленных на рис. 6–9 результатов можно сделать вывод, что важным параметром, определяющим особенности поведения ветвей закона дисперсии атомных по-

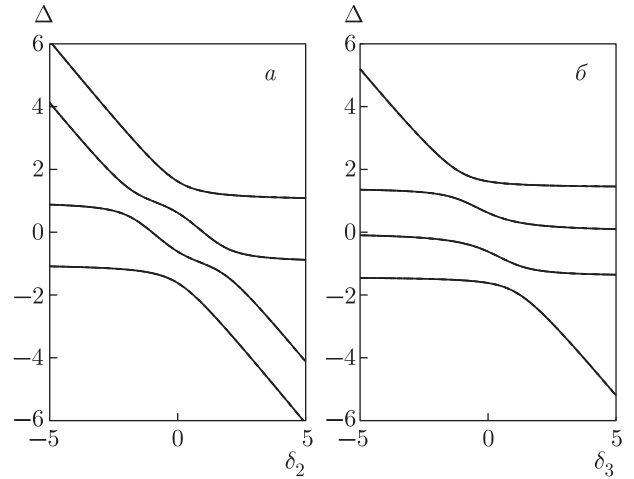


Рис. 10. Законы дисперсии $\Delta(\delta_2)$ при $\delta_1 = \delta_3 = 0$ (а) и $\Delta(\delta_3)$ при $\delta_1 = \delta_2 = 0$ (б) и значениях нормированных частот Раби $\omega_{23} = \omega_{34} = \omega_{12} = 1$ без учета многофотонных переходов ($\omega_{14} = \omega_{24} = \omega_{13} = 0$)

ляритонов являются расстройка резонанса δ_2 второго импульса в области перехода между уровнями 2 и 3 и расстройка резонанса δ_3 третьего импульса в области перехода между уровнями 3 и 4 (рис. 10).

Следует отметить, что если в уравнении (7) положить $\Omega_{13} = 0$, $\Omega_{24} = 0$, $\Omega_{14} = 0$, т. е. пренебречь процессами двухфотонного и трехфотонного возбуждения атома, то закон дисперсии представляется укороченным уравнением четвертой степени для определения собственных частот атомных поляритонов:

$$\begin{aligned}
 &(\omega - \omega_0)(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_{03} - \omega_2)(\omega - \omega_{04} - \omega_3 - \omega_2) - \\
 &\quad - \Omega_{12}^2(\omega - \omega_{03} - \omega_2)(\omega - \omega_{04} - \omega_3 - \omega_2) - \\
 &\quad - \Omega_{23}^2(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_{04} - \omega_3 - \omega_2) - \Omega_{34}^2(\omega - \omega_0)(\omega - \omega_1) + \\
 &\quad + \Omega_{12}^2\Omega_{34}^2 = 0. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Видно, что в нем отсутствуют слагаемые с разностями фаз. Это означает, что процессы трех- и четырехчастичной когерентной интерференции исчезают. Используя анализ (см. Приложение), легко показать, что в этом случае при любых значениях частот Раби однофотонных переходов корни уравнения (20) всегда действительны и различны. Следовательно, пересечение ветвей закона дисперсии не наблюдается. Наличие четырех неперекрывающихся областей свидетельствует о возникновении четырех частот нутации атомных поляритонов при различных значениях частот Раби. Отсюда можно сделать вывод, что при одновременном учете одно-, двух- и трехфотонных оптических переходов возникает существенная перестройка энергетического спектра четырехуровневого атома.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение отметим, что в настоящей работе представлены результаты исследования особенностей поведения закона дисперсии атомных поляритонов для четырехуровневых атомов, взаимодействующих с тремя импульсами когерентного лазерного излучения с частотами фотонов, находящимися в резонансе с оптически-разрешенными однофотонными переходами между соседними уровнями, а также с учетом прямых двухфотонных переходов и прямого трехфотонного перехода в приближении заданных плотностей фотонов трех импульсов. Показано, что в такой системе закон дисперсии представляет собой структуру из четырех ветвей, положение и форма которых определяется частотами Раби указанных шести оптических переходов, расстройками резонанса и плотностями фотонов трех импульсов. Непосредственный учет многофотонных переходов (двух- и трехфотонного) приводит к зависимости закона дисперсии атомных поляритонов от квантовых параметров — разностей фаз между константами взаимодействия, определяющими частоты Раби соответствующих переходов. Найдены значения параметров системы, при которых наблюдается пересечение ветвей закона дисперсии, что свидетельствует о возможности влияния одновременного учета одно-, двух- и трехфотонных переходов на перестройку энергетического спектра в окрестности второго уровня четырехуровневого атома.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выражение (16) описывает кривую четвертой степени вида

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

с действительными коэффициентами и $a \neq 0$. Характер корней выражения (16) определяется знаком его дискриминанта

$$\begin{aligned} \text{Discr} = & 256a^3e^3 - 192a^2bde^2 - 128a^2c^2e^2 + \\ & + 144a^2cd^2e - 27a^2d^4 + 144ab^2ce^2 - 6ab^2d^2e - \\ & - 80abc^2de + 18abcd^2 + 16ac^4e - 4ac^3d^2 - 27b^4e^2 + \\ & + 18b^3cde - 4b^3d^3 - 4b^2c^3e + b^2c^2d^2. \end{aligned}$$

Введем вспомогательные многочлены

$$\begin{aligned} P &= 8ac - 3b^2, \\ R &= b^3 + 8da^2 - 4abc, \end{aligned}$$

$$D_0 = c^2 - 3bd + 12ae,$$

$$D = 64a^3e - 16a^2c^2 + 16ab^2c - 16a^2bd - 3b^4.$$

Возможные следующие разновидности корней.

1. Если $\text{Discr} > 0$, то все четыре корня уравнения действительны, если $P < 0$ и $D < 0$, то все четыре корня действительны и различны.

2. Если $\text{Discr} = 0$, то тогда (и только тогда) многочлен имеет кратный корень:

а) если $P < 0$, $D < 0$ и $D_0 \neq 0$, то существуют действительный двойной корень и два вещественных простых корня;

б) если $D_0 = 0$, $D \neq 0$, то существуют тройной корень и простой корень, все действительные;

в) если $P < 0$, то есть два действительных двойных корня;

г) если $D_0 = 0$, то все четыре корня равны $-b/4a$.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Deng, H. Haug, and Y. Yamamoto, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1489 (2010).
2. I. Carusotto and C. Ciuti, *Rev. Mod. Phys.* **85**, 299 (2013).
3. Y. Kasprzak, M. Richard, S. Kindermann, A. Baas, P. Jeambrun, J.M.J. Keeling, F. M. Marchetti, M. H. Szymanska, R. Andre, J. L. Staehli, V. Savona, P. B. Littlewood, B. Deveaud, and L. S. Dang, *Nature* **443**, 409 (2006).
4. R. Balili, V. Hartwell, D. Snoko, L. Pfeiffer, and K. West, *Science* **316**, 1007 (2007).
5. A. Kogar, M. S. Rak, S. Vig, A. A. Husain, F. Flicker, Y. I. Joe, L. Venema, G. J. MacDougall, T. C. Chiang, E. Fradkin, Y. van Vezel, and P. Abbamonte, *Science* **358**, 1314 (2017).
6. V. Agranovich, H. Benisty, and C. Weisbuch, *Sol. St. Comm.* **102**, 631 (1997).
7. О. А. Дубовский, В. М. Агранович, *ФТТ* **58**, 1371 (2016).
8. М. Л. Тер-Микаелян, *УФН* **167**, 1249 (1997).
9. Э. Г. Канеян, *Научные труды НУАСА III(5)*, 144 (2014).
10. S. N. Sandhya, *J. Phys. B* **40**, 837 (2007).
11. G. Solookinejad, M. Jabbari, M. Nafar, E. Ahmadi Sangachin, and S. H. Asadpour, *Int. J. Theor. Phys.* **58**, 1359 (2019).
12. P. Kumar and Sh. Dasgupta, *Phys. Rev. A* **94**, 023851, (2016).

13. E. O. Nyakang'o, D. Shylla, K. Indumathi, and K. Pandey, *Eur. Phys. J. D* **74**(9), 187 (2020).
14. T. M. Autry, G. Nardin, C. L. Smallwood, K. Silverman, D. Bajoni, A. Lemaître, S. Bouchoule, J. Bloch, and S. Cundif, arXiv:2004.10845v1, 22 April 2020.
15. E. D. Valle, S. Zippilli, F. P. Laussy, A. Gonzalez-Tudela, G. Morigi, and C. Tejedor, *Phys. Rev. B* **81**, 035302 (2010).
16. S. M. Yoshida, S. Endo, J. Levinsen, and M. M. Parish, *Phys. Rev. X* **8**, 011024 (2018).
17. Z. Tan, L. Wang, M. Liu, Y. Zhu, J. Wang, and M. Zhan, arXiv:1901.00127v1, 1 Jan 2019.
18. Е. А. Якшина, Д. Б. Третьяков, В. М. Энтин, И. И. Бегеров, И. И. Рябцев, *КЭ* **48**, 10, 886 (2018).
19. B. K. Dutta and P. Panchadhyayee, *Laser Phys.* **28**, 045201 (2018).
20. F. E. Zimmer, J. Otterbach, R. G. Unanyan, B. W. Shore, and M. Fleischhauer, *Phys. Rev. A* **77**, 063823 (2008).
21. H. M. Kwak, T. Jeong, Y.-S. Lee, and H. S. Moon, *Opt. Comm.* **380**, 168 (2016).
22. S. K. Nath, V. Naik, A. Chakrabarti, and A. Ray, *J. Opt. Soc. Amer. B* **36**, 2610 (2019).
23. J. Tang, Yu. Deng, and C. Lee, *Phys. Rev. Appl.* **12**, 044065 (2019).
24. S. Gasparinetti, J.-C. Besse, M. Pechal, R. D. Buijs, C. Eichler, H. J. Carmichael, and A. Wallraff, *Phys. Rev. A* **100**, 033802 (2019).
25. П. И. Хаджи, *Нелинейные оптические процессы в системе экситонов и биэкситонов в полупроводниках*, Штиинца, Кишинев (1985), с. 209.
26. П. И. Хаджи, Л. Ю. Надькин, Д. А. Марков, *ФТТ* **60**, 660 (2018).
27. П. И. Хаджи, О. В. Коровай, Л. Ю. Надькин, *ЖЭТФ* **155**, 620 (2019).
28. П. И. Хаджи, О. В. Коровай, Л. Ю. Надькин, *Письма в ЖЭТФ* **107**, 623 (2018).
29. Л. Ю. Надькин, О. В. Коровай, Д. А. Марков, *Опт. и спектр.* **3**, 272 (2021).
30. Г. А. Корн, Т. М. Корн *Справочник по математике для научных работников и инженеров*, Наука, Москва, (1978), с. 44.
31. M. D. Yasoub and G. Fraidenaich, *Math. Gazette* **96**(536), 271 (2012).
32. William F. Carpenter, *Math. Magazine* **39**, 28 (1966).
33. С. Арушанян, А. Меликян, С. Саакян, *КЭ* **41**, 483 (2011).