

# ЭЛЕКТРОН-ФОНОННАЯ ПЕРЕНОРМИРОВКА МАССЫ В МЕТАЛЛЕ ЗА ПРЕДЕЛАМИ АДИАБАТИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Э. З. Кучинский\*, Н. А. Кулеева

Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук  
620016, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 8 апреля 2021 г.,  
после переработки 8 апреля 2021 г.  
Принята к публикации 9 апреля 2021 г.

Проанализирована перенормировка массы электрона в металле за счет электрон-фононного взаимодействия и связанная с ней константа взаимодействия  $\lambda$  в моделях как акустических, так и оптических фононов в широком интервале величины характерной частоты фононов  $\omega_0$  как в адиабатическом пределе, когда эта частота существенно меньше энергии Ферми  $\varepsilon_F$ , так и в антиадиабатическом, когда характерная частота существенно больше ширины затравочной электронной зоны. Показано, что в антиадиабатическом пределе  $\lambda$  обратно пропорциональна характерной частоте фононов, и вследствие малости этой константы теорема Мигдала справедлива и в этом пределе. Рассмотрено влияние беспорядка и сильных электронных корреляций на электрон-фононную перенормировку массы и константу  $\lambda$ . В адиабатическом пределе перенормировка массы  $\lambda$  несколько подавляется примесным рассеянием, что связано с уменьшением плотности состояний на уровне Ферми. Электронные корреляции в этом пределе совсем незначительно подавляют электрон-фононную константу  $\lambda$  в коррелированном металле, а в моттовском диэлектрике  $\lambda \approx 0$ . Электрон-фононное взаимодействие затрудняет моттовский переход металл–диэлектрик, что в диэлектрике вблизи моттовского перехода приводит к возможности восстановления квазичастичного пика и резкого роста константы  $\lambda$  с ростом дебаевской частоты. В антиадиабатическом пределе ни беспорядок, ни сильные электронные корреляции практически не влияют на электрон-фононную перенормировку массы и эффективную константу  $\lambda \sim \varepsilon_F/\omega_0$ .

DOI: 10.31857/S0044451021090108

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Стандартная теория электрон-фононного взаимодействия, как и теория сверхпроводимости Элиашберга–Макмиллана [1–3], целиком основана на применимости адиабатического приближения и теореме Мигдала [4], позволяющей пренебречь вершинными поправками при расчетах электрон-фононного взаимодействия в типичных металлах. На самом деле реальным параметром малости теории возмущений в таком пределе является  $\lambda\omega_0/\varepsilon_F \ll 1$ , где  $\lambda$  — безразмерная константа электрон-фононного взаимодействия,  $\omega_0$  — характерная частота фононов,  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми.

В последнее время был открыт ряд сверхпроводников, где адиабатическое приближение не может считаться выполненным, а характерные частоты фононов порядка или даже превышают энергию Ферми электронов. Имеются в виду, главным образом, высокотемпературные сверхпроводники на основе монослоев FeSe, прежде всего системы типа моноатомного слоя FeSe на подложке типа SrTiO<sub>3</sub> (FeSe/STO) [5]. Впервые на это обстоятельство в применении к таким системам обратил внимание Горьков [6, 7] при обсуждении идеи о возможном механизме повышения температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  в системе FeSe/STO за счет взаимодействия с высокоэнергетическими оптическими фононами в SrTiO<sub>3</sub> [5].

В недавних работах Садовского [8–10] электрон-фононная связь за пределами адиабатического приближения была исследована в рамках теории Элиашберга–Макмиллана. В этих работах было проде-

\* E-mail: kuchinsk@iep.uran.ru

монстрировано, что в антиадиабатическом пределе эффективная константа электрон-фононного взаимодействия, определяющая перенормировку массы, имеет вид

$$\lambda = \lambda_0 \frac{D}{\omega_0},$$

где  $\lambda_0$  — стандартная элиашберговская константа электрон-фононного взаимодействия, а  $D$  — полуширина зоны. Таким образом, в антиадиабатическом пределе эффективная константа электрон-фононной связи оказывается малой в силу малости  $D/\omega_0$ . Такой сильный результат был получен непосредственно в рамках теории Элиашберга – Макмиллана, где для упрощения анализа делается усреднение по электронным импульсам, лежащим на поверхности Ферми (в антиадиабатическом случае усреднение по импульсам рассеянного на фононе электрона идет по изоэнергетической поверхности с энергией  $\varepsilon_F + \omega_0$ ). Естественно, в антиадиабатическом пределе, когда частота рассеяния заметно больше энергии Ферми, это является достаточно грубым приближением. Кроме того, в работах Садовского [8–10] рассматривалась лишь эйнштейновская модель оптических фононов.

В данной работе мы последовательно рассмотрим эффективную константу электрон-фононного взаимодействия, определяющую перенормировку массы в пределе слабой связи, не используя приближение Элиашберга – Макмиллана, и покажем, что и для оптических, и для акустических фононов в антиадиабатическом пределе  $\lambda \sim \lambda_0 D/\omega_0$ . Также мы исследуем влияние примесного рассеяния и сильных электронных корреляций (в рамках DMFT+ $\Sigma$ -подхода) на электрон-фононную перенормировку массы и продемонстрируем, что в антиадиабатическом пределе такое влияние несущественно и поведение  $\lambda \sim \lambda_0 D/\omega_0$  сохраняется.

Далее мы будем рассматривать область достаточно слабой силы связи  $\lambda_0 < 1$ , где можно пренебречь возможными поляронными эффектами [11, 12].

Необходимо подчеркнуть, что в данной работе мы будем рассматривать лишь эффективную константу электрон-фононного взаимодействия, связанную с перенормировкой массы, которая в адиабатическом пределе определяет и температуру сверхпроводящего перехода  $T_c$ . В антиадиабатическом пределе это не так и критическая температура  $T_c$  определяется скорее константой  $\lambda_0$  [8–10].

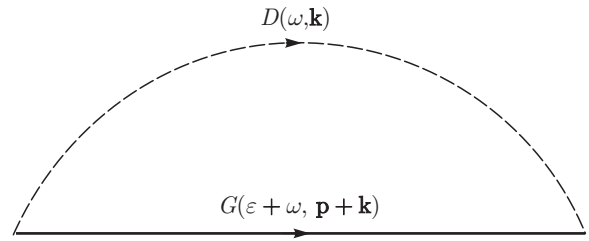


Рис. 1. Диаграмма первого порядка для собственно-энергетической части

## 2. КОНСТАНТА ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ. ПРИБЛИЖЕНИЕ СЛАБОЙ СВЯЗИ

Предполагая слабость электрон-фононной связи, ограничимся простейшим вкладом первого порядка для  $\Sigma_{ph}(\varepsilon, \mathbf{p})$ , показанным диаграммой на рис. 1. В адиабатическом пределе рассмотрение такого вклада связано с действием теоремы Мигдала и с возможностью пренебречь вершинными поправками к такой диаграмме. В антиадиабатическом пределе, как будет продемонстрировано ниже, эффективная константа электрон-фононного взаимодействия  $\lambda$  оказывается существенно меньше затравочной константы электрон-фононного взаимодействия  $\lambda_0$ , что и оправдывает использование приближения слабой связи. В таком приближении имеем

$$\Sigma_{ph}(\varepsilon, \mathbf{p}) = ig^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \sum_{\mathbf{k}} D(\omega, \mathbf{k}) G(\varepsilon + \omega, \mathbf{p} + \mathbf{k}), \quad (1)$$

где  $g$  — обычная константа электрон-фононного взаимодействия,

$$G(\varepsilon, \mathbf{p}) = [\varepsilon + \mu - \xi(\mathbf{p}) - \Sigma_{imp}(\varepsilon) - \Sigma_{ph}(\varepsilon, \mathbf{p})]^{-1}, \quad (2)$$

$G(\varepsilon, \mathbf{p})$  — одночастичная функция Грина, одетая рассеянием на фононах и беспорядке,  $\xi(\mathbf{p})$  — «затравочная» электронная дисперсия,  $\mu$  — химический потенциал, определяемый заполнением зоны,  $\Sigma_{imp}(\varepsilon)$  — собственно-энергетическая часть (СЭЧ), связанная с рассеянием на примесях, для которой будем использовать простейшее самосогласованное борновское приближение:

$$\Sigma_{imp}(\varepsilon) = \Delta^2 \sum_{\mathbf{p}} G(\varepsilon, \mathbf{p}), \quad (3)$$

где  $G(\varepsilon, \mathbf{p})$  — одноэлектронная функция Грина (2), а  $\Delta$  — амплитуда случайного гауссовского поля (ширина распределения Гаусса случайных энергетических уровней на узлах решетки), которая служит мерой силы беспорядка.

Далее мы будем рассматривать модель «затравочной» зоны с полуэллиптической плотностью состояний (на элементарную ячейку и один спин):

$$N_0(\xi) = \frac{2}{\pi D^2} \sqrt{D^2 - \xi^2}, \quad (4)$$

которая является неплохим приближением в трехмерном случае. Здесь  $D$  определяет полуширину зоны проводимости.

Фононный пропагатор имеет вид

$$D(\omega, \mathbf{k}) = \frac{2\omega_0(\mathbf{k})}{\omega^2 - \omega_0^2(\mathbf{k}) + i\delta}, \quad (5)$$

где  $\omega_0(\mathbf{k})$  — фононная дисперсия, которая в стандартной модели Дебая или Эйнштейна имеет вид

$$\omega_0(\mathbf{k}) = \begin{cases} u|\mathbf{k}|, & |\mathbf{k}| < \omega_D/u, \\ \omega_0, & |\mathbf{k}| < k_0. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $u$  — скорость звука,  $\omega_D, \omega_0$  — частоты Дебая и Эйнштейна, обрезание  $k_0$  порядка импульса Ферми  $p_F$  (в дальнейшем во всех расчетах мы брали  $k_0 = p_F$ ).

Фактически  $\Sigma_{ph}(\varepsilon, \mathbf{p})$ , определенная выражением (1), имеет слабую импульсную зависимость, которой мы можем пренебречь и учитывать только существенную частотную зависимость. Прямые вычисления (см., например, [13, 14]) в случае дебаевского спектра (6) позволяют переписать выражение (1) в виде

$$\begin{aligned} \Sigma_{ph}(\varepsilon) &= \frac{-ig^2\omega_D}{\omega_c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{\omega}{\omega_D} \ln \left| \frac{\omega/\omega_D + 1}{\omega/\omega_D - 1} \right| + i\pi \frac{\omega^2}{\omega_D^2} \theta(\omega_D^2 - \omega^2) \right\} \times \\ &\times I(\varepsilon + \omega). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $I(\varepsilon) = \sum_{\mathbf{p}} G(\varepsilon, \mathbf{p})$  — локальная функция Грина,

$$I(\varepsilon) = \int_{-D}^{+D} d\xi \frac{N_0(\xi)}{E_\varepsilon - \xi}, \quad (8)$$

где  $E_\varepsilon = \varepsilon + \mu - \Sigma_{imp}(\varepsilon) - \Sigma_{ph}(\varepsilon)$  и  $\omega_c = p_F u$  — характерная частота порядка  $\omega_D$ . Далее везде мы будем полагать  $\omega_c = \omega_D$ . В случае полуэллиптической «затравочной» плотности состояний  $N_0(\varepsilon)$  (4) с полушириной зоны  $D$  мы получаем

$$I(\varepsilon) = \frac{2}{D^2} \left( E_\varepsilon - \sqrt{E_\varepsilon^2 - D^2} \right). \quad (9)$$

Удобно ввести затравочную безразмерную константу электрон-фононного взаимодействия:

$$\lambda_0 = \frac{g^2 N_0(\varepsilon_F)}{\omega_D}, \quad (10)$$

которая в отсутствие примесного рассеяния в глубоко адиабатическом пределе ( $\omega_D \ll D$ ) совпадает с эффективной  $\lambda$ , ответственной за перенормировку масс.

В российской литературе [15, 16] достаточно часто в качестве фононного пропагатора используют

$$D(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\omega_0^2(\mathbf{k})}{\omega^2 - \omega_0^2(\mathbf{k}) + i\delta}. \quad (11)$$

В этом случае [13]

$$\begin{aligned} \Sigma_{ph}(\varepsilon) &= \frac{-ig^2}{4\omega_D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \times \\ &\times \left\{ \omega_D^2 + \omega^2 \ln \left| \frac{\omega_D^2 - \omega^2}{\omega^2} \right| + i\pi \omega^2 \theta(\omega_D^2 - \omega^2) \right\} \times \\ &\times I(\varepsilon + \omega). \end{aligned} \quad (12)$$

Естественно переопределение фононного пропагатора ведет к переопределению константы  $g$  и затравочной безразмерной константы электрон-фононного взаимодействия:

$$\lambda_0 = g^2 N_0(\varepsilon_F)/4. \quad (13)$$

В случае эйнштейновского спектра фононов [14]:

$$\begin{aligned} \Sigma_{ph}(\varepsilon) &= \frac{ig^2\omega_0}{16\pi} \left\{ -i\pi(I(\varepsilon + \omega_0) + I(\varepsilon - \omega_0)) + \right. \\ &+ \int_0^\infty d\omega [I(\varepsilon + \omega_0 + \omega) + I(\varepsilon - \omega_0 - \omega) - \\ &\left. - I(\varepsilon + \omega_0 - \omega) - I(\varepsilon - \omega_0 + \omega)] / \omega \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

В такой модели фононного спектра (и в предположении  $k_0 = p_F$ ) затравочная безразмерная константа электрон-фононного взаимодействия также определяется выражением (13) [14].

Для упрощения нашего анализа мы не проводим полностью самосогласованные расчеты, пренебрегая перенормировкой фононов вследствие электрон-фононного взаимодействия, поскольку предполагаем, что фононный спектр (6) фиксируется экспериментом.

Далее нас в основном будет интересовать антиадиабатический предел, который на практике возмо-

жен лишь для достаточно узкозонных систем. В таких системах обычно весьма существенны электронные корреляции, которые могут быть неплохо описаны в рамках теории динамического среднего поля (DMFT) [17–19] для модели Хаббарда, но возникает вопрос о взаимовлиянии этих корреляций и электрон-фононного взаимодействия. Для описания такого взаимовлияния воспользуемся, следуя [13], DMFT+ $\Sigma$ -подходом [20–22]. В этом подходе одноэлектронная функция Грина имеет вид<sup>1)</sup>

$$G(\varepsilon, \mathbf{p}) = 1 / [\varepsilon + \mu - \xi(\mathbf{p}) - \Sigma(\varepsilon) - \Sigma_{ph}(\varepsilon)], \quad (15)$$

где  $\Sigma(\varepsilon)$  — локальная DMFT СЭЧ. Такой подход позволяет сохранить систему самосогласованных уравнений стандартной DMFT, только на каждой DMFT-итерации мы пересчитываем соответствующую электрон-фононную СЭЧ  $\Sigma_{ph}(\varepsilon)$ , которая в приближении слабой связи по-прежнему в зависимости от модели фононов определяется выражениями (7), (12) или (14) с  $I(\varepsilon)$ , совпадающей с локальной функцией Грина эффективной однопримесной задачи:

$$G_{ii}(\varepsilon) = I(\varepsilon) = \int_{-D}^{+D} d\xi \frac{N_0(\xi)}{\varepsilon + \mu - \xi - \Sigma(\varepsilon) - \Sigma_{ph}(\varepsilon)}. \quad (16)$$

Эффективную константу электрон-фононного взаимодействия будем определять через перенормировку массы квазичастиц:

$$\frac{m^*}{m} = 1 + \lambda = 1 - \left. \frac{d \operatorname{Re} \Sigma_{ph}(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}. \quad (17)$$

Тогда

$$\lambda = - \left. \frac{d \operatorname{Re} \Sigma_{ph}(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}. \quad (18)$$

Естественно, в адиабатическом пределе, когда характерная фононная частота много меньше энергии Ферми, эффективная константа электрон-фононного взаимодействия практически совпадает с затравочной константой  $\lambda_0$ . В антиадиабатическом пределе это не так и эффективная константа  $\lambda \sim \lambda_0 D / \omega_D$ , как следует из подхода на основе теории Элиашберга–Макмиллана [1–3] и как будет продемонстрировано в дальнейшем в нашем подходе.

<sup>1)</sup> Далее при учете электронных корреляций мы будем пренебрегать примесным рассеянием.

### 3. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Поскольку нашей задачей является выяснение качественной зависимости константы  $\lambda$  от характерной частоты фононов, дальше мы везде рассматриваем случай с половинным заполнением электронной зоны, т. е.  $\mu = U/2$  или  $\mu = 0$ , в отсутствие хаббардовского взаимодействия  $U$ . На рис. 2 приведены плотности состояний для различных значений дебаевской частоты (при выборе фононного пропагатора в виде (5)). В адиабатическом пределе  $\omega_D/2D \ll 1$  мы видим стандартное изменение плотности состояний в окрестности  $\pm\omega_D$  вокруг уровня Ферми. В антиадиабатическом пределе, когда дебаевская частота больше ширины зоны, наблюдаются пики в плотности состояний в окрестности дебаевской частоты, располагающиеся в этом пределе уже за краями затравочной зоны (см. вставку на рис. 2). С ростом дебаевской частоты интенсивность этих пиков заметно уменьшается. Качественно абсолютно такая же картина эволюции плотности состояний с ростом характерной частоты фононов наблюдается и при другом выборе фононного пропагатора (11) в дебаевской модели и для эйнштейновской модели оптических фононов.

Зависимости эффективной константы электрон-фононного взаимодействия от характерной частоты фононов, полученные из перенормировки массы (17), приведены на рис. 3. Видим, что во всех моделях в адиабатическом пределе эффективная константа  $\lambda$  линейно уменьшается с ростом характерной частоты фононов достаточно слабо (см. вставки на рис. 3). В антиадиабатическом пределе

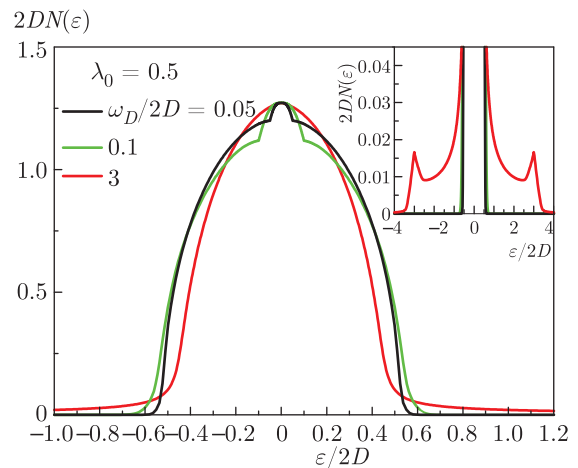


Рис. 2. Плотность состояний для различных значений дебаевской частоты. На вставке пики плотности состояний на дебаевской частоте в антиадиабатическом пределе

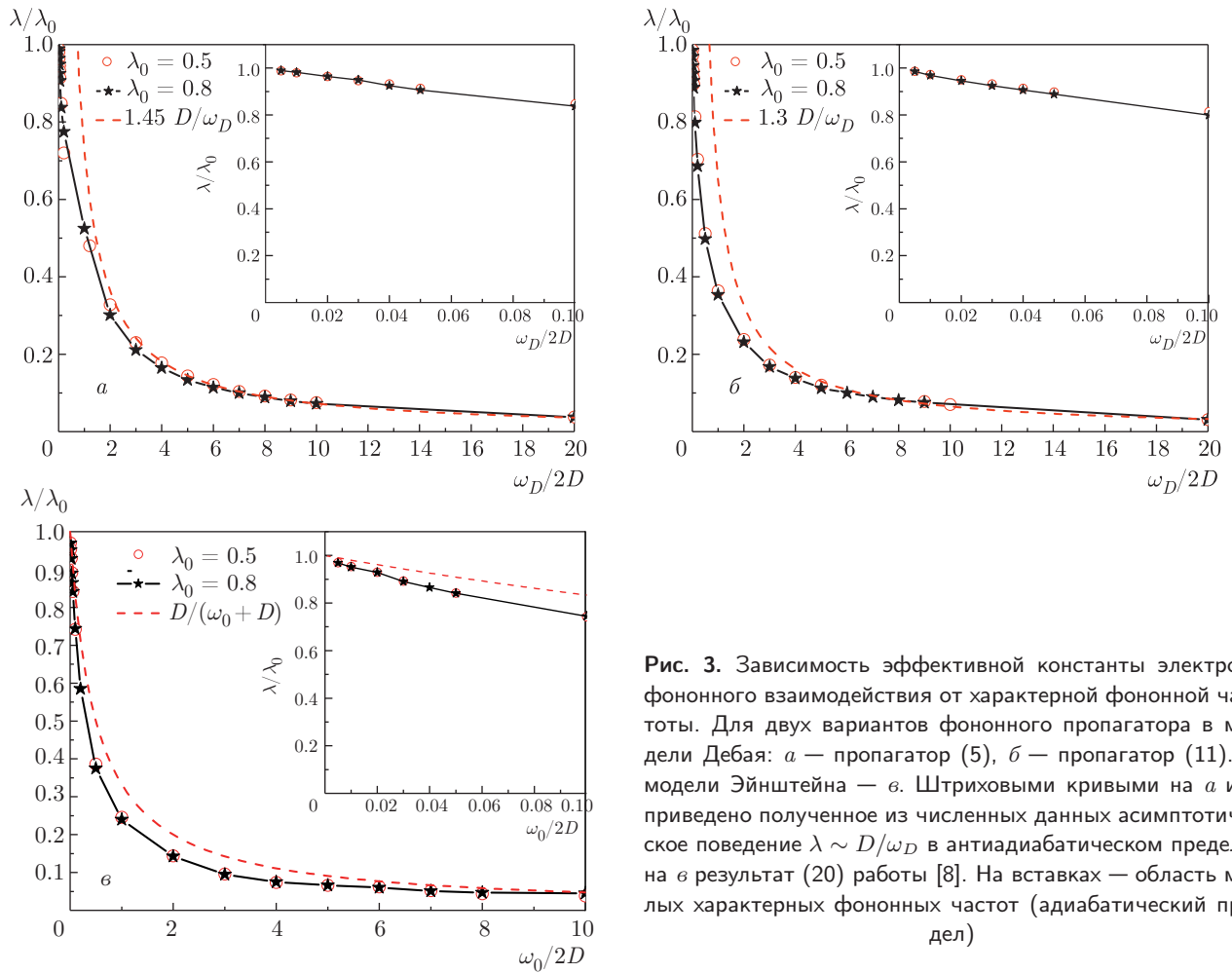


Рис. 3. Зависимость эффективной константы электрон-фононного взаимодействия от характерной фоновой частоты. Для двух вариантов фононного пропагатора в модели Дебая: *а* — пропагатор (5), *б* — пропагатор (11). В модели Эйнштейна — *в*. Штриховыми кривыми на *а* и *б* приведено полученное из численных данных асимптотическое поведение  $\lambda \sim D/\omega_D$  в антиадиабатическом пределе, на *в* результат (20) работы [8]. На вставках — область малых характерных фоновых частот (адиабатический предел)

эффективная константа электрон-фононного взаимодействия обратно пропорциональна характерной частоте фононов:

$$\lambda \sim \frac{D}{\omega_D}, \quad \lambda \sim \frac{D}{\omega_0}. \quad (19)$$

В полном соответствии с предсказаниями работ [8–10], где эта константа анализировалась в подходе Элиашберга. Такое асимптотическое поведение  $\lambda$ , полученное непосредственно из численных данных для модели Дебая в антиадиабатическом пределе, приведено штриховыми кривыми на рис. 3*а,б*. В работе [8] в рамках теории Элиашберга–Макмиллана для эйнштейновской модели оптических фононов было получено общее интерполяционное выражение для эффективной константы электрон-фононного взаимодействия:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{D}{\omega_0 + D}, \quad (20)$$

описывающее и адиабатический и антиадиабатический пределы. Константа  $\lambda$ , определяемая (20), приведена штриховой кривой на рис. 3*в*. Видим, что

(20) хорошо описывает адиабатический и антиадиабатический пределы, а в промежуточной области несколько превышает значение  $\lambda$ . Существенное уменьшение эффективной константы в антиадиабатическом пределе, где формально перестает работать теорема Мигдала и казалось бы нельзя пренебрегать вершинными поправками, позволяет использовать применяемое нами приближение первого порядка для СЭЧ.

Перейдем к анализу влияния беспорядка на плотность состояний и эффективную константу электрон-фононного взаимодействия. На рис. 4 приведена эволюция плотности состояний с ростом беспорядка. В адиабатическом пределе (рис. 4*а*) особенность в плотности состояний, связанная с электрон-фононным взаимодействием, лежит в энергетической полосе  $\pm\omega_D$  вокруг уровня Ферми, и с ростом беспорядка ширина этой энергетической области практически не меняется. Беспорядок приводит к уширению затравочной зоны с падением плотности состояний на уровне Ферми, что вызывает

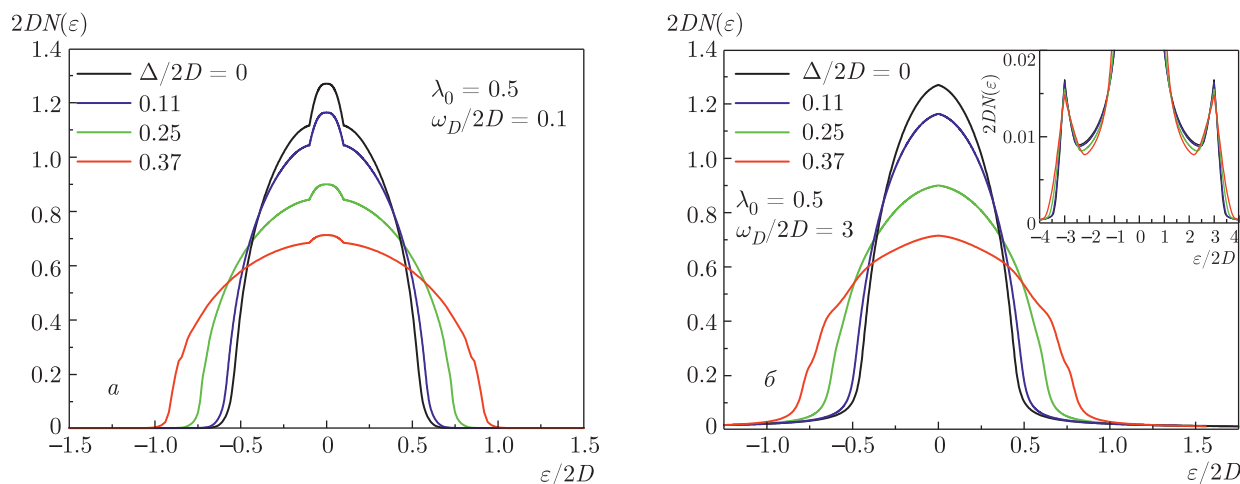


Рис. 4. Эволюция плотности состояний с ростом беспорядка в адиабатическом (а) и антиадиабатическом (б) пределах

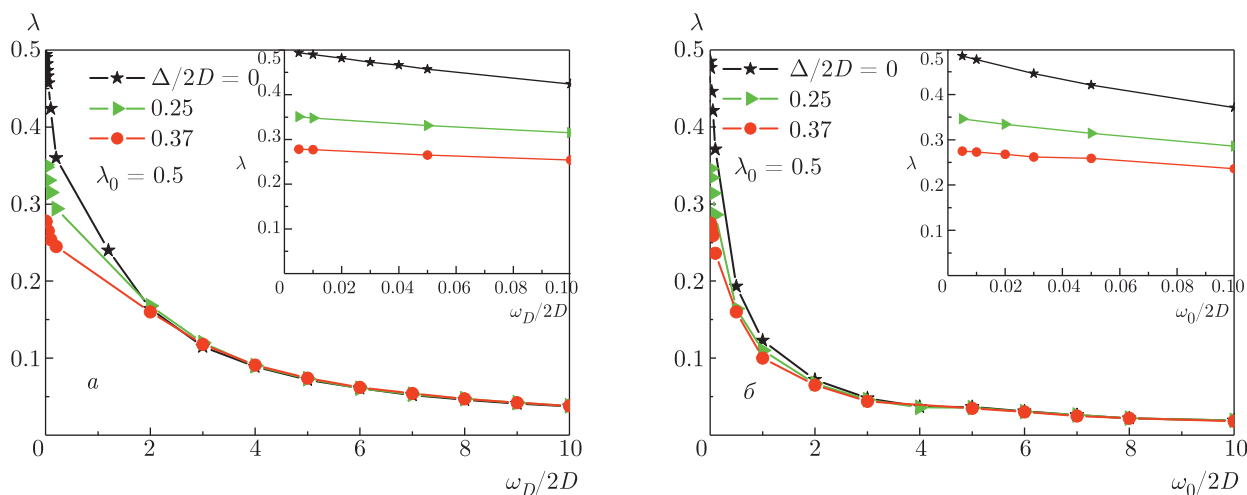


Рис. 5. Зависимость эффективной константы  $\lambda$  от характерной частоты фононов для различных степеней беспорядка в модели Дебая (а) и в модели Эйнштейна (б). На вставках область малых характерных фононных частот (адиабатический предел)

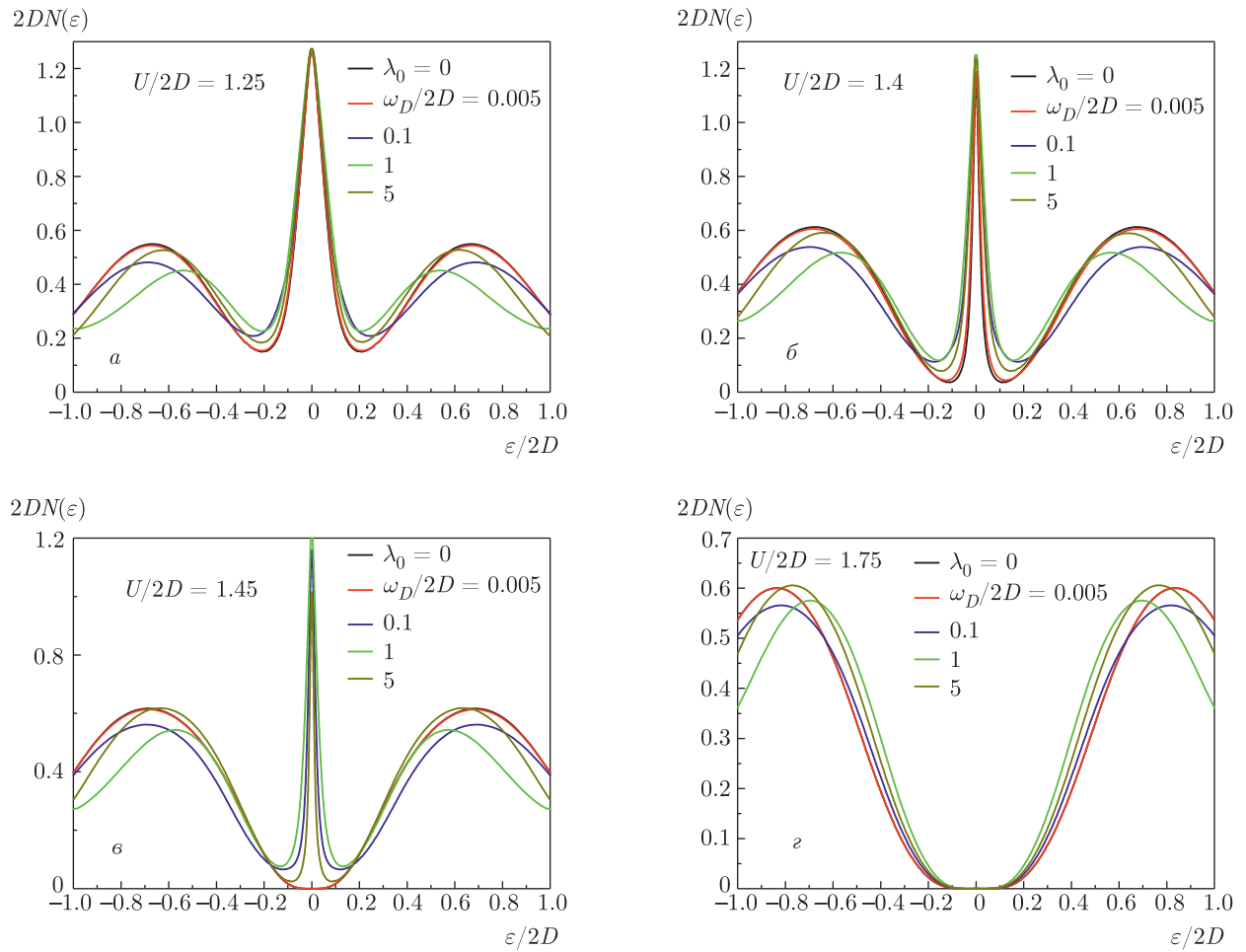
уменьшение константы  $\lambda$  с ростом беспорядка (см. рис. 5). В антиадиабатическом пределе пики в плотности состояний, связанные с электрон-фононным взаимодействием, располагаются за пределами затравочной зоны на энергии  $\pm\omega_D$  от уровня Ферми (см. вставку рис. 4б) и практически не изменяются с ростом беспорядка (ни их положение, ни их интенсивность). Это приводит к тому, что беспорядок никак не влияет на величину константы электрон-фононного взаимодействия в антиадиабатическом пределе. В эйнштейновской модели оптических фононов качественно эволюция плотности состояний с ростом беспорядка является аналогичной.

На рис. 5 приведена эволюция зависимости эффективной константы  $\lambda$  от характерной частоты

фононов с ростом беспорядка. Видим, что в обеих моделях фононов в адиабатическом пределе константа  $\lambda$  несколько уменьшается с ростом беспорядка, что связано с уменьшением плотности состояний на уровне Ферми. В антиадиабатическом пределе  $\lambda \sim D/\omega_D$ ;  $D/\omega_0$  и фактически никак не зависит от беспорядка, что связано, как уже отмечалось выше, с отсутствием влияния беспорядка на пики плотности состояний на энергии  $\pm\omega_D$ , связанные с электрон-фононным рассеянием.

Наконец перейдем к изучению влияния сильных электронных корреляций на электрон-фононную перенормировку массы электрона. В рамках DMFT+ $\Sigma$  подхода, когда полная СЭЧ есть прямая сумма электронной СЭЧ  $\Sigma(\varepsilon)$  и электрон-фононной





**Рис. 6.** Плотность состояний при различных значениях дебаевской частоты ( $\lambda_0 = 0.5$ ) и в отсутствие электрон-фононного взаимодействия ( $\lambda_0 = 0$ ) для разной силы электронных корреляций: (а) — металлическая фаза, (б) — вблизи перехода Мотта (металл), (в) — вблизи перехода Мотта (диэлектрик), (г) — диэлектрическая фаза

$\Sigma_{ph}(\varepsilon)$ , полная перенормировка массы  $m^*/m = 1 + \lambda$ , где  $\lambda = \lambda_{ee} + \lambda_{ph}$  — есть также прямая сумма безразмерных констант межэлектронного

$$\lambda_{ee} = - \left. \frac{d \operatorname{Re} \Sigma(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

и электрон-фононного

$$\lambda_{ph} = - \left. \frac{d \operatorname{Re} \Sigma_{ph}(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$$

взаимодействий. Причем в условиях сильных электронных корреляций обычно  $\lambda_{ee} \gg \lambda_{ph}$ , но поскольку энергетические масштабы перенормировки электронного спектра за счет межэлектронного и электрон-фононного взаимодействий существенно различны, всегда есть возможность разделить эти

вклады. В данной работе мы будем изучать именно электрон-фононный вклад в перенормировку массы.

На рис. 6 приведена эволюция плотности состояний с увеличением дебаевской частоты от адиабатического до антиадиабатического предела при  $\lambda_0 = 0.5$  для различной силы хаббардовского взаимодействия  $U$ . В металлической фазе (рис. 6а,б) электрон-фононное взаимодействие приводит к переносу части спектрального веса из верхней и нижней хаббардовских зон на квазичастичный пик на уровне Ферми и этот пик уширяется с увеличением  $\omega_D$  вплоть до  $\omega_D/2D \sim 1$ , однако с дальнейшим увеличением  $\omega_D$  в антиадиабатическом пределе квазичастичный пик опять начинает сужаться. Это связано с уменьшением эффективной константы электрон-фононного взаимодействия  $\lambda$  с ростом час-

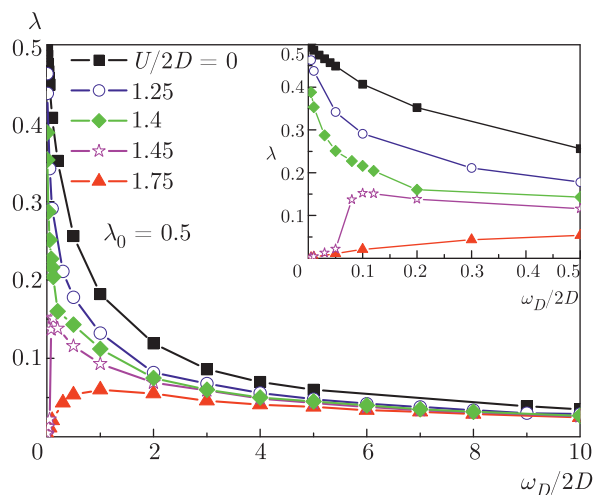


Рис. 7. Зависимость эффективной константы  $\lambda$  от дебаевской частоты для разной силы хаббардовского взаимодействия. На вставке область малых частот Дебая (адиабатический предел)

тоты Дебая в антиадиабатическом пределе. Уширение квазичастичного пика электрон-фононным взаимодействием свидетельствует, что это взаимодействие затрудняет моттовский переход металл-диэлектрик [13]. Соответственно в диэлектрической фазе вблизи моттовского перехода (рис. 6в) рост  $\omega_D$  приводит к восстановлению квазичастичного пика и переходу диэлектрик-металл, однако дальнейший рост дебаевской частоты в антиадиабатическом пределе приводит к сужению этого пика и его исчезновению (переходу металл-диэлектрик) при дальнейшем росте  $\omega_D$ . Достаточно глубоко в фазе моттовского диэлектрика (рис. 6г) силы электрон-фононного взаимодействия оказывается недостаточно для закрытия моттовской щели, но наибольшее влияние электрон-фононного взаимодействия на плотность состояний в области верхней и нижней хаббардовских зон по-прежнему наблюдается при  $\omega_D/2D \sim 1$ , а дальнейшее увеличение  $\omega_D$  уменьшает  $\lambda$  и ослабляет это влияние.

На рис. 7 приведена зависимость эффективной константы электрон-фононного взаимодействия  $\lambda$  от дебаевской частоты для разной силы электронных корреляций. В сильном адиабатическом пределе ( $\omega_D \ll D$ ) эффективная константа  $\lambda$  в металлической фазе мало отличается от затравочной  $\lambda_0$  при  $U = 0$ , в диэлектрической фазе на уровне Ферми открывается моттовская щель и пока дебаевская частота меньше этой щели  $\lambda \approx 0$ , электрон-фононная перенормировка массы отсутствует. Однако в диэлектрике вблизи моттовского перехода (см. рис. 6в

и случай  $U/2D = 1.45$  на рис. 7) само электрон-фононное взаимодействие может (когда  $\omega_D$  превышает ширину моттовской щели) приводить к закрытию моттовской щели и восстановлению квазичастичного пика на уровне Ферми. Это приводит к быстрому росту константы  $\lambda$  с ростом  $\omega_D$  в адиабатическом пределе, однако с дальнейшим ростом частоты Дебая в антиадиабатическом пределе константа  $\lambda$  начинает уменьшаться. В антиадиабатическом пределе  $\lambda$  практически не зависит от силы электронных корреляций и даже глубоко в моттовском диэлектрике поведение эффективной константы  $\lambda \approx \lambda_0 D/\omega_D$ , полученное в работе Садовского [8], сохраняется.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В пределе слабой связи мы проанализировали эффективную константу электрон-фононного взаимодействия  $\lambda$ , связанную с перенормировкой массы, в моделях акустических и оптических фононов в широком интервале величины характерной частоты фононов как в адиабатическом пределе, так и в антиадиабатическом, когда характерная фононная частота много больше ширины затравочной электронной зоны  $2D$ . Во всех рассмотренных моделях фононного спектра в антиадиабатическом пределе эффективная константа  $\lambda$  обратно пропорциональна характерной частоте фононов.

Мы изучили влияние беспорядка на эффективную константу электрон-фононного взаимодействия. В адиабатическом пределе  $\lambda$  несколько подавляется беспорядком, что связано с уменьшением плотности состояний на уровне Ферми вследствие размытия затравочной плотности состояний беспорядком. В антиадиабатическом пределе беспорядок не оказывает никакого влияния на константу электрон-фононного взаимодействия, несмотря на то что плотность состояний на уровне Ферми также заметно уменьшается с ростом беспорядка.

В рамках DMFT+ $\Sigma$ -подхода мы также исследовали взаимовлияние сильных электронных корреляций и электрон-фононного взаимодействия и изучили влияние электронных корреляций на электрон-фононную перенормировку массы. В сильном адиабатическом пределе эффективная константа электрон-фононного взаимодействия  $\lambda \approx \lambda_0$  в металлической фазе и  $\lambda \approx 0$  в моттовском диэлектрике. Однако электрон-фононное взаимодействие затрудняет моттовский переход металл-диэлектрик, приводя к возможности вос-



становления квазичастичного пика с ростом  $\lambda_0$  или дебаевской частоты. Поэтому в диэлектрике вблизи моттовского перехода рост дебаевской частоты (при  $\omega_D$  порядка ширины щели) приводит к резкому росту константы  $\lambda$ . В антиадиабатическом пределе электронные корреляции практически не влияют на эффективную константу  $\lambda$  и электрон-фононную перенормировку массы. Таким образом, в антиадиабатическом пределе поведение  $\lambda \sim D/\omega_D$ ;  $D/\omega_0$  сохраняется и в присутствии сильных электронных корреляций и примесного рассеяния.

**Благодарности.** Авторы благодарны М. В. Садовскому за полезное обсуждение результатов работы.

**Финансирование.** Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 20-02-00011).

## ЛИТЕРАТУРА

1. D. J. Scalapino, in *Superconductivity*, ed. by R. D. Parks, Marcel Dekker, New York (1969), p. 449.
2. С. В. Вонсовский, Ю. А. Изюмов, Э. З. Курмаев, *Сверхпроводимость переходных металлов их сплавов и соединений*, Наука, Москва (1977).
3. P. B. Allen and B. Mitrović, *Solid State Physics*, Vol. 37, ed. by F. Seitz, D. Turnbull, and H. Ehrenreich, Academic Press, New York (1982), p. 1.
4. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ **34**, 1438 (1958).
5. М. В. Садовский, УФН **186**, 1035 (2016); arXiv:1605.04426.
6. L. P. Gor'kov, Phys. Rev. B **93**, 054517 (2016).
7. L. P. Gor'kov, Phys. Rev. B **93**, 060507 (2016).
8. М. В. Садовский, ЖЭТФ **155**, 527 (2019); arXiv:1809.02531.
9. М. В. Садовский, Письма ЖЭТФ **109**, 165 (2019); arXiv:1811.10184.
10. M. V. Sadovskii, J. Supercond. Novel Magn. **33**, 19 (2020); arXiv:1908.00718.
11. А. С. Александров, А. Б. Кребс, УФН **162**, 1 (1992).
12. I. Esterlis, B. Nosarzewski, E. W. Huang, D. Moritz, T. P. Devereux, D. J. Scalapino, and S. A. Kivelson, Phys. Rev. B **97**, 140501(R) (2018).
13. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, Phys. Rev. B **80**, 115124 (2009); arXiv:0906.3865.
14. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, J. Phys. Chem. Sol. **72**, 366 (2011); arXiv:1006.0294.
15. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1963).
16. М. В. Садовский, *Диаграмматика*, ИКИ, Москва – Ижевск (2010).
17. Th. Pruschke, M. Jarrell, and J. K. Freericks, Adv. Phys. **44**, 187 (1995).
18. A. Georges, G. Kotliar, W. Krauth, and M. J. Rozenberg, Rev. Mod. Phys. **68**, 13 (1996).
19. D. Vollhardt, in *Lectures on the Physics of Strongly Correlated Systems XIV*, ed. by A. Avella and F. Mancini, AIP Conference Proceedings, Vol. 1297 (AIP, Melville, New York, 2010), p. 339; arXiv:1004.5069.
20. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, Письма в ЖЭТФ **82**, 217 (2005) [JETP Letters **82**, 198 (2005)]; arXiv:cond-mat/0506215.
21. M. V. Sadovskii, I. A. Nekrasov, E. Z. Kuchinskii, Th. Prushke, and V. I. Anisimov. Phys. Rev. B **72**, 155105 (2005); arXiv:cond-mat/0508585.
22. Э. З. Кучинский, И. А. Некрасов, М. В. Садовский, УФН **182**, 345 (2012) [Physics Uspekhi **53**, 325 (2012)]; arXiv:1109.2305.