ЖЭТФ, 2021, том 160, вып. 5 (11), стр. 631–642

УСТОЙЧИВАЯ ГЕНЕРАЦИЯ БОКОВОЙ ПОЛОСЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ОПТОМЕХАНИЧЕСКОЙ ФОТОН-МОЛЕКУЛЯРНОЙ СИСТЕМЕ С НАКАЧКОЙ ФОНОНАМИ

*Хуа-Цзюнь Чен**, *Юн-Лэй Чен*, *Пхэн-Цзие Чжу*, *Бао-Чхэн Хоу*

School of Mechanics and Photoelectric Physics,
Anhui University of Science and Technology
Huainan Anhui 232001, China

Поступила в редакцию 30 апреля 2021 г.,
после переработки 30 апреля 2021 г.
Принята к публикации 28 мая 2021 г.

(Перевод с английского)

ROBUST SECOND-ORDER SIDEBAND GENERATION IN A PHOTONIC-MOLECULE OPTOMECHANICS WITH PHONON PUMP

Hua-Jun Chen, Yong-Lei Chen, Peng-Jie Zhu, Bao-Cheng Hou

Теоретически изучена генерация боковой полосы второго порядка (ГБПВП) при помощи фононной накачки оптомеханической фотон-молекулярной системы при резонансных условиях и вдали от резонанса. Обнаружено, что частотная зависимость эффективности генерации имеет четыре боковых пика в резонансе при изменении разных параметров, включая константу связи резонаторов J, отношение δ, характеризующее два резонатора, амплитуду f и фазу ϕ_m фононной накачки. Эффективность ГБПВП может быть существенно увеличена при одновременном использовании связи резонаторов и накачки фононами. Более того, ГБПВП наблюдается и в состояниях вдали от резонанса, в которых происходит расщепление мод в зависимости от значения разных параметров. В нашей работе найден перспективный способ создания управляемой оптической нелинейности.

DOI: 10.31857/S0044451021110031

1. ВВЕДЕНИЕ

В течение последних лет оптомеханические системы (ОМСИ), в которых происходит взаимодействие оптических и фононных мод, стали активно исследоваться [1]. Были изучены различные оптомеханические явления, которые могут способствовать применению оптомеханических устройств, в том числе охлаждение к основному состоянию [2–4], оптомеханически-индуцированная прозрачность (ОМИП) [5–8], явления медленного и быстрого света [8–10], сжатого света [11–13] и проведены измерения массы [14–17]. С другой стороны, ОМСИ дают возможность изучать нелинейные явления, связанные со взаимодействием света и вещества, в том числе оптическую бистабильность [18–22] и четырехволновое смешивание (ЧВС) [23–26]. Недавно в различных ОМСИ был обнаружен еще один нелинейный оптомеханический эффект — генерация боковой полосы высшего порядка [27–39]. При использовании в ОМСИ мощного лазера накачки (частоты ω_p) и маломощного лазера зондирования (частоты ω_s) ГБПВП появляется на частотах $\omega_p \pm 2\delta$ ($\delta = \omega_s - \omega_p$ — это отстройка частоты зондирования от частоты накачки), где знак «+» («−») соответствует верхней (нижней) частоте боковой полосы второго порядка. Изучение боковой полосы второго порядка важно для исследования

* E-mail: chenphysics@126.com

нелинейных оптомеханических взаимодействий [40–43], а ее генерация позволит с большей точностью измерять электрический заряд [44, 45] и микромассы [46], управлять распространением света [30, 47], генерировать оптические частотные гребенки [35] и создавать преобразователи частоты [48].

Однако поскольку ГБПВП в ОМСИ является достаточно слабой, важным становится вопрос о том, как получить и усилить ГБПВП. Усилению ГБПВП было уделено большое внимание, и этого удалось достичь в разных оптомеханических системах, например, в изготовленных из нелинейного материала Керра [36], в оптомеханических системах с механической накачкой [28], а также в гибридной оптомеханической связанной двухуровневой системе [37]. В настоящей работе для получения усиления ГБПВП мы исследуем оптомеханическую фотон-молекулярную систему, которая содержит два резонатора с модами шепчущей галереи (МШГ), один из которых является оптомеханическим резонатором, а второй — обычным оптическим. Механические колебания в системе возбуждаются посредством слабой когерентной фононной накачки, а связь обоих резонаторов J контролируется изменением расстояния между ними, как это наблюдалось экспериментально [49]. Усиление ГБПВП достигается путем управления амплитудой f и фазой ϕ_m механической накачки, отношением уровней затухания в резонаторах δ и силой их связи J соответственно в резонансном режиме и в режиме разбалансировки.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

На рис. 1 показано схематическое изображение оптомеханической фотон-молекулярной системы, которая состоит из двух МШГ-микрорезонаторов, имеющих непосредственную связь [5,49,50]. Первый МШГ-резонатор c является оптомеханическим резонатором, который характеризуется затуханием κ_c и частотой ω_c резонаторной моды, возбуждаемой сильным полем накачки в присутствии слабого зондирующего поля, проходящего по коническому оптоволокну. Вследствие действия силы светового давления поле световой волны, заведенное в оптомеханический резонатор c, индуцирует радиальную дыхательную моду(механическую моду b) с частотой ω_m и скоростью затухания γ_m. Кроме того, на механическую моду b оказывает влияние слабая когерентная накачка фононами. Чтобы учесть взаимодействие между оптической модой

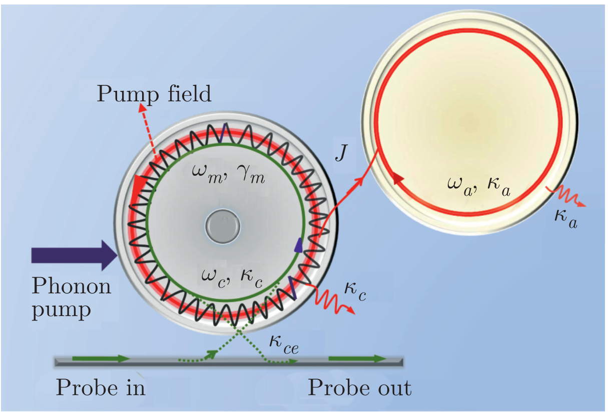

Рис. 1. Схематическое изображение оптомеханической фотон-молекулярной системы с фононной накачкой, которая состоит из оптомеханического резонатора c, возбуждаемого двухтоновым лазерным излучением, и вспомогательного резонатора a высокой добротности. Параметр J характеризует силу связи двух резонаторов посредством затухающего поля

c и механической модой b посредством давления излучения, введем силу оптомеханической связи $g = g_0 x_0$ ($g_0 = \omega_c/R$ и R — радиус резонатора c). Нулевые колебания положения механического осциллятора даются величиной $x_0 = \sqrt{\hbar/2M\omega_m}$ (M — эффективная масса МШГ-резонатора c) [5]. Второй МШГ-резонатор является вспомогательным, в нем возбуждается оптическая мода a, характеризуемая затуханием κ_a и частотой ω_a. Этот резонатор связан с оптомеханическим резонатором посредством затухающего поля. В системе отсчета, которая вращается с частотой накачки ω_p, полный гамильтониан оптомеханической фотон-молекулярной системы можно разбить на три части [1, 5, 43, 50]:

$$\begin{aligned} H_0 &= \hbar\Delta_c c^\dagger c + \hbar\Delta_a a^\dagger a + \hbar\omega_m b^\dagger b, \\ H_{int} &= \hbar J(a^\dagger c + a c^\dagger) - \hbar g c^\dagger c(b^\dagger + b), \\ H_{dri} &= i\hbar\sqrt{\kappa_{ce}}\varepsilon_p(c^\dagger - c) + i\hbar\sqrt{\kappa_{ae}}\varepsilon_s \times \\ &\times (c^\dagger e^{-i\delta t} - c e^{i\delta t}) + 2qF_m\cos(\omega_q t + \phi_m), \end{aligned} \tag{1}$$

где H_0, H_{int} и H_{dri} — соответственно гамильтонианы свободной системы, взаимодействия и накачки, а $\Delta_c = \omega_c - \omega_p$ и $\Delta_a = \omega_a - \omega_p$ — соответствующее рассогласование частот резонатора и поля накачки, $c(a)$ и $c^\dagger(a^\dagger)$ — бозонные операторы уничтожения и рождения резонаторных мод c и a, $b^\dagger(b)$ — оператор рождения (уничтожения) механической моды.

В гамильтониане H_{int} первый член описывает взаимодействие между двумя модами оптического МШГ-резонатора, где J — величина связи двух резонаторов, которой можно управлять, меняя расстояние между резонаторами [49, 51]. Когда связь J между двумя резонаторами слабая, энергия не может легко передаваться от резонатора c резонатору a. В обратном случае с ростом величины связи J при уменьшении расстояния между резонаторами энергия может легко перетекать между ними [52]. Второй член соответствует оптомеханическому взаимодействию, характеризуемому связью g.

Гамильтониан накачки H_{dri} состоит из трех членов. Первые два из них содержат классические поля, распространяющиеся по волноводу при накачке оптомеханической фотон-молекулярной системы. Это поле накачки (частоты ω_p) и поле зондирования (частоты ω_s). Их амплитуды определяются выражениями соответственно $\varepsilon_p = \sqrt{P_c/\hbar\omega_p}$ и $\varepsilon_s = \sqrt{P_s/\hbar\omega_s}$; $\delta = \omega_s - \omega_p$ — рассогласование частот накачки и зондирования. Поле лазерного излучения из оптоволокна заводится в резонатор c и характеризуется скоростью ухода фотонов во внешнюю среду κ_{ce}, после чего мощность заведенного излучения определяется при помощи сбалансированной схемы гомодинного детектирования. В адиабатическом режиме происходит накачка только одной моды резонатора ω_c, а спектральный диапазон уединенного резонатора $c/2\pi R$ (c — скорость света в вакууме, а R — радиус МШГ-резонатора) значительно превышает частоту его колебаний. Следовательно, рассеянием фотонов в другие моды резонатора можно пренебречь. Затухание резонаторной моды $\kappa = \kappa_c = \kappa_a = \kappa_{ex} + \kappa_0$, где κ_0 — собственное затухание фотона, а κ_{ex} — затухание за счет того, что энергия покидает оптический резонатор, переходя в форму распространяющейся волны [5]. Для простоты мы используем условие $\kappa_{ex} = \kappa_0 = \kappa_{ae} = \kappa_{ce}$ и считаем, что $\omega_c = \omega_a$. Последний член определяет возбуждение механической моды b слабой когерентной фононной накачкой, параметр F_m определяется как

$$F_m = \frac{f}{2\hbar}\sqrt{\frac{\hbar}{M\omega_m}},$$

где f — амплитуда накачки, ϕ_m — фаза, а частота $\omega_q = \omega_s - \omega_p$.

Квантовые уравнения Ланжевена, которые описывают эволюцию системы, можно получить, добавляя к уравнению Гейзенберга члены, описывающие затухание и входной шум резонатора и механических мод [1, 5, 50]:

$$\partial_t c = -(i\Delta_c + \kappa_c)c + igcq - iJa + \sqrt{\kappa_{ce}} \times \times (\varepsilon_p + \varepsilon_s e^{-i\delta t}) + \sqrt{2\kappa_c}c_{in}, \quad (2)$$

$$\partial_t a = -(i\Delta_a + \kappa_a)a - iJc + \sqrt{2\kappa_a}a_{in}, \quad (3)$$

$$\partial_t^2 q + \gamma_m \partial_t q + \omega_m^2 q = 2g\omega_m c^\dagger c - - 2qF_m \cos(\omega_q t + \phi_m) + \xi, \quad (4)$$

где вакуумные шумы на входе резонатора обозначены c_{in} и a_{in} с нулевым средним значением, а ξ — сила Ланжевена, которая возникает, благодаря взаимодействию между механическим резонатором и его окружением. Поскольку поле зондирования значительно слабее поля накачки, то, следуя обычным процедурам квантовой оптики, мы записали каждый из гейзенберговских операторов в виде суммы его среднего значения в стационарном состоянии и малых флуктуаций с нулевым средним значением:

$$O = O_s + \delta O \quad (O = c, a, q).$$

Стационарные значения определяются из следующих уравнений:

$$(i\Delta' + \kappa_c)c_s - iJa_s = \sqrt{\kappa_{ce}}\varepsilon_p, \quad (5)$$

$$(i\Delta_a + \kappa_a)a_s + iJc_s = 0, \quad (6)$$

$$q_s = \frac{2g\,|c_s|^2}{\omega_m}, \quad (7)$$

где $\Delta' = \Delta_c - gq_s$.

Следует заметить, что всем операторам можно поставить в соответствие их ожидаемые значения в приближении среднего поля $\langle Qc\rangle = \langle Q\rangle\langle c\rangle$ [6]. Для простоты мы пренебрегаем некоторыми незначительными квантовыми корреляциями без потери общности. После линеаризации путем пренебрежения нелинейными флуктуационными членами уравнения Ланжевена для ожидаемых значений записываются в виде нелинейных уравнений

$$\langle\partial_t \delta c\rangle = -(i\Delta' + \kappa_c)\langle\delta c\rangle + igc_s\langle\delta q\rangle - iJ\langle\delta a\rangle + + \sqrt{\kappa_{ce}}\varepsilon_s e^{-i\delta t} + ig\langle\delta c\rangle\langle\delta q\rangle, \quad (8)$$

$$\langle\partial_t \delta a\rangle = -(i\Delta_a + \kappa_a)\langle\delta a\rangle - iJ\langle\delta c\rangle, \quad (9)$$

$$\left\langle\partial_t^2 \delta q\right\rangle + \gamma_m\langle\partial_t \delta q\rangle + \omega_m^2\langle\delta q\rangle = 2g\omega_m(c_s^*\langle\delta c\rangle + + c_s\left\langle\delta c^\dagger\right\rangle + \left\langle\delta c^\dagger\right\rangle\langle\delta c\rangle) - 2qF_m\cos(\omega_q t + \phi_m) \quad (10)$$

и частотный отклик в стационарном состоянии содержит множество частотных компонент.

Учитывая ГБПВП, но пренебрегая более высокими порядками, мы используем следующий анзац:

$$\langle\delta O\rangle = O_{1+}e^{-i\delta t} + O_{1-}e^{i\delta t} + O_{2+}e^{-i2\delta t} + + O_{2-}e^{i2\delta t}, \quad (11)$$

где O_{1+} (O_{1-}) и O_{2+} (O_{2-}) соответствуют верхним (нижним) боковым полосам первого и второго порядков. Подставляя уравнение (11) в уравнения (8)–(10) и пренебрегая членами порядка малости выше второго, мы получаем три группы уравнений следующего вида. Первая группа описывает эволюцию боковой полосы первого порядка

$$(i\Delta' + \kappa_c - i\delta)c_{1+} = -igc_s q_{1+} - iJa_{1+} + \sqrt{\kappa_{ex}}\varepsilon_s,$$
$$(i\Delta_a + \kappa_a - i\delta)a_{1+} = -iJc_{1+}, \tag{12}$$
$$q_{1+} = 2g\lambda_1(c_s^* c_{1+} + c_s c_{1-}^*) + F_m\lambda_1 e^{-i\phi_m}.$$

Решая эти уравнения, мы получаем

$$c_{1+} = \frac{igc_s\Lambda_2^* F_m\lambda_1 e^{-i\phi_m} + (\Lambda_2^* - 2ig^2\lambda_1|c_s|^2)\sqrt{\kappa_{ex}}\varepsilon_s}{\Lambda_1(\Lambda_2^* - 2ig^2\lambda_1|c_s|^2) - 2ig^2\Lambda_2^*\lambda_1|c_s|^2}, \tag{13}$$

$$c_{1-}^* = \frac{igc_s^*\lambda_1(\Lambda_2^* - 2ig^2\lambda_1|c_s|^2)(2gc_s^*\sqrt{\kappa_{ex}}\varepsilon_s - F_m\Lambda_1 e^{-i\phi_m})}{(\Lambda_2^* - 2ig^2\lambda_1|c_s|^2)[\Lambda_1(\Lambda_2^* - 2ig^2\lambda_1|c_s|^2) + 2ig^2\lambda_1\Lambda_2^*|c_s|^2]}, \tag{14}$$

$$q_{1+} = \frac{\lambda_1\Lambda_2^*(\Lambda_2^* - 2ig^2\lambda_1|c_s|^2)(2gc_s^*\sqrt{\kappa_{ex}}\varepsilon_s - F_m\Lambda_1 e^{-i\phi_m})}{(\Lambda_2^* - 2ig^2\lambda_1|c_s|^2)[\Lambda_1(\Lambda_2^* - 2ig^2\lambda_1|c_s|^2) + 2ig^2\lambda_1\Lambda_2^*|c_s|^2]}, \tag{15}$$

где

$$\Lambda_1 = -i\Delta' + \kappa_c - i\delta + iJ\eta_1, \quad \Lambda_2 = i\Delta' + \kappa_c + i\delta + iJ\eta_2,$$
$$\eta_1 = -iJ/(i\Delta_a + \kappa_a - i\delta), \quad \eta_2 = -iJ/(i\Delta_a + \kappa_a + i\delta),$$
$$\lambda_1 = \omega_m/(\omega_m^2 - i\gamma_m\delta - \delta^2).$$

Вторая группа уравнений описывает эволюцию ГБПВП

$$c_{2+} = \frac{igc_{1+}q_{1+}(\Lambda_4^* - 2ig^2\lambda_2|c_s|^2) - 2ig^2\lambda_2 c_s\Lambda_4^* c_{1+}c_{1-}^* - 2g^3|c_s|^2\lambda_2 c_{1-}^* q_{1+}}{\Lambda_3(\Lambda_4^* - 2ig^2\lambda_2|a_0|^2) + 2ig^2\Lambda_4^*\lambda_2|a_0|^2}, \tag{16}$$

Решая эти уравнения, мы получаем

$$c_{2+} = \frac{igc_{1+}q_{1+}(\Lambda_4^* - 2ig^2\lambda_2|c_s|^2) - 2ig^2\lambda_2 c_s\Lambda_4^* c_{1+}c_{1-}^* - 2g^3|c_s|^2\lambda_2 c_{1-}^* q_{1+}}{\Lambda_3(\Lambda_4^* - 2ig^2\lambda_2|a_0|^2) + 2ig^2\Lambda_4^*\lambda_2|a_0|^2}, \tag{17}$$

где

$$\Lambda_3 = -i\Delta' + \kappa_c - 2i\delta + iJ\eta_3,$$
$$\Lambda_5 = -i\Delta' + \kappa_c + 2i\delta + iJ\eta_4,$$
$$\eta_3 = -iJ/(i\Delta_a + \kappa_a - 2i\delta),$$
$$\eta_2 = -iJ/(i\Delta_a + \kappa_a + 2i\delta),$$
$$\lambda_2 = \omega_m/(\omega_m^2 - 2i\gamma_m\delta - 4\delta^2).$$

В случае ГБПВП здесь нас интересует поведение верхней боковой полосы второго порядка. Для удобства мы определяем эффективность генерации боковой полосы второго порядка следующим образом:

$$\eta = \left|\frac{-\sqrt{\kappa_{ex}}c_{2+}}{\varepsilon_s}\right|. \tag{18}$$

Это безразмерный параметр, характеризующий эффективность ГБПВП.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

3.1. Генерация боковой полосы второго порядка при $\Delta_c = 0$

Мы используем следующие значения параметров [5]: сила оптомеханической связи $g_0/2\pi = 12$ ГГц/нм, коэффициент механического затухания $\gamma_m/2\pi = 41$ кГц, частота механического резонатора $\omega_m/2\pi = 51.8$ МГц, коэффициенты затухания двух резонаторов $\kappa_c/2\pi = \kappa_a/2\pi = 15$ МГц, эффективная масса $M = 20$ нг, длина волны лазера $\lambda_0 = 750$ нм, добротность механической моды $Q = 1500$. Связь J между двумя резонаторными модами играет ключевую роль и может влиять на распространение зондирующего луча. Экспериментально установлено, что связь J зависит от расстояния между резонатором c и резонатором a [49] (с ростом расстояния между резонаторами сила связи уменьшается экспоненциально). В данном случае сила

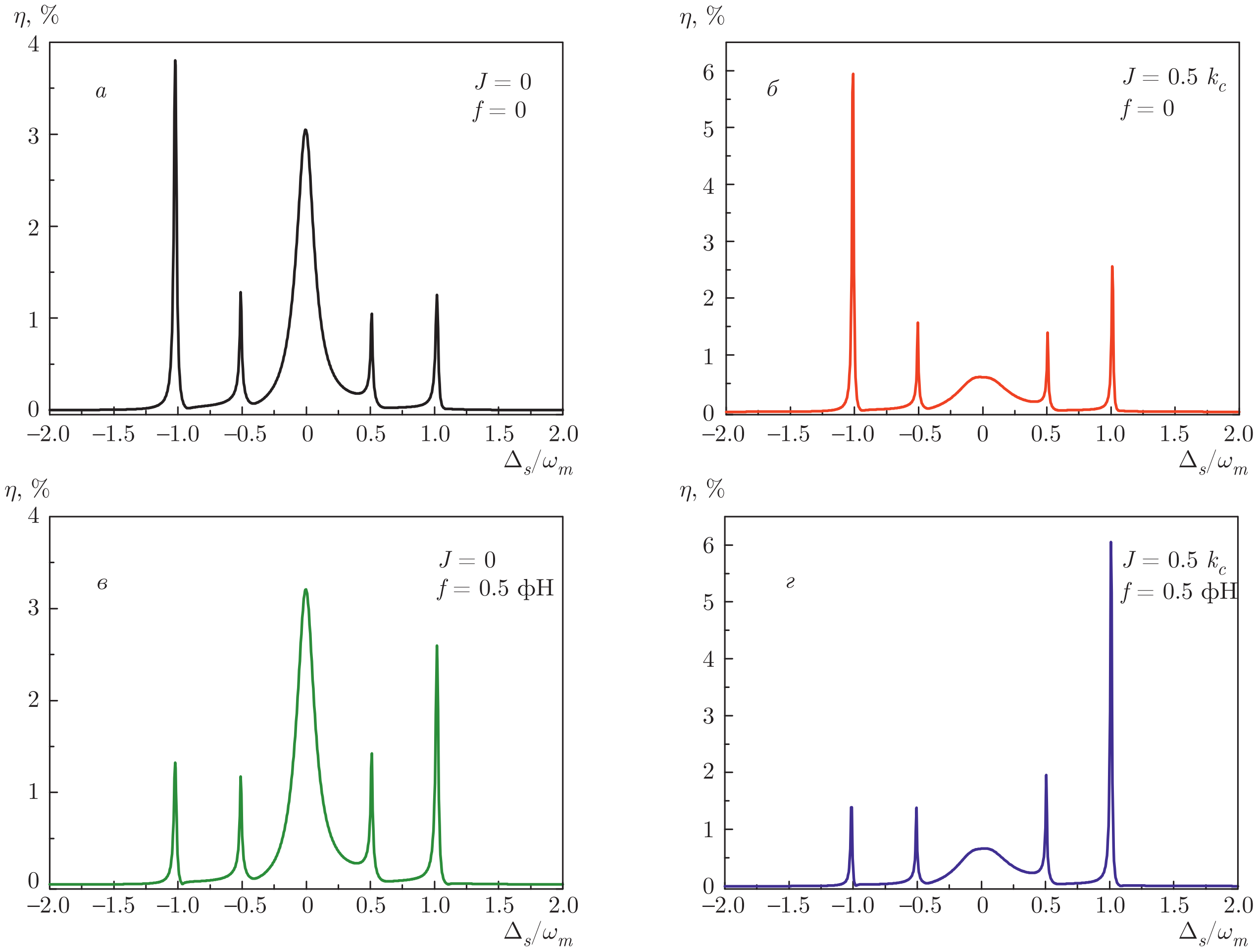

Рис. 2. Эффективность ГБПВП η при разных значениях параметров J, f и $\Delta_c = 0$

связи $J \sim \sqrt{\kappa_c \kappa_a}$. Эффективность ГБПВП можно определить при помощи уравнения (18). Вследствие оптомеханических взаимодействий могут излучаться поля с частотами $\omega_p \pm 2n\delta$, где n — целое число, характеризующее порядок боковых полос [27]. Излучаемое поле с частотой $\omega_p + 2\delta$ связано с верхней боковой полосой второго порядка, а поле с частотой $\omega_p - 2\delta$ связано с нижней боковой полосой второго порядка. В данной работе мы рассматриваем только верхнюю боковую полосу второго порядка и исследуем ГБПВП при разных рассогласованиях частот. На рис. 2 мы исследуем разные режимы с точки зрения двух ключевых параметров, влияющих на ГБПВП: силы связи резонаторов J и амплитуды накачки f. На рис. 2*а* эффективность ГБПВП показана как функция нормированного рассогласования частоты зондирования Δ_s/ω_m со значениями $J = 0$ и $f = 0$, т. е. в системе, куда входит лишь один оптомеханический резонатор c. На зависимости эффективности ГБПВП η можно видеть пять пиков. Из них один лоренцевский пик находится вблизи $\Delta_s = 0$, два боковых пика располагаются около $\Delta_s = \pm\omega_m$ и два других боковых пика располагаются около $\Delta_s = \pm 0.5\omega_m$. При учете второго вспомогательного оптического резонатора a фотоны будут перетекать из одного оптического резонатора в другой. Эффективность ГБПВП η изображена на рис. 2*б* как функция Δ_s/ω_m для $J = 0.5\kappa_c$ и $f = 0$. Видно, что четыре боковых пика, расположенных соответственно при $\Delta_s = \pm\omega_m$ и $\Delta_s = \pm 0.5\omega_m$ существенно увеличены, а высота лоренцевского пика при $\Delta_s = 0$ меньше, чем на рис. 2*а*. Это объясняется тем, что между двумя резонаторами происходит перенос энергии (который определяется числом фотонов в резонаторе). На рис. 2*в* изображен случай $J = 0$ и $f = 0.5$ фН (1 фН=10^{-15} Н), т. е. рассмотрен только один оптомеханический резонатор c без вспомогательного резонатора a, а механическая мо-

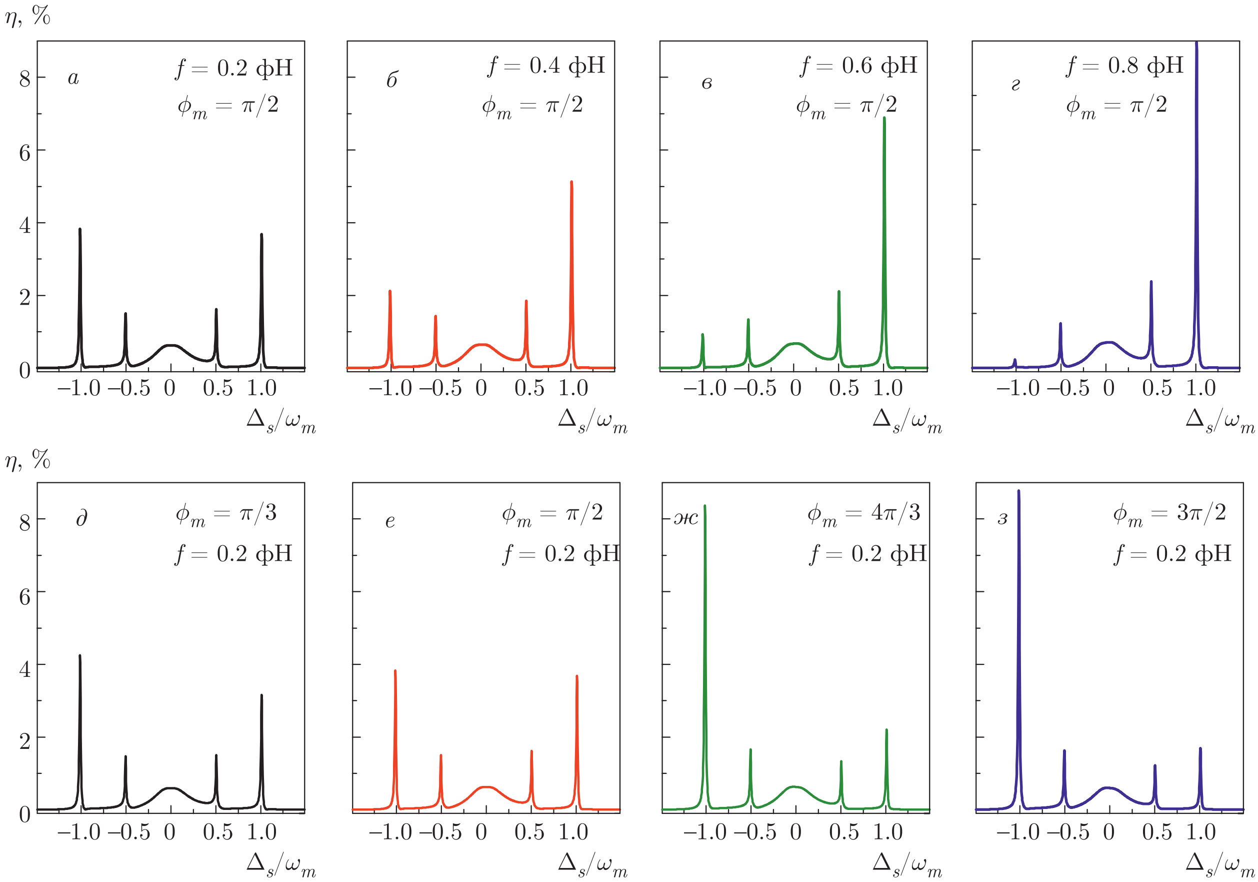

Рис. 3. Эффективность ГБПВП η как функция Δ_s/ω_m при разных значениях параметров

да b в оптомеханическом резонаторе возбуждается при помощи накачки фононами. Видно, что четыре боковых пика эффективности ГБПВП η в $\Delta_s = \pm\omega_m$ и $\Delta_s = \pm 0.5\omega_m$ инвертированы по сравнению со случаем, изображенным на рис. 2*а*. Если взять оба параметра, J и f, ненулевыми, то инвертированные, как и на рис. 2*в*, пики интенсивности ГБПВП становятся более выраженными, как показано на рис. 2*г*, если сравнивать их амплитуды с амплитудами пиков на рис. 2*а*.

Из данных на рис. 2 следует, что оба параметра J и f влияют на эффективность ГБПВП η. Ниже мы обсуждаем эти параметры подробнее. На рис. 3*а*–*г* показана эффективность ГБПВП η как функция величины Δ_s при увеличении амплитуды возбуждения f от значения $f = 0.2$ фН до значения $f = 0.8$ фН при постоянной мощности $P_c = 0.1$ мВт, а также постоянных силе связи $J = 0.5\kappa_c$ и фазе $\phi_m = \pi/2$. На этих рисунках хорошо видно, что величина бокового пика эффективности ГБПВП η, расположенного при $\Delta_s = -\omega_m$, уменьшается, а величина бокового пика, расположенного при $\Delta_s = \omega_m$, заметно увеличивается с ростом амплитуды возбуждения f. При этом величины других боковых пиков, расположенных при $\Delta_s = \pm 0.5\omega_m$, меняются слабо. Кроме того, на рис. 3*д*–*з* изучено влияние фазы ϕ_m на ГБПВП при постоянной амплитуде возбуждения $f = 0.2$ фН. С ростом фазы ϕ_m от значения $\phi_m = \pi/3$ до значения $\phi_m = 3\pi/2$ величина бокового пика ГБПВП η при $\Delta_s = -\omega_m$ растет, а величина пика при $\Delta_s = \omega_m$ уменьшается, в то время как боковые пики при $\Delta_s = \pm 0.5\omega_m$ меняются слабо. Следовательно, амплитуда возбуждения f и фаза ϕ_m являются двумя параметрами, которые могут влиять на боковые пики эффективности ГБПВП η при $\Delta_s = \pm\omega_m$.

Чтобы исследовать влияние вспомогательного оптического резонатора, рассмотрим отношение $\delta = \kappa_a/\kappa_c$ ($\kappa_c = \omega_c/Q_c$ и $\kappa_a = \omega_a/Q_a$, где Q_c и Q_a — добротности двух оптических резонаторов). Наша цель состоит в том, чтобы изучить параметры, влияющие на ГБПВП. κ — время жизни моды в резонаторе, которое зависит от частоты и от добротности резонатора. Известно, что в случае моды в резонато-

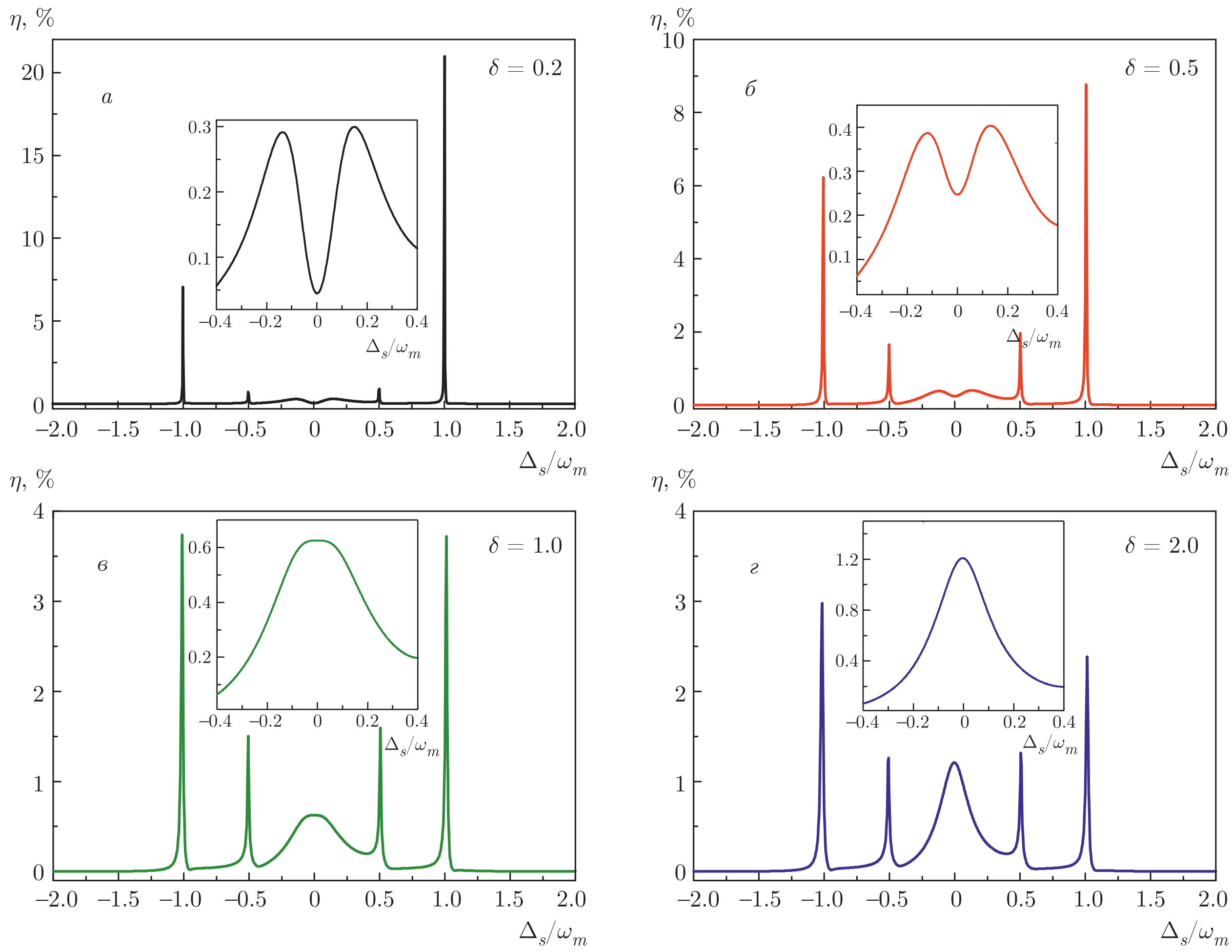

Рис. 4. Эффективность ГБПВП η как функция Δ_s при разных значениях параметра δ и $\Delta_c = 0$

ре трудно достичь одновременно больших значений Q и малых V вследствие дифракционного предела. Для оптического резонатора маленькие значения V достигаются за счет большого коэффициента радиационного затухания, что приводит к уменьшению Q. Несмотря на то, что различные типы резонаторов обладают собственными уникальными свойствами, приходится искать компромисс между большими значениями Q и малыми значениями V. Тем не менее, если связать исходный оптомеханический резонатор c с большим затуханием со вспомогательный модой резонатора a, имеющей большое значение Q, но и большое значение V, можно сильно повлиять на ГБПВП. На рис. 4 изображена эффективность ГБПВП η как функция Δ_s для нескольких различных значений отношения δ. Видно, что величины четырех боковых пиков эффективности ГБПВП η при $\Delta_s = \pm\omega_m$ и $\Delta_s = \pm 0.5\omega_m$ последовательно уменьшаются с ростом отношения δ от значения $\delta = 0.2$ до значения $\delta = 2.0$. При этом проявляются две интересные особенности. Первая из них заключается в том, что величина бокового пика эффективности ГБПВП η при $\Delta_s = \omega_m$ больше, чем пика при $\Delta_s = -\omega_m$ в случае, когда $\delta < 1$. В случае $\delta > 1$, наоборот, величина бокового пика при $\Delta_s = \omega_m$ меньше, чем величина пика при $\Delta_s = -\omega_m$. Вторая особенность заключается в том, что при $\delta < 1$ на зависимости эффективности ГБПВП η наблюдается расщепление моды (окно прозрачности), в то время как для $\delta > 1$ расщепление пропадает и на зависимости эффективности ГБПВП η проявляется лоренцевский пик. Для примера в случае $\delta = 0.2$, соответствующем условию $\delta < 1$, $\kappa_a = 0.2\kappa_c$, т. е. $Q_a > Q_c$, а если $\delta = 2.0$, что соответствует случаю $\delta > 1$, $\kappa_a = 2.0\kappa_c$, т. е. $Q_a < Q_c$. Следовательно, при изучении генерации боковых полос высоких порядков в ОМСИ можно рассматривать оптомеханический резонатор с боль-

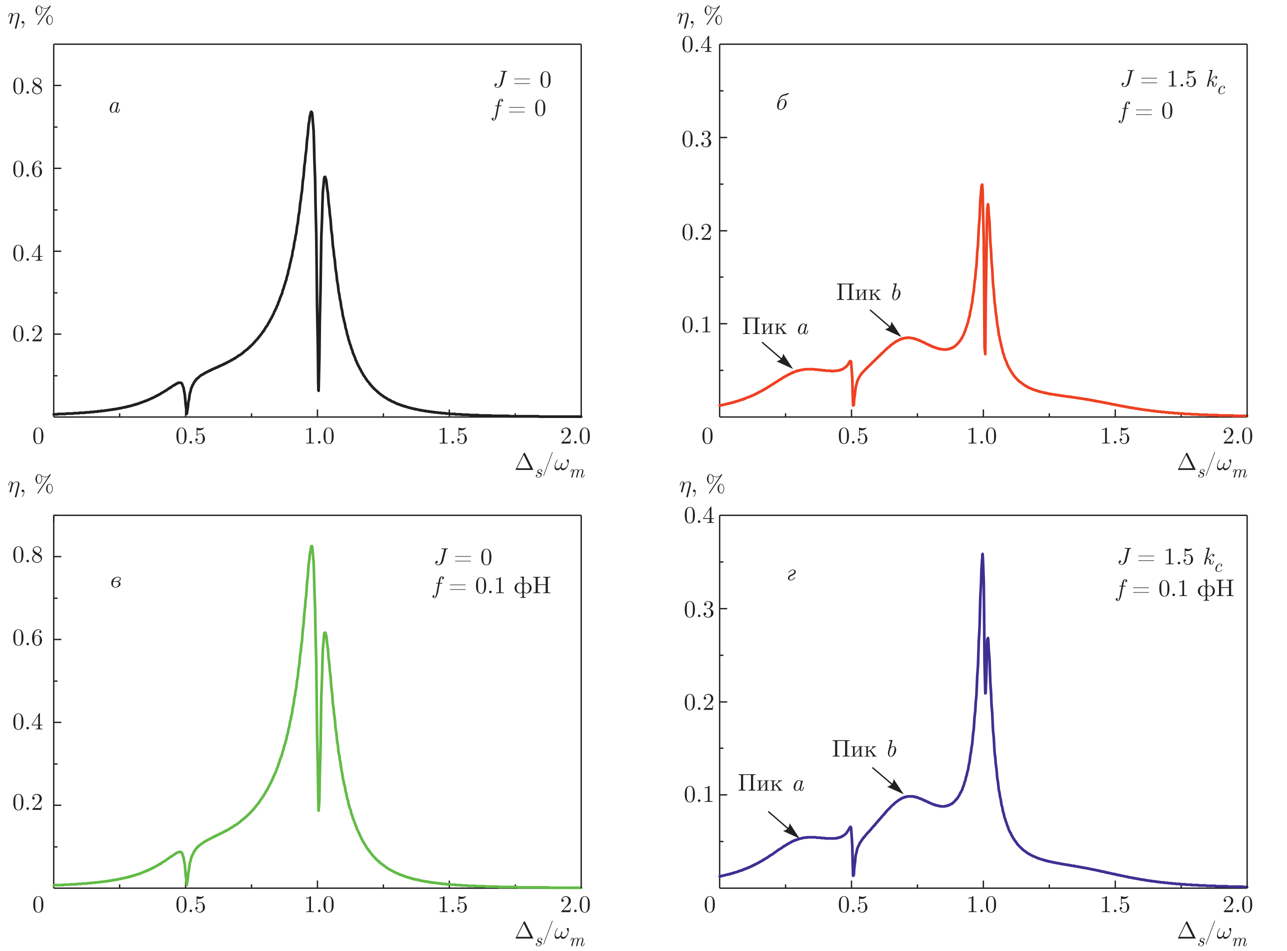

Рис. 5. Эффективность ГБПВП η при разных значениях параметров J, f и $\Delta_c = \omega_m$

шим затуханием κ, не принимая во внимание другие параметры, если этот резонатор соединен со вспомогательным оптическим резонатором с регулируемой добротностью Q. Это предложение можно использовать как основу для изучения нелинейных явлений в составных ОМСИ.

3.2. ГБПВП при $\Delta_c = \omega_m$

Сместим величину отстройки от резонанса ($\Delta_c = 0$) в сторону красной полосы ($\Delta_c = \omega_m$) и изучим ГБПВП в области различных параметров. На рис. 5 построена зависимость эффективности ГБПВП η от Δ_s при разных значениях двух параметров J и f в случае, когда выполнено условие $\Delta_c = \Delta_a = \omega_m$. Как показано на рис. 5*а*, для системы с одним оптомеханическим резонатором c на зависимости эффективности ГБПВП η имеется структура, состоящая из двух пиков с минимумом между ними, расположенным при $\Delta_s = \omega_m$, и еще один минимум без пиков при $\Delta_s = 0.5\omega_m$. Мы рассчитали пик с меньшей частотой (левый пик, расположенный при $\Delta_s = 0.97\omega_m$, нормированная интенсивность которого примерно равна 0.74 %), а также пик с большей частотой (правый пик, расположенный при $\Delta_s = 1.03\omega_m$, с нормированной интенсивностью, равной примерно 0.58 %). Как показано на рис. 5*б*, в случае оптомеханической фотон-молекулярной системы с дополнительным резонатором a (при $J = 1.5\kappa_c$) амплитуда двойного пика эффективности ГБПВП η уменьшается и величины обоих пиков становятся примерно одинаковыми (величина левого пика порядка 0.25 % и величина правого пика порядка 0.23 %). Вдобавок, по сравнению с рис. 5*а*, на зависимости эффективности ГБПВП появляются еще два пика, а именно пик a, расположенный при $0.34\omega_m$, и имеющий интенсивность 0.05 %, и пик b, расположенный при $0.71\omega_m$, и имеющий интенсивность 0.08 %. Чтобы продемонстрировать влияние фононной накачки, на рис. 5*в*

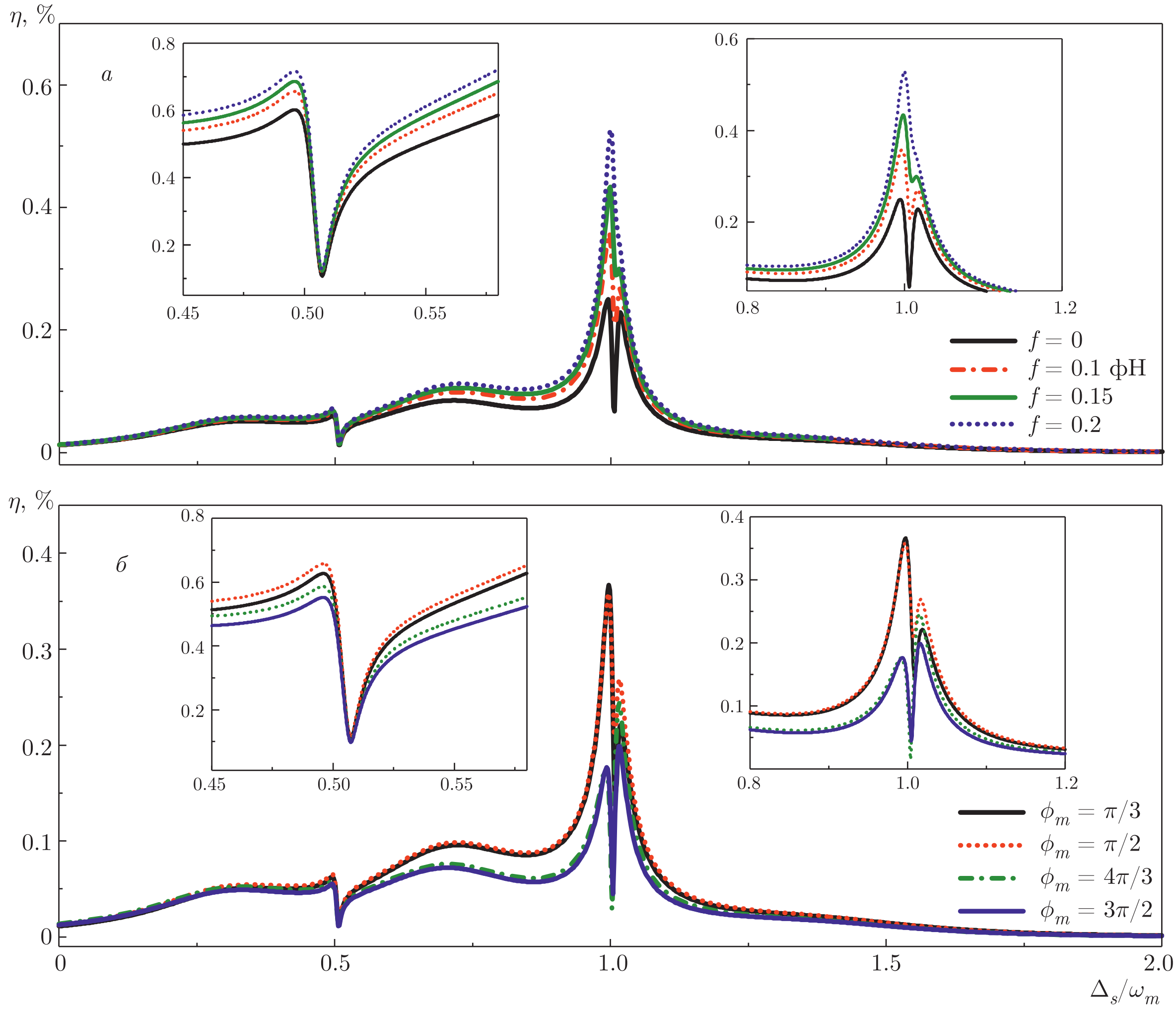

Рис. 6. Эффективность ГБПВП η как функция Δ_s/ω_m при фиксированном значении фазы $\phi_m = \pi/2$ и разных значениях амплитуды возбуждения f (a) и при фиксированном значении $f = 0.1$ фН и разных значениях фазы ϕ_m ($б$)

изображены результаты для системы с единственным оптомеханическим резонатором c, возбуждаемым фононной накачкой с амплитудой $f = 0.1$ фН. Если сравнивать с рис. 5a, то амплитуда двойного пика на зависимости эффективности ГБПВП η увеличивается, при этом величина левого пика примерно равна 0.81 %, а величина правого пика примерно равна 0.62 %. Таким образом, можно утверждать, что эффективность ГБПВП η увеличивается при фононной накачке. Наконец, если оба параметра J и f отличны от нуля, то на зависимости эффективности ГБПВП η увеличиваются амплитуды как двойного пика, так и пиков a и b, если проводить сравнение с рис. 5$б$, то при этом величина левого пика примерно равна 0.34 %, величина правого пика — 0.27 %, а величины пиков a и b составляют соответственно 0.055 % и 0.1 %.

Поскольку амплитуда возбуждения влияет на эффективность ГБПВП η, исследуем эту амплитуду f и связанный с ней параметр — фазу ϕ_m. На рис. 6a построена эффективность ГБПВП η для четырех разных значений амплитуды возбуждения f и для мощности накачки $P_c = 0.1$ мВт, силы связи $J = 1.5\kappa_c$ и фазы $\phi_m = \pi/2$. Без фононной накачки (черная кривая на рис. 6a) ГБПВП характеризуется расщеплением мод, но с ростом f от значения $f = 0$ до значения $f = 0.2$ фН ГБПВП трансформируется, усиливаясь по величине при одновременном уменьшении расщепления при $\Delta_s = \omega_m$. На рис. 6$б$ построена эффективность ГБПВП η для четырех различных значений фазы ϕ_m при фиксированной амплитуде возбуждения $f = 0.1$ фН. Для $\Delta_s = \omega_m$ в случае, когда $\phi_m < \pi$, например, когда $\phi_m = \pi/3$ или $\phi_m = \pi/2$, амплитуда левого пика на

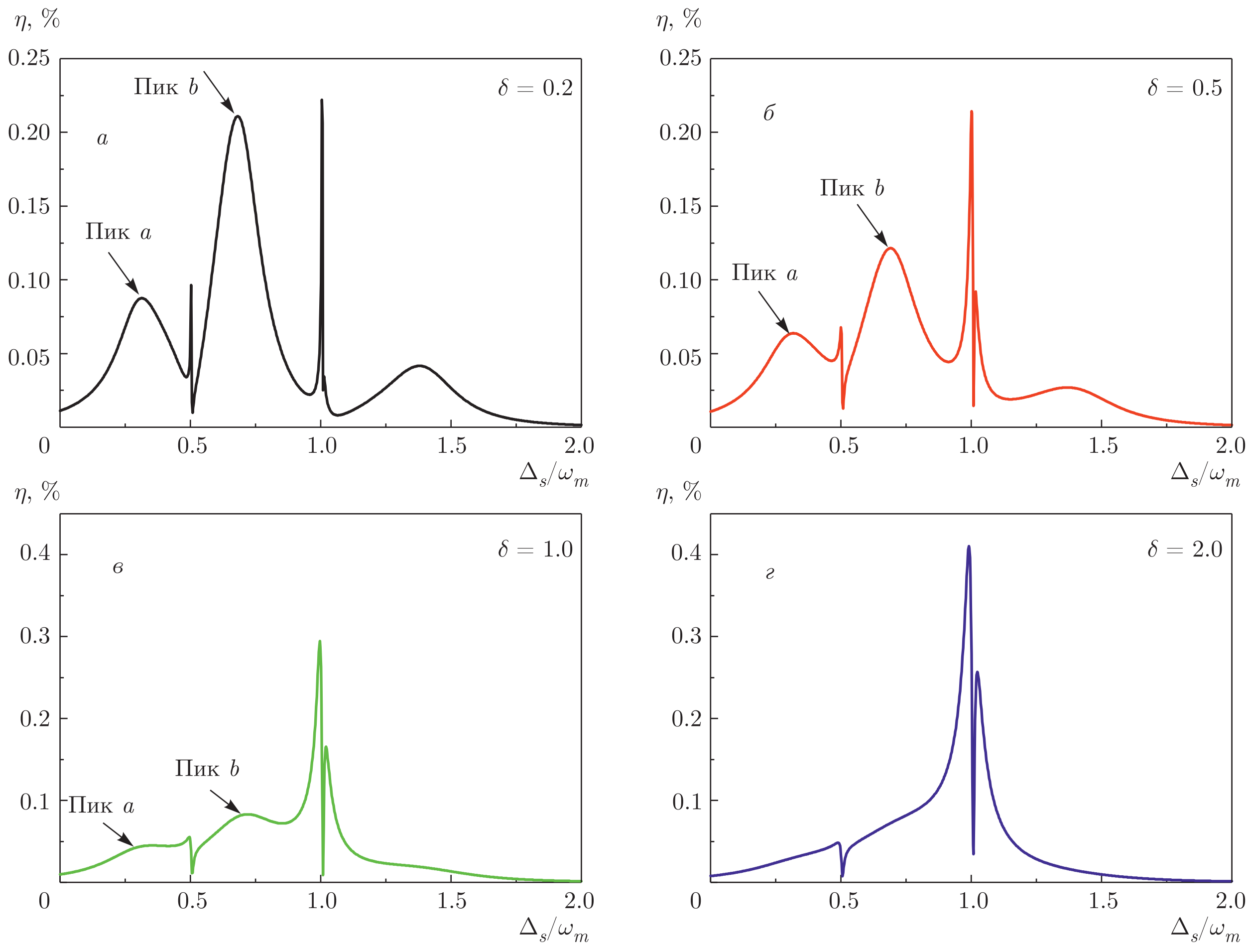

Рис. 7. Эффективность ГБПВП η как функция Δ_s при разных значениях параметра δ и $\Delta_c = \omega_m$

зависимости интенсивности ГБПВП η больше, чем правого. В случае, когда $\phi_m > \pi$, например, когда $\phi_m = 4\pi/3$ или $\phi_m = 3\pi/2$, наблюдается обратное соотношение, т. е. для $\Delta_s = \omega_m$ амплитуда левого пика на зависимости интенсивности ГБПВП η меньше, чем правого, при меньшей величине особенностей. На вставках более подробно показаны участки зависимости эффективности ГБПВП η при $\Delta_s = 0.5\omega_m$ и $\Delta_s = \omega_m$.

В случае отстройки в сторону красной полосы, т. е. при $\Delta_c = \omega_m$, мы приводим данные для разных значений отношения δ, которое является еще одним параметром, влияющим на эффективность ГБПВП η. С ростом этого отношения δ от значения $\delta = 0.2$ до значения $\delta = 2.0$ эффективность ГБПВП η заметно меняется. На рис. 7*а*, когда $\delta = 0.2$, помимо структур с двойными пиками и минимумами при $\Delta_s = 0.5\omega_m$ и $\Delta_s = \omega_m$ появляются два новых пика, лоренцевский пик a, расположенный при $0.32\omega_m$ с амплитудой 0.087 %, и пик b, расположенный при $0.68\omega_m$ с амплитудой 0.21 %. Как показано на рис. 7*б*, с ростом отношения δ до значения $\delta = 0.5$ правый пик на зависимости эффективности ГБПВП η, являющийся частью двойного пика при $\Delta_s = \omega_m$, увеличивается, а расщепление моды при $\Delta_s = 0.5\omega_m$ пропадает. Кроме того, уменьшаются величины пиков a и b. Как видно на рис. 7*в*, при $\delta = 1$ величины пиков a и b уменьшаются еще больше, а эффективность ГБПВП η при $\Delta_s = 0.5\omega_m$ и при $\Delta_s = \omega_m$ увеличивается. В случае $\delta > 1$, как показано на рис. 7*г*, на зависимости эффективности ГБПВП η наблюдается только одна структура с двойным пиком и минимумом при $\Delta_s = \omega_m$, а также еще один минимум без окружающих его пиков при $\Delta_s = 0.5\omega_m$. При этом два лоренцевских пика a и b не наблюдаются.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы теоретически изучили ГБПВП в оптомеханической фотон-молекулярной системе, которая возбуждается двухтоновым лазерным излучением и слабой когерентной фононной накачкой. В режиме резонанса ГБПВП существенно возрастает при изменении силы связи резонаторов J, отношения δ, характеризующего оба резонатора, а также амплитуды f и фазы ϕ_m фононной накачки. При этом появляются четыре боковых пика, расположенных соответственно при $\Delta_s = \pm\omega_m$ и $\Delta_s = \pm 0.5\omega_m$. Вдали от резонанса зависимость эффективности ГБПВП η демонстрирует переход от режима одного пика к режиму расщепления мод, что напоминает явление линейной оптомеханически-индуцированной прозрачности. В частности, при изменении двух параметров J и δ на зависимости ГБПВП появляются два дополнительных пика. В нашей работе указаны способы увеличивать ГБПВП, не требующие усиления сигналов, что позволит ослабить требования к эксперименту.

Финансирование. Работа Хуа-Цзюнь Чена выполнена при поддержке Государственного фонда естественных наук Китая (гранты №№ 11647001, 11804004), научного фонда китайской докторантуры (грант № 2020M681973) и фонда естественных наук провинции Аньхой (грант № 1708085QA11).

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg, and F. Marquardt, Rev. Mod. Phys. **86**, 1391 (2014).

2. A. D. O'Connell, M. Hofheinz, M. Ansmann et al., Nature **464**, 697 (2010).

3. J. Chan, T. P. M. Alegre, A. H. Safavi-Naeini et al., Nature **478**, 89 (2011).

4. J. D. Teufel, T. Donner, D. Li et al., Nature **475**, 359 (2011).

5. S. Weis, R. Rivière, S. Deléglise et al., Science **330**, 1520 (2010).

6. G. S. Agarwal and S. Huang, Phys. Rev. A **81**, 041803 (2010).

7. J. D. Teufel, D. Li, M. S. Allman et al., Nature **471**, 204 (2011).

8. A. H. Safavi-Naeini, T. P. M. Alegre, J. Chan et al., Nature **472**, 69 (2011).

9. M. J. Akram, M. M. Khan, and F. Saif, Phys. Rev. A **92**, 023846 (2015).

10. H. J. Chen, J. Appl. Phys. **124**, 153102 (2018).

11. D. W. C. Brooks, T. Botter, S. Schreppler et al., Nature **488**, 476 (2012).

12. A. H. Safavi-Naeini, S. Gröblacher, J. T. Hill et al., Nature **500**, 185 (2013).

13. T. P. Purdy, P. L. Yu, R. W. Peterson et al., Phys. Rev. X **3**, 031012 (2013).

14. J. Zhu, S. K. Ozdemir, Y.-F. Xiao et al., Nat. Photon. **4**, 46 (2010).

15. J. J. Li and K. D. Zhu, Phys. Rep. **525**, 223 (2013).

16. F. Liu and M. Hossein-Zadeh, IEEE Sensors J. **13**, 146 (2013).

17. F. Liu, S. Alaie, Z. C. Leseman, and M. Hossein-Zadeh, Opt. Express **21**, 19555 (2013).

18. E. A. Sete and H. Eleuch, Phys. Rev. A **85**, 043824 (2012).

19. R. Kanamoto and P. Meystre, Phys. Rev. Lett. **104**, 063601 (2010).

20. T. P. Purdy, D. W. C. Brooks, T. Botter et al., Phys. Rev. Lett. **105**, 133602 (2010).

21. D. Yan, Z. H. Wang, C. N. Ren et al., Phys. Rev. A **91**, 023813 (2015).

22. W. Xiong, D. Y. Jin, Y. Qiu et al., Phys. Rev. A **93**, 023844 (2016).

23. S. Huang and G. S. Agarwal, Phys. Rev. A **81**, 033830 (2010).

24. W. Z. Jia, L. F. Wei, Y. Li, and Y. X. Liu, Phys. Rev. A **91**, 043843 (2015).

25. X. W. Xu and Y. Li, Phys. Rev. A **92**, 023855 (2015).

26. H. J. Chen, H. W. Wu, J. Y. Yang et al., Nanoscale Res. Lett. **14**, 73 (2019).

27. H. Xiong, L.-G. Si, A.-S. Zheng et al., Phys. Rev. A **86**, 013815 (2012).

28. H. Suzuki, E. Brown, and R. Sterling, Phys. Rev. A **92**, 033823 (2015).

29. C. Cao, S.-C. Mi, Y.-P. Gao et al., Sci. Rep. **6**, 22920 (2016).

30. Y. Jiao, H. Lu, J. Qian et al., New J. Phys. **18**, 083034 (2016).

31. J. Li, Q. Xiao, and Y. Wu, Phys. Rev. A **93**, 063814 (2016).

32. H. Xiong, L.-G. Si, X.-Y. Lu, and Y. Wu, Opt. Express **24**, 5773 (2016).

33. H. Xiong, Y.-W. Fan, X. Yang, and Y. Wu, Appl. Phys. Lett. **109**, 061108 (2016).

34. C. Kong, H. Xiong, and Y. Wu, Phys. Rev. A **95**, 033820 (2017).

35. L.-G. Si, L.-X. Guo, H. Xiong, and Y. Wu, Phys. Rev. A **97**, 023805 (2018).

36. Y.-F. Jiao, T.-X. Lu, and H. Jing, Phys. Rev. A **97**, 013843 (2018).

37. C. Kong, S. Li, C. You et al., Sci. Rep. **8**, 1060 (2018).

38. K. C. Yellapragada, N. Pramanik, S. Singh, and P. A. Lakshmi, Phys. Rev. A **98**, 053822 (2018).

39. B. Chen, L. Shang, X.-F. Wang et al., Phys. Rev. A **99**, 063810 (2019).

40. K. Børkje, A. Nunnenkamp, J. D. Teufel, and S. M. Girvin, Phys. Rev. Lett. **111**, 053603 (2013).

41. A. Kronwald and F. Marquardt, Phys. Rev. Lett. **111**, 133601 (2013).

42. M.-A. Lemonde, N. Didier, and A. A. Clerk, Phys. Rev. Lett. **111**, 053602 (2013).

43. Y. C. Liu, Y. F. Xiao, Y. L. Chen et al., Phys. Rev. Lett. **111**, 083601 (2013).

44. C. Kong, H. Xiong, and Y. Wu, Phys. Rev. A **95**, 033820 (2017).

45. H. Xiong, L.-G. Si, and Y. Wu, Appl. Phys. Lett. **110**, 171102 (2017).

46. B. Wang, Z. X. Liu, H. Xiong, and Y. Wu, IEEE Photon. J. **10**, 6803908 (2018).

47. L. D. Wang, J. K. Yan, X. F. Zhu, and B. Chen, Physica E **89**, 134 (2017).

48. B. Chen, L. D. Wang, J. Zhang et al., Phys. Lett. A **380**, 798 (2016).

49. B. Peng, S. K. Ozdemir, F. Lei et al., Nat. Phys. **10**, 394 (2014).

50. H. Jing, S. K. Ozdemir, X. Y. Lü et al., Phys. Rev. Lett. **113**, 053604 (2014).

51. H. J. Chen, C. Z. Chen, Y. Li et al., Opt. Commun. **382**, 73 (2017).

52. H. J. Chen, J. Appl. Phys. **124**, 153102 (2018).

53. D. B. Sohn, S. Kim, and G. Bahl, Nat. Photon. **12**, 91 (2018).