

# НЕУПРУГОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ РЕНТГЕНОВСКОГО ФОТОНА АТОМНЫМ ИОНОМ

*A. H. Хоперский, A. M. Надолинский\*, P. B. Конеев*

Ростовский государственный университет путей сообщения  
344038, Ростов-на-Дону, Россия

Поступила в редакцию 3 февраля 2022 г.,  
после переработки 7 февраля 2022 г.  
Принята к публикации 8 февраля 2022 г.

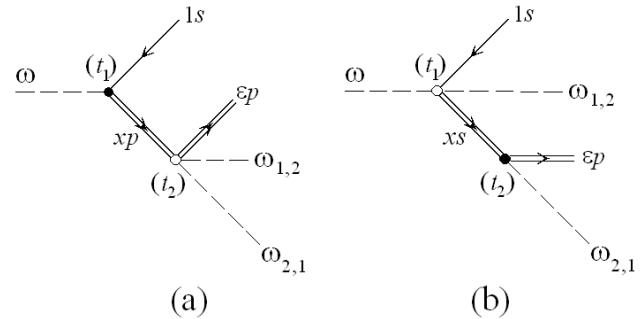
Вне рамок дипольного приближения для оператора контактного перехода построен нерелятивистский вариант квантовой теории процесса неупругого расщепления жесткого рентгеновского фотона на два фотона атомным ионом.

DOI: 10.31857/S0044451022070000

EDN: ECVEKL

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальному и теоретическому исследованию фундаментальных процессов нерезонансного кратного комптоновского рассеяния фотона свободным электроном посвящено большое количество работ (см., например, [1–7]). В недавней работе авторов [8] проведено теоретическое исследование процесса нерезонансного двойного комптоновского рассеяния фотона атомным ионом. Этот процесс был нами интерпретирован (см. также [6]) как неупругое (ион переходит в возбужденное состояние) расщепление фотона на два фотона атомным ионом. Такая общая интерпретация обусловлена тем, что при неупругом рассеянии фотона многоэлектронной системой лишь часть парциальных амплитуд вероятности перехода (диаграмм Фейнмана) соответствует временной последовательности комптон-эффект (в момент времени  $t_1$ ) [9, 10] и последующее тормозное излучение второго фотона (в момент времени  $t_2$ ),  $t_1 < t_2$  (рис. 1b). В самом деле, например, диаграмму Фейнмана на рис. 1a естественно интерпретировать как амплитуду вероятности локального двойного тормозного излучения сплошным спектром возбужденного состояния атомного иона в момент времени  $t_2$ . В данной работе мы дополняем результаты [8] выходом за рамки дипольного приближения для оператора контактного перехода, учитываем следующий порядок приближения



**Рис. 1.** Амплитуда вероятности процесса ( $A_M$  — а;  $B_M$  — б) неупругого расщепления фотона на два фотона атомным ионом  $\text{Ne}^{8+}$  в представлении диаграмм Фейнмана. Стрелка вправо — электрон сплошного спектра, стрелка влево — вакансия. Двойная линия — состояние получено в хартри-фоковском поле 1s-вакансии. Чёрный (светлый) кружок — вершина взаимодействия по оператору радиационного (контактного) перехода:  $\omega$  ( $\omega_n$ ,  $n = 1, 2$ ) — падающий (рассеянный) фотон:  $\omega \geq I_{1s}$ . Направление времени — слева-направо ( $t_1 < t_2$ )

Тамма–Данкова (число частиц в рассечениях диаграмм Фейнмана  $N \leq 3$ ) и даем более детальное изложение теории процесса.

В качестве объекта исследования взят гелиоподобный атом неона ( $\text{Ne}^{8+}$ , заряд ядра иона  $Z = 10$ , конфигурация и терм основного состояния  $[0] = 1s^2 [{}^1S_0]$ ). Следует ожидать, что полученные результаты будут широко востребованы, в частности, в физике магнитной термоядерной плазмы (см., например, [11, 12]) и при интерпретации фоновых (континуальных) структур спектров эмиссии гелиоподобных ионов от горячих астрофизических объектов.

\* E-mail: amnrnd@mail.ru

тов (см., например, [13, 14]).

## 2. ТЕОРИЯ

Рассмотрим процесс неупругого расщепления фотона на два фотона электронами иона  $\text{Ne}^{8+}$ :

$$\omega + [0] \rightarrow \begin{cases} K_1 \\ K_2 \end{cases} \rightarrow 1s\epsilon p (^1P_1) + \omega_1 + \omega_2, \quad (1)$$

$$K_1 = 1sxp (^1P_1), \quad (2)$$

$$K_2 = 1sxs (^1S_0) + \omega_n, \quad n = 1, 2. \quad (3)$$

В (1) и далее принятая атомная система единиц ( $m_e = e = \hbar = 1$ ),  $\omega$  ( $\omega_n$ ) — энергия падающего (рассеянного) фотона,  $\omega \geq I_{1s}$ ,  $I_{1s}$  — энергия порога ионизации  $1s$ -оболочки иона и  $x$  ( $\epsilon$ ) — энергия электрона сплошного спектра промежуточного (конечного) состояния рассеяния. Учет возбужденных состояний дискретного спектра энергий — предмет отдельного рассмотрения.

### 2.1. Амплитуда $A_M$

Амплитуда вероятности перехода по каналу расщепления (2) в третьем порядке (по постоянной тонкой структуры) нерелятивистской квантовой теории возмущений принимает вид (рис. 1а)

$$A_M = \sum_{M'=-1,0,1} \int_0^\infty dx \frac{\langle 0 | \hat{R} | \Phi \rangle \langle \Phi | \hat{C} | X \rangle}{\omega - I_{1s} - x + i\gamma_{1s}}, \quad (4)$$

$$|0\rangle = [0] \otimes \hat{a}_\omega^+ |0_{ph}\rangle, \quad (5)$$

$$|\Phi\rangle = |1sxp (^1P_1), M'\rangle \otimes |0_{ph}\rangle, \quad (6)$$

$$|X\rangle = |1s\epsilon p (^1P_1), M\rangle \otimes \hat{a}_{\omega_1}^+ \hat{a}_{\omega_2}^+ |0_{ph}\rangle, \quad (7)$$

$$\hat{R} = -\frac{1}{c} \sum_{m=1}^N (\hat{p}_m \cdot \hat{A}_m), \quad (8)$$

$$\hat{C} = \frac{1}{2c^2} \sum_{m=1}^N (\hat{A}_m \cdot \hat{A}_m), \quad (9)$$

$$\hat{A}_m = \sum_k \sum_{\rho=1,2} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\rho} \left( \hat{a}_{\mathbf{k}\rho}^+ e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_m)} + \hat{a}_{\mathbf{k}\rho}^- e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_m)} \right). \quad (10)$$

В (4)–(10) определены полные волновые функции начального ( $|0\rangle$ ), промежуточного ( $|\Phi\rangle$ ) и конечного ( $|X\rangle$ ) состояний рассеяния в одноконфигурационном приближении Хартри–Фока,  $M'$  ( $M$ ) — проекция полного момента промежуточного (конечного) состояния системы «ион  $\otimes$  электрон»,  $|0_{ph}\rangle$  — волновая функция фотонного вакуума квантовой электродинамики,  $\hat{a}^+$  ( $\hat{a}^-$ ) — оператор рождения (уничтожения) фотона и  $\gamma_{1s} = \Gamma_{1s}/2$ , где  $\Gamma_{1s}$  —

естественная ширина распада  $1s$ -вакансии атомного иона. Переход  $|0\rangle \rightarrow |\Phi\rangle$  реализуется через  $\hat{R}$ -оператор радиационного поглощения, где  $c$  — скорость света в вакууме,  $\hat{p}_m$  — оператор импульса  $m$ -го электрона атомного иона,  $\hat{A}_m$  — оператор электромагнитного поля (в момент времени  $t = 0$ ) в представлении вторичного квантования,  $\mathbf{r}_m$  — радиус-вектор  $m$ -го электрона атомного иона,  $\mathbf{e}_{\mathbf{k}\rho}$  ( $\mathbf{k}$ ) — вектор поляризации (волновой вектор) фотона и  $N$  — число электронов в атомном ионе. Переход  $|\Phi\rangle \rightarrow |X\rangle$  реализуется через нелинейный по электромагнитному полю  $\hat{C}$ -оператор контактного взаимодействия. В данной статье  $\hat{C}$ -оператор рассмотрен вне рамок дипольного приближения с использованием разложения экспоненты по сферическим функциям (формула Рэлея). Для  $\hat{R}$ -оператора принято дипольное приближение ( $\exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_m)] \rightarrow 1$ ). В самом деле, например, при  $\omega = 6.4$  кэВ отношение длины волны падающего фотона ( $\lambda_\omega = 1.94$  Å) к среднему радиусу  $1s$ -оболочки иона  $\text{Ne}^{8+}$  ( $\langle r_{1s} \rangle = 0.08$  Å) удовлетворяет критерию применимости дипольного приближения ( $\lambda_\omega / \langle r_{1s} \rangle \gg 1$ ). Тогда методами алгебры операторов рождения (уничтожения) фотонов, теории неприводимых тензорных операторов и теории неортогональных орбиталей (физическое и математическое содержание этих методов см., например, в [15] и ссылки в ней) для (4) получаем

$$A_M = \xi (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2) C_M^{(1)} (\mathbf{e}_\omega) G, \quad (11)$$

где суммирование по  $M$  проведено с учетом символа Кронекера–Вейерштрасса в  $3j$ -символе Вигнера:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -M' & 0 & M \end{pmatrix} = (-1)^{1-M'} \frac{1}{\sqrt{3}} \delta_{MM'}. \quad (12)$$

В (11) определены структуры:

$$\xi = -i \frac{2}{\sqrt{6}} \left( \frac{2\pi}{V} \right)^{3/2} \frac{\langle 1s_0 | 1s_+ \rangle}{\sqrt{\omega \omega_1 \omega_2}}, \quad (13)$$

$$G = \int_0^\infty dx \cdot \Delta(x) J(x), \quad (14)$$

$$\Delta(x) = \frac{x + I_{1s}}{\omega - I_{1s} - x + i\gamma_{1s}}, \quad (15)$$

$$J(x) = \langle 1s_0 | \hat{r} | xp_+ \rangle \langle xp_+ | j_0(qr) | \varepsilon p_+ \rangle, \quad (16)$$

и обозначено:  $V$  — объем квантования электромагнитного поля,  $\mathbf{e}_\omega$  ( $\mathbf{e}_n$ ) — вектор поляризации падающего (рассеянного) фотона,  $C_M^{(1)}$  — сферическая функция,  $j_0(qr) = (1 qr) \sin(qr)$  — сферическая функция Бесселя первого рода порядка нуль,  $q = |\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2|$  и  $\mathbf{k}_n$  — волновые векторы рассеянных

фотонов. В (16) и далее для одноэлектронного оператора дипольного перехода использована «форма радиуса» ( $\hat{r}$ ). Возможное расхождение форм радиуса и скорости в одноконфигурационном приближении Хартри–Фока при сохранении аналитической структуры  $\hat{R}$ -оператора радиационного перехода в виде (8) может быть практически снято, например, учетом корреляций приближения случайных фаз с обменом. Решение этой задачи — предмет отдельного рассмотрения. Индексы «0» и «+» определены для радиальных частей волновых функций электронов, полученных решением уравнений самосогласованного поля Хартри–Фока для конфигураций начального ([0]) и конечного ([ $1s_+$ ]) состояний иона. Таким образом, используемый нами при построении амплитуд вероятности переходов метод неортогональных орбиталей позволяет учесть эффект радиальной релаксации волновых функций электронов в хартри–фоковском поле  $1s$ -вакансии. Для (14) согласно первой обобщенной теореме о среднем для несобственного интеграла первого рода [16] имеем

$$G \cong \Delta(\varepsilon) \int_0^\infty dx J(x), \quad \varepsilon \in [0; \infty). \quad (17)$$

Аналогом преобразования (17) является широко используемое, прежде всего для качественных оценок матричных элементов оператора перехода в теории многофотонной ионизации атома (атомного иона) [17], приближение Бебба–Голда [18], где величина  $\varepsilon$  играет роль «средней частоты». Тогда, учитывая условие полноты набора промежуточных состояний перехода

$$\sum_n^{\infty} |np_+(r)\rangle\langle np_+(r')| + \\ + \int_0^\infty |xp_+(r)\rangle\langle xp_+(r')| dx = \delta(r - r') \quad (18)$$

и пренебрегая вкладом суммы по возбужденным состояниям дискретного спектра ( $np_+, n \geq 2$ ) для (11), получаем окончательно:

$$A_M = \xi \Delta(\varepsilon) \langle 1s_0 | \hat{r} j_0(qr) | \varepsilon p_+ \rangle \times \\ \times (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2) C_M^{(1)}(\mathbf{e}_\omega). \quad (19)$$

При построении (19) мы не учитывали вклад  $xp_+$ -состояний сплошного спектра через  $j_2$ -функцию Бесселя, поскольку, как показал расчет, выполнено неравенство

$$\langle 1s_0 | \hat{r} j_0(qr) | \varepsilon p_+ \rangle \gg \langle 1s_0 | \hat{r} j_2(qr) | \varepsilon p_+ \rangle. \quad (20)$$

## 2.2. Амплитуда $B_M$

Амплитуда вероятности перехода по каналу расщепления (3) принимает вид (рис. 1b)

$$B_M = \sum_{n=1,2} \int_0^\infty dx \frac{\langle 0 | \hat{C} | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | \hat{R} | X \rangle}{\omega - I_{1s} - \omega_n - x + i\gamma_{1s}}, \quad (21)$$

$$\Psi_n = |1sxs (^1S_0), M' = 0\rangle \otimes \hat{a}_{\omega_n}^+ |0_{ph}\rangle. \quad (22)$$

Проводя аналогичные предыдущим построениям, получаем

$$B_M = -2i\xi(Q_{12} + Q_{21}), \quad (23)$$

$$Q_{12} = \sqrt{2\varepsilon} \Lambda_1 \frac{(\mathbf{e}_\omega \cdot \mathbf{e}_1)}{\omega - I_{1s} - \omega_1 - \varepsilon + i\gamma_{1s}} C_M^{(1)}(\mathbf{e}_2), \quad (24)$$

$$\Lambda_n = \langle 1s_0 | j_0(q_n r) | \bar{\varepsilon s} \rangle. \quad (25)$$

В (25)  $q_n = |\mathbf{k}_\omega - \mathbf{k}_\omega|$ ,  $\mathbf{k}_\omega$  — волновой вектор падающего фотона, и аналитическая структура радиальной части волновой функции электрона сплошного спектра промежуточного состояния перехода,

$$|\bar{\varepsilon s}\rangle = |\varepsilon s_+\rangle - \alpha |1s_0\rangle - \beta |1s_+\rangle, \quad (26)$$

$$\alpha = \frac{a_0 - aa_+}{1 - a^2}, \quad \beta = \frac{a_+ - aa_0}{1 - a^2}, \quad (27)$$

$$a_0 = \langle 1s_0 | \varepsilon s_+ \rangle, \quad a_+ = \langle 1s_+ | \varepsilon s_+ \rangle, \quad (28)$$

$$a = \langle 1s_0 | 1s_+ \rangle,$$

установлена процедурой ортогонализации по Грамму–Шмидту [19] из требования выполнения равенств

$$\langle 1s_0 | \bar{\varepsilon s} \rangle = 0, \quad \langle 1s_+ | \bar{\varepsilon s} \rangle = 0. \quad (29)$$

При расчете интеграла  $\langle xs_+ | \hat{r} | \varepsilon p_+ \rangle$  в (21) для радиальных частей волновых функций электронов сплошного спектра принято приближение плоских волн:  $|x\rangle \cong (2/\pi^2 x)^{1/4} \sin(r\sqrt{2x})$ . Как результат, интегрирование в (21) проведено с учетом  $\delta$ -функции Дирака в структуре:

$$(x - \varepsilon) \langle xs_+ | \hat{r} | \varepsilon p_+ \rangle \cong i\sqrt{2x} \delta(x - \varepsilon), \quad (30)$$

где отброшено главное значение несобственного интеграла в смысле Коши. Выход за рамки приближения плоских волн, например, в одноконфигурационном приближении Хартри–Фока существенно усложняет аналитические структуры интегралов перехода между двумя сплошными спектрами (см. [20] и ссылки в ней) и является предметом отдельного рассмотрения. При построении (23) мы не учитывали вклад  $xd$ -состояний сплошного спектра промежуточного состояния перехода  $1sxd (^1D_2)$

через  $j_2$ -функцию Бесселя, поскольку, как показал расчет, выполнено неравенство

$$\langle 1s_0 | j_0(q_n r) | \varepsilon s_+ \rangle \gg \langle 1s_0 | j_2(q_n r) | \varepsilon d_+ \rangle. \quad (31)$$

Физическая интерпретация амплитуд вероятности процесса (1) в представлении диаграмм Фейнмана дана на рис. 1. Учет лишь этих диаграмм обусловлен принятым нами приближением Тамма–Данкова [21, 22]. В этом приближении в нашем случае учитываются лишь диаграммы Фейнмана с учетом числа «частиц» (фотоны, электроны, вакансии) в рассечениях, не превышающих фиксированного значения  $N_0 = 3$ .

### 2.3. Дифференциальное сечение

Установим аналитическую структуру дифференциального сечения процесса (1). Просуммируем квадрат результирующей амплитуды вероятности процесса ( $A_M + B_M$ ) по проекциям полного момента конечного состояния рассеяния ( $J = 1$ ) и усредним по проекциям полного момента начального состояния иона ( $J = 0$ ). Учтем теорему сложения сферических функций:

$$\sum_M C_M^{(1)*}(\mathbf{e}_i) C_M^{(1)}(\mathbf{e}_j) = P_1(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j), \quad (32)$$

где «\*\*» — символ комплексного сопряжения и  $P_1$  — сферический ортогональный полином Лежандра первого рода первой степени ( $P_1(x) = x$ ). Тогда, следуя «золотому правилу» Ферми, в приближении нулевой ширины распада  $1s$ -вакансии ( $\gamma_{1s} \rightarrow 0$ ) для четырехжды дифференциального сечения получаем

$$\frac{d^4\sigma}{d\omega_1 d\omega_2 d\Omega_1 d\Omega_2} \equiv \sigma^{(4)} = \varphi r_0^2 \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega} D, \quad (33)$$

$$D = \mu S^2 + \eta_1 S_1^2 + \eta_2 S_2^2 + 2\chi S_1 S_2, \quad (34)$$

$$S = \left(1 - \frac{\omega}{\omega_1 + \omega_2}\right) \langle 1s_0 | \hat{r} j_0(qr) | \varepsilon p_+ \rangle, \quad (35)$$

$$S_1 = \sqrt{2\varepsilon} \Lambda_1 / \omega_2, \quad (36)$$

$$S_2 = \sqrt{2\varepsilon} \Lambda_2 / \omega_1, \quad (37)$$

$$\varepsilon = \omega - I_{1s} - \omega_1 - \omega_2. \quad (38)$$

В (33) определены:  $\Omega_n$  — пространственный угол вылета рассеянного фотона, безразмерный множитель  $\varphi = (\alpha r_0 \bar{\epsilon} / \pi^2 a_0) \langle 1s_0 | 1s_+ \rangle^2$ ,  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры,  $r_0$  — классический радиус электрона,  $a_0$  — радиус Бора,  $\bar{\epsilon} = 27.21$  и поляризационные множители:

$$\mu = (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2)^2, \quad (39)$$

$$\eta_n = (\mathbf{e}_\omega \cdot \mathbf{e}_n)^2, \quad (40)$$

$$\chi = (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2) (\mathbf{e}_\omega \cdot \mathbf{e}_1) (\mathbf{e}_\omega \cdot \mathbf{e}_2). \quad (41)$$

В (34) слагаемое  $2\chi S_1 S_2$  описывает внутриканальную интерференцию по  $B_M$ -амплитуде вероятности перехода при круговой замене  $\omega_1 \rightarrow \omega_2$  и  $\omega_2 \rightarrow -\omega_1$ . Интерференция амплитуд вероятности каналов расщепления (2) и (3) в приближении  $\gamma_{1s} \rightarrow 0$  отсутствует, поскольку

$$\lim_{\gamma_{1s} \rightarrow 0} (A_M^* B_M + A_M B_M^*) = 0. \quad (42)$$

В дипольном приближении для  $\hat{C}$ -оператора имеем  $j_0 \rightarrow 1 \Rightarrow A_n \rightarrow 0$ . Как результат, амплитуда вероятности перехода  $B_M$  (рис. 1b) обращается в нуль, и мы возвращаемся к результатам работы [8]. Обращение  $B_M$  в нуль при  $j_0 \rightarrow 1$  ( $j_n \rightarrow 0$ ,  $n \geq 1$ ) воспроизводит известный результат теории однократного нерезонансного комптоновского рассеяния фотона атомом (атомным ионом) [9].

Сечение (33) представляет собой общее выражение для любых схем эксперимента с линейно-поляризованными падающим ( $\omega$ ) и рассеянными ( $\omega_n$ ) фотонами. Как и в работе [8], ограничиваясь (простейшим) случаем аксиально-симметричного (относительно волнового вектора падающего фотона) вылета рассеянных фотонов. В этом случае  $\eta_1 = \eta_2 \equiv \eta$ . Тогда поляризационные множители в (39), (40) и (41) принимают вид в соответствии с тремя схемами предполагаемого эксперимента:

1.  $\perp$ -схема (векторы  $\mathbf{e}_\omega$  и  $\mathbf{e}_n$  перпендикулярны плоскости рассеяния):

$$\mu^\perp = \eta^\perp = \chi^\perp = 1, \quad (43)$$

2.  $\parallel$ -схема (векторы  $\mathbf{e}_\omega$  и  $\mathbf{e}_n$  параллельны плоскости рассеяния):

$$\mu^\parallel = \cos^2(2\theta), \quad (44)$$

$$\eta^\parallel = \cos^2 \theta, \quad (45)$$

$$\chi^\parallel = \cos(2\theta) \cos^2 \theta. \quad (46)$$

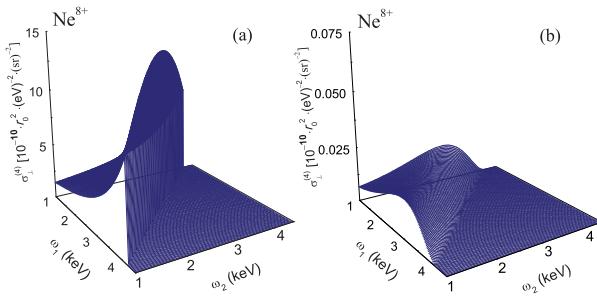
3. Неполяризованные электроны:

$$\mu = \frac{1}{2} (\mu^\perp + \mu^\parallel), \quad (47)$$

$$\eta = \frac{1}{2} (\eta^\perp + \eta^\parallel), \quad (48)$$

$$\chi = \frac{1}{2} (\chi^\perp + \chi^\parallel). \quad (49)$$

Здесь  $\theta$  — угол рассеяния (угол между волновыми векторами падающего и рассеянного фотонов) и



**Рис. 2.** Четырежды дифференциальное сечение (а — по амплитудам вероятности  $A_M$  и  $B_M$ ; б — лишь по амплитуде вероятности  $B_M$ ) неупругого расщепления фотона на два фотона атомным ионом  $\text{Ne}^{8+}$ . Энергия падающего фотона  $\hbar\omega = 6.4$  кэВ, энергия порога ионизации  $1s^2$ -оболочки  $I_{1s} = 1.195$  кэВ,  $\mu = \eta = \chi = 1$  ( $\perp$ -схема предполагаемого эксперимента),  $\theta = 90^\circ$

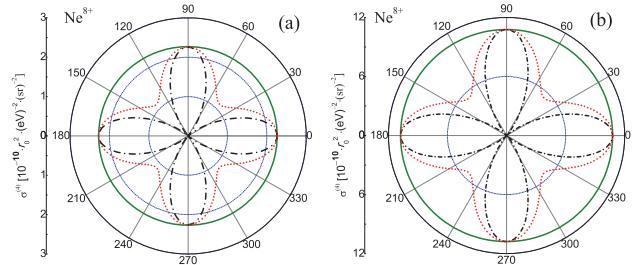
плоскость рассеяния проходит через волновые векторы фотонов. Параметр  $\eta$  из (48) формально математически воспроизводит параметр угловой анизотропии упругого томсоновского, аномально-дисперсионного (рэлеевского) [23, 24] и неупругого нерезонансного комптоновского [9, 10] рассеяния неполяризованного фотона электронами атома (атомного иона).

В работе [8] показано, что в дипольном приближении для  $\hat{C}$ -оператора  $\sigma^{(4)} \rightarrow 0$  при  $\omega \rightarrow \infty$  и при  $\omega_1 + \omega_2 \rightarrow 0$  отсутствует так называемая «инфракрасная расходимость» [10] сечения расщепления. Выход за рамки дипольного приближения для  $\hat{C}$ -оператора не изменяет этих утверждений при дополнительном формально математическом требовании к структуре  $B_M$ -амплитуды вероятности расщепления:  $\gamma_{1s} \rightarrow 0$ , но  $\gamma_{1s} > 0$ .

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты расчета приведены на рис. 2, 3. Для параметров сечения (33) приняты значения  $I_{1s} = 1.195$  кэВ (релятивистский расчет работы [8]) и  $\omega = 6.4$  кэВ (энергия  $K_\alpha$ -линии эмиссии атома железа).

Результаты расчета полного сечения расщепления (33) на рис. 2а демонстрируют симметрию сечения относительно прямой  $\omega_1 = \omega_2$  на плоскости  $(\omega_1; \omega_2)$ . Такая симметрия обусловлена инвариантностью функций  $S$ ,  $S_n$  и  $\varepsilon$  относительно круговой замены  $\omega_1 \rightarrow \omega_2$  и  $\omega_2 \rightarrow \omega_1$ . «Обрыв» сечения на прямой  $\omega_1 + \omega_2 = \omega - I_{1s}$  обусловлен требованием



**Рис. 3.** Результирующие (по амплитудам вероятности  $A_M$  и  $B_M$ ) индикатрисы рассеяния для атомного иона  $\text{Ne}^{8+}$  с полярным радиусом  $\rho = \sigma^{(4)}$  и полярным углом  $\theta$  при фиксированных значениях энергий падающего ( $\hbar\omega = 6.4$  кэВ) и рассеянных ( $\hbar\omega_1 = \hbar\omega_2 = 1.5$  кэВ (а) и 2.5 кэВ (б)) фотонов. Схемы предполагаемого эксперимента:  $\perp$  (сплошная кривая),  $\parallel$  (штрихпунктирная кривая), неполяризованные фотоны (пунктирная кривая)

ем положительности энергии электрона сплошного спектра  $\varepsilon \geq 0 \Rightarrow \omega_1 + \omega_2 \leq \omega - I_{1s}$ . Как и следовало ожидать, выход за рамки дипольного приближения для  $\hat{C}$ -оператора приводит к появлению ненулевого вклада в сечение расщепления от  $B_M$ -амплитуды вероятности перехода (рис. 2б). Однако, как в длинноволновой ( $\omega_n \sim 1.5$  кэВ  $\Rightarrow \lambda_n \sim 8.27$  Å), так и в коротковолновой ( $\omega_n \sim 2.5$  кэВ  $\Rightarrow \lambda_n \sim 4.96$  Å) областях энергий  $\omega_n$ -фотонов вклад  $B_M$ -амплитуды исчезающical мал (подавляется значениями энергий  $\omega_n$ -фотонов и малостью амплитуд  $A_n$  в (36) и (37)) и практически сохраняется симметрия результирующей индикатрисы рассеяния во взаимно перпендикулярных направлениях расщепления  $\theta = 0^\circ, 180^\circ$  и  $\theta = \pm 90^\circ$  (рис. 3). При этом заметим, что в  $\parallel$ -схеме предполагаемого эксперимента для углов рассеяния  $\theta = 45^\circ, 135^\circ$  поляризационный множитель  $\mu^\parallel = 0$  и ненулевое значение сечения расщепления (33) определяется лишь  $B_M$ -амплитудой вероятности перехода без вклада внутриканальной интерференции ( $\eta^\parallel = 1/2, \chi^\parallel = 0$ ).

### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулирована нерелятивистская квантовая теория процесса неупругого расщепления фотона на два фотона атомным ионом. Результаты работы [8] дополнены выходом за рамки дипольного приближения для оператора контактного перехода и учетом следующего порядка приближения Тамма–Данкова для числа «частич»  $N_0 = 3$  в рассечениях диаграмм Фейнмана. Теория допускает моди-

ификацию, в частности, заменой  $\delta$ -функции Дирака в «золотом правиле» Ферми на спектральную функцию Гаусса – Лапласа для учета ненулевой ширины спектрального разрешения эксперимента. Переход к приближению Тамма – Данкова для числа «частиц»  $N_0 = 4$  в рассечениях диаграмм Фейнмана и, как результат, учет процессов нелокального двойного тормозного излучения сплошным спектром возбужденных состояний иона является предметом будущего развития теории. При этом диаграммы Фейнмана для амплитуд вероятности процессов «помремени–назад» (спонтанное рождение «частиц» до момента времени поглощения падающего фотона ионом) в приближении Тамма – Данкова игнорируются [21, 22]. Можно предположить (см. также [8]), что уровень спектрального разрешения современных экспериментов с рентгеновским лазером на свободных электронах (XFEL)  $\Gamma_{beam} \cong 0.15\text{--}0.44$  эВ [25, 26], достигнутые значения средней яркости падающего на ион XFEL-излучения (число фотонов в лазерном пульсе)  $N \cong 10^{12}\text{--}10^{14}$  [27, 28] и методы получения многозарядных атомных ионов в газовой фазе, удерживаемых в ионных «ловушках» (см., например, [29–31]), позволяют проверить предсказываемые в данной работе теоретические результаты. Наконец, заметим следующее. Исследованный нами «эффект расщепления» по лидирующей амплитуде вероятности перехода (рис. 1а) носит характер локального двойного тормозного излучения сплошным спектром возбужденных состояний атомного иона и не имеет отношения к эффекту двойного тормозного излучения налетающим свободным электроном в электрическом поле атома (атомного иона) (см. [32–36] и ссылки в них).

## ЛИТЕРАТУРА

1. F. Mandl and T. H. R. Skyrme, Proc. R. Soc. (London) Ser. A **215**, 497 (1952).
2. M. Ram, Phys. Rev. D **12**, 2043 (1975).
3. M. B. Saddi, B. Singh, and B. S. Sandhu, Nuclear Technology **175**, 168 (2011).
4. D. Seipt and B. Kämpfer, Phys. Rev. D **85**, 1017001 (R) (2012).
5. F. Mackenroth and A. Di Piazza, Phys. Rev. Lett. **110**, 070402 (2013).
6. E. Lötstedt and U. D. Jentschura, Phys. Rev. A **87**, 033401 (2013).
7. V. Dinu and G. Torgrimsson, Phys. Rev. D **99**, 096018 (2019).
8. A. N. Hopersky, A. M. Nadolinsky, S. A. Novikov, and R. V. Koneev, J. Phys. B **54**, 155601 (2021).
9. T. Åberg and J. Tulkki, in *Atomic Inner-Shell Physics*, ed. by B. Crasemann, Plenum, New York (1985), Ch. 10, p. 419.
10. P. P. Kane, Phys. Rep. **218**, 67 (1992).
11. P. Beiersdorfer, J. Phys. B **48**, 144017 (2015).
12. L. Li, L. Zhang, Z. Xu et al., Plasma Sci. Technol. **23**, 075102 (2021).
13. M. Martinez-Chicharro, V. Grinberg, J. M. Torrejon et al., Mon. Not. R. Astron. Soc. **501**, 5646 (2021).
14. P. Pradhan, D. P. Huenemoerder, R. Ignace, A. M. T. Pollock, and J. S. Nichols, Astrophys. J. **915**, 114 (2021).
15. A. N. Hopersky, A. M. Nadolinsky, and S. A. Novikov, Phys. Rev. A **98**, 063424 (2018).
16. G. M. Fichtenholtz, *A Course of Differential and Integral Calculus*, Vol. 2, Nauka, Moscow (1969).
17. P. Lambropoulos, Adv. Atom. Mol. Phys. **12**, 87 (1976).
18. H. B. Bebb and A. Gold, Phys. Rev. **143**, 1 (1966).
19. M. Reed and B. Simon, *Methods of Modern Mathematical Physics, Functional Analysis*, Vol. 1, Academic Press, New York, London (1972).
20. S. A. Novikov and A. N. Hopersky, J. Phys. B **44**, 235001 (2011).
21. A. L. Fetter and J. D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems*, McGraw-Hill, New York (1971).
22. A. Dreuw and M. Head-Gordon, Chem. Rev. **105**, 4009 (2005).
23. P. P. Kane, L. Kissel, R. H. Pratt, and S. C. Roy, Phys. Rep. **140**, 75 (1986).
24. A. N. Hopersky and V. A. Yavna, *Scattering of Photons by Many-Electron Systems*, Springer, Berlin (2010).
25. V. M. Kaganer, I. Petrov, and L. Samoylova, Acta Cryst. A **77**, 1 (2021).
26. L. Wollenweber, T. R. Preston, A. Descamps et al., Rev. Sci. Instrum. **92**, 013101 (2021).

- 27.** C. Bostedt, S. Boutet, D. M. Fritz et al., Rev. Mod. Phys. **88**, 015007 (2016).
- 28.** K. Ueda, E. Sokell, S. Schippers et al., J. Phys. B **52**, 171001 (2019).
- 29.** M. A. Levine, R. E. Marrs, J. R. Henderson, D. A. Knapp, and M. B. Schneider, Phys. Scripta T **22**, 157 (1988).
- 30.** M. C. Simon, M. Schwarz, S. W. Epp et al., J. Phys. B **43**, 065003 (2010).
- 31.** E. Bulbul, A. Foster, G. V. Brown et al., Astrophys. J. **870**, 21 (2019).
- 32.** V. Florescu and V. Djamo, Phys. Lett. A **119**, 73 (1986).
- 33.** V. Ve'niard, M. Gavrila and A. Maquet, Phys. Rev. A **35**, 448(R) (1987).
- 34.** A. V. Korol, J. Phys. B **26**, 3137 (1993).
- 35.** A. A. Крыловецкий, Н. Л. Манаков, С. И. Мармо, А. Ф. Старасе, ЖЭТФ **122**, 1168 (2002).
- 36.** P. A. Krachkov, R. N. Lee, and A. I. Milstein, Phys. Rev. A **91**, 062109 (2015).