

# БИЕНИЯ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ШУБНИКОВА – ДЕ ГААЗА В ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ СО СНЯТЫМ СПИНОВЫМ ВЫРОЖДЕНИЕМ

С. И. Дорожкин\*

Институт физики твердого тела Российской академии наук  
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 14 июня 2022 г.,  
после переработки 14 июня 2022 г.  
Принята к публикации 16 июня 2022 г.

Рассмотрены методы, применяющиеся для обработки результатов по биению осцилляций Шубникова – де Гааза в двумерных электронных системах со снятым спиновым вырождением. Предложен критерий возникновения узлов биений в системах с нелинейной зависимостью энергии уровней Ландау от магнитного поля, и на его основании получена формула, описывающая положения узлов в двумерных электронных системах со спектром Бычкова – Рашба. Формула была использована для интерпретации первых наблюдений биений, выполненных в дырочных каналах кремниевых полевых транзисторов. Установлено, что эта формула хорошо описывает экспериментальные данные, полученные для электронов в квантовых ямах InGaAs, что является свидетельством доминирования в этих образцах спинового расщепления, обусловленного асимметрией потенциальной ямы (механизм Бычкова – Рашба). Получены свидетельства того, что в квантовых ямах InAs вклад в спиновое расщепление дает также отсутствие центра инверсии в объемном материале (механизм Дрессельхауза). Показано, что широко применяемый метод обработки данных по биению осцилляций, базирующийся на использовании преобразования Фурье, в случае двумерных электронных систем со спектром Бычкова – Рашба не позволяет получить правильные значения параметра спин-орбитального взаимодействия.

Статья для специального выпуска ЖЭТФ, посвященного 95-летию Э. И. Рашбы

DOI: 10.31857/S0044451022100169

EDN: JULDYN

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В 1984 году Бычков и Рашба опубликовали работы [1, 2], в которых для описания спин-орбитального взаимодействия в двумерных электронных системах (ДЭС), формируемых в асимметричных квантовых ямах, был предложен гамильтониан, допускающий точное решение, в том числе и в квантующем магнитном поле, перпендикулярном плоскости системы. Соответствующие формулы для энергетического спектра имеют вид [1, 2]

$$\epsilon^{\pm}(\mathbf{k}) = \hbar^2 \mathbf{k}^2 / 2m^* \pm \alpha |\mathbf{k}| \quad (\mathbf{H} = 0), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_n^{\pm} &= \hbar \omega_c \left( n \pm \sqrt{\delta^2 + \gamma^2 n} \right) \quad (n = 1, 2, \dots), \\ \epsilon_0 &= \hbar \omega_c \delta. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\alpha$  — параметр, характеризующий величину спин-орбитального взаимодействия в ДЭС,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор двумерных электронов,  $m^*$  — эффективная масса,  $\omega_c = |e|H/m^*c$  — циклотронная частота электронов в магнитном поле  $H$ ,  $\gamma^2 = 2\alpha^2 m^* / \hbar^3 \omega_c$ ,

$$\delta = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{gm^*}{2m} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{g\mu_B H}{\hbar \omega_c} \right), \quad (3)$$

$g$  —  $g$ -фактор электрона,  $m$  — масса свободного электрона,  $\mu_B$  — магнетон Бора. Уровень  $\epsilon_0$  естественным образом попадает либо в серию уровней  $\epsilon_n^+$  при  $\delta > 0$ , либо в серию  $\epsilon_n^-$  при  $\delta < 0$ . В этом спектре спиновое расщепление в нулевом поле пропорционально волновому вектору состояния, а энергия уровней в квантующем магнитном поле нелинейно зависит от величины поля. Такой спектр теперь широко известен как спектр Бычкова – Рашба (БР), а предложенный гамильтониан

\* E-mail: dorozh@issp.ac.ru

широко используется для расчетов различных эффектов в ДЭС со спин-орбитальным взаимодействием. Этот результат привлек внимание к возможности [3] управлять спиновой поляризацией электронов в немагнитных полупроводниках при помощи затворного напряжения в полевых транзисторах, что привело к появлению целого направления исследований в спинтронике.

Во многих случаях спиновое расщепление в ДЭС невелико по сравнению с энергией Ферми, что приводит к возникновению в нулевом магнитном поле двух близких поверхностей Ферми (контуров в двумерном случае). Тогда при квазиклассическом рассмотрении можно ожидать появления двух близких значений частот квантовых осцилляций в магнитном поле и их биений. Такие биения очень чувствительны к величине спинового расщепления и, как будет показано ниже, позволяют измерять его величину.

В данной работе сформулирован квантовый качественный критерий возникновения узла биений осцилляций Шубникова – де Гааза (ШдГ), применимый к ДЭС с нелинейной зависимостью уровней магнитного квантования от величины поля и основанный на соотношении между различными щелями в спектре. На основании этого критерия была получена [4] формула для положения узлов биений в ДЭС со спектром БР, позже подтвержденная последовательным теоретическим анализом [5, 6]. На примере биений осцилляций ШдГ в дырочных каналах кремниевых полевых транзисторов продемонстрирован механизм работы предложенного критерия. Проанализированы экспериментальные данные ряда наиболее цитируемых работ по биению осцилляций в квантовых ямах InGaAs и полевых транзисторах с электронными каналами в таких ямах. Показано, что они хорошо описываются полученной формулой. Уточнены данные по зависимости параметра спин-орбитального взаимодействия от плотности электронов в полевых транзисторах. Получено свидетельство того, что спиновое расщепление в квантовых ямах InAs является результатом как асимметрии квантовой ямы, так и отсутствия центра инверсии в объемном материале (механизм Дрессельхауза). Выполнен анализ широко используемого метода обработки данных по биению осцилляций ШдГ в ДЭС с использованием преобразования Фурье, и продемонстрирована необоснованность его применения к системам со спектром БР.

## 2. ФОРМУЛА ДЛЯ УЗЛОВ БИЕНИЙ КВАНТОВЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ В ДЭС СО СПЕКТРОМ БЫЧКОВА – РАШБА

Как хорошо известно, квантование энергетического спектра электронов в магнитном поле приводит к магнитоосцилляциям различных величин, как термодинамических, так и кинетических (например, осцилляции де Гааза – ван Альфена магнитного момента и осцилляции ШдГ компонент тензоров магнитосопротивления и магнитопроводимости). Считается хорошо установленным, что в ДЭС осцилляции кинетических коэффициентов отражают осцилляции термодинамической плотности состояний  $D = dn_s/d\mu$ , совпадающей в случае невзаимодействующих электронов при нулевой температуре с плотностью одноэлектронных состояний на уровне Ферми. Здесь  $n_s$  – плотность двумерных носителей заряда, а  $\mu$  – величина их химического потенциала. В ДЭС минимумы термодинамической плотности состояний соответствуют заполнению целого числа  $j$  спиновых подуровней, и их положение по магнитному полю  $H$  описывается формулой

$$n_s = jN_0,$$

где  $N_0 = |e|H/hc$  – вырожденность одного подуровня, а  $j$  – целое число. В случае разрешенных подуровней  $j = 1, 2, 3, \dots$ , т.е. минимумы плотности состояний существуют при всех целочисленных значениях факторов заполнения  $\nu = n_s/N_0$ . Более распространенным, однако, является случай существенного уширения уровней за счет флуктуаций случайного потенциала, который и будет рассматриваться ниже. В случае периодической системы уровней их уширение, однако, сохранит минимумы плотности состояний между всеми уровнями и периодичность магнитоосцилляций не изменится. В ДЭС со спектром Ландау,

$$\epsilon_n^{(L)\pm} = \hbar\omega_c \left( n - \frac{1}{2} \right) \pm g\mu_B \frac{H}{2},$$

энергетические щели различны по величине, и зачастую в осцилляциях ШдГ проявляются только большие из них. В результате, в зависимости от соотношения между циклотронным и зеемановским расщеплениями, минимумы осцилляций наблюдаются при четных или нечетных значениях  $j$  факторов заполнения, что выглядит как группировка уровней в пары. В случае более сложного энергетического спектра с нелинейной зависимостью энергии уровней от магнитного поля при изменении поля может происходить изменение характера «спариваемых» уровней, сопровождающееся изменением

четности факторов заполнения в минимумах осцилляций. В осцилляционной картине такое изменение выглядит как изменение фазы осцилляций на  $\pi$ , т. е. возникновение узла осцилляций.

При монотонном изменении энергии уровней в зависимости от магнитного поля нетрудно написать условие изменения четности фактора заполнения в минимумах как равенство энергетических расщеплений  $\Delta_j$ , в которых оказывается уровень Ферми при изменении фактора заполнения  $j$  на единицу (и, соответственно, изменении четности этого фактора). Применительно к спектру (2) это условие записывается в виде

$$\Delta_{2n+p+1} \equiv \epsilon_{n+p+1}^- - \epsilon_n^+ = \epsilon_n^+ - \epsilon_{n+p}^- \equiv \Delta_{2n+p}. \quad (4)$$

Здесь  $p = 0, 1, 2, \dots$ . Разность энергий в левой (правой) части уравнения вычисляется в магнитном поле  $H_{2n+p+1} = hc n_s / e(2n + p + 1)$  ( $H_{2n+p} = hc n_s / e(2n + p)$ ), соответствующем фактору заполнения  $\nu = 2n + p + 1$  ( $\nu = 2n + p$ ). В итоге получаем

$$\begin{aligned} \Delta_{2n+p+1} &= \\ &= \frac{2E_{F0}}{2n + p + 1} \left[ p + 1 - \sqrt{\delta^2 + 2\lambda^2 n(2n + p + 1)} - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{\delta^2 + 2\lambda^2 (2n + p + 1)(n + p + 1)} \right], \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{2n+p} &= \frac{2E_{F0}}{2n + p} \left[ -p + \sqrt{\delta^2 + 2\lambda^2 n(2n + p)} + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\delta^2 + 2\lambda^2 (2n + p)(n + p)} \right]. \quad (6) \end{aligned}$$

Здесь  $E_{F0} = \pi \hbar^2 n_s / m^*$ , т. е. величина, равная энергии Ферми вырожденного по спине электронного газа в нулевом магнитном поле;  $\lambda^2 = E_0 / E_{F0}$  ( $E_0 = m^* \alpha^2 / 2\hbar^2$ ). Решая уравнение (4) с учетом равенств (5) и (6) при условии  $\lambda \ll 1$  и пренебрегая единицей по сравнению с  $n$ , получаем выражение для фактора заполнения  $N_p$ , соответствующего узлу с номером  $p$ :

$$\lambda N_p = \sqrt{(2p + 1)^2 / 16 - \delta^2}. \quad (7)$$

Важным результатом такого рассмотрения является связь четности номера  $p$  узла с четностью номеров осцилляций по разные стороны от него. Можно показать [4], что четные (нечетные) значения  $p$  соответствуют переходу от четных (нечетных) номеров осцилляций в слабых магнитных полях к нечетным (четным) в сильных. Естественно, что абсолютная точность определения факторов заполнения, соответствующих узлу, по формуле (7) не может быть лучше единицы. Как будет показано ниже сравнением с вычисленными осцилляциями ШдГ

для спектра БР (см. ниже рис. 1 и 6), приведенная формула хорошо описывает положения узлов, которые обычно наблюдаются при больших значениях факторов заполнения. Из формулы (7) прямо получается удобное для обработки экспериментальных результатов выражение для положения узлов  $H_p$  в перпендикулярном магнитном поле:

$$\frac{1}{H_p^2} = \frac{\hbar^2 e^2}{2\pi n_s \alpha^2 m^{*2} c^2} \left[ \frac{(2p + 1)^2}{16} - \delta^2 \right]. \quad (8)$$

Относительно изменения положения узлов в наклонном магнитном поле см. работы [7, 8]. Отметим, что сформулированный выше критерий был также использован при описании квантовых осцилляций в работе [9].

### 3. БИЕНИЯ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ШУБНИКОВА – ДЕ ГААЗА В ДЫРОЧНЫХ КАНАЛАХ КРЕМНИЕВЫХ ПОЛЕВЫХ ТРАНЗИСТОРОВ

Впервые<sup>1)</sup> эффект биений осцилляций ШдГ в ДЭС был обнаружен в работе [4] на образцах дырочных каналов кремниевых полевых транзисторов, т. е. в системе с центром инверсии в объемном материале, в которой спиновое расщепление полностью определяется асимметрией квантовой ямы. Пример такого биения приведен на рис. 1. В узле биения, отмеченном темной вертикальной стрелкой, амплитуда осцилляций имеет локальный минимум, а фаза осцилляций меняется на  $\pi$ . Вдали от узла значения факторов заполнения в соседних минимумах осцилляций ШдГ различаются на двойку. В результате минимумы осцилляций ШдГ левее узла наблюдаются при четных факторах заполнения уровней, а правее — при нечетных. В терминах спектра Ландау с зеемановским расщеплением это феноменологически могло бы интерпретироваться как превалирование циклотронного расщепления в слабых магнитных полях и зеемановского в сильных. Таким образом, именно биения, сопровождающиеся изменением четности факторов заполнения в минимумах осцилляций, являются свидетельством нелинейных зависимостей цикло-

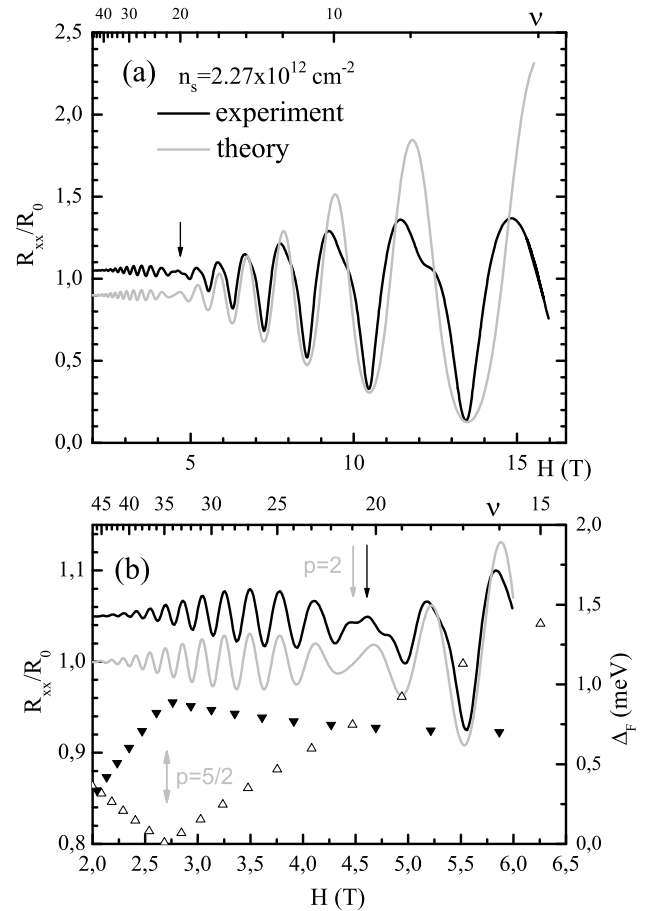
<sup>1)</sup> Фактически картина биений на таких образцах наблюдалась ранее в работе [10], однако не была идентифицирована. Особенности осцилляций ШдГ, наблюдавшиеся в дырочных каналах гетероструктур GaAs/AlGaAs в работах [11, 12], очевидно, указывают на наличие двух групп носителей с существенно различающимися плотностями и не имеют формы биений.

тронного и спинового расщеплений от магнитного поля.

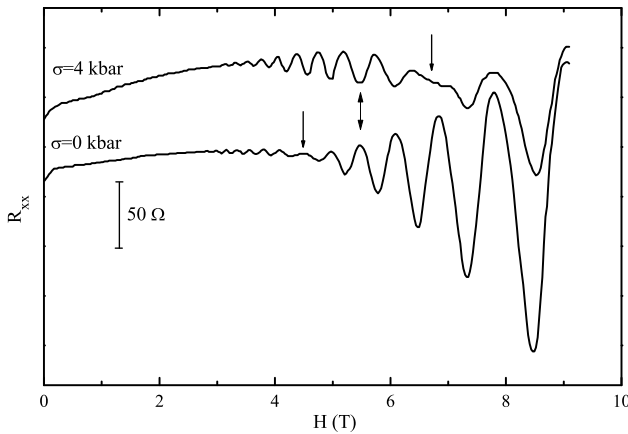
Естественно, что изменение положения узла при неизменной плотности дырок сопровождается сменой минимумов на максимумы (и наоборот) между двумя различными положениями узла, как это демонстрируется экспериментальными результатами на рис. 2. Узлы осцилляций в этом эксперименте [13] смещались приложением к образцу одноосной деформации растяжения или сжатия при постоянной плотности дырок. На рис. 2 показаны результаты для деформации сжатия.

В работе [4] было показано, что биения осцилляций ШдГ присущи спектру БР с уширенными уровнями, и была получена формула (8). Расчеты магнитосопротивления для ДЭС с таким спектром представлены на рис. 1 светлыми кривыми. Для согласования экспериментальной и теоретической кривых использовались два подгоночных параметра: транспортное время релаксации, которое было принято равным квантовому и оказалось близким ко времени, определенному из подвижности образца, и величина  $\alpha$ . Первый из этих параметров определял абсолютную величину амплитуды осцилляций, а второй — положение узла. Результаты расчета демонстрируют эффект биений с узлом в магнитном поле, положение которого хорошо согласуется с вычисленным по формуле (8). Представленные треугольниками значения энергетических расщеплений на уровне Ферми для не уширенного спектра при целочисленных значениях факторов заполнения  $\nu$  демонстрируют выполнение критерия равенства расщеплений для двух соседних факторов заполнения, использованного для определения положения узлов. Можно показать, что полужелые значения  $p$  в формуле (8) определяют величины магнитных полей, в которых происходит пересечение уровней, и, следовательно, одна из энергетических щелей на уровне Ферми обращается в нуль. Этот факт виден из результатов вычисления щелей, представленных на рис. 1(b), и вычисленной для  $p = 5/2$  величины магнитного поля, отмеченной двунаправленной светлой стрелкой.

Отметим, что снятие спинового вырождения в ДЭС, создаваемых в асимметричных квантовых ямах, было отмечено уже в первых численных расчетах (см., например, работу [14] и обзор [15]) энергетического спектра дырочных каналов кремниевых полевых транзисторов в нулевом магнитном поле, основанных на гамильтониане Латтинжера. Вычисленное расщепление демонстрирует кристаллическую анизотропию. При использовании симметрич-



**Рис. 1.** Экспериментальные и расчетные зависимости магнитосопротивления  $R_{xx}$ , нормированные на их значения  $R_0$  в нулевом магнитном поле (сплошные кривые на рис. (a) и (b)). Расчетная кривая на рис. (a) сдвинута вниз на 0.1. На рис. (b) эти зависимости показаны в увеличенном масштабе для лучшей демонстрации эффекта биения осцилляций. На этом же рисунке треугольниками приведены вычисленные величины энергетических щелей на уровне Ферми  $\Delta_F$  (правая шкала) для не уширенных уровней спектра (2). Измерения выполнены на образце полевого транзистора с дырочным каналом на поверхности Si (110), имеющем плотность дырок  $n_s = 2.27 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Все вычисления выполнены для этой плотности и значений параметров спектра  $\alpha = 2.48 \cdot 10^{-10} \text{ эВ} \cdot \text{см}$ ,  $\delta = 1.08$ ,  $m^* = 0.35m$ . При расчете магнитосопротивления использованы одинаковые значения квантового времени  $\tau_q$  и времени импульсной релаксации  $\tau$ , равные 0.52 пс. Сплошными темными стрелками на обоих рисунках отмечены экспериментальные положения узла биений. Светлой однонаправленной (двунаправленной) стрелкой на рис. (b) показано положение узла (равного нулю расщепления между соседними энергетическими уровнями на уровне Ферми), вычисленное по формуле (8) для  $p = 2$  ( $p = 5/2$ )



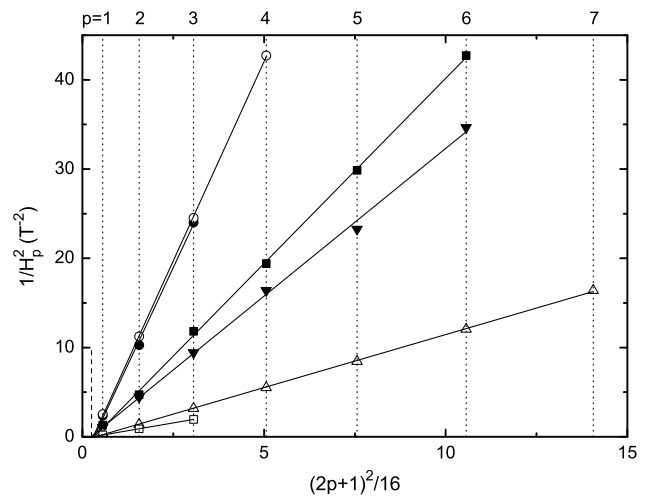
**Рис. 2.** Изменение картины осцилляций ШдГ в дырочном канале на поверхности Si(110) при приложении одноосного механического напряжения сжатия 4 кбар вдоль направления [001].  $n_s = 2.7 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Однонаправленные стрелки указывают положения узлов осцилляций ШдГ. Двухнаправленная стрелка отмечает инверсию осцилляций

ной формы гамильтониана Латтинжера это расщепление оказывается пропорциональным третьей степени модуля волнового вектора. Так что использование спектра БР для последовательного количественного анализа результатов и получения параметров спектра двумерных дырок представляется необоснованным. Наиболее достоверные из существующих расчеты спектра двумерных дырок в квантующем магнитном поле были выполнены в работе [16], в центре внимания которой как раз было описание биения осцилляций, наблюдаемого в работе [4]. Автору удалось количественно описать экспериментальную зависимость положения узла от плотности дырок и удовлетворительно объяснить эффект одноосной деформации. Правда, для такого описания понадобились значения параметров гамильтониана Латтинжера, несколько отличающиеся от общепринятых.

#### 4. БИЕНИЯ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ШУБНИКОВА – ДЕ ГААЗА В ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ КАНАЛАХ

Биения осцилляций ШдГ в электронных каналах были обнаружены в образцах с квантовыми ямами узкозонных полупроводников InAs [17] и InGaAs [18]. Эти результаты послужили триггером исследований биений осцилляций ШдГ и характеризуемого ими спин-орбитального расщепления в таких полупроводниках. Хотя авторы работ [17–20]

интерпретировали свои результаты в терминах спектра БР, возникающего в асимметричных квантовых ямах (structure inversion asymmetry, SIA), для таких материалов всегда остается вопрос, не связано ли спиновое расщепление с отсутствием центра инверсии в массивном материале (bulk inversion asymmetry, BIA). Как будет показано ниже, ответ на этот вопрос можно получить, анализируя экспериментальные результаты по биению осцилляций ШдГ, в частности, с использованием формулы (8). Как показали результаты обработки [7] данных работы [18] (см. также рис. 3), эта формула очень хорошо описывает положение узлов биений осцилляций по магнитному полю и позволяет определить как величину параметра  $\alpha$ , так и величину  $g$ -фактора электронов.



**Рис. 3.** Зависимости положений  $1/H_p^2$  узлов биений осцилляций ШдГ в гетероструктурах с двумерной электронной системой в слоях  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  от  $(2p+1)^2/16$ . Темные значки — результаты для трех образцов различного состава (величины  $x$ ) из работы [18]. Светлыми символами приведены данные из работ [21] (кружки), [22] (треугольники) и [23] (квадраты). Прямые линии проведены через экспериментальные точки по методу наименьших квадратов. Вертикальная штриховая линия отмечает значение  $(2p+1)^2/16 = 1/4$

На рис. 3 приведены результаты обработки экспериментальных данных для двумерных электронов в квантовых ямах InGaAs, полученных как в работе [18], так и в более поздних работах, в которых наблюдалось несколько узлов биений. В выбранных в соответствии с формулой (8) координатах все данные описываются прямыми линиями, пересекающими горизонтальную ось в близких точках со значениями, немного превышающими

ми 0.25. Согласно формуле (8), эти значения равны  $\delta^2 = (1 - gm^*/2m)^2/4$  и должны быть немного больше 0.25 в силу малых значений эффективной массы  $m^*$  и отрицательного значения  $g$ -фактора в InGaAs. Так, для образцов, использованных в работе [18], эффективная масса равнялась  $0.046m$ , а обработка данных [7] в наклонном магнитном поле дала значение  $g = -2.6$ , что очень хорошо согласуется с величинами отрезков, отсекаемых соответствующими прямыми на горизонтальной оси. Правильность нумерации узлов  $p$  подтверждается тем фактом, что, как нами было проверено, факторы заполнения в минимумах осцилляций в сильных магнитных полях (превышающих положение последнего по полю узла) являются четными. Из наклона прямых можно определить параметр  $\alpha$ , величины которого для образцов, представленных на рис. 3, оказались одного масштаба:  $\alpha = 3.7 \cdot 10^{-10}$  эВ · см (образец А [18]),  $\alpha = 4.2 \cdot 10^{-10}$  эВ · см (образец В [18]),  $\alpha = 2.8 \cdot 10^{-10}$  эВ · см (образец С [18]),  $\alpha = 5.3 \cdot 10^{-10}$  эВ · см [21],  $\alpha = 4.5 \cdot 10^{-10}$  эВ · см [22],  $\alpha = 6.9 \cdot 10^{-10}$  эВ · см [23].

Результаты, представленные на рис. 3, указывают на то, что в квантовых ямах InGaAs основным механизмом снятия спинового вырождения является механизм БР. Это заключение подкрепляется обсуждаемыми ниже данными, приведенными на рис. 4, а также результатами работы [21], в которой наблюдалось исчезновение биений осцилляций ШдГ в специально изготовленной гетероструктуре с симметричной архитектурой.

В полевых транзисторах с проводящими каналами в квантовых ямах InGaAs при изменении затворного напряжения удалось наблюдать изменение картины биений осцилляций ШдГ, связанное с изменением как плотности электронов, так и величины параметра  $\alpha$ . Таким образом, удалось управлять спиновой поляризацией при помощи электрического поля, реализовав идеи работы [3]. Эти результаты, однако, были почти исключительно получены из фурье-спектра осцилляций. Как будет показано ниже, использованный метод дает неудовлетворительные результаты для систем со спектром БР. На этом основании мы провели обработку данных этих экспериментов с использованием формулы (8), и на рис. 4 приводим полученные зависимости параметра  $\alpha$  от плотности электронов в полевых транзисторах. Для кривых, на которых наблюдалось несколько узлов биений, параметры  $\alpha$  и  $\delta^2$  определялись независимо аналогично тому, как это делалось для данных, показанных на рис. 3. При этом аналогично результатам на рис. 3 узел в самом

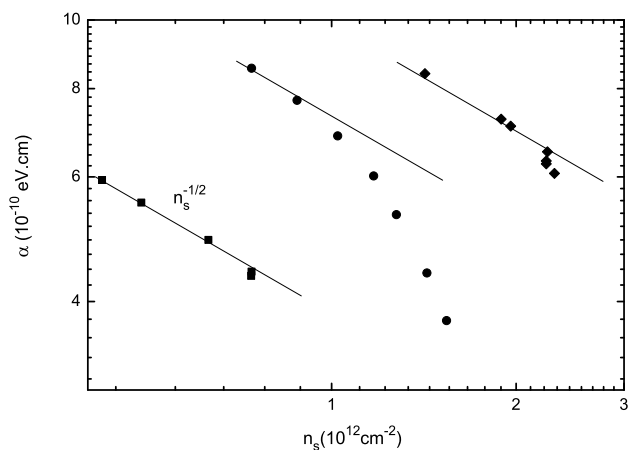


Рис. 4. Зависимости параметров спин-орбитального взаимодействия  $\alpha$  от плотности электронов в InGaAs-каналах полевых транзисторов, полученные на основании оригинальных экспериментальных данных работ [24] (ромбы), [25] (кружки) и [21] (квадраты). Сплошными линиями показаны зависимости  $\alpha \propto n_s^{-1/2}$

сильном поле имел номер  $p = 1$ . Для кривых с единственным узлом биений мы проверяли, что минимумы осцилляций в магнитных полях, превышающих положение узла, соответствуют четным факторам заполнения, и приписывали этому узлу номер  $p = 1$ , значение же  $\delta^2$  определялось из кривых с несколькими узлами, измеренных при других затворных напряжениях.

Данные на рис. 4 демонстрируют уменьшение параметра  $\alpha$  с возрастанием плотности двумерных электронов  $n_s$ , которое сопровождается возрастанием электрического поля между ДЭС и поверхностью гетероструктуры, на которую был нанесен затвор полевого транзистора. Этот результат свидетельствует о доминировании механизма БР, поскольку увеличение упомянутого электрического поля делает профиль потенциала в направлении роста структуры более симметричным в силу того, что в этих образцах слой селективного донорного легирования и затвор располагались по разные стороны от квантовой ямы. В приведенных на рис. 4 результатах заслуживает внимания зависимость  $\alpha \propto n_s^{-1/2}$ , объяснение которой требует детального теоретического анализа.

Если приведенные выше результаты для квантовых ям InGaAs полностью соответствуют SIA со спектром БР, наблюдения биений осцилляций в квантовых ямах InAs, включая первые сообщения [17, 19], как будет показано ниже, в эту картину не укладываются. Обработка [19] результатов

работы [17] показала необходимость использования положительного значения  $g$ -фактора для описания результатов спектром БР. В согласии с этим заключением при обработке результатов по формуле (8) положения узлов попадают на прямую, пересекающую горизонтальную ось в точке с координатой  $0.125 < 0.25$  (см. рис. 5), что соответствует положительному значению величины  $g$ -фактора. Этот факт, однако, не помешал авторам работы [19] сделать заключение о том, что наблюдаемый ими эффект связан именно с механизмом БР. Это заключение представляется нам неверным, так как  $g$ -фактор в массивном InAs отрицателен,  $g = -15$ . Здесь уместно отметить, что энергетический спектр, обусловленный спиновым расщеплением в объемном материале без центра инверсии (механизм Дрессельхауза), в сферически-симметричном приближении имеет такой же вид, как и спектр (2), с тем отличием, что входящая в него величина  $\delta$  в этом случае равна  $\delta_D = -(1/2)(1 + gm^*/2m)$  [26, 27] и, следовательно, величина  $\delta_D^2$  должна быть меньше 0.25 при  $g < 0$ . Этот результат заставляет думать, что спиновое расщепление, наблюдавшееся в работах [17, 19], в основном обусловлено механизмом Дрессельхауза.

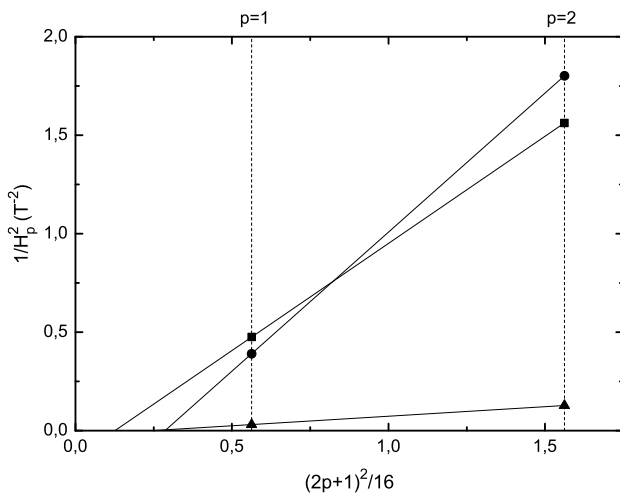


Рис. 5. Зависимости положений  $1/H_p^2$  узлов биений осцилляций ШдГ в гетероструктурах с двумерной электронной системой в слоях InAs от  $(2p+1)^2/16$  для данных работ [17, 28, 29] (соответственно квадраты, кружки, треугольники)

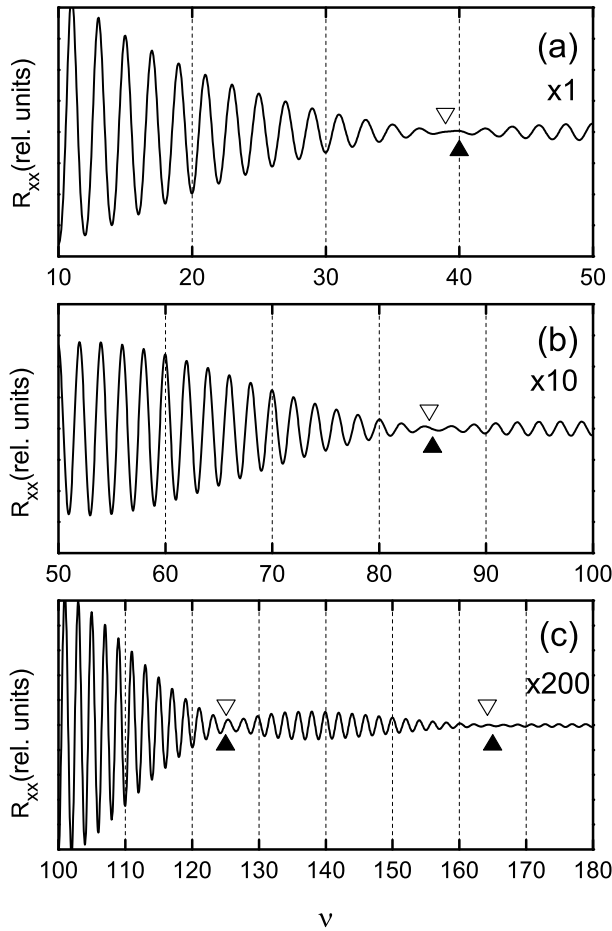
Нами были обработаны еще несколько результатов, полученных для двумерных электронов в квантовой яме InAs (см. рис. 5). В этом случае, в отличие от данных на рис. 3, прямые пересекают горизонтальную ось в существенно различных точках ( $x_0 = 0.125$ ,  $x_0 = 0.28$  и  $x_0 = 0.24$ ) для данных

работ соответственно [17, 28] и [29]. Такое поведение указывает на то, что в исследованных образцах InAs в спиновое расщепление дают вклад механизмы как ВИА, так и SIA, относительная роль которых определяется формой квантовой ямы, т. е. архитектурой конкретной гетероструктуры. Это заключение находится в полном согласии с результатами работы [30], где удалось обнаружить и разделить оба вклада. В присутствии обоих механизмов при малой величине зеемановского расщепления возможно исчезновение биений осцилляций ШдГ [31, 32], как это наблюдалось в слое InAs в работе [33].

В свете предыдущего обсуждения результатов работ [17, 19] вопрос о применимости механизма БР мог бы возникнуть и на основании результатов работы [24], выполненной на ДЭС в слое InGaAs. Авторы этой работы при обработке результатов в рамках спектра БР фактически произвольно выбрали положительное значение  $g$ -фактора  $g = 4$ , что соответствует  $\delta^2 = 0.203 < 0.25$  при использованном в работе значении эффективной массы  $m^* = 0.05m$ . Авторам, однако, не удалось подогнать положения обоих наблюдающихся узлов биений осцилляций ШдГ единым выбором параметра  $\alpha$ , и на рис. 5 ими были представлены два значения этого параметра, определяемые из положений двух разных узлов. Между тем положения обоих узлов могут быть описаны при использовании одного набора параметров в спектре (2). Так, из данных, приведенных на рис. 4 работы [24] для  $V_g = 0.3$  В, нами были получены следующие значения параметров  $\delta^2 = 0.267 > 0.25$  ( $g \approx -1.4$ ),  $\alpha = 6.38 \cdot 10^{-10}$  эВ · см. В работе [24] из тех же данных при  $g = 4$  получены два значения  $\alpha$ , равные примерно  $6.4 \cdot 10^{-10}$  эВ · см и  $6.9 \cdot 10^{-10}$  эВ · см.

## 5. ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ АНАЛИЗА ФУРЬЕ ДЛЯ ОПИСАНИЯ БИЕНИЙ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ШУБНИКОВА – ДЕ ГААЗА

К сожалению, хотя в большинстве экспериментальных работ данные по биениям осцилляций ШдГ качественно интерпретировались в терминах спектра БР, для получения параметров этого спектра обычно использовались приближенные подходы (см, например, обзор [34]), зачастую приводившие к неверным результатам. Одним из таких широко использовавшихся подходов, предложенным в работе [25], являлась обработка экспериментальных кривых магнитосопротивления при помощи быстрого преобразования Фурье, дававшего



**Рис. 6.** Осцилляции ШДГ в зависимости от фактора заполнения  $\nu$ , обратно пропорционального магнитному полю, вычисленные для ДЭС со спектром (2) и параметрами  $\delta^2 = 0.294$ ,  $\alpha = 5.34 \cdot 10^{-10}$  эВ · см, полученными из обработки экспериментальных данных, приведенных на рис. 3 работы [21] (показаны на рис. 3 светлыми кружками). Плотность электронов  $n_s = 6.1 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$ , эффективная масса  $m^* = 0.037m$ . Рисунки (а)–(с) соответствуют разным факторам заполнения и различным масштабам для величины магнитосопротивления. Темными (светлыми) треугольниками отмечены положения узлов осцилляций, определенные из эксперимента [21] (расчета по формуле (8))

обычно два пика с близкими значениями  $F_1$  и  $F_2$  частоты (имеющей размерность магнитного поля) в полученном фурье-спектре ( $F_2 > F_1$ ). Из этих двух частот определялись две плотности электронов  $n_{sj} = eF_j/hc$ , которые приписывались двум ветвям закона дисперсии в нулевом магнитном поле. Для спектра  $\epsilon^\pm = \hbar^2 k^2/2m^* \pm \alpha k$  из величины площадей на плоскости квазиимпульсов, занимаемых электронами каждой из ветвей,  $\pi k_{F1}^2$  и  $\pi k_{F2}^2$ , где  $k_{F1, F2}$  —

значения фермиевских квазиимпульсов для соответствующих ветвей, можно прямо получить формулу, связывающую плотности электронов на этих ветвях,  $n_{s1}$  и  $n_{s2}$ , с параметром  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{\hbar^2}{m^*} \sqrt{\pi} (\sqrt{n_{s2}} - \sqrt{n_{s1}}) \approx \frac{\hbar^2 \Delta n_s}{m^*} \sqrt{\frac{\pi}{2n_s}}. \quad (9)$$

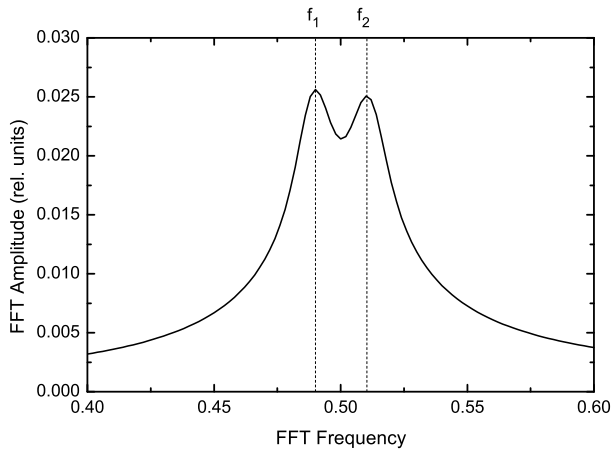
Здесь  $\Delta n_s = n_{s2} - n_{s1}$  и  $n_s = n_{s1} + n_{s2}$ . Значение параметра  $\alpha$  вычисляется из положения пиков в фурье-спектре по формуле (9). Такой подход является чересчур упрощенным, его основным недостатком является неадекватность описания картины биений осцилляций в ДЭС со спектром (2) в терминах осцилляций двух фиксированных частот, не зависящих от магнитного поля. Разложение в ряд осцилляций плотности состояний на уровне Ферми для спектра (2) было выполнено в работе [6], где в главном порядке по фактору Дингла  $\exp(-\pi/\omega_c \tau_q)$  ( $\tau_q$  — квантовое время релаксации) было получено следующее выражение:

$$D(\epsilon_F) = -\frac{m^*}{\pi \hbar^2} \exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c \tau_q}\right) \cos\left(2 \frac{\pi \epsilon_F}{\hbar \omega_c}\right) \times \cos\left(2\pi \sqrt{\delta^2 + \frac{\alpha^2 \tilde{k}_F^2}{\hbar^2 \omega_c^2}}\right). \quad (10)$$

Здесь  $\tilde{k}_F^2 = (k_{F1}^2 + k_{F2}^2)/2$ . Из этого выражения следует, что разностная частота, стоящая в последнем множителе и определяющая положение узлов биений осцилляций ШДГ, зависит от магнитного поля. Приравняв нулю этот множитель, мы воспроизведем формулу (8).

Чтобы оценить степень точности получения параметра  $\alpha$  описанным выше методом, основанным на использовании двух фиксированных значений частот из преобразования Фурье, мы выполнили расчет осцилляций ШДГ для ДЭС со спектром БР, результаты которого приведены на рис. 6 в зависимости от фактора заполнения уровней Ландау  $\nu = n_s/N_0$ , обратно пропорционального магнитному полю. Параметры спектра были выбраны так, чтобы описать положения узлов, наблюдавшихся в работе [21], формулой (8). На рис. 6 видно прекрасное согласие положений этих узлов с вычисленными положениями, а также с положениями узлов в расчетных кривых магнитосопротивления. Этот факт демонстрирует доминирование механизма БР в спиновом расщеплении исследованной ДЭС, а также хорошую применимость формулы (8) для описания положения узлов осцилляций ШДГ в ДЭС со спектром БР.





**Рис. 7.** Амплитуда быстрого преобразования Фурье осцилляций ШдГ, представленных на рис. 6. Вертикальными штриховыми линиями отмечены положения максимумов фурье-спектра,  $f_1$  и  $f_2$

Результат быстрого преобразования Фурье полной картины магнитоосцилляций, представленных на рис. 6, приведен на рис. 7. В этом случае частота размерности не имеет, а  $\Delta n_s = n_s(f_2 - f_1)/(f_1 + f_2)$ . Если теперь воспользоваться формулой (9), то мы получим значение  $\alpha = 4.0 \cdot 10^{-10}$  эВ · см, которое заметно меньше значения  $\alpha = 5.34 \cdot 10^{-10}$  эВ · см, заложенного в расчет магнитоосцилляций.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, для двумерных электронных систем со спектром БР в работе представлен и обоснован простой и точный метод определения параметров этого спектра из картины биений квантовых магнитоосцилляций. Проанализированы различные методы обработки данных, применявшиеся в других работах, и исправлены результаты, полученные при помощи неудовлетворительных методов.

**Финансирование.** Работа выполнена в рамках Госзадания Института физики твердого тела РАН.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Бычков, Э. И. Рашба, Письма в ЖЭТФ **39**, 66 (1984).
2. Yu. A. Bychkov and E. I. Rashba, J. Phys. C **17**, 6039 (1984).
3. S. Datta and B. Das, Appl. Phys. Lett. **56**, 665 (1990).
4. С. И. Дорожкин, Е. Б. Ольшанецкий, Письма в ЖЭТФ **46**, 399 (1987).
5. S. G. Novokshonov and A. G. Groshev, Phys. Rev. B **74**, 245333 (2006).
6. С. Г. Новокшонов, ФНТ **39**, 486 (2013).
7. S. I. Dorozhkin, Phys. Rev. B **41**, 3235 (1990).
8. S. I. Dorozhkin, Sol. St. Comm. **72**, 211 (1989).
9. Ю. А. Бычков, В. И. Мельников, Э. И. Рашба, ЖЭТФ **98**, 717 (1990).
10. K. von Klitzing, G. Landwehr, and G. Dorda, Sol. St. Comm. **14**, 387 (1974).
11. H. L. Stormer, Z. Schlesinger, A. Chang, D. C. Tsui, A. C. Gossard, and W. Wiegmann, Phys. Rev. Lett. **51**, 126 (1983).
12. J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, V. Narayanamurti, A. C. Gossard, and W. Wiegmann, Phys. Rev. Lett. **53**, 2579 (1984).
13. С. И. Дорожкин, Г. Ландвер, Письма в ЖЭТФ **64**, 630 (1996).
14. F. J. Ohkawa and Y. Uemura, Prog. Theor. Phys. Suppl. **57**, 164 (1975).
15. T. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982).
16. W. O. G. Schmitt, Phys. Rev. B **50**, 15239 (1994).
17. J. Luo, H. Munekata, F. F. Fang, and P. J. Stiles, Phys. Rev. B **38**, 10142 (1988).
18. B. Das, D. C. Miller, S. Datta, R. Reifenberger, W. P. Hong, P. K. Bhattacharya, J. Singh, and M. Jaffe, Phys. Rev. B **39**, 1411 (1989).
19. J. Luo, H. Munekata, F. F. Fang, and P. J. Stiles, Phys. Rev. B **41**, 7685 (1990).
20. B. Das, S. Datta, and R. Reifenberger, Phys. Rev. B **41**, 8278 (1990).
21. Th. Schäpers, G. Engels, J. Lange, Th. Klocke, M. Hollfelder, and H. Lüth, J. Appl. Phys. **83**, 4324 (1998).
22. Y. S. Gui, C. M. Hu, Z. H. Chen, G. Z. Zheng, S. L. Guo, J. H. Chu, J. X. Chen and A. Z. Li, Phys. Rev. B **61**, 7237 (2000).
23. W. Z. Zhou, T. Lin, L. I. Shang, G. Yu, Z. M. Huang, S. L. Guo, Y. S. Gui, N. Dai, J. H. Chu, L. J. Cui, D. L. Li, H. L. Gao, and Y. P. Zeng, Sol. St. Comm. **143**, 300 (2007).

24. J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagi, and T. Enoki, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1335 (1997).
25. G. Engels, J. Lange, Th. Schäpers, and H. Lüth, *Phys. Rev. B* **55**, R1958 (1997).
26. J. Schliemann, J. C. Egues, and D. Loss, *Phys. Rev. B* **67**, 085302 (2003).
27. T. Li, B. Horovitz, and O. P. Sushkov, *Phys. Rev. B* **93**, 235316 (2016).
28. J. P. Heida, B. J. van Wees, J. J. Kuipers, T. M. Klapwijk, and G. Borghs, *Phys. Rev. B* **57**, 11911 (1998).
29. T. Matsuyama, R. Kürsten, C. Meißner, and U. Merkt, *Phys. Rev. B* **61**, 15588 (2000).
30. S. D. Ganichev, V. V. Bel'kov, L. E. Golub, E. L. Ivchenko, P. Schneider, S. Giglberger, J. Eroms, J. De Boeck, G. Borghs, W. Wegscheider, D. Weiss, and W. Prettl, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 256601 (2004).
31. С. А. Тарасенко, Н. С. Аверкиев, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 669 (2002).
32. N. S. Averkiev, M. M. Glazov, and S. A. Tarasenko, *Sol. St. Comm.* **133**, 543 (2005).
33. S. Brosig, K. Ensslin, R. J. Warburton, C. Nguyen, B. Brar, M. Thomas, and H. Kroemer, *Phys. Rev. B* **60**, R13989 (1999).
34. W. Zawadzki and P. Pfeffer, *Semicond. Sci. Technol.* **19**, R1 (2004).