

# РАВНОВЕСИЕ СФЕРИЧЕСКОГО НАМАГНИЧИВАЮЩЕГОСЯ ТЕЛА В КАПЛЕ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*О. А. Шарова*<sup>a,b</sup>, *А. С. Виноградова*<sup>b\*</sup>, *К. Л. Согомонян*<sup>a</sup>, *Д. А. Пелевина*<sup>a,b</sup>,  
*В. А. Налетова*<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,  
Механико-математический факультет  
119991, Москва, Россия*

<sup>b</sup> *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,  
Научно-исследовательский институт механики  
119192, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 3 июля 2022 г.,  
после переработки 3 июля 2022 г.  
Принята к публикации 6 июля 2022 г.

Экспериментально и теоретически изучается равновесие сферического намагничивающегося тела в капле магнитной жидкости, расположенной на горизонтальной плоскости, в однородном горизонтальном магнитном поле. Численно получены зависимости высоты левитации шара от объема магнитной жидкости и величины приложенного магнитного поля. В отличие от вертикального поля, в котором теоретически предсказана и экспериментально подтверждена заметная левитация тела, в горизонтальном поле теория предсказывает лишь очень малый подъем шара, что и подтверждает эксперимент: левитация тела не наблюдается. Также экспериментально исследуется случай однородного наклонного магнитного поля. Обнаружено, что шар может левитировать не только в вертикальном, но и в наклонном магнитном поле (в некотором диапазоне углов наклона).

*Статья представлена в рамках публикации материалов VIII Евроазиатского симпозиума  
«Тенденции в магнетизме» (EASTMAG-2022), Казань, август 2022 г.*

DOI: 10.31857/S0044451023010029  
EDN: NMRFQT

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Свободная поверхность магнитной жидкости (МЖ) меняет свою форму в переменных магнитных полях. Этот эффект кроме научного имеет также широкое практическое значение для решения многих задач современной техники и медицины: например, при моделировании и конструировании движителей, дозаторов, насосов, клапанов, работа которых основана на управлении положением и движением МЖ путем изменения магнитного поля. Контроль МЖ в основном осуществляется с помощью неоднородных магнитных

полей постоянных магнитов [1–5], электромагнитов [6], катушек [1, 7] и проводников [8] с током, но также можно использовать, например, однородное вращающееся [9, 10], однородное наклонное [11], линейно поляризованное переменное [12] магнитные поля. Неоднородные магнитные поля могут быть созданы и при помощи хорошо намагничивающихся тел, помещенных во внешнее приложенное однородное магнитное поле. Таким образом, определенный интерес представляет класс задач на определение формы поверхности МЖ в магнитных полях различных намагничивающихся тел. К такому классу относится и задача, рассмотренная в данной статье.

В работах [13–17] в однородном горизонтальном магнитном поле экспериментально и теоретически исследованы формы поверхности конечных объемов МЖ вблизи намагничивающихся тел: ша-

\* E-mail: vinogradova-as@mail.ru

ра [13], цилиндра [14, 15] или пластины [16, 17]. В работах [13–15] считалось, что МЖ намагничена до насыщения и ее намагниченность много меньше величины магнитного поля. Формы свободной поверхности бесконечного объема и капли МЖ, удерживаемой магнитным полем намагничивающегося клина на наклонной плоскости, в однородном горизонтальном магнитном поле изучены теоретически и экспериментально [18]. В работах [19–26] теоретически и экспериментально исследованы формы поверхности МЖ, налитой в сосуд и содержащей тело из хорошо намагничивающегося материала (цилиндр [19–22, 26] или шар [19, 20, 23–25]), в различных внешних однородных магнитных полях: горизонтальном [21–25], вертикальном [19–26] или наклонном [19, 21, 22, 25].

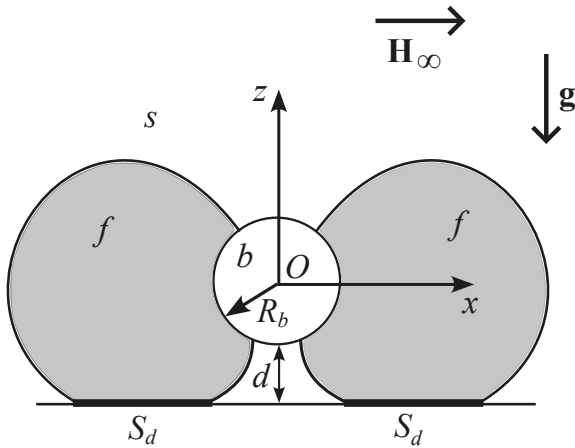
Магнитные, немагнитные и намагничивающиеся тела, погруженные в МЖ, могут подвергаться действию магнитных сил. Эти силы связаны с неоднородностью магнитного поля или с разрывами магнитных характеристик на контактной поверхности различных сред. В пионерской работе Розенцвейга [27] впервые экспериментально продемонстрирована левитация магнита в форме диска в цилиндрическом сосуде, заполненном МЖ, и получено выражение для силы, действующей на магнит. Эта сила связана с неоднородностью поля в окрестности магнита, при этом градиент поля всегда направлен к магниту. Стоит отметить, что немагнитные тела также могут левитировать в сосудах с МЖ при особых условиях даже в однородном магнитном поле, поскольку поверхность МЖ искажает приложенное поле. В работах [28–30] экспериментально и теоретически исследована сила, действующая на твердое немагнитное сферическое [28, 29] или цилиндрическое [30] тело, погруженное в цилиндрический контейнер с МЖ, во внешнем однородном вертикальном поле.

А могут ли тела из намагничивающегося материала левитировать в сосуде, заполненном МЖ, в приложенном однородном магнитном поле? В работе [31] приведены общие выражения для сил, действующих на объемы намагничивающихся сред, расположенные внутри МЖ, в однородном и неоднородном магнитных полях. В отличие от магнитов, тела (сферические и цилиндрические) из намагничивающегося материала не всегда будут левитировать в цилиндрическом сосуде с МЖ во внешнем однородном горизонтальном поле: численно показано [32], что это зависит от взаимного расположения тела и стенок сосуда. Была вычислена [33] сила, действующая на постоянный цилиндрический магнит,

намагниченный поперек его оси и находящийся в цилиндрическом сосуде с МЖ. В работе [34] показано, что в однородном магнитном поле есть аналогия между магнитами и намагничивающимися телами в сосудах специальной формы: эллипсоидальной, цилиндрической и в плоском канале с МЖ. Получены аналитические формулы для силы, действующей на сферическое намагничивающееся тело в однородном вертикальном магнитном поле в сферическом сосуде с МЖ. Показано, что если магнитная проницаемость окружающей среды меньше проницаемости МЖ, то возможна левитация тела при любой величине магнитной проницаемости вещества тела. В работах [35, 36] теоретически показана возможность левитации сферического тела из намагничивающегося материала в МЖ около горизонтальной плоскости в однородном горизонтальном и вертикальном магнитных полях.

Тела из намагничивающегося материала также могут левитировать и в малых объемах МЖ со свободной поверхностью (как раз такой вопрос исследуется в данной работе). В работе [37] теоретически исследовано равновесие намагничивающегося шара в капле МЖ, расположенной на горизонтальной подложке, в вертикальном однородном приложенном магнитном поле (без учета силы тяжести и поверхностного натяжения). В безындукционном приближении получено аналитическое выражение для силы, действующей на тело со стороны МЖ. Также численно получены зависимости высоты левитации шара от объема МЖ и величины приложенного поля. В работе [38] экспериментально исследовано равновесие намагничивающегося шара в капле МЖ в вертикальном поле, а при теоретическом анализе учитывалась еще и сила тяжести. Получены зависимости высоты левитации шара от объема МЖ и величины приложенного поля. Но может ли намагничивающийся шар левитировать в капле МЖ, расположенной на горизонтальной подложке, в другом магнитном поле, например, горизонтальном или наклонном?

Чтобы ответить на этот вопрос, в данной статье экспериментально и теоретически изучается равновесие хорошо намагничивающегося сферического тела в капле МЖ в однородном горизонтальном магнитном поле. Исследованы формы поверхности МЖ фиксированного объема около намагничивающегося шара и сила, действующая на тело. Проводится экспериментальное исследование равновесия намагничивающегося шара в капле МЖ также и в однородном наклонном магнитном поле. Результаты, полученные в [38], используются в данной рабо-



**Рис. 1.** Схематическое изображение намагничивающегося шара в капле МЖ в однородном горизонтальном магнитном поле

те.

## 2. ТЕОРИЯ

Рассмотрим задачу о равновесии намагничивающегося шара (радиусом  $R_b$ , массой  $M$ , объемом  $V_b$ ) в капле МЖ объемом  $V_f$ , расположенной на горизонтальной плоскости, в однородном горизонтальном магнитном поле  $\mathbf{H}_\infty$  под действием силы тяжести  $\mathbf{g}$  (рис. 1). Шар и МЖ находятся в окружающей немагнитной среде. Система координат  $(x, y, z)$  введена так, что точка  $(0, 0, 0)$  совпадает с центром сферического тела, ось  $z$  вертикальна, а ось  $x$  направлена по магнитному полю.

Задача решается в следующих предположениях:

- 1) вся система находится в равновесии;
- 2) магнитные проницаемости всех сред постоянны:  $\mu_i = \text{const}$ ,  $i = f, b$ ,  $\mu_s = 1$  (здесь и далее индексы « $f$ », « $b$ » и « $s$ » относятся к параметрам соответственно МЖ, тела и окружающей среды);
- 3) пренебрегается поверхностным натяжением;
- 4) выполнено безындукционное приближение:  $\mu_f - 1 \ll 1$ , т.е. речь идет о слабо намагничивающейся МЖ, которая не искажает магнитное поле от шара;
- 5) форма поверхности МЖ симметрична относительно плоскости  $x = 0$ .

Уравнения равновесия немагнитной среды и МЖ имеют следующий вид:

$$\nabla p_s = -\rho_s g \mathbf{e}_z, \quad \nabla p_f = -\rho_f g \mathbf{e}_z, \quad (1)$$

где  $\rho_s$  и  $\rho_f$  — плотности немагнитной среды и МЖ. Интегрируя выражения (1), получим давления в немагнитной среде и МЖ:

$$p_s = p_{0s} - \rho_s g z, \quad p_f = p_{0f} - \rho_f g z, \quad (2)$$

где  $p_{0s, f} = \text{const}$ .

На поверхности МЖ  $z = h(x, y)$  выполнено динамическое граничное условие ( $A_s^f = A_f - A_s$ )

$$[-p + \tau_{nn}^H]_s^f = 0, \quad \tau_{ij}^H = \frac{H_i B_j}{4\pi} - \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}}{8\pi} g_{ij}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ . В безындукционном приближении верно следующее равенство [31]:

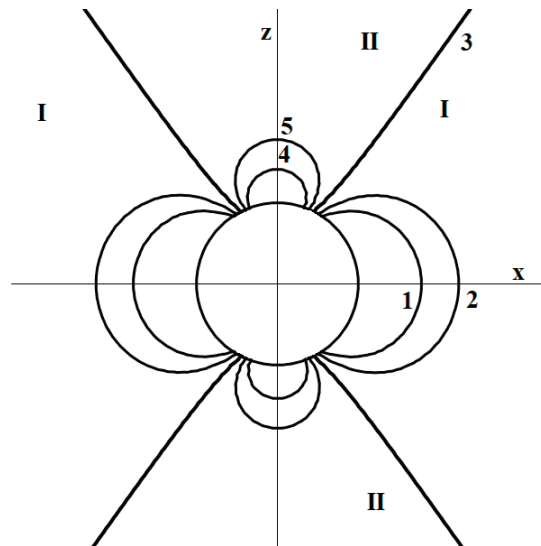
$$[\tau_{nn}^H]_s^f = -\frac{H^2}{8\pi} (\mu_f - 1). \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{H}$  — магнитное поле около поверхности намагничивающегося шара в однородном приложенном горизонтальном магнитном поле  $\mathbf{H}_\infty$ , не искаженное МЖ. Выражение для модуля поля  $H$  имеет следующий вид [39]:

$$H = H_\infty \sqrt{\frac{9x^2(y^2 + z^2)D^2}{r^{10}} + \left(1 + \frac{D}{r^3} - \frac{3x^2 D}{r^5}\right)^2}, \quad (5)$$

где

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad D = R_b^3 \frac{1 - \mu_b}{2 + \mu_b}.$$



**Рис. 2.** Изолинии модуля магнитного поля:  $H = 7H_\infty/6$  (1),  $H = 13H_\infty/12$  (2),  $H = H_\infty$  (3),  $H = 5H_\infty/6$  (4),  $H = 11H_\infty/12$  (5)

На рис. 2 приведены линии постоянного значения модуля магнитного поля. Видно, что  $H > H_\infty$  слева

и справа от шара (в областях I) и  $H < H_\infty$  сверху и снизу от шара (в областях II). Области I и II отделены друг от друга линией  $\mathcal{Z}: H = H_\infty$ . Таким образом, при включении внешнего однородного горизонтального поля МЖ занимает свое положение равновесия слева и справа от шара, тем самым стремясь в область больших магнитных полей.

Итак, из выражений (2), (3) и (4) можно получить уравнение для определения статической формы поверхности МЖ  $z = h(x, y)$ :

$$\frac{H^2}{8\pi}(\mu_f - 1) - gz(\rho_f - \rho_s) = C = p_{0s} - p_{0f}. \quad (6)$$

Константу  $C$  можно определить, например, задав точку  $(x_0, y_0, z_0)$ , принадлежащую поверхности МЖ. Обозначим  $H_0 = H(x_0, y_0, z_0)$ , тогда получим

$$C = \frac{H_0^2}{8\pi}(\mu_f - 1) - gz_0(\rho_f - \rho_s). \quad (7)$$

Вертикальная составляющая силы, действующей на шар, имеет следующий вид [38]:

$$F_z = -(\rho_f - \rho_s)gV_f + g(\rho_f - \rho_s)(z_0 + d + R_b)|S_d| + \rho_s gV_b + \iint_{S_d} \frac{H^2 - H_0^2}{8\pi}(\mu_f - 1)dS, \quad (8)$$

где  $d$  — высота левитации шара,  $S_d$  — поверхность контакта МЖ с горизонтальной плоскостью,  $|S_d|$  — площадь  $S_d$ .

Уравнение равновесия шара имеет вид

$$-Mg + F_z = 0. \quad (9)$$

### 3. ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ

#### 3.1. Алгоритм расчета

Алгоритм расчета формы поверхности, объема МЖ и силы, действующей на шар, реализован в программном пакете Maple в размерном виде. Вначале фиксируются параметры  $\rho_f, \rho_s, R_b, M, \mu_s, \mu_b, \mu_f$ . Для заданного параметра  $H_\infty$  напряженность магнитного поля вокруг тела  $H$  задается по формуле (5). Далее выбирается  $z_0$  —  $z$ -координата точки  $(x_0 = \sqrt{R_b^2 - z_0^2}, y_0 = 0, z_0)$  на поверхности шара, принадлежащая свободной поверхности МЖ. В этой точке можно вычислить значение магнитного поля  $H_0 = H(x_0, y_0, z_0)$  по формуле (5) и константу  $C$  по формуле (7). Далее для заданной константы  $C$  ищется форма поверхности МЖ по формуле (6).

При расчете параметр  $d$  (расстояние от шара до дна) может принимать значения на промежутке

$[0, d_{max}]$ , где  $d_{max}$  — максимально возможная высота левитации шара, соответствующая минимуму координаты  $z$  на свободной поверхности МЖ. Промежуток  $[0, d_{max}]$  разбивается на малые промежутки  $\Delta d$ . Для каждого  $d_i = i\Delta d$  рассчитывается площадь  $|S_d|$  контакта МЖ с дном, объем  $V_f$  и сила  $F_z$  по формуле (8). Объем МЖ  $V_f$  рассчитывается следующим образом. Ось  $z$  разбивается на малые промежутки  $\Delta z$ . В каждом узле разбиения  $z = z_i$  рассчитывается площадь  $|S_i|$  сечения объема МЖ горизонтальной плоскостью  $z_i = \text{const}$ . Далее  $V_f \sim \sum_i |S_i| \Delta z$ . Таким образом, строятся зависимости  $F_z = F_z(d)$  и  $V_f = V_f(d)$ , из которых находятся такие  $d$  и  $V_f$ , что выполняется уравнение равновесия шара (9).

Итак, при фиксированной величине приложенного магнитного поля  $H_\infty$  для различных начальных точек  $z_0$  можно найти пары  $(V_f, d)$  и построить зависимость  $d = d(V_f)$ . Из множества зависимостей  $d = d(V_f)$ , построенных для разных значений  $H_\infty$ , можно получить зависимость  $d = d(H_\infty)$ , зафиксировав объем  $V_f$ .

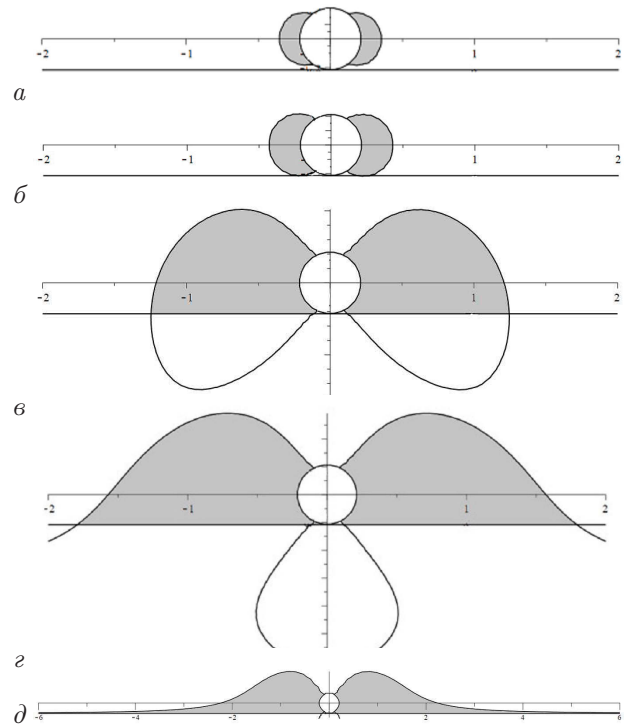


Рис. 3. Формы поверхности МЖ (сечения плоскостью  $y = 0$ ) при  $H_\infty = 450$  Э для разных значений параметра  $z_0 = 0.174$  см (а),  $0.18257$  см =  $z_{min}$  (б),  $0.191$  см (в),  $0.1912$  см (г),  $0.19131$  см =  $z_{max}$  (д)

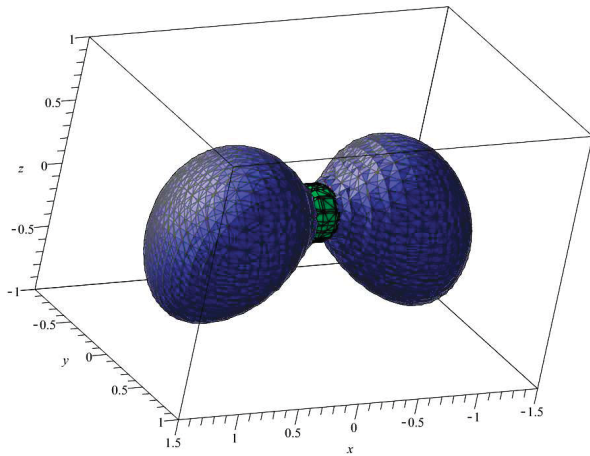


Рис. 4. 3D-модель поверхности МЖ при  $z_0 = 0.191$  см

### 3.2. Формы поверхности МЖ

Далее по тексту приводятся результаты численных расчетов при экспериментальных параметрах (см. разд. 4):  $M = 0.15$  г,  $R_b = 0.215$  см,  $\mu_b = 3.62$ ,  $\mu_f = 1.42$ ,  $\rho_f = 1.2$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho_s = 0.9$  г/см<sup>3</sup>,  $g = 981$  см/с<sup>2</sup>. На рис.3 изображены различные формы поверхности МЖ (сечения плоскостью  $y = 0$ ) при  $H_\infty = 450$  Э в зависимости от  $z_0$  для  $d = 0$ . Помимо сечений плоскостью  $y = 0$ , на рис. 4 приведена 3D-модель поверхности МЖ при  $z_0 = 0.191$  см.

Нужно отметить, что  $d \geq 0$  (возможна левитация шара) только в некотором диапазоне  $z_0$ :  $z_{min} \leq z_0 \leq z_{max}$ . Если  $z_0 < z_{min}$  ( $V_f < V_{min}$ ), то МЖ собирается в капли справа и слева от тела и не имеет контакта с дном, см. рис. 3а. Если  $z_0 = z_{min}$ , то нижняя часть поверхности МЖ касается дна в двух точках, см. рис. 3б. В случае, когда  $z_0 > z_{max}$  ( $V_f > V_{max}$ ), ситуация не соответствует геометрии рассматриваемой задачи, так как при больших объемах верхняя поверхность МЖ не пересекает дна сосуда и капля как таковая не образуется, см. рис. 3д при  $z_0 = z_{max}$ .

### 3.3. Решение задачи о равновесии шара

На рис. 5 изображены зависимости  $d = d(V_f)$  при разных значениях  $H_\infty$ . На этом графике видно, на какой высоте  $d$  будет левитировать шар массой  $M$  в капле МЖ объемом  $V_f$ , если включить поле  $H_\infty$ . Также на рис. 5 видно, какой нужен минимальный объем МЖ, чтобы при заданном поле  $H_\infty$  шар мог левитировать. Стоит отметить, что каждая из зависимостей на рис. 5 обрывается в некоторой точке  $V_f = V_{max}$ , находящейся вне изображенной области.

На рис.6 изображена зависимость  $d = d(H_\infty)$  при  $V_f = 0.18$  мл. Видно, что существует минимальное поле  $H_\infty$ , при котором шар может левитировать в капле МЖ объемом  $V_f$ .

### 3.4. Сравнение горизонтального и вертикального полей

Зависимости  $d = d(V_f)$  при  $H_\infty = 450$  Э для горизонтального и вертикального [38] полей изображены на рис.7. Стоит отметить, что линия 1 для вертикального поля также обрывается в некоторой точке  $V_f = V_{max}$ . Результаты численного расчета, проведенного в данной статье и в [38], показывают, что в отличие от вертикального магнитного поля, в котором тело левитирует на высоте нескольких миллиметров при малых объемах МЖ и в слабых магнитных полях, в горизонтальном поле тело может левитировать только на высоте нескольких десятых долей миллиметра, и происходит это только при относительно больших объемах МЖ и в достаточно сильных полях.

## 4. ЭКСПЕРИМЕНТ

В качестве немагнитной среды было выбрано трансформаторное масло с плотностью  $\rho_s = 0.93$  г/см<sup>3</sup>. Использовалась МЖ на воде, изготовленная в ООО НПП «АМ-Куб» (г. Екатеринбург), с магнитной проницаемостью  $\mu_f = 1.42$  и плотностью  $\rho_f = 1.2$  г/см<sup>3</sup>. Плотность  $\rho_f$  определялась с помощью взвешивания известного объема МЖ. Магнитная проницаемость  $\mu_f$  определялась методом подвешивания капли в известном неоднородном магнитном поле [40]. Объем МЖ  $V_f$  дозировался при помощи либо шприца, либо механического дозатора.

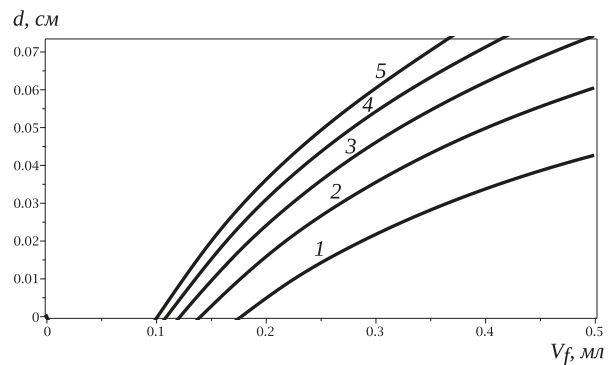


Рис. 5. Зависимости  $d = d(V_f)$  при разных значениях параметра  $H_\infty = 250$  Э (1), 300 Э (2), 350 Э (3), 400 Э (4), 450 Э (5)



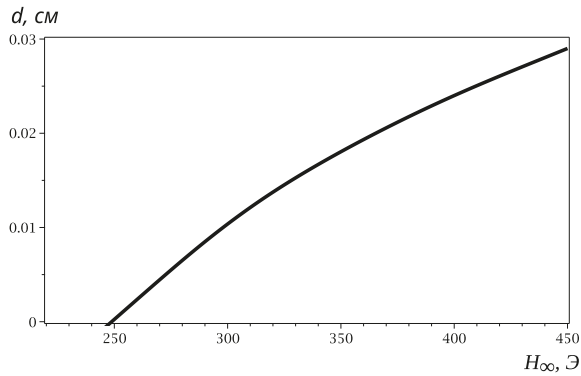


Рис. 6. Зависимость  $d = d(H_\infty)$  при  $V_f = 0.18$  мл

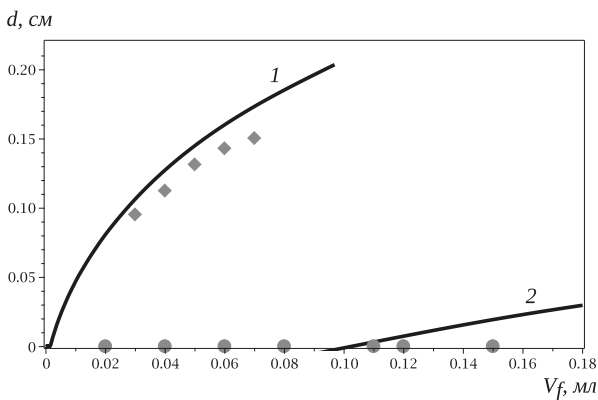


Рис. 7. Зависимости  $d = d(V_f)$  при  $H_\infty = 450$  Э. Сплошные линии представляют результаты численного моделирования для вертикального (1) [38] и горизонтального (2) полей; ромбики — экспериментальные данные для вертикального поля [38]; кружки — экспериментальные данные для горизонтального поля (см. разд. 4)

В качестве намагничивающегося сферического тела был взят шар из изотропного намагничивающегося эластомера на силиконовой основе с микрочастицами магнетита. Масса шара  $M = 0.15$  г, радиус  $R_b = 0.215$  см, магнитная проницаемость  $\mu_b = 3.62$ . Масса  $M$  определялась взвешиванием. Диаметр шара находился с помощью штангенциркуля. Для нахождения магнитной проницаемости  $\mu_b$  использовался силовой метод: шар подвешивался к динамометру в известном неоднородном магнитном поле. Сила, действующая на шар малого диаметра в неоднородном магнитном поле, приведена в работе [31].

Однородное горизонтальное поле создавалось катушками Гельмгольца (радиусом 9.6 см).

#### 4.1. Порядок проведения эксперимента

Сначала дно прямоугольной кюветы из оргстекла ( $5 \times 2 \times 3$  см<sup>3</sup>) обрабатывалось воском, чтобы избежать прилипания к нему МЖ. После этого кювета заполнялась трансформаторным маслом и на ее дно с помощью шприца или дозатора помещался заданный объем МЖ. Затем в центр капли МЖ помещался намагничивающийся шар. Потом кювета ставилась в центр катушек Гельмгольца и включалось максимальное магнитное поле  $H_\infty = 450$  Э. Значение поля уменьшалось ступенчато с шагом  $\Delta H = 50$  Э до нуля. Формы поверхности МЖ фиксировались фотосъемкой. Таким образом было проведено 11 серий экспериментов с объемами МЖ от 0.02 до 0.41 мл.

#### 4.2. Результаты эксперимента в однородном горизонтальном магнитном поле

По аналогии с теоретическими формами поверхности МЖ, построенными для разных  $z_0$  и приведенными на рис. 3, фотографии экспериментальных форм поверхности МЖ (вид сбоку) различных объемов около намагничивающегося шара при  $H_\infty = 450$  Э изображены на рис. 8. Итак, показано качественное совпадение теоретических и экспериментальных форм поверхности МЖ. В зависимости от объема МЖ возможны следующие ситуации: 1) поверхность МЖ не касается дна (рис. 8 а); 2) при контакте с дном МЖ находится над окружающей средой (рис. 8 б, в); 3) при контакте с дном МЖ находится под окружающей средой (рис. 8 г).

Результаты численного расчета, приведенные в предыдущем разделе (см. рис. 7), в отличие от заметной высоты левитации шара в вертикальном поле [38], предсказывали в горизонтальном поле малую высоту левитации в несколько десятых долей миллиметра. Такая разница в эффектах для вертикального и горизонтального полей была подтверждена экспериментально: ни в одной из проведенных серий эксперимента левитация шара в капле МЖ в горизонтальном поле не наблюдается. В горизонтальном поле эффект настолько мал, что сводится на нет влиянием факторов, не учитываемых при теоретическом описании (предположения 2–5 в разд. 2). При этом количественное различие между экспериментальными и рассчитанными значениями высоты левитации тела сравнимо в вертикальном и горизонтальном полях, см. рис. 7. Скорее всего как в вертикальном, так и в горизонтальном поле это различие также обусловлено предположениями 2–5.

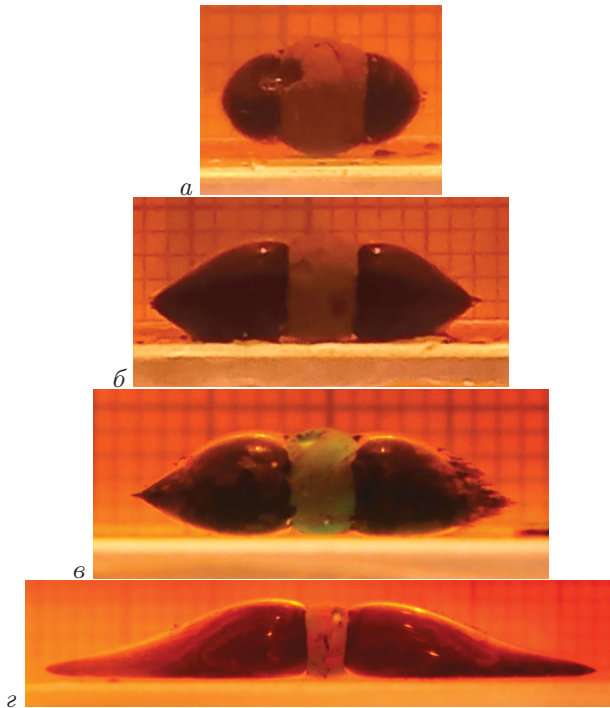


Рис. 8. Фотографии экспериментальных форм поверхности МЖ (вид сбоку) около намагничивающегося шара при  $H_\infty = 450 \text{ Э}$  для разных значений объема МЖ  $V_f = 0.02 \text{ мл}$  (а),  $0.08 \text{ мл}$  (б),  $0.12 \text{ мл}$  (в),  $0.32 \text{ мл}$  (г)

#### 4.3. Результаты эксперимента в однородном наклонном магнитном поле

Если в горизонтальном поле в эксперименте левитация шара в капле МЖ не наблюдается, а в вертикальном поле шар левитирует на заметной высоте, то возникает вопрос: может ли намагничивающийся шар левитировать в капле МЖ, например, в однородном наклонном поле? Чтобы ответить на этот вопрос, был проведен следующий эксперимент.

Однородное наклонное магнитное поле создавалось двумя парами катушек Гельмгольца (радиусами 9.6 и 5.9 см). Величина поля была фиксированная, а угол  $\alpha$  между направлением поля и вертикалью менялся в диапазоне от 0 (вертикальное) до 90° (горизонтальное). Были выполнены два типа эксперимента: 1) сначала включалось вертикальное поле ( $\alpha = 0$ ), затем угол  $\alpha$  ступенчато увеличивался по 10° до горизонтального поля ( $\alpha = 90^\circ$ ); 2) сначала включалось горизонтальное поле ( $\alpha = 90^\circ$ ), затем угол  $\alpha$  ступенчато уменьшался по 10° до вертикального поля ( $\alpha = 0$ ). Формы поверхности МЖ фиксировались фотосъемкой.

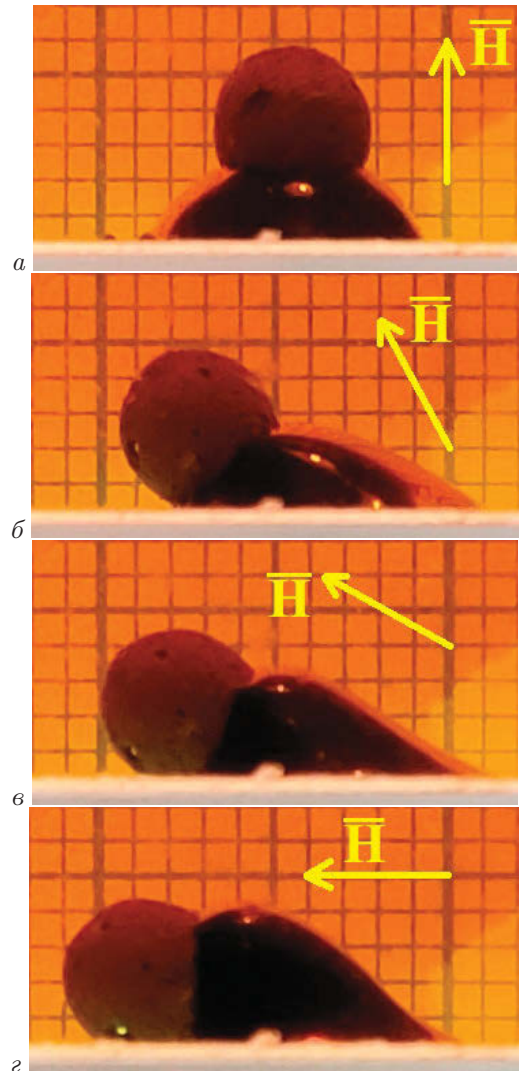


Рис. 9. Фотографии экспериментальных форм поверхности МЖ (вид сбоку) объемом  $V_f = 0.06 \text{ мл}$  около намагничивающегося шара при  $H_\infty = 450 \text{ Э}$  в эксперименте типа 1 для разных значений параметра  $\alpha = 0$  (а), 30° (б), 60° (в), 90° (г)

Фотографии экспериментальных форм поверхности МЖ (вид сбоку) около намагничивающегося шара при  $H_\infty = 450 \text{ Э}$  приведены на рис. 9 в эксперименте типа 1 для объема МЖ  $V_f = 0.06 \text{ мл}$  и на рис. 10 в эксперименте типа 2 для объема МЖ  $V_f = 0.15 \text{ мл}$ . На рис. 9 и 10 видно, что в вертикальном и наклонном магнитных полях (в некотором диапазоне углов  $\alpha$ ) намагничивающийся шар может левитировать в капле МЖ, а в эксперименте типа 2 он левитирует даже с дополнительным весом МЖ, которая поднимается вместе с ним. В горизонтальном же поле шар не левитирует.

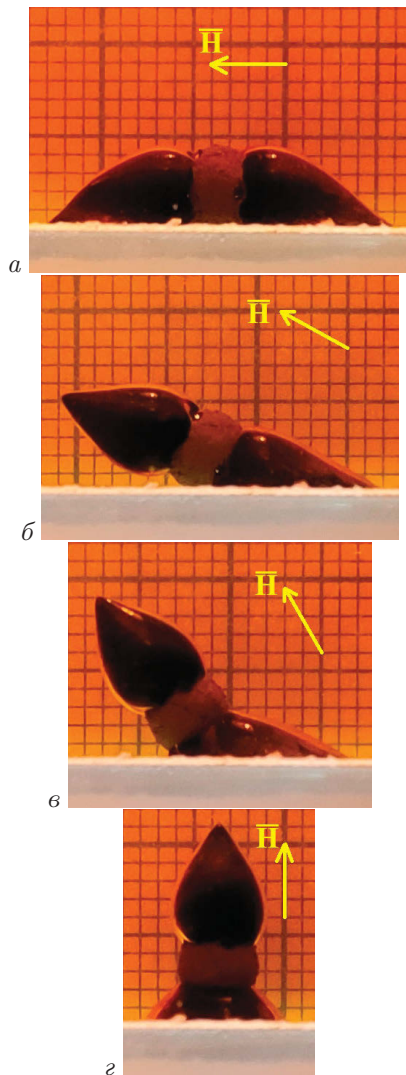


Рис. 10. Фотографии экспериментальных форм поверхности МЖ (вид сбоку) объемом  $V_f = 0.15$  мл около намагничивающегося шара при  $H_\infty = 450$  Э в эксперименте типа 2 для разных значений параметра  $\alpha = 90^\circ$  (а),  $60^\circ$  (б),  $30^\circ$  (в),  $0$  (г)

Скорее всего, в горизонтальном поле, как и в вертикальном, и в наклонном, на тело все-таки действует сила, направленная вверх, т. е. оно становится «легче», но этой силы не достаточно для того, чтобы шар левитировал в капле МЖ, как он это делает в вертикальном и наклонном полях. Измерить такую маленькую силу сложно, но мы планируем это сделать с помощью экспериментального метода измерения силы, действующей на твердые немагнитные [28–30] и магнитные [41] тела, погруженные в сосуд с МЖ, во внешнем однородном вертикальном магнитном поле.

#### 4.4. Практическая значимость

На основе намагничивающегося шара, находящегося в капле МЖ, в однородном приложенном наклонном магнитном поле может быть предложен прототип клапана, работа которого устроена следующим циклическим образом. В вертикальном поле шар левитирует в капле МЖ и перекрывает зазор между двумя горизонтальными плоскостями, см. рис. 9 а. Далее, с помощью наклона поля (угол  $\alpha$  увеличивается) шар опускается на дно, и зазор между плоскостями открывается, см. рис. 9 б, в. В горизонтальном поле шар лежит на дне и зазор полностью открыт, см. рис. 9 г. Далее, с помощью обратного наклона поля (угол  $\alpha$  уменьшается) шар опять поднимается (см. рис. 9 в, б) и закрывает зазор (см. рис. 9 а). Стоит отметить преимущество такого клапана перед аналогом [37], использующим лишь вертикальное поле: как в горизонтальном, так и в нулевом вертикальном поле шар лежит на дне, но в горизонтальном поле шар, являясь концентратором поля, еще и удерживает МЖ около себя. Таким образом, горизонтальное магнитное поле может предотвратить снос МЖ потоком окружающей среды или растекание МЖ по дну.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье приведены результаты экспериментального и теоретического исследований равновесия сферического намагничивающегося тела в капле МЖ, расположенной на горизонтальной плоскости, в однородном магнитном поле. Численно получены зависимости высоты левитации тела от объема МЖ и величины приложенного горизонтального магнитного поля. Расчеты показали, что при фиксированном значении приложенного поля существует минимальный объем МЖ, при котором тело может левитировать, и максимальный объем, при котором расчетная форма поверхности МЖ не пересекает дна сосуда и капля как таковая не образуется. Также из результатов расчетов следует, что при фиксированном объеме МЖ существует минимальная величина приложенного магнитного поля, необходимая для левитации тела.

В вертикальном поле [38] предложенная теория предсказывает заметную высоту левитации шара в несколько миллиметров при малых объемах МЖ и в слабых магнитных полях, что и подтверждает



эксперимент. Согласно предложенной теории, в горизонтальном поле сферическое тело может левитировать только на высоте нескольких десятых долей миллиметра при относительно больших объемах МЖ и в достаточно сильных полях. Такая разница в эффектах для вертикального и горизонтального полей была подтверждена экспериментально: ни в одной из проведенных серий эксперимента в горизонтальном поле левитация шара не наблюдается.

Также в данной работе впервые экспериментально показано, что намагничивающийся шар может левитировать в капле МЖ не только в вертикальном, но и в наклонном магнитном поле (в некотором диапазоне углов наклона).

Результаты настоящей работы вносят вклад в понимание сил, которые действуют в однородных магнитных полях на намагничивающиеся тела, находящиеся в малых объемах МЖ со свободной поверхностью. Также они могут быть использованы при разработке магнитоуправляемых устройств на основе МЖ и намагничивающихся тел.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 20-71-10002).

## ЛИТЕРАТУРА

1. J.-C. Bacri, J. Lenglet, R. Perzynski et al., *JMMM* **122**, 399 (1993).
2. A. Hatch, A. E. Kamholz, G. Holman et al., *J. Microelectromech. Syst.* **10**, 215 (2001).
3. H. Hartshorne, C. J. Backhouse, and W. E. Lee, *Sens. Actuators B* **99**, 592 (2004).
4. C. Yamahata, M. Chastellain, V. K. Parashar et al., *J. Microelectromech. Syst.* **14**, 96 (2005).
5. L.-M. Fu, W.-C. Fang, T.-F. Hong et al., *Int. J. AUSMT* **4**, 77 (2014).
6. N. E. Greivell and B. Hannaford, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **44**, 129 (1997).
7. T. G. Liu, J. Wu, C. Xia et al., *Adv. Mater. Res.* **433–440**, 3767 (2012).
8. A. S. Vinogradova, V. A. Turkov, and V. A. Naletova, *JMMM* **470**, 18 (2019).
9. А. В. Лебедев, К. И. Морозов, *Письма в ЖЭТФ* **65**, 150 (1997).
10. К. И. Морозов, А. В. Лебедев, *ЖЭТФ* **118**, 1188 (2000).
11. А. А. Кубасов, *Магнитная гидродинамика* **32**, 374 (1996).
12. Ю. К. Братухин, А. В. Лебедев, *ЖЭТФ* **121**, 1298 (2002).
13. В. В. Гогосов, А. Я. Симоновский, Г. А. Шапошникова, *Труды МИАН СССР* **186**, 140 (1989).
14. В. В. Гогосов, А. Я. Симоновский, *Изв. АН СССР, сер. МЖГ* **2**, 3 (1989).
15. V. V. Gogosov, A. Ya. Simonovskii, and R. D. Smolkin, *JMMM* **85**, 227 (1990).
16. В. В. Гогосов, О. А. Гришанина, В. В. Кирюшин и др., *Магнитная гидродинамика* **34**, 40 (1998).
17. В. В. Гогосов, О. А. Гришанина, В. В. Кирюшин и др., *Магнитная гидродинамика* **34**, 50 (1998).
18. В. В. Кирюшин, О. Р. Параскевопуло, *Изв. АН СССР, сер. МЖГ* **4**, 113 (1992).
19. K. Zimmermann, V. A. Naletova, I. Zeidis et al., *Magnetohydrodynamics* **44**, 175 (2008).
20. В. А. Налетова, Д. А. Пелевина, В. А. Турков, *Изв. РАН, сер. МЖГ* **6**, 3 (2009).
21. V. A. Naletova, V. A. Turkov, D. A. Pelevina et al., *JMMM* **324**, 1253 (2012).
22. J. Popp, I. Zeidis, K. Zimmermann et al., *Magnetohydrodynamics* **49**, 468 (2013).
23. V. Bashtovoi, A. Motsar, V. Naletova et al., *Magnetohydrodynamics* **49**, 592 (2013).
24. D. Pelevina, V. Naletova, V. Bashtovoi et al., *Magnetohydrodynamics* **50**, 83 (2014).
25. В. Г. Баштовой, А. А. Моцар, В. А. Налетова и др., *ЖТФ* **85**, 23 (2015).
26. Д. А. Пелевина, *Изв. РАН, сер. МЖГ* **6**, 15 (2016).
27. R. E. Rosensweig, *Nature* **5036**, 613 (1966).
28. A. S. Ivanov, A. F. Pshenichnikov, and C. A. Khokhryakova, *Phys. Fluids* **32**, 112007 (2020).
29. A. S. Ivanov, A. F. Pshenichnikov, C. A. Khokhryakova et al., *Phys. Fluids* **33**, 112001 (2021).
30. C. A. Khokhryakova, A. F. Pshenichnikov, and A. V. Lebedev, *Magnetohydrodynamics* **55**, 73 (2019).
31. В. А. Налетова, *Лекции по феррогидродинамике*, Издательство ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ, Москва (2005).

32. А. Ю. Чухров, *Магнитная гидродинамика* **26**, 140 (1990).
33. Э. Я. Блум, М. М. Майоров, А. О. Цеберс, *Магнитные жидкости*, Зинатне, Рига (1989).
34. А. С. Квитанцев, В. А. Налетова, В. А. Турков, *Изв. РАН, сер. МЖГ* **3**, 12 (2002).
35. А. Н. Вислович, С. И. Лобко, Г. С. Лобко, *Магнитная гидродинамика* **22**, 43 (1986).
36. A. N. Vislovich, S. I. Lobko, and G. S. Lobko, *JMMM* **65**, 289 (1987).
37. D. Pelevina, O. Sharova, A. Vinogradova et al., *Magnetohydrodynamics* **54**, 97 (2018).
38. D. A. Pelevina, O. A. Sharova, D. I. Merkulov et al., *JMMM* **494**, 165751 (2020).
39. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992).
40. Г. А. Тирский, В. В. Гогосов, А. Н. Голубятников, *Отчет НИИ Механики МГУ* **2238** (1989).
41. Ю. Д. Барков, В. Е. Фертман, *Магнитная гидродинамика* **14**, 23 (1978).