ЖЭТФ, 2023, том 163, вып. 3, стр. 335–343

ГЕНЕРАЦИЯ ПРОДОЛЬНОГО УЛЬТРАЗВУКА ИМПУЛЬСАМИ СДВИГОВОЙ ДЕФОРМАЦИИ В РЕЖИМЕ СПИН-ФОНОННОГО ЭХА

С. В. Сазонов*

Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
125993, Москва, Россия

Поступила в редакцию 10 сентября 2022 г.,
после переработки 10 сентября 2022 г.
Принята к публикации 26 сентября 2022 г.

Предсказана возможность генерации импульсов продольного ультразвука гигагерцевых частот в режиме спин-фононного эха с помощью воздействия на намагниченный изотропный парамагнетик резонансными наносекундными импульсами сдвиговой деформации. Частота генерируемых эхо-сигналов продольного ультразвука в два раза превышает частоту импульсов, подаваемых на среду. Для реализации эффекта скорость продольного ультразвука не должна более чем в два раза превышать скорость волн деформации сдвига. Данный резонансный механизм импульсного режима генерации второй гармоники, сопровождающегося нелинейным преобразованием поперечного ультразвука в продольный, не имеет оптического аналога.

DOI: 10.31857/S0044451023030045
EDN: QDIKKL

1. ВВЕДЕНИЕ

Открытие в 1950 г. Эрвином Ханом спинового эха [1] стимулировало предсказание [2] и экспериментальное наблюдение [3] аналогичного резонансного эффекта в видимом диапазоне электромагнитных волн — фотонного (светового) эха. Затем вышла серия экспериментальных и теоретических работ по спин-фононному (акустическому) эху в парамагнитных кристаллах [4–9], помещенных во внешнее магнитное поле $\mathbf{B}$. Квантовые переходы между зеемановскими подуровнями парамагнитных ионов могут быть инициированы как акустическими, так и электромагнитными полями. В свою очередь, данные переходы способны генерировать поля той и другой природы. В работах [5–7] рассматривалось комбинированное (акусто-электромагнитное) воздействие на парамагнитные кристаллы, а также регистрировались акустические и электромагнитные эхо-сигналы.

Для наблюдения сигналов спин-фононного эха важно, чтобы характерные частоты ω_0 зеемановского расщепления значительно превышали соответствующие неоднородные ширины $\delta\omega$ образовавшихся в результате данного расщепления переходов. Обычно при температурах жидкого гелия $\delta\omega \sim 10^7$–$10^8\,\text{с}^{-1}$ [10]. Поэтому в экспериментах по спин-фононному эху используются сильные магнитные поля, вызывающие зеемановские расщепления с частотами $\omega_0 \sim 10^{11}\,\text{с}^{-1}$ [10, 11]. Тот же порядок имеют несущие частоты ω акустических импульсов, резонансно взаимодействующих с квантовыми переходами между зеемановскими подуровнями. Таким образом, спектры возбуждающих акустических импульсов и акустических эхо-сигналов лежат в гигагерцевом диапазоне частот, принадлежащем дальнему ультразвуку.

В твердом теле способны формироваться и распространяться как продольные, так и поперечные

* E-mail: sazonov.sergey@gmail.com

акустические волны. Последние называют также импульсами сдвиговой деформации. Данное обстоятельство коренным образом отличает акустические волны от электромагнитных. Комбинированное воздействие на кристаллы поперечными и продольными акустическими импульсами способно порождать такие же комбинированные эхо-отклики. Важным представляется то, что скорости продольных и поперечных упругих волн в твердом теле существенно различаются между собой. Это может привносить свои особенности в акустическое (спин-фононное) эхо, отсутствующие в случаях спинового и фотонного эха.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию возможности формирования эхо-откликов продольного ультразвука при резонансном возбуждении парамагнитного кристалла ультразвуковыми импульсами сдвиговой деформации.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Внедренные в твердое тело парамагнитные ионы характеризуются эффективным спином S [12], значением которого определяется количество образовавшихся зеемановских подуровней из наиболее заселенного квантового состояния после помещения данных ионов в магнитное поле.

Наиболее сильное спин-фононное взаимодействие с динамическими локальными деформациями твердого тела испытывают парамагнитные ионы, обладающие эффективным спином $S = 1$ [12]. Согласно механизму Ван Флека [11, 12], локальные деформации приводят к появлению локальных градиентов внутреннего электрического поля. В свою очередь, данные градиенты вызывают электрические квадрупольные переходы между зеемановскими подуровнями парамагнитных ионов. Гамильтониан спин-фононного взаимодействия в таком случае имеет вид [10–12]

$$\hat{H}_{int} = \frac{1}{2}\sum_{\mu,\nu=x,y,z} G_{\mu\nu}\varepsilon_{\mu\nu}\left(\hat{S}_\mu\hat{S}_\nu + \hat{S}_\nu\hat{S}_\mu\right), \qquad (1)$$

где $G_{\mu\nu}$, $\varepsilon_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_\mu}{\partial x_\nu} + \frac{\partial u_\nu}{\partial x_\mu}\right)$ — компоненты тензоров спин-фононной связи и локальной деформации соответственно, u_μ — проекция вектора u локальных смещений на декартову координату x_μ, $\hat{S}_\mu$ — трехрядные спиновые матрицы, в представлении собственных функций оператора $\hat{S}_z$ имеющие вид [12]

$$\hat{S}_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\hat{S}_y = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \qquad (2)$$
$$\hat{S}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Спиновый гамильтониан свободного от спин-фононного взаимодействия выделенного парамагнитного иона имеет вид

$$\hat{H}_s = \hbar\omega_0'\hat{S}_z, \qquad (3)$$

где $\hbar$ — постоянная Планка, ω_0' — частота зеемановского расщепления спинового состояния.

Основное, среднее и верхнее состояния эффективного спина обладают соответственно проекциями $S_z = -1, 0, +1$ на ось z (рис. 1).

Ниже будем считать, что подаваемые на среду импульсы сдвиговой деформации поляризованы вдоль внешнего магнитного поля B, направленного параллельно оси z, и характеризуются компонентой $\varepsilon_{zx} = 0.5\,\partial u_z/\partial x$ тензора упругой деформации. Данную компоненту будем считать заданной, пренебрегая обратным воздействием на нее парамагнитных

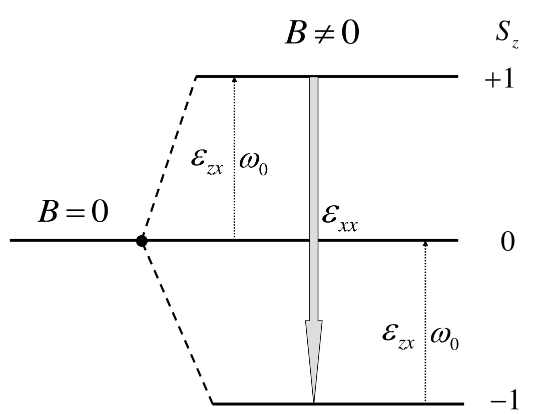

Рис. 1. Расщепление квантового уровня на три зеемановских подуровня парамагнитного иона с эффективным спином $S = 1$ и разрешенные спин-фононные переходы для волн поперечного и продольного ультразвука, характеризуемых соответственно компонентами ε_{zx} и ε_{xx} тензора относительной деформации

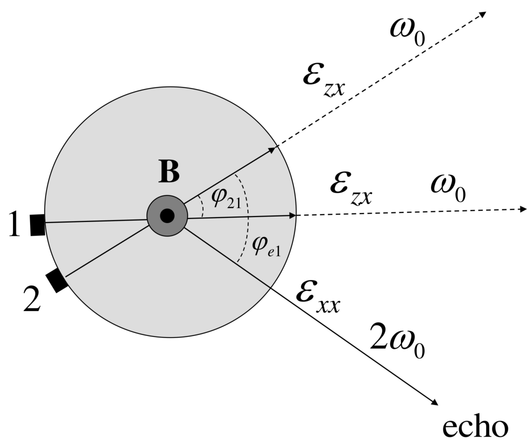

Рис. 2. Геометрическая схема возбуждения парамагнитного цилиндра импульсами сдвиговой деформации ε_{zx} с несущей частотой ω_0 и «высвечивания» эхо-сигнала продольного ультразвука ε_{xx} с несущей частотой $2\omega_0$. Черными прямоугольниками с номерами 1 и 2 обозначены соответственно генераторы первого и второго возбуждающих импульсов сдвиговой деформации. Магнитное поле $\mathbf{B}$ и ось симметрии цилиндрического парамагнитного образца перпендикулярны к плоскости рисунка

ионов. Такой подход, типичный при исследовании эффектов эха, оправдан при условии $\alpha l \ll 1$, где α — коэффициент поглощения поперечного ультразвука, l — характерный размер твердотельного образца, на который данный ультразвук воздействует. Кроме того, примем, что как воздействующие на образец импульсы, так и эхо-сигнал распространяются перпендикулярно магнитному полю (рис. 2). При этом поле продольного эхо-сигнала, распространяющегося воль оси x, характеризуется компонентой тензора деформаций. В соответствии со сказанным при учете аксиальной симметрии относительно вращений вокруг оси, параллельной B, представим (1) в виде суммы

$$\hat{H}_{int} = \hat{H}_{int}^{\perp} + \hat{H}_{int}^{\parallel}, \tag{4}$$

где

$$\begin{aligned} \hat{H}_{int}^{\perp} &= \frac{1}{2} G_{\perp} \varepsilon_{zx} \left(\hat{S}_x \hat{S}_z + \hat{S}_z \hat{S}_x \right), \\ \hat{H}_{int}^{\parallel} &= G_{\parallel} \varepsilon_{xx} \hat{S}_x^2, \\ G_{\perp} &= G_{zx}, \quad G_{\parallel} = G_{xx}. \end{aligned} \tag{5}$$

Так как на парамагнитные ионы воздействуют только импульсы сдвиговой деформации, то в уравнение для матрицы плотности $\hat{\rho}$ данных ионов входит часть гамильтониана, равная $\hat{H}_s + \hat{H}_{int}^{\perp}$.

В соответствии со значениями проекций эффективного спина на ось z для различных квантовых состояний парамагнитного иона (рис. 1), матрицу плотности представим в виде

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{++} & \rho_{+0} & \rho_{+-} \\ \rho_{0+} & \rho_{00} & \rho_{0-} \\ \rho_{-+} & \rho_{-0} & \rho_{--} \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Здесь нижние индексы +, 0 и − обозначают соответственно проекции эффективного спина +1, 0 и −1. При этом выполняются условия эрмитовости $\rho_{+0} = \rho_{0+}^*$, $\rho_{+-} = \rho_{-+}^*$, $\rho_{0-} = \rho_{-0}^*$ и нормировки $\rho_{++} + \rho_{00} + \rho_{--} = 1$.

Используя (2), (5) и (6), запишем уравнения для элементов $\rho_{\mu\nu} (\mu, \nu = -, 0, +)$ матрицы плотности в виде

$$\frac{\partial \rho_{\mu\nu}}{\partial t} = i\omega'_{\nu\mu} \rho_{\mu\nu} - \frac{i}{\hbar} \left[H_{int}^{\perp}, \hat{\rho} \right]_{\mu\nu}. \tag{7}$$

Здесь

$$\omega'_{+0} = \omega'_{0-} = \omega'_0,$$
$$\omega'_{+-} = 2\omega'_0,$$
$$\omega'_{++} = \omega'_{00} = \omega'_{--} = 0.$$

Здесь и ниже мы пренебрегаем энергетической и фазовой необратимыми релаксациями, считая, что характерное время Δt проведения эксперимента значительно меньше характерных времен обоих видов релаксации.

Применяя для расчета параметров эхо-сигнала полуклассический подход, дополним (4) и (5) классическим гамильтонианом поля продольной деформации $H_a = \int \mathrm{H}_a \, d^3 r$, где интегрирование ведется по всему объему образца среды, а плотность гамильтониана H_a определяется выражением

$$\mathrm{H}_a = \frac{p_x^2}{2\rho} + \frac{\rho}{2} a_{\parallel}^2 \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2, \tag{8}$$

где ρ — равновесная плотность среды, p_x — декартова компонента плотности импульса продольных локальных смещений, $a_{\parallel}$ — скорость продольного звука в рассматриваемой среде.

Используем уравнения Гамильтона для механики сплошных сред [13]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_x}{\partial t} &= -\frac{\delta}{\delta u_x} \left(H_a + \left\langle \hat{H}_{int}^{\parallel} \right\rangle \right), \\ \frac{\partial u_x}{\partial t} &= \frac{\delta}{\delta p_x} \left(H_a + \left\langle \hat{H}_{int}^{\parallel} \right\rangle \right). \end{aligned} \tag{9}$$

Здесь $\left\langle \hat{H}_{int}^{\parallel} \right\rangle = \mathrm{Sp}\left(\hat{\rho}\hat{H}_{int}^{\parallel}\right)$ — квантовое среднее оператора Гамильтона, описывающего взаимодействие эффективного спина с полем продольных деформаций.

Отсюда, а также из (2), (5), (6) и (8) приходим к волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial t^2} - a_{\parallel}^2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial x^2} = \frac{nG_{\parallel}}{2\rho} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (\rho_{00} + \rho_{-+} + \rho_{-+}^*)\, g(\Delta)\, d\Delta, \tag{10}$$

где n — концентрация парамагнитных ионов, $g(\Delta)$ — функция контура неоднородного уширения на квантовом переходе $- \leftrightarrow +$, центрированная на частоте ω_0, $\Delta = \omega_0' - \omega_0$ — отстройка квантового перехода $- \leftrightarrow +$ выделенного парамагнитного иона от центральной частоты спектральной линии.

Таким образом, в принятом приближении $\alpha l \ll 1$ возбуждение парамагнитных ионов происходит импульсами сдвиговой деформации, что описывается последним слагаемым в (7). В свою очередь, продольный ультразвук генерируется квантовым переходом $- \leftrightarrow +$ в периоды свободной эволюции спинов, когда в (7) можно положить $H_{int}^{\perp} = 0$. Этот процесс описывается динамикой элемента ρ_{-+} матрицы плотности. Что касается матричного элемента ρ_{00}, то его динамика в периоды свободной эволюции описывается энергетической релаксацией, которой мы здесь, как было сказано выше, пренебрегаем. Поэтому в правой части (10) можно с хорошей точностью считать $\rho_{00} = \mathrm{const}$.

Используем далее стандартное приближение медленно меняющихся амплитуд (ММА) [14]. В периоды возбуждений для динамических переменных поля и среды имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zx} &= \psi_{\perp} e^{i(\omega_0 t - \mathbf{k}_{\perp}\cdot\mathbf{r})} + \text{c. c.}, \\ \rho_{-+} &= R_{-+} e^{i(2\omega_0 t - \mathbf{k}_{\perp}\cdot\mathbf{r})}, \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \rho_{-0} &= R_{-0} e^{i(\omega_0 t - \mathbf{k}_{\perp}\cdot\mathbf{r})}, \\ \rho_{0+} &= R_{0+} e^{i(\omega_0 t - \mathbf{k}_{\perp}\cdot\mathbf{r})}, \end{aligned} \tag{12}$$

где $\psi_{\perp}$ и $R_{\mu\nu}$ — комплексные ММА импульсов сдвиговой деформации и недиагональных элементов матрицы плотности соответственно ($\mu, \nu = -, 0, +$), $\mathbf{k}_{\perp}$ — волновой вектор импульсов сдвиговой деформации, несущая частота ω_0 данных импульсов совпадает с центральной частотой контуров неоднородного уширения для переходов $- \leftrightarrow 0$ и $0 \leftrightarrow +$, r — радиус-вектор точки парамагнетика.

Для периодов свободной эволюции ($H_{int}^{\perp} = 0$) запишем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \psi_{\parallel} e^{i(2\omega_0 t - \mathbf{k}_{\parallel}\cdot\mathbf{r})} + \text{c. c.}, \\ \rho_{-+} &= R_{-+} e^{i(2\omega_0 t - \mathbf{k}_{\parallel}\cdot\mathbf{r})}, \end{aligned} \tag{13}$$

где $\psi_{\parallel}$ и $\mathbf{k}_{\parallel}$ — комплексная ММА и параллельный оси x волновой вектор продольного ультразвука соответственно.

Матричные элементы ρ_{-0} и ρ_{0+} здесь по-прежнему представляются в виде (12).

Отметим, что величины волновых векторов для волн сдвиговой деформации и продольного ультразвука определяются соответственно выражениями $k_{\perp} = \omega_0/a_{\perp}$, $k_{\parallel} = 2\omega_0/a_{\parallel}$, где $a_{\perp}$ — скорость поперечного ультразвука.

Будем считать ниже, что длительности τ_p воздействующих импульсов значительно меньше времен T_{0+}^*, T_{-0}^* и T_{-+}^* обратимой релаксации, обусловленной неоднородным уширением рассматриваемых квантовых переходов. Как результат, ширины $\delta\omega_p \sim 1/\tau_p$ импульсных спектров значительно превышают неоднородные ширины $\delta\omega \sim 1/T_{0+}^*, 1/T_{-0}^*, 1/T_{-+}^*$ данных переходов. Поэтому при описании возбуждения парамагнитных ионов пренебрежем в (7) частотными отстройками $\omega_{\nu\mu}' - \omega_{\nu\mu}$ от соответствующих резонансов.

Суммируя сказанное выше, из (2), (5)–(7), (10)–(13) после пренебрежения в материальных уравнениях быстро осциллирующими слагаемыми для периодов возбуждения парамагнитных ионов получим

$$\frac{\partial \hat{R}}{\partial t} = i\frac{G_{\perp}\psi_{\perp}}{2\sqrt{2}\hbar} \left[\hat{R}, \hat{Q}\right], \tag{14}$$

где

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} \rho_{++} & R_{+0} & R_{+-} \\ R_{0+} & \rho_{00} & R_{0-} \\ R_{-+} & R_{-0} & \rho_{--} \end{pmatrix},$$
$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (15)$$

В дальнейшем заданную амплитуду $\psi_\perp$ будем считать вещественной.

Для периодов свободной эволюции из (7), (10), (12) и (13) будем иметь $\rho_{--} = \rho_{00} = \rho_{++} = \mathrm{const}$,

$$\frac{\partial R_{-0,0+}}{\partial t} = i\Delta R_{-0,0+}, \quad \frac{\partial R_{-+}}{\partial t} = 2i\Delta R_{-+}, \qquad (16)$$

$$\frac{\partial \psi_\parallel}{\partial x} + \frac{1}{a_\parallel}\frac{\partial \psi_\parallel}{\partial t} = i\frac{nG_\parallel \omega_0}{2\rho a_\parallel^3}\int_{-\infty}^{+\infty} R_{-+} g(\Delta)\, d\Delta. \qquad (17)$$

С помощью системы (14), (15) определяются квантовые состояния парамагнитных ионов при воздействии на них резонансных импульсов сдвиговой деформации. Уравнениями (16), (17) описывается генерация продольного ультразвука после данного воздействия.

3. РЕЖИМ СПИН-ФОНОННОГО ЭХА

Рассмотрим динамику квантовых состояний парамагнитных ионов в периоды возбуждений, получив решение операторного уравнения (14).

Решение операторного уравнения (14) можно записать в виде

$$\hat{R}(t) = \hat{U}(t,t_0)\hat{R}(t_0)\hat{U}^{+}(t,t_0), \qquad (18)$$

где

$$\hat{U}(t,t_0) = e^{-i\hat{S}}, \quad \hat{S} = \hat{Q}\frac{G_\perp}{2\sqrt{2}\hbar}\int_{t_0}^{t} \psi_\perp\, dt', \qquad (19)$$

t_0 — время начала воздействия импульса.

Разлагая в ряд Тейлора экспоненту от матрицы $e^{i\hat{\theta}}$, после его суммирования с учетом (19) и второго выражения (15) будем иметь для оператора эволюции

$$\hat{U}(t,t_0) = \hat{I} - \hat{Q}^2 \sin^2\frac{\theta}{2} - i\frac{\hat{Q}}{\sqrt{2}}\sin\theta, \qquad (20)$$

где $\hat{I}$ — единичная матрица,

$$\theta = \frac{G_\perp}{2\hbar}\int_{t_0}^{t}\psi_\perp\, dt'. \qquad (21)$$

Для периодов свободной эволюции из (16) находим

$$R_{-0,0+}(t) = R_{-0,0+}(t_1)\exp\{i\Delta(t-t_1)\},$$
$$R_{-+}(t) = R_{-+}(t_1)\exp\{2i\Delta(t-t_1)\}, \qquad (22)$$

где t_1 — время начала этапа свободной эволюции.

Пусть в момент времени $t=0$ на среду воздействует импульс сдвиговой деформации длительности τ_1. Затем, спустя промежуток времени τ, соответствующий первому этапу свободной эволюции, среда подвергается воздействию второго импульса, длительность которого равна τ_2. После этого, при $t = \tau + \tau_1 + \tau_2$, начинается второй этап свободной эволюции, во время которого формируются эхосигналы (рис. 3).

Будем считать, что при $t=0$ матрица $\hat{R}$ определяется только начальными населенностями w_+, w_0 и w_- соответствующих спиновых состояний парамагнитных ионов и имеет вид

$$\hat{R}(0) = \begin{pmatrix} w_+ & 0 & 0 \\ 0 & w_0 & 0 \\ 0 & 0 & w_- \end{pmatrix}.$$

Тогда, применяя в обозначенной последовательности формулы (18), (20)–(22), найдем выражения для элементов матрицы $\hat{R}$ в моменты времени $t > \tau + \tau_1 + \tau_2$. Интересующая нас часть R_{-+}^{echo} элемента R_{-+}, вносящая вклад в эхо-отклик, имеет вид

$$R_{-+}^{echo} = R_{-+}^{3\tau/2} + R_{-+}^{2\tau}, \qquad (23)$$

где

$$R_{-+}^{3\tau/2} = -\frac{w_- - 2w_0 + w_+}{4}\sin 2\theta_1 \times \times \sin\theta_2 \sin^2\frac{\theta_2}{2} e^{2i\Delta(t-3\tau/2-\tau_1-\tau_2)}, \qquad (24)$$

$$R_{-+}^{2\tau} = \frac{w_- - 2w_0 + w_+}{4}\sin^2\theta_1 \sin^4\frac{\theta_2}{2} e^{2i\Delta(t-2\tau-\tau_1-\tau_2)}. \qquad (25)$$

Здесь

$$\theta_1 = \frac{G_\parallel}{2\hbar}\int_0^{\tau_1}\psi_\perp\, dt', \quad \theta_2 = \frac{G_\parallel}{2\hbar}\int_{\tau+\tau_1}^{\tau+\tau_1+\tau_2}\psi_\perp\, dt'$$

— «площади» соответственно первого и второго возбуждающих импульсов.

В эхо-экспериментах с хорошей точностью выполняется неравенство $\tau \gg \tau_1, \tau_2$. Учитывая это, а также больцмановский характер распределения начальных населенностей спиновых подуровней, после интегрирования по лоренцевскому контуру неоднородного уширения перехода $- \leftrightarrow +$

$$g(\Delta) = \frac{1}{\pi}\frac{T^*_{-+}}{1 + (T^*_{-+}\Delta)^2}$$

будем иметь

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} R^{3\tau/2}_{-+} g(\Delta)\, d\Delta = -0.5\frac{\operatorname{ch}(\hbar\omega_0/k_BT) - 1}{2\operatorname{ch}(\hbar\omega_0/k_BT) + 1}\sin 2\theta_1 \sin\theta_2 \sin^2\frac{\theta_2}{2}\exp\left\{-\frac{2}{T^*_{-+}}\left|t - \frac{3\tau}{2}\right|\right\}, \tag{26}$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} R^{2\tau}_{-+}\, g(\Delta)\, d\Delta = -0.5\frac{\operatorname{ch}(\hbar\omega_0/k_BT) - 1}{2\operatorname{ch}(\hbar\omega_0/k_BT) + 1}\sin^2\theta_1 \sin^4\frac{\theta_2}{2}\exp\left\{-\frac{2}{T^*_{-+}}\left|t - 2\tau\right|\right\}, \tag{27}$$

где k_B — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура среды.

Выражениями (26) и (27) описываются появления ультразвукового эхо-сигнала в моменты времени $3\tau/2$ и 2τ соответственно (рис. 3).

Взяв за начало координаты x центр цилиндрического парамагнитного образца (рис. 2), запишем решение уравнения (17) при $x \gg l$. При этом будем считать, что среда вне цилиндрического образца не обладает парамагнитными свойствами. Тогда с учетом (26) и (27) для $3\tau/2$- и 2τ-эха найдем

$$\begin{aligned} \psi^{3\tau/2}_{\parallel} &= -i\mu\sin 2\theta_1 \sin\theta_2\sin^2\frac{\theta_2}{2}\times \\ &\times\exp\left\{-\frac{2}{T^*_{-+}}\left|t - 3\tau/2 - x/a_{\parallel}\right|\right\}, \\ \psi^{2\tau}_{\parallel} &= i\mu\sin^2\theta_1\sin^4\frac{\theta_2}{2}\times \\ &\times\exp\left\{-\frac{2}{T^*_{-+}}\left|t - 2\tau - x/a_{\parallel}\right|\right\}, \end{aligned} \tag{28}$$

где

$$\mu = \frac{nG_{\parallel}\omega_0 l}{4\rho a^3_{\parallel}}\frac{\operatorname{ch}(\hbar\omega_0/k_BT) - 1}{2\operatorname{ch}(\hbar\omega_0/k_BT) + 1}. \tag{29}$$

Важным является вопрос о направлении распространения эхо-сигналов. Так как характерные длины волн λ возбуждающих импульсов и сигналов эха значительно меньше размеров среды, то важную роль играют эффекты пространственной интерференции, сопровождающиеся сильной дифференциацией мод. Волновые векторы $3\tau/2$- и 2τ-сигналов эха, как следует из общих формул, найденных в [15], определяются соответственно выражениями $\mathbf{k}^{3\tau/2}_e = 3\mathbf{k}_2/2 - \mathbf{k}_1/2$ и $\mathbf{k}^{2\tau}_e = 2\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$. Заметим, что выражение для $\mathbf{k}^{2\tau}_e$ в точности совпадает с соответствующим выражением для фотонного эха в двухуровневой системе [3, 14]. Отсюда, учитывая, что $k^{3\tau/2}_e = k^{2\tau}_e = k_{\parallel} = 2\omega_0/a_{\parallel}$ и $k_1 = k_2 = k_{\perp} = \omega_0/a_{\perp}$, легко определить угол φ_{21} между направлениями распространения первого и второго возбуждающих импульсов, а также угол φ_{e1} между направлениями распространения первого импульса и эхо-отклика (рис. 2). Для $3\tau/2$-эха и 2τ-эха имеем соответственно

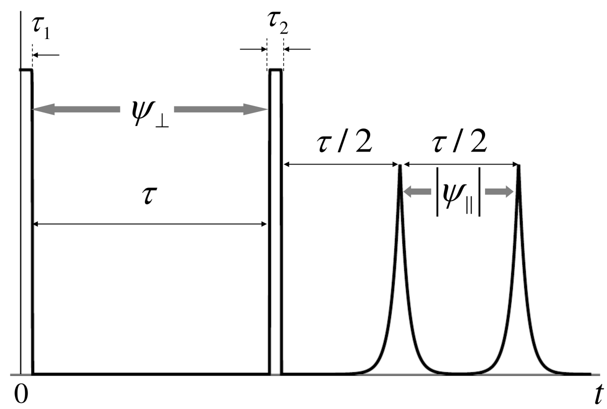

Рис. 3. Временная последовательность воздействия на парамагнетик двух импульсов сдвиговой деформации с огибающей $\psi_{\perp}$ и длительностями τ_1 и τ_2, разделенных промежутком времени τ, а также появления двух эхо-сигналов продольного ультразвука с величиной огибающей $|\psi_{\parallel}|$

$$\begin{aligned} \cos\varphi^{3\tau/2}_{21} &= \frac{1}{3}\left(5 - 8\frac{a^2_{\perp}}{a^2_{\parallel}}\right), \\ \cos\varphi^{3\tau/2}_{e1} &= \frac{a_{\parallel}}{a_{\perp}} - 2\frac{a_{\perp}}{a_{\parallel}}, \end{aligned} \tag{30}$$

$$\cos\varphi_{21}^{2\tau} = \frac{5}{4} - \frac{a_\perp^2}{a_\parallel^2},$$
$$\cos\varphi_{e1}^{2\tau} = \frac{3a_\parallel}{4a_\perp} - \frac{a_\perp}{a_\parallel}. \tag{31}$$

Простой анализ показывает, что для удовлетворения данным соотношениям необходимо выполнение условия $a_\parallel/a_\perp \leqslant 2$. Поскольку в твердом теле всегда $a_\parallel > a_\perp$, приходим к ограничению вида

$$1 < a_\parallel/a_\perp \leqslant 2. \tag{32}$$

Таким образом, скорость продольного ультразвука не должна более чем в два раза превышать скорость поперечного ультразвука. Условие (32) является необходимым для осуществления генерации продольного ультразвука импульсами сдвиговой деформации (поперечным ультразвуком) в резонансном режиме спин-фононного эха.

Из выражений (30) и (31) легко получаются неравенства $\varphi_{21}^{3\tau/2} > \varphi_{21}^{2\tau}$ и $\varphi_{e1}^{3\tau/2} > \varphi_{e1}^{2\tau}$.

Как известно, в случае первичного (двухимпульсного) фотонного эха рассмотренные углы должны быть настолько малы, чтобы удовлетворялось условие $\varphi_{e1} = 2\varphi_{21} < \sqrt{\lambda/l}$ [3, 14]. В реальных экспериментах эти углы составляют всего единицы градусов, что затрудняет пространственное разрешение возбуждающих сигналов и сигналов эха. Важно заметить, что здесь, в отличие от фотонного эха, отсутствует ограничение на величины рассмотренных углов. Связано это с различием между скоростями распространения возбуждающих импульсов и эхо-сигналов, а также с различием их несущих частот. Более того, выбрав только одно из условий синхронизма ((30) или (31)), можно наблюдать только эхо-сигнал, удовлетворяющий данному условию. Другой же эхо-сигнал при этом будет подавлен.

Приведем численные оценки для возможной реализации рассмотренного варианта спин-фононного эха в экспериментальных условиях. В качестве рабочего образца рассмотрим аморфный кристалл MgO при температурах жидкого гелия с внедренными в него парамагнитными ионами Fe^{2+} [10]. Для такого кристалла имеем $a_\parallel/a_\perp = 1.89$ [16]. Тогда из (30) и (31) будем иметь $\varphi_{21}^{3\tau/2} = 23^\circ$, $\varphi_{e1}^{3\tau/2} = 34^\circ$, $\varphi_{21}^{2\tau} = 14^\circ$, $\varphi_{e1}^{2\tau} = 27^\circ$. Таким образом, возбуждающие импульсы и импульсы эха обладают хорошей пространственной разрешимостью.

Для рассматриваемого образца с характерным размером $l \sim 1$ мм (рис. 2) в случае импульсов сдвиговой деформации имеем $\alpha l \sim 0.01$–$0.1 \ll 1$ [10]. Следовательно, использованное здесь приближение заданного поля для возбуждающих импульсов выполняется с хорошей точностью. Время обратимой фазовой релаксации для квантовых переходов между зеемановскими подуровнями ионов Fe^{2+} в кристалле MgO, как и характерная длительность эхосигналов (см. (28)), составляет $T_{-+}^* \sim 10^{-7}$ с [7, 9]. Для того чтобы удовлетворить использованному выше условию $\tau_p \ll T_{-+}^*$, длительности возбуждающих импульсов сдвиговой деформации должны быть порядка $\tau_p \sim 10^{-8}$ с. При этом временной промежуток τ между возбуждающими импульсами удовлетворяет двойному неравенству $T_{-+}^* \ll \tau \ll T_2$, где T_2 — характерное время фазовой релаксации на разрешенных спин-фононных переходах. Взяв $T_2 \sim 10^{-5}\,\text{с}^{-1}$ [10, 11], примем $\tau \sim 10^{-6}$ с. Несущая частота импульсов сдвиговой деформации, равная половине частоты генерируемого ультразвукового сигнала, составляет $\omega_0 \sim 10^{11}\,\text{с}^{-1}$.

Скорость продольного ультразвука в рассматриваемом рабочем образце $a_\parallel = 5.77 \cdot 10^5$ см/с [16]. Следовательно, характерный размер эхо-сигнала в направлении распространения составляет $\sim a_\parallel T_{-+}^* \sim 1$ мм. Так как данная величина сравнима с размером образца или превышает его, то эффектами распространения эхо-сигнала внутри образца можно пренебречь. Это и было сделано при получении выражений (28).

Взяв для апертуры D возбуждающих импульсов и сигналов эха $D \approx l \sim 1$ мм, найдем для характерной длины дифракционного расплывания $l_D \sim \omega_0 D^2/a_\parallel \sim 10^2$–$10^3$ см. Это значительно превосходит рассматриваемые нами пространственные масштабы и поэтому хорошо согласуется с использованным в (10), (17) и (28) одномерным приближением. Таким образом, эхо-сигналы можно фиксировать, установив соответствующие датчики, на расстояниях нескольких сантиметров от рабочего образца.

Из (28) видно, что амплитуда $3\tau/2$-эха максимальна, если «площади» двух возбуждающих импульсов равны соответственно $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = 2\pi/3$. Аналогичные оптимальные «площади» для наблюдения 2τ-эха имеют значения $\theta_1 = \pi/2$ и $\theta_2 = \pi$. Тогда из (21) для амплитуды подаваемых на среду импульсов сдвиговой деформации имеем оценку $\psi_\perp \sim \hbar/G_\perp\tau_p \sim 10^{-5}$. Взяв, в свою очередь, в случае рассматриваемого образца $T \sim 1$–4 K, $n \sim 10^{17}\,\text{см}^{-3}$, $G_\parallel \sim 10^{-14}$ эрг [10, 11], $\rho = 3.6\,\text{г/см}^3$, а также приведенные выше оценки для ω_0, $a_\parallel$ и l, из (28) и (29) амплитуд эхо-сигналов продольного ультразвука будем иметь $\left|\psi_{\parallel}^{3\tau/2}\right| \sim \left|\psi_{\parallel}^{2\tau}\right| \sim 10^{-5}$–$10^{-6}$. Такие амплитуды относительной деформации вполне могут быть зафиксированы в условиях реального эксперимента [12].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное в настоящей работе исследование демонстрирует принципиальную возможность генерации импульсов продольного ультразвука гигагерцевого диапазона с помощью резонансных наносекундных импульсов сдвиговой деформации посредством спин-фононного эха. Так как несущая частота импульсов продольного ультразвука здесь в два раза превышает частоту подаваемых на образец поперечных импульсов, то можно говорить о резонансном механизме генерации второй гармоники. Важно заметить, что данный механизм не имеет оптического аналога по трем основным причинам. Во-первых, в трехуровневой системе не могут быть разрешены все три оптических перехода. Это запрещено правилами отбора по четности состояний. Во-вторых, генерация второй гармоники здесь сопровождается преобразованием поперечного ультразвука в продольный. Данный процесс невозможен в оптике по причине отсутствия продольных электромагнитных волн. В-третьих, как уже отмечалось в предыдущем разделе, углы «высвечивания» эхо-сигналов продольного ультразвука по отношению к направлениям распространения возбуждающих импульсов, в отличие от случая первичного фотонного эха, не являются малыми и никак не ограничены размерами рабочего образца, в котором они формируются. Это обусловлено различием несущих частот, а также скоростей продольного и поперечного ультразвуков.

Замечание об отсутствии оптического аналога представляется важным. Дело в том, что многие нелинейно-акустические эффекты предсказывались и обнаруживались в результате проведения параллелей с соответствующими оптическими явлениями [17–24].

Помимо рассмотренных здесь $3\tau/2$- и 2τ-сигналов эха продольного ультразвука на частоте $2\omega_0$ при описанной выше схеме возбуждений среды в момент времени 2τ могут формироваться эхо-отклики сдвиговой деформации на частоте ω_0. Однако условия синхронизма в этом случае значительно отличаются от (30) и (31), имея явное сходство с аналогичными условиями для наблюдения фотонного эха. Поэтому при выполнении (30) и (31) данные сигналы будут сильно подавлены.

Представляет интерес исследовать ультразвуковое эхо при возбуждении среды последовательностями из различных комбинаций поперечных и продольных импульсов.

В настоящей работе рассмотрена ситуация, когда длительности возбуждающих импульсов значительно короче времен обратимой фазовой релаксации задействованных квантовых переходов. В этом случае временные профили эхо-сигналов представляют собой фурье-образы соответствующих контуров неоднородного уширения [25] (см., например, (28) и выражение для $g(\Delta)$). Как известно, в противоположном случае (при импульсных длительностях, превышающих времена обратимой фазовой релаксации) в оптике наблюдаются эффекты корреляции между профилями возбуждающих импульсов и сигналов эха [26–32]. В этой связи возникает вопрос о том, как аналогичные эффекты корреляции могут проявиться в случае участия в формировании ультразвукового эха поперечных и продольных импульсов. Такой вопрос является предметом отдельного рассмотрения.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. L. Hahn, Phys. Rev. **80**, 580 (1950).

2. У. Х. Копвиллем, В. Р. Нагибаров, Физ. металлов и металловед. **15**, 313 (1963).

3. N. A. Kurnit, I. D. Abella, and S. R. Hartmann, Phys. Rev. Lett. **6**, 567 (1964).

4. В. Р. Нагибаров, У. Х. Копвиллем, ЖЭТФ **52**, 936 (1967) [V. R. Nagibarov and U. Kh. Kopvillem, Sov. Phys. JETP **25**, 618 (1967)].

5. N. S. Shiren and I. G. Kazyaka, Phys. Rev. Lett. **28**, 1304 (1972).

6. D. R. Taylor and I. G. Bartlet, Phys. Rev. Lett. **30**, 96 (1973).

7. У. Х. Копвиллем, В. Р. Ризаев, ЖЭТФ **65**, 2297 (1973) [U. Kh. Kopvillem and V. R. Rizaev, Sov. Phys. JETP **38**, 1147 (1974)].

8. В. А. Голенищев-Кутузов, В. Ф. Тарасов, Н. К. Соловаров, Письма в ЖЭТФ **22**, 266 (1975) [V. A. Golenishchev-Kutuzov, N. K. Solovarov, and V. F. Tarasov, Sov. Phys. JETP Lett. **22**, 123 (1975)].

9. В.А. Голенищев-Кутузов, А.И. Сиразиев, Н.К. Соловаров, В. Ф. Тарасов, ЖЭТФ **71**, 516 (1976) [V. A. Golenishchev-Kutuzov, A. I. Siraziev, N. K. Solovarov, and V. F. Tarasov, Sov. Phys. JETP **44**, 562 (1976)].

10. N. S. Shiren, Phys. Rev. B **2**, 2471 (1970).

11. В.А. Голенищев-Кутузов, В.В. Самарцев, Н.К. Соловаров, Б. М. Хабибуллин, *Магнитная квантовая акустика*, Наука, Москва (1977).

12. Дж. Такер, В. Рэмптон, *Гиперзвук в физике твердого тела*, Мир, Москва (1975) [J. W. Tucker and V. W. Rampton, *Microwave Ultrasonics in Solid State Physics*, North-Holland, Amsterdam (1972)].

13. S. V. Sazonov, J. Phys.: Condens. Matter **6**, 6295 (1994).

14. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1978) [L. Allen and J. H. Eberly, *Optical Resonance and Two-Level Atoms*, John Wiley and Sons, New York (1978)].

15. А. Ю. Пархоменко, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **67**, 887 (1998) [A. Yu. Parkhomenko and S. V. Sazonov, JETP Lett. **67**, 934 (1998)].

16. Г. Кайно, *Акустические волны: устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов*, Мир, Москва (1990) [G. Kino, *Acoustic Waves: Devices, Imaging, and Analog Signal Processing*, Prentice-Hall Inc., New Jersey (1987)].

17. Ф. В. Бункин, Ю. А. Кравцов, Г. А. Ляхов, УФН **149**, 391 (1986) [F. V. Bunkin, Yu. A. Kravtsov, and G. A. Lyakhov, Sov. Phys. — Uspekhi **29,** 607 (1986)].

18. Г. А. Денисенко, ЖЭТФ **60**, 2270 (1971) [G. A. Denisenko, JETP **33**, 1220 (1971)].

19. В. В. Самарцев, Б. П. Смоляков, Р. З. Шарипов, Письма в ЖЭТФ **20**, 644 (1974) [V. V. Samartsev, B. P. Smolyakov, and R. Z. Sharipov, JETP Lett. **20**, 296 (1974)].

20. А. А. Заболотский, ЖЭТФ **123**, 560 (2003) [A. A. Zabolotskii, JETP **96**, 496 (2003)].

21. А. А. Заболотский, Письма в ЖЭТФ **77**, 558 (2003) [A. A. Zabolotskii, JETP Lett. **77**, 464 (2003)].

22. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, ЖЭТФ **139**, 464 (2011) [A. N. Bugay and S. V. Sazonov, JETP **112**, 401 (2011)].

23. С. В. Сазонов, Н. В. Устинов, ЖЭТФ **141**, 738 (2012) [S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, JETP **114**, 645 (2012)].

24. С. В. Сазонов, ЖЭТФ **144**, 1016 (2013) [S. V. Sazonov, JETP **117**, 885 (2013)].

25. Э. А. Маныкин, В. В. Самарцев, *Оптическая эхо-спектроскопия*, Наука, Москва (1984).

26. С. О. Елютин, С. М. Захаров, Э. А. Маныкин, ЖЭТФ **76**, 835 (1979) [S. O. Elyutin, S. M. Zakharov, and E. A. Manykin, Sov. Phys. JETP **49**, 421 (1979)].

27. В. А. Зуйков, В. В. Самарцев, Р. Г. Усманов, Письма в ЖЭТФ **32**, 293 (1980) [V. A. Zuikov, V. V. Samartsev, and R. G. Usmanov, Sov. Phys. JETP Lett. **32**, 270 (1980)].

28. T. W. Mossberg, Opt. Lett. **7**, 77 (1982).

29. N. W. Carlson, W. R. Babbit, Y. S. Bai, and T. W. Mossberg, J. Opt. Soc. Amer. B **1**, 506 (1984).

30. N. W. Carlson, W. R. Babbit, Y. S. Bai, and T. W. Mossberg, Opt. Lett. **9**, 232 (1984).

31. У. Х. Копвиллем, В. Р. Нагибаров, В. А. Пирожков, В. В. Самарцев, Р. Г. Усманов, Письма в ЖЭТФ **20**, 139 (1974) [U. Kh. Kopvillem, V. R. Nagibarov, V. A. Pirozhkov, V. V. Samartsev, and R. G. Usmanov, Sov. Phys. JETP Lett. **20**, 60 (1974)].

32. Н. В. Знаменский, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **85**, 440 (2007) [N. V. Znamenskii and S. V. Sazonov, JETP Lett. **85**, 358 (2007)].