

ВЛИЯНИЕ ОДНОРОДНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ВИХРЕПОДОБНЫЕ МАГНИТНЫЕ СТРУКТУРЫ В ПЕРФОРИРОВАННЫХ ПЛЕНКАХ

Е. Б. Магадеев^{}, Р. М. Вахитов^{**}*

*Уфимский университет науки и технологий
450076, Уфа, Россия*

Поступила в редакцию 26 октября 2023 г.,
после переработки 27 декабря 2023 г.
Принята к публикации 28 декабря 2023 г.

Исследуются проявления флексомагнитоэлектрического эффекта в тонких ферромагнитных пленках с одноосной анизотропией типа «легкая плоскость» и искусственно созданными перфорациями при наличии внешнего электрического поля, нормального к плоскости пленки. Показано, что влияние неоднородного магнитоэлектрического взаимодействия в этом случае приводит к трансформации магнитных структур, которая обязательно сопровождается отклонением вектора намагниченности от плоскости образца. Для тех случаев, когда углы отклонения оказываются небольшими, получены явные выражения, описывающие распределение намагниченности. Доказано, что воздействие электрического поля определенной силы может приводить к изменению топологии основного состояния системы. Рассмотрена упрощенная модель, объясняющая особенности изменения структур такого типа, а также позволяющая установить условия их реализации.

DOI: 10.31857/S0044451024050079

1. ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на то, что в последние годы полупроводниковая электроника практически вытеснила устройства, функционирующие на магнитных принципах, исследования в области дизайна магнитных материалов несколько не утрачивают своей актуальности. Интерес к этой теме обусловлен, в частности, глубоким и всесторонним изучением вихреподобных объектов (скирмионов, бимеронов, цилиндрических магнитных доменов и т. д. [1–5]), которые считаются перспективными для создания устройств микро- и нанoeлектроники нового поколения [6–8] благодаря своим наноразмерам, топологической защищенности, высокой подвижности и т. д. [3, 5, 6]. Тем не менее ряд вопросов, важных для применения объектов такого типа на практике, остается нерешенным, и не в последнюю очередь это относится к проблемам устойчивости и управляемости

вихреподобных структур [9], особенно при комнатных температурах. Так, в большинстве работ, посвященных данной тематике (см., например, [1]), в качестве ключевого фактора, обеспечивающего стабильность изучаемых нанообъектов, рассматривается взаимодействие Дзялошинского – Мория, которое становится существенным только при низких температурах [10, 11]. В то же время в наноструктурированных пленках оно проявляется уже при комнатных температурах, однако при столь малых масштабах (~ 1 нм) будут возникать флуктуации, нарушающие тонкий баланс взаимодействий, ответственных за устойчивость вихреподобных неоднородностей [9]. Кроме того, параметр взаимодействия Дзялошинского – Мория является, по сути, фиксированной характеристикой материала, что существенно ограничивает возможности управления структурами, формирующимися под влиянием данного взаимодействия. В этом смысле более привлекательной альтернативой является неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие (НМЭВ) [12, 13], которое на феноменологическом уровне описания схоже с взаимодействием Дзялошинского – Мория [1], однако напрямую зависит от величины приложен-

^{*} E-mail: magadeev@gmail.com

^{**} E-mail: VakhitovRM@yahoo.com

ного электрического поля и полностью исчезает в отсутствие поля. Сравнительно невысокий интерес к НМЭВ до недавнего времени объясняется, по всей видимости, тем, что связанный с ним флексомагнитоэлектрический эффект наблюдается в довольно узком классе магнитных материалов [14–16]; кроме того, природа данного явления до сих пор остается предметом дискуссий [17, 18]. Тем не менее возможность эффективного управления доменной структурой посредством НМЭВ уже получила ряд подтверждений экспериментального характера [14, 19], а теоретические исследования указывают на применимость данного подхода также и к управлению вихреподобными нанообъектами [20]. При этом под эффективностью управления в первую очередь надо понимать энергоэффективность, связанную с меньшими энергозатратами на создание электрических полей по сравнению с магнитными полями [19].

В работах [21–23] были рассмотрены перфорированные ферромагнитные пленки с сильной одноосной анизотропией типа «легкая плоскость» и показано, что в области двух или более близкорасположенных отверстий такой пленки возможна локализация топологически защищенных вихреподобных объектов, которые могут использоваться для записи и хранения информации в троичной системе счисления (позже в [24] был предложен также альтернативный способ записи информации на многосвязных образцах с легкоплоскостной анизотропией, однако лишь в двоичной системе). Для переключения между неэквивалентными состояниями этих объектов могут использоваться импульсы как магнитного [25], так и, по всей видимости, электрического поля. На последнее указывают результаты исследования [20] (а также аналогичные рассуждения в работе [26] в отношении мультиферроиков, где роль НМЭВ играло «обычное» магнитоэлектрическое взаимодействие), в котором изучалось влияние НМЭВ на распределение намагниченности в образце с одним отверстием (очевидно, такая модель подходит также и для описания образца с несколькими отверстиями, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними [23]), причем величина константы легкоплоскостной анизотропии принималась бесконечно большой, так что вектор намагниченности не мог выходить из плоскости пленки. Для этого случая было показано, что воздействие поля заряженной нити, пропущенной через отверстие, приводит к формированию устойчивых структур различной топологии, в то время как однородное электрическое поле вообще не влияет на распределение намагниченности. Ясно, однако, что

последнее утверждение может оказаться несправедливым при конечных значениях константы анизотропии, поскольку появление некруговых траекторий вектора намагниченности существенно усложняет характер НМЭВ. Изучению связанных с этим явлений и посвящена данная работа.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим ферромагнитную пленку малой толщины h , содержащую круглое отверстие радиусом R , и введем цилиндрическую систему координат (r, ϕ, z) , как показано на рис. 1 (ось z при этом нормальна к плоскости пленки). Будем описывать направление единичного вектора намагниченности \mathbf{m} углами α и θ , первый из которых задает выход вектора \mathbf{m} из плоскости пленки, а второй — ориентацию его проекции на плоскость, так что

$$\mathbf{m} = (-\sin(\theta - \phi) \cos \alpha, \cos(\theta - \phi) \cos \alpha, \sin \alpha). \quad (1)$$

Пусть образец находится в однородном электрическом поле напряженностью $\mathbf{E} \parallel z$. Тогда с учетом НМЭВ и одноосной анизотропии типа «легкая плоскость», ось которой параллельна оси z , полную энергию магнетика можно представить в виде

$$W = \int_0^{2\pi} \int_R^\infty \Phi hr \, dr \, d\phi, \quad (2)$$

где плотность энергии Φ определяется следующим образом [13, 23]:

$$\Phi = A [(\nabla\alpha)^2 + \cos^2 \alpha (\nabla\theta)^2] + K \sin^2 \alpha + M_s^2 \mathbf{E}(b_1 \mathbf{m} \operatorname{div} \mathbf{m} + b_2 \mathbf{m} \times \operatorname{rot} \mathbf{m}). \quad (3)$$

Здесь A — обменный параметр, K — абсолютная величина константы анизотропии, M_s — намагниченность насыщения, а b_1 и b_2 — константы НМЭВ. Заметим, что в выражения (2) и (3) не включены явно члены, отвечающие вкладу размагничивающих полей. Это связано с тем, что в тонких пленках их влияние по большей части сводится к появлению анизотропии формы [27], которая при необходимости может быть учтена заменой величины константы K на ее эффективное значение $K + 2\pi M_s^2$. Плоскостные же компоненты размагничивающих полей лишь незначительно искажают распределение намагниченности [22], что не меняет картины наблюдаемых явлений даже в тех случаях, когда кристаллическая анизотропия практически отсутствует, и наличие легкой плоскости обеспечивается исключительно анизотропией формы [28]. Подставляя (1)

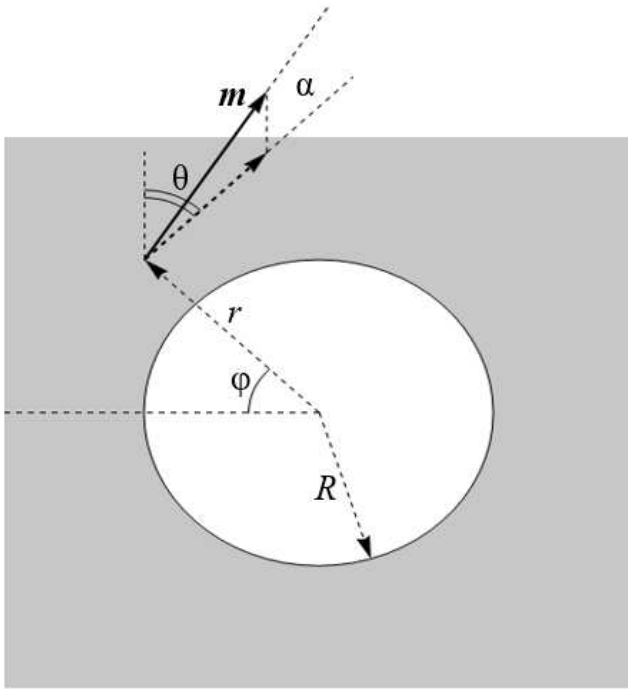


Рис. 1. Геометрия задачи

в (3) и приравнивая нулю вариационные производные функционала (2) по функциям α и θ , получаем следующие уравнения Эйлера – Лагранжа, которым должны удовлетворять минимумы энергии системы [27]:

$$A [2\Delta\alpha + \sin 2\alpha(\nabla\theta)^2] - K \sin 2\alpha + \beta \cos^2 \alpha \left[\sin(\theta - \phi) \frac{1}{r} \frac{\partial\theta}{\partial\phi} + \cos(\theta - \phi) \frac{\partial\theta}{\partial r} \right] = 0, \quad (4a)$$

$$A [2\Delta\theta - 4 \operatorname{tg} \alpha \nabla\theta \nabla\alpha] - \beta \left[\sin(\theta - \phi) \frac{1}{r} \frac{\partial\alpha}{\partial\phi} + \cos(\theta - \phi) \frac{\partial\alpha}{\partial r} \right] = 0, \quad (4b)$$

где

$$\beta = \beta_1 + \beta_2, \quad \beta_1 = b_1 M_s^2 E, \quad \beta_2 = b_2 M_s^2 E.$$

Данную систему уравнений необходимо дополнить граничными условиями. Во-первых, на границе отверстия должны обращаться в нуль производные плотности энергии (3) по $\partial\alpha/\partial r$ и $\partial\theta/\partial r$, т.е. при $r = R$ имеем

$$2A \frac{\partial\alpha}{\partial r} + (\beta_1 \sin^2 \alpha + \beta_2 \cos^2 \alpha) \sin(\theta - \phi) = 0, \quad (5a)$$

$$2A \frac{\partial\theta}{\partial r} - \beta_1 \operatorname{tg} \alpha \cos(\theta - \phi) = 0. \quad (5b)$$

Во-вторых, будем полагать, что на большом удалении от отверстия выход вектора намагниченности из плоскости пленки исчезает, так что $\alpha(r \rightarrow \infty) = 0$.

Данное условие позволяет исключить из рассмотрения нелокализованные структуры с квазипериодическим распределением намагниченности [15], которые по аналогии с киральными магнетиками могли бы формироваться и в образцах изучаемого типа при воздействии полями \mathbf{E} достаточной величины.

Пусть для начала внешнее поле отсутствует. Тогда $\beta = 0$, и система уравнений (4a), (4b) имеет формальное решение

$$\alpha = 0, \quad \theta = \theta_0 = k\phi + \phi_0, \quad (6)$$

где k — целое число, а ϕ_0 — произвольная константа. В [23] было показано, что решения типа (6) отвечают минимумам энергии (2) при условии

$$K > A \left(\frac{c_{|k|}}{R} \right)^2, \quad (7)$$

где $c_0 = 0$, $c_1 = 0.320$, $c_2 = 1.066$, $c_3 = 1.902$ и т.д. При этом величина k нумерует топологически неэквивалентные состояния магнетика [21], которые тем самым оказываются долгоживущими даже при $k \neq 0$, несмотря на то, что глобальный минимум энергии системы заведомо достигается при однородном распределении намагниченности $k = 0$.

В результате включения поля \mathbf{E} распределение намагниченности уже не будет описываться соотношениями типа (6). Тем не менее в тех случаях, когда угол α не достигает значений $\pm\pi/2$ ни в одной из точек образца, состояния магнетика по-прежнему можно характеризовать величиной k , понимая под ней число оборотов, совершаемых проекцией вектора \mathbf{m} на плоскость пленки при полном обходе вокруг отверстия по часовой стрелке. При этом, разумеется, уже некорректно говорить о топологической неэквивалентности состояний с различными значениями k , а условия устойчивости (7) становятся недостаточными. Более того, локализованные структуры с наперед заданным k могут вообще не существовать при определенных значениях напряженности E . Ясно, однако, что в большинстве процессов, связанных с незначительным изменением поля \mathbf{E} , величина k будет сохраняться, что и обуславливает удобство ее использования при дальнейшем анализе.

Отметим, что решения типа (6) при $k \neq 0$ отвечают магнитным структурам, которые, вообще говоря, не являются уединенными неоднородностями. Тем не менее при наличии в пленке второго отверстия, магнитная структура в окрестности которого характеризуется величиной $-k$, распределение намагниченности на удалении от обоих отверстий оказывается однородным (точнее говоря, значения уг-

ла θ приближаются к некоторому пределу по закону r^{-1} , а плотность энергии Φ убывает по закону r^{-4} [21]). То же верно и для произвольного числа отверстий с нулевым суммарным значением величин k [22]. В этой связи структуры, описываемые системой уравнений (4а), (4б), также следует воспринимать как составляющие более крупной уединенной неоднородности, хотя для каждой из них в отдельности предел $\theta(r \rightarrow \infty)$ может и не существовать. Этим, в частности, объясняется отсутствие условия для угла θ аналогичного $\alpha(r \rightarrow \infty) = 0$.

3. ПРИБЛИЖЕНИЕ СИЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ

Из вида системы уравнений (4а), (4б) ясно, что при $K \rightarrow \infty$ ее решения выражаются соотношениями (6) даже при наличии внешнего поля ($\beta \neq 0$). Пусть далее величина K является конечной, но большой, так что, по крайней мере, $K \gg A/R^2$, и условие (7) выполняется со значительным запасом. Резонно предположить, что и в этом случае распределение намагниченности в ненулевом поле будет описываться выражениями близкими к (6), благодаря чему становится возможно воспользоваться теорией возмущений, представляя углы α и θ в виде рядов по степеням малого параметра K^{-1} (поскольку данный параметр не является безразмерным, точный смысл требования его малости будет установлен позже). Положим $\theta = \theta_0 + \theta_1$, причем $\theta_1 \sim \alpha \sim K^{-1}$. Тогда, сохраняя в уравнении (4а) только немалые члены, сразу получаем

$$\alpha = \frac{k\beta \sin[(k-1)\phi + \phi_0]}{2Kr}. \quad (8)$$

Заметим, что данный результат, казалось бы, противоречит граничному условию (5а). В действительности его выполнение будет обеспечиваться быстрым изменением угла α в небольшой окрестности границы отверстия, которая имеет ширину порядка $\sqrt{A/K}$ и, соответственно, полностью исчезает в рамках изучаемого приближения. По той же причине на основании формулы (8) неверно делать вывод об отсутствии выхода вектора намагниченности из плоскости пленки при $k = 0$: несложно видеть, что однородное распределение вида $\alpha = 0, \theta = \text{const}$ на самом деле не может удовлетворять условию (5а) при $\beta_2 \neq 0$. Тем не менее при наличии сильной анизотропии масштабы формирующейся неоднородности оказываются исчезающе малыми.

Выражение для плотности энергии (3) с точностью до членов порядка K^{-1} , вообще говоря, содержит слагаемое, зависящее от θ_1 . Будучи пропорци-

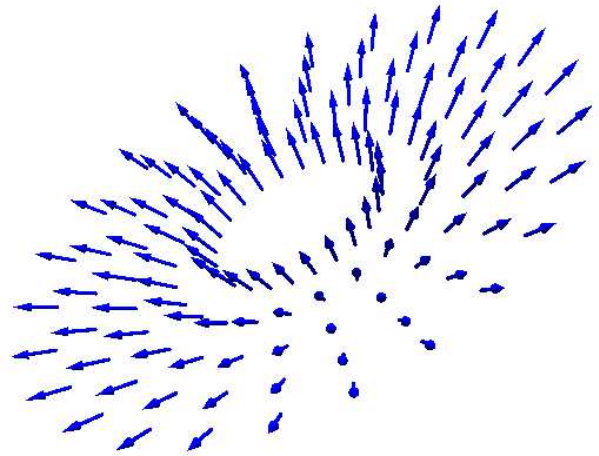


Рис. 2. Схематическое изображение направлений вектора намагниченности в различных точках образца в случае $k = 1$ в ненулевом внешнем поле

ональным $\partial\theta_1/\partial\phi$, это слагаемое, однако, дает нулевой вклад в интеграл (2), поэтому целесообразно ввести в рассмотрение величину Φ , усредненную по углам ϕ от 0 до 2π . С учетом формулы (8) эта величина вне зависимости от вида функции θ_1 оказывается равна

$$\langle \Phi \rangle = \begin{cases} \frac{k^2 A}{r^2} \left(1 - \frac{\beta^2}{8AK} \right), & k \neq 1, \\ \frac{A}{r^2} \left(1 - \frac{\beta^2 \sin^2 \phi_0}{4AK} \right), & k = 1. \end{cases} \quad (9)$$

Из данного соотношения следует, что при $k = 1$ вырождение по углу ϕ_0 снимается полями сколь угодно малой величины E . При этом устойчивыми становятся структуры с $\phi_0 = \pm\pi/2$, что соответствует радиальному направлению проекции вектора \mathbf{m} на плоскость образца (см. рис. 2). В то же время распределение $\alpha = 0, \theta = \phi$, которое при произвольных значениях параметров K и β формально удовлетворяет как уравнениям (4а), (4б), так и условиям (5а), (5б), не реализуется при $\beta \neq 0$, так как $\phi_0 = 0$ не минимизирует плотность энергии (9), а максимизирует.

Подставляя (8) в уравнение (4б), с точностью до членов порядка K^{-1} имеем

$$\Delta\theta_1 = \frac{k(k-2)\beta^2 \sin 2[(k-1)\phi + \phi_0]}{8AKr^2}. \quad (10)$$

В том же приближении условие (5б) на границе $r = R$ принимает вид

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial r} = \frac{k\beta\beta_1 \sin 2[(k-1)\phi + \phi_0]}{8AKR}. \quad (11)$$

При $k = 1$ правые части выражений (10) и (11) с учетом $\phi_0 = \pm\pi/2$ обращаются в нуль, вследствие

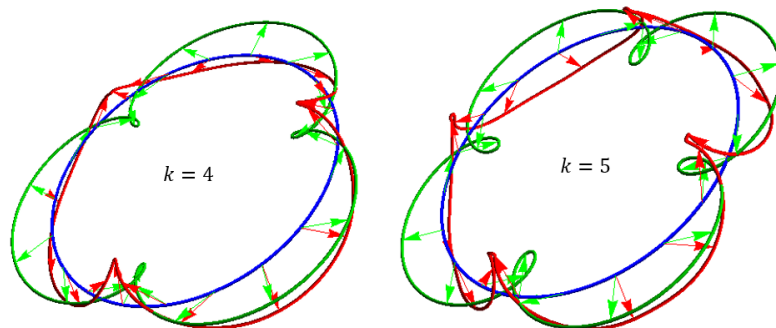


Рис. 3. Схематическое изображение распределения намагниченности в зависимости от угла ϕ при двух различных значениях k . Синим цветом показана окружность $r = \text{const}$, в точках которой рассматриваются направления намагниченности. Зеленым цветом показаны положения концов вектора намагниченности в том случае, когда электрическое поле отсутствует, и вектор намагниченности не выходит из плоскости пленки, а красным — в том случае, когда поле включено. Зеленые и красные стрелки иллюстрируют направление вектора намагниченности в отдельных точках окружности для обоих случаев

чего $\theta_1 = 0$. Отсюда, подытоживая формулы (6), (8) и (9), получаем

$$\alpha = \pm \frac{\beta}{2Kr}, \quad \theta = \phi \pm \frac{\pi}{2}, \quad \langle \Phi \rangle = \frac{A}{r^2} \left(1 - \frac{\beta^2}{4AK} \right). \quad (12)$$

При $k \neq 1$ ограниченное решение уравнения (10), удовлетворяющее условию (11), выглядит следующим образом:

$$\theta_1 = - \frac{k\beta \sin 2[(k-1)\phi + \phi_0]}{32(k-1)^2 AK} \times \left[(k-2)\beta + 2|k-1|\beta_1 \left(\frac{R}{r} \right)^{2|k-1|} \right]. \quad (13)$$

Из формул (8) и (13) следует, что включение поля \mathbf{E} не меняет симметрию магнитной структуры типа (6), заключающуюся в существовании поворотной оси порядка $|k-1|$ (см. рис. 3). При этом, однако, распределение намагниченности оказывается отличным от (6) даже на большом удалении $r \gg R$ от отверстия. Действительно, поправка (13) в отличие от угла (8) имеет при $r \rightarrow \infty$ ненулевой предел, а значит, во всем объеме образца, кроме небольшой окрестности отверстия, вектор намагниченности повернется на некоторый угол, при этом практически не выходя из плоскости. Исключение составляет структура, отвечающая $k = 2$, в случае которой поправка (13) с ростом r все же убывает до нуля по закону r^{-2} . Данное обстоятельство является частным следствием того факта, что предел $|\theta_1|$ при $r \rightarrow \infty$, как несложно убедиться, определяется величиной $|k-1|$. Таким образом, для $k = 2$ этот предел должен быть ровно таким же, как и для $k = 0$.

Заметим, что выполнение указанного выше условия $K \gg A/R^2$ еще не гарантирует корректности рассмотренного приближения, поскольку

данное условие устанавливает соотношение только между анизотропией и обменным взаимодействием, но никак не затрагивает НМЭВ. В результате величина β (для простоты будем считать β_1 и β_2 величинами одного порядка) может оказаться настолько большой, что поправки (8) и (13) уже не будут носить характер возмущений. Их малость обеспечивается дополнительным условием $K \gg \beta^2/A$, которое должно проверяться наряду с $K \gg A/R^2$. Заметим, что при $|\beta| \approx A/R$ эти условия становятся эквивалентными.

4. ПРИВЛИЖЕНИЕ СЛАБЫХ ПОЛЕЙ

В рамках рассмотренного выше приближения сильной анизотропии возможность применения теории возмущений обеспечивалась тем, что вектор \mathbf{m} не может значительно отклониться от ярко выраженной легкой плоскости даже при существенных значениях приложенного поля \mathbf{E} . Если, однако, ограничиться рассмотрением слабых полей, то возникающее под их влиянием распределение намагниченности должно быть близким к распределению (6) даже при умеренных значениях константы K , удовлетворяющих условию (7). В этом случае роль малого параметра играют величины β и β_2 (количественные условия их малости будут установлены далее), пропорциональные напряженности E . Полагая $\theta_1 \sim \alpha \sim \beta \sim \beta_2$, вместо уравнения (4а) с точностью до членов порядка β имеем

$$\Delta\alpha + \left(\frac{k^2}{r^2} - \frac{K}{A} \right) \alpha = - \frac{k\beta \sin[(k-1)\phi + \phi_0]}{2Ar}, \quad (14)$$

а вместо граничного условия (5а) при $r = R$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial r} = - \frac{\beta_2 \sin[(k-1)\phi + \phi_0]}{2A}. \quad (15)$$

С той же точностью из (4b) получаем уравнение Лапласа $\Delta\theta_1 = 0$, а из (5b) — условие обращения производной $\partial\theta/\partial r$ в нуль на границе отверстия. Таким образом, в рамках рассматриваемого приближения $\theta_1 \equiv 0$, т.е. поправка θ_1 , как и в случае соотношения (13), пропорциональна β^2 .

Из вида выражений (14) и (15) следует, что

$$\alpha = \tilde{\alpha}(r) \sin[(k - 1)\phi + \phi_0],$$

где $\tilde{\alpha}(r)$ описывает, таким образом, радиальную зависимость угла $\alpha(r, \phi)$ и представляет собой ограниченное при $r \rightarrow \infty$ решение уравнения

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}'' + \frac{1}{r}\tilde{\alpha}' + \left(\frac{2k-1}{r^2} - \frac{K}{A}\right)\tilde{\alpha} &= -\frac{k\beta}{2Ar}, \\ \tilde{\alpha}'(R) &= -\frac{\beta_2}{2A}. \end{aligned} \tag{16}$$

Очевидно, что при $k \neq 1$ значение ϕ_0 может быть произвольным. При $k = 1$ выражение (2) с точностью до членов порядка β^2 может быть представлено в виде

$$W = W^{(0)} + \sin^2 \phi_0 W^{(1)},$$

где $W^{(0)}$ не зависит ни от ϕ_0 , ни от $\tilde{\alpha}(r)$, а $W^{(1)}$ является функционалом от функции $\tilde{\alpha}(r)$. При этом функционал $W^{(1)}$ обращается в нуль при $\tilde{\alpha} \equiv 0$, но эта функция не отвечает условию его экстремума. Следовательно, $W^{(1)}$ наверняка может принимать отрицательные значения, и минимум энергии W , как и в случае приближения сильной анизотропии, достигается при $\phi_0 = \pm\pi/2$, когда $\alpha = \pm\tilde{\alpha}(r)$ (см. рис. 2).

Введем в рассмотрение следующую функцию, которая является решением уравнения (16) при $\beta = 0, \beta_2 = \sqrt{AK}$:

$$\begin{aligned} F(r) &= \\ &= \frac{Q_{\sqrt{1-2k}}\left(\sqrt{\frac{K}{A}}r\right)}{Q_{-1+\sqrt{1-2k}}\left(\sqrt{\frac{K}{A}}R\right) + Q_{1+\sqrt{1-2k}}\left(\sqrt{\frac{K}{A}}R\right)}, \end{aligned} \tag{17}$$

где Q — модифицированная функция Бесселя второго рода (более привычное обозначение K для этой функции не используется здесь во избежание путаницы с ранее введенным обозначением для константы анизотропии). Тогда в силу линейности уравнения (16) его решение в общем случае имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}(r) &= \frac{\beta_2}{\sqrt{AK}}F(r) + \\ &+ \frac{\beta}{\sqrt{AK}} \left[\tilde{\alpha}_0(r) + 2\sqrt{\frac{A}{K}}\tilde{\alpha}'_0(R)F(r) \right], \end{aligned} \tag{18}$$

где $\tilde{\alpha}_0(r)$ — частное решение (16) при $\beta = \sqrt{AK}$ и произвольном значении β_2 .

Первое слагаемое в правой части выражения (18) обусловлено влиянием НМЭВ на границе отверстия и быстро убывает с ростом r . Тем не менее его вклад становится определяющим, если $\beta = 0$ ($b_1 = -b_2$) или $k = 0$ (вследствие чего $\tilde{\alpha} \equiv 0$). Кроме того, благодаря наличию этого слагаемого при $\beta_2 \neq 0$ выход вектора намагниченности из плоскости пленки будет наблюдаться при произвольных значениях k , включая $k = 0$, т.е. даже однородное распределение намагниченности будет искажаться в результате включения поля **E**. Примечательно, что обсуждаемый краевой эффект не исчезает в том числе и при выполнении условия сильной анизотропии, $K \gg A/R^2$. Действительно, в этом случае величина $F(R)$, согласно (17), стремится к пределу $1/2$, а значит, угол α должен достигать у границы отверстия значения $\beta_2/2\sqrt{AK}$, что, вообще говоря, значительно превышает углы отклонения от плоскости, определяемые формулой (8). Тем не менее экспоненциальный характер убывания функции (17) приводит к тому, что уже на расстоянии в несколько $\sqrt{A/K} \ll R$ от границы отверстия влияние краевого эффекта становится незаметным, и значения угла α резко снижаются.

Асимптотическое поведение решения (18) при $r \rightarrow \infty$ определяется видом частного решения $\tilde{\alpha}_0(r)$. В то же время из уравнения (14) можно сделать вывод, что даже при умеренных значениях K асимптотическое поведение угла α на большом удалении от отверстия описывается соотношением (8). Это позволяет положить

$$\tilde{\alpha}_0 \approx \frac{k}{2r}\sqrt{\frac{A}{K}},$$

откуда вместо (18) имеем следующее приближенное решение уравнения (16):

$$\tilde{\alpha}(r) = \frac{\beta_2}{\sqrt{AK}}F(r) + \frac{k\beta}{2Kr} - \frac{k\beta}{R^2}\sqrt{\frac{A}{K^3}}F(r). \tag{19}$$

На рис. 4 приведены графики зависимости $\tilde{\alpha}(r)$, полученные в результате численного решения уравнения (16) при $\beta_1 = \beta_2, k = \pm 1$ и различных значениях K , а также графики функции (19) при тех же значениях параметров. Несложно видеть, что приближенное выражение (19) отражает особенности поведения функции $\tilde{\alpha}(r)$ вполне корректно, причем точность приближения, как и следовало ожидать, увеличивается с ростом величины K . В частности, в случае $k = 1$ наибольшая относительная ошибка, которая достигается при $r \approx 1.4R$, составляет 13%

при $KR^2/A = 5$, но уже при $KR^2/A = 20$ становится менее 4%. Следует отметить, что при значениях отношения $KR^2/A \geq 20$ точностью не хуже 4% обладает не только формула (19), но также и соотношение $F(R) \approx 1/2$. Это позволяет записать следующее приближенное выражение для значений угла α , достигаемых на границе отверстия:

$$\alpha_m = \tilde{\alpha}(R) = \frac{\beta_2}{2\sqrt{AK}} + \frac{k\beta}{2KR} - \frac{k\beta}{2R^2} \sqrt{\frac{A}{K^3}}. \quad (20)$$

Несмотря на то, что соотношение (20), представляющее собой сумму первых трех членов разложения α_m по степеням $K^{-1/2}$, становится справедливым при довольно больших значениях K , оно, разумеется, не могло быть получено в рамках приближения сильной анизотропии. Подчеркнем также, что величину α_m нельзя отождествлять с максимальным углом выхода вектора намагниченности из плоскости образца: например, из рис. 4 следует, что в случае $k = -1$, $KR^2/A = 5$ (сплошная синяя кривая на нижнем графике) значения $|\tilde{\alpha}|$ при $r \approx 2R$ превышают α_m более чем на 50% (в частности, непосредственно при $r = 2R$ имеем $|\tilde{\alpha}| \approx 1.55\alpha_m$, так как $\tilde{\alpha}(R) \approx 0.049\beta_2R/A$, $\tilde{\alpha}(2R) \approx -0.076\beta_2R/A$). Тем не менее вследствие своей простоты соотношение (20) может оказаться весьма удобным как для оценки степени искажения структур типа (6) под влиянием электрического поля, так и для экспериментальной проверки развиваемой здесь теории.

Из формулы (18) следует, что приближение слабых полей применимо только при условии $|\beta| \ll \sqrt{AK}$. Выполнение данного условия совместно с неравенством (7) обеспечивает малость каждого из трех слагаемых в правой части формулы (20), что избавляет от необходимости накладывать какие-то дополнительные ограничения. В частности, условие $|\beta| \ll A/R$, которое могло бы отвечать малости влияния НМЭВ по сравнению с обменным взаимодействием, в действительности является избыточным; кроме того, оно никак не использовалось при переходе от (4а) к уравнению (14). Таким образом, область применимости приближения слабых полей полностью содержит в себе область применимости приближения сильной анизотропии ($K \gg \beta^2/A$, $K \gg A/R^2$), что могло бы послужить аргументом в пользу отказа от использования последнего. Ясно, однако, что в рамках приближения слабых полей соотношения наподобие (9) и (13) уже не могут быть получены в наглядной форме из-за более сложного по сравнению с (8) вида зависимости α от r . Этим и объясняется важность обоих рассмотренных приближений.

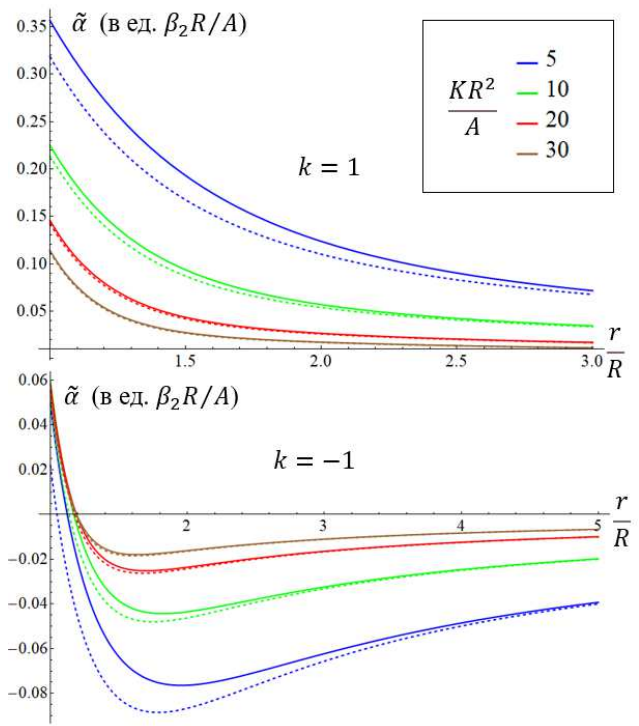


Рис. 4. Графики радиальной части $\tilde{\alpha}(r)$ зависимости $\alpha(r, \phi)$ угла отклонения вектора намагниченности от плоскости пленки при $\beta_1 = \beta_2$ (или, что то же самое, при равенстве констант НМЭВ b_1 и b_2 , которым пропорциональны величины β_1 и β_2), $k = \pm 1$ и различных значениях абсолютной величины константы анизотропии K . Значения $\tilde{\alpha}$ приведены в единицах безразмерной величины β_2R/A . Сплошные линии — значения $\tilde{\alpha}$, полученные численно; штриховые линии — результат использования приближенного выражения

5. СЛУЧАЙ $k = 1$

Из формул (9) и (12), справедливых при больших значениях K , следует, что включение внешнего электрического поля приводит к уменьшению энергии в одно и то же число раз для всех состояний системы, кроме $k = 1$. При $\beta \ll \sqrt{AK}$ единственным следствием этого эффекта становится снятие вырождения по знаку величины k при $k = \pm 1$, в остальном же энергетический спектр системы никак не перестраивается. С ростом величины β значения угла θ при $k \neq 1$, согласно формуле (13), начинают сильно меняться во всем объеме образца, из-за чего соотношение (9) уже не может использоваться для количественных оценок. Тем не менее оно позволяет на качественном уровне проследить следующую важную тенденцию: если значение величины β достаточно велико, чтобы при некотором $k \neq 1$ энергия системы была отрицательной, то энергетически выгодными формально оказыва-

ются состояния с $k \rightarrow \pm\infty$. Физически этому соответствует стабилизация нелокализованных квазипериодических структур [15]), которые в данной работе не рассматриваются. Таким образом, уединенные неоднородности с $k \neq 1$ не могут представлять собой основное состояние системы. Покажем, однако, что в отношении случая $k = 1$ данное утверждение неверно.

Заметим, что система уравнений (4а), (4б) с граничными условиями (5а), (5б) может иметь два класса решений, для которых $\theta = \phi + \phi_0$. Это, во-первых, $\alpha = 0, \theta = \phi$, что, как уже указывалось выше, в общем случае не отвечает минимуму энергии (2). Во-вторых, $\theta = \phi \pm \pi/2$ (см. рис. 2), в то время как угол α , зависящий в данном случае только от расстояния r до центра отверстия, должен определяться из уравнения (4а), которое приобретает вид

$$\alpha'' + \frac{1}{r}\alpha' + \left(\frac{1}{r^2} - \frac{K}{A}\right) \sin \alpha \cos \alpha = \mp \frac{\beta}{2Ar} \cos^2 \alpha. \quad (21)$$

Также в силу (5а) получаем следующее граничное условие при $r = R$:

$$\alpha' = \mp \frac{\beta_1 \sin^2 \alpha + \beta_2 \cos^2 \alpha}{2A}. \quad (22)$$

Поскольку на большом удалении от границ отверстия должно иметь место соотношение $|\alpha| \ll 1$, из (21) заключаем, что асимптотическое поведение функции $\alpha(r)$ при $r \rightarrow \infty$ описывается формулой (12). Очевидно, что в таком случае и усредненная плотность энергии $\langle \Phi \rangle$ вдали от отверстия также должна описываться формулой (12). Интеграл (2) при этом оказывается расходящимся, поэтому именно область больших r будет давать определяющий вклад в энергию системы W , и знак энергии будет зависеть от знака коэффициента в выражении (12) для $\langle \Phi \rangle$: если

$$|\beta| > 2\sqrt{AK}, \quad (23)$$

то $W \rightarrow -\infty$, так что состояние с $k = 1$ становится энергетически выгодным по сравнению с $k = 0$ (подчеркнем, что при $k = 0$ конечная величина W также является отрицательной в силу влияния краевых эффектов). При этом, однако, вопрос самого существования решения уравнения (21) при граничном условии (22) остается открытым.

На рис. 5 показаны графики зависимости значения угла $\alpha_m = \alpha(R)$ на границе отверстия от величины β_2 при различных значениях K для случаев $\beta_1 = \beta_2$ и $\beta_1 = -1.01\beta_2$. Эти зависимости были получены путем численной минимизации энер-

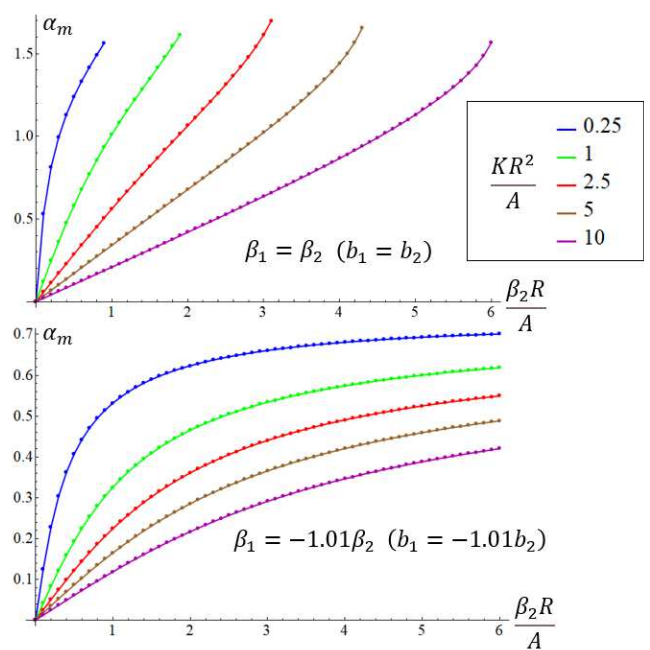


Рис. 5. Значения угла α_m отклонения вектора намагниченности от плоскости пленки на границе отверстия в зависимости от величины β_2 , пропорциональной напряженности внешнего поля, в случае $k = 1$ (типичное распределение намагниченности для данного случая представлено на рис. 2) при различных значениях абсолютной величины константы анизотропии K . Верхний и нижний графики отличаются соотношением между величинами β_1 и β_2 (или, что то же самое, между значениями констант НМЭВ b_1 и b_2 , которым пропорциональны величины β_1 и β_2)

гии (2) по отношению к функции $\alpha(r)$ с учетом равенства $\theta = \phi + \pi/2$, хотя численное решение уравнения (21) при условии (22) приводит к тем же результатам (на практике выбор в пользу алгоритма минимизации был обусловлен тем, что он позволяет получить распределение намагниченности даже в тех случаях, когда решений соответствующих уравнений Эйлера – Лагранжа формально не существует). Из приведенных графиков следует, что при условии $\beta_1 = -1.01\beta_2$ структуры изучаемого типа наблюдаются при произвольных значениях β_2 , причем при $\beta_2 \rightarrow \infty$ значения α_m выходят на некоторый предел, меньший $\pi/2$. Тем самым для любого наперед заданного значения константы K может быть выбрана настолько большая напряженность электрического поля E , что условие $|\beta| = 0.01\beta_2 > 2\sqrt{AK}$ окажется выполненным, и состояние с $k = 1$ станет для системы основным (именно для демонстрации этого обстоятельства был рассмотрен пример $\beta_1 = -1.01\beta_2$ вместо близкого к нему примера $\beta_1 = -\beta_2$, когда зависимости на рис. 5 остаются практически такими же, но при этом $\beta \equiv 0$). Напротив, в случае

$\beta_1 = \beta_2$ угол α_m приближается к $\pi/2$ при каких-то конечных значениях β_{2m} величины β_2 , зависящих от константы K (например, при $KR^2/A = 2.5$ имеем $\beta_{2m}R/A \approx 3.1$), и при $\beta_2 > \beta_{2m}$ формирующееся распределение намагниченности уже не носит характер уединенной неоднородности. Расчеты для значений KR^2/A в диапазоне от 0.25 до 10 с шагом 0.25 позволяют получить следующее эмпирическое соотношение, которое выполняется с точностью не хуже 5%:

$$\beta_{2m} = 2\sqrt{AK}. \quad (24)$$

Соответственно, состояние с $k = 1$ становится основным для системы, если выполнено условие

$$\sqrt{AK} < \beta_2 < 2\sqrt{AK},$$

т. е. напряженность поля E должна принимать значения из известного интервала.

Значительную часть описанных выше наблюдений, включая соотношение (24), затруднительно объяснить на основе анализа выражений (21) и (22) без дополнительных допущений. Тем не менее они получают наглядную интерпретацию в рамках упрощенной модели, которая рассматривается далее.

6. МОДЕЛЬ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ГРАНИЦЫ

Из проведенного выше анализа ясно, что возможность существования структур, отвечающих значению $k = 1$, определяется в основном выполнимостью граничных условий типа (22). Чтобы изучить данный вопрос более детально, заметим, что в окрестности границы отверстия наличие искривления этой границы практически не должно влиять на распределение намагниченности. Поэтому вместо образца, содержащего отверстие круглой формы (см. рис. 1), можно рассмотреть приближенную модель, в которой граница отверстия является прямолинейной, т. е. магнетик заполняет полуплоскость. Математически этому соответствует предельный переход $R \rightarrow \infty$, причем конечная величина $x = r - R$ играет в данном случае роль декартовой координаты. Тем самым вместо (21) получаем следующее уравнение:

$$\alpha'' = \frac{K}{A} \sin \alpha \cos \alpha. \quad (25)$$

При этом форма граничного условия (22), которое должно выполняться при $x = 0$, остается неизменной.

Уравнение (25) имеет следующий интеграл:

$$\alpha'^2 - \frac{K}{A} \sin^2 \alpha = \text{const}. \quad (26)$$

При положительном значении константы в правой части соотношения (26) величина $|\alpha|$ будет неограниченно расти при $x \rightarrow \infty$, что отвечает формированию нелокализованной структуры с квазипериодическим распределением намагниченности. При отрицательном значении константы соотношение (26) описывает колебания угла α около положения $\pi/2$, что при наличии анизотропии типа «легкая плоскость» не может соответствовать минимуму энергии. Поэтому в случае уединенной магнитной неоднородности обсуждаемая константа должна быть равна нулю, откуда с учетом условия (22) имеем (знак «минус» перед вторым слагаемым не влияет на дальнейшие рассуждения и выбран здесь для определенности):

$$(\beta_1 - \beta_2) \sin^2 \alpha_m - 2\sqrt{AK} \sin \alpha_m + \beta_2 = 0. \quad (27)$$

Уравнение (27) в общем случае является квадратным относительно $\sin \alpha_m$, и наличие у него хотя бы одного корня, не превышающего 1 по абсолютной величине, является условием существования магнитной структуры с $k = 1$. В частности, в вырожденном случае $\beta_1 = \beta_2$ единственный корень уравнения (27) определяется соотношением

$$\sin \alpha_m = \beta_2 / (2\sqrt{AK}).$$

Следовательно, $|\beta_2| < 2\sqrt{AK}$, что полностью согласуется с эмпирической формулой (24). Кроме того, при достижении величиной β_2 своего критического значения угол α_m оказывается равен $\pm\pi/2$, что также соответствует картине, наблюдаемой на рис. 5.

Диаграмма на рис. 6 показывает сочетания значений β_1 и β_2 (напомним, что $\beta_1 = b_1 M_s^2 E$, $\beta_2 = b_2 M_s^2 E$), при которых выполняются обозначенные выше требования к уравнению (27) (этим сочетаниям соответствуют все точки, лежащие между двумя красными кривыми). Несложно видеть, что в зависимости от соотношения между константами НМЭВ b_1 и b_2 возможны три различных сценария видоизменения магнитной неоднородности с увеличением напряженности E электрического поля (что обуславливает пропорциональный рост β_1 и β_2). Во-первых, если эти константы являются величинами разных знаков ($b_1/b_2 < 0$), то даже при $E \rightarrow \infty$ магнитная неоднородность остается уединенной. При этом значение угла α на границе образца,

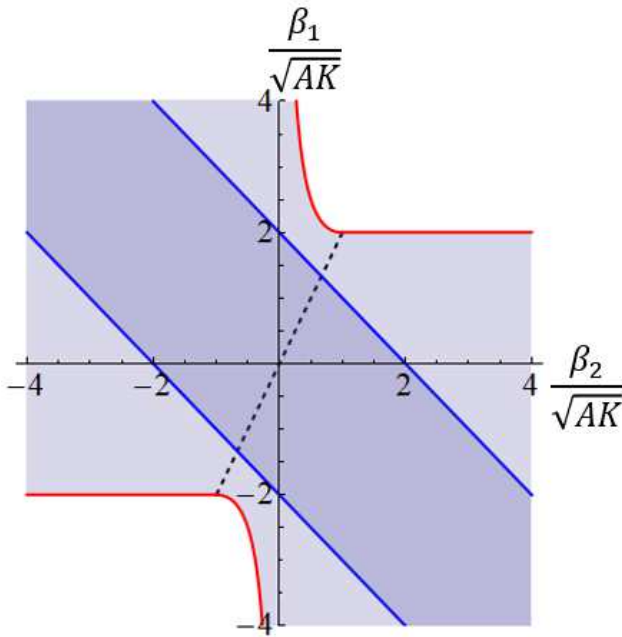


Рис. 6. Диаграмма значений параметров β_1 и β_2 (пропорциональных константам НМЭВ b_1 и b_2 соответственно, а также напряженности электрического поля E), при которых магнитные структуры, отвечающие $k = 1$, существуют (область темно-серого цвета), либо существуют и представляют собой основное состояние системы (области светло-серого цвета). Красными и синими линиями показаны границы областей. Штриховая линия соответствует равенству $\beta_1 = 2\beta_2$

согласно (27), стремится к пределу

$$|\alpha_m| = \text{arccctg} \sqrt{-b_1/b_2}.$$

В случае $b_1 \approx -b_2$ отсюда имеем $|\alpha_m| \approx \pi/4$, что неплохо согласуется с положением асимптоты соответствующих графиков на рис. 5. Во-вторых, если $0 < b_1/b_2 < 2$, то при достижении величиной $|\beta_1|$ значения $2\sqrt{AK}$ угол α_m оказывается равен $\pm\pi/2$ и дальнейший рост напряженности E с сохранением структуры неоднородности становится невозможным. В третьих, если $b_1/b_2 > 2$, то максимальное значение E , при котором еще может существовать уединенная неоднородность, определяется соотношением

$$\beta_1 = \beta_2 + AK/\beta_2.$$

При таком значении E оба корня квадратного уравнения (27) оказываются равными

$$\sin \alpha_m = \beta_2/\sqrt{AK},$$

в то время как при дальнейшем росте напряженности эти корни становятся комплексными.

Подытоживая сказанное выше, отметим, что значение угла α_m , которое достигается при максимально допустимой напряженности E , во всех случаях может быть выражено только через отношение констант НМЭВ b_1/b_2 :

$$|\alpha_m| = \begin{cases} \text{arccctg} \sqrt{-b_1/b_2}, & b_1/b_2 < 0, \\ \pi/2, & 0 < b_1/b_2 < 2, \\ \text{arccctg} \sqrt{b_1/b_2 - 2}, & b_1/b_2 > 2. \end{cases} \quad (28)$$

Также приведем явное выражение для значений E , при которых могут существовать структуры изучаемого типа:

$$|E| < E_{max} = \begin{cases} \infty, & b_1/b_2 < 0, \\ \frac{2\sqrt{AK}}{M_s^2|b_1|}, & 0 < b_1/b_2 < 2, \\ \frac{\sqrt{AK}}{M_s^2\sqrt{b_2(b_1 - b_2)}}, & b_1/b_2 > 2. \end{cases} \quad (29)$$

Аналогичное условие (23), при выполнении которого состояние с $k = 1$ становится энергетически выгодным, можно записать в следующем виде:

$$|E| < E_{min} = \frac{2\sqrt{AK}}{M_s^2|b_1 + b_2|}. \quad (30)$$

Таким образом, если материальные параметры магнетика известны, то формулы (29) и (30) позволяют рассчитать диапазон значений напряженности E , при которых основному состоянию системы отвечает распределение намагниченности наподобие того, что показано на рис. 2. Этим значениям соответствуют точки, принадлежащие светло-серым областям на рис. 6 (синими линиями на диаграмме показаны границы $|E| = E_{min}$, а красными $|E| = E_{max}$). Отсюда видно, что обсуждаемые диапазоны существуют при произвольных значениях отношения $b_1/b_2 \neq -1$, однако при $b_1/b_2 \approx 2$ становятся довольно узкими.

Следует отдельно остановиться на том обстоятельстве, что радиус отверстия R не входит явно ни в одну из формул (29) и (30). Отсюда можно было бы неверно заключить, что полученные результаты остаются полностью справедливыми также и при $R = 0$, т. е. в отсутствие отверстия. Ясно, однако, что при $R \ll \sqrt{A/K}$ предельный переход $R \rightarrow \infty$, лежащий в основе вывода соотношения (29), утрачивает смысл. Тем не менее формирование структур, отвечающих $k = 1$, принципиально возможно и в пленках, не содержащих перфораций. Действительно, в случае образца такой геометрии уравнение (21)

также может иметь нетривиальное решение, которое вместо (22) будет удовлетворять условию вида $\alpha(r=0) = \pm\pi/2$. Асимптотическое поведение этого решения при $r \rightarrow \infty$, как и при наличии отверстия, будет определяться соотношениями (12), а значит, сохраняет свою силу и условие (30), при выполнении которого неоднородность становится энергетически выгодной. Из этого, по сути, следует, что появление вихреподобных неоднородностей не связано напрямую с наличием перфораций: при включении поля достаточной силы схожие по строению структуры могут в равной степени возникать как в области отверстия, так и вдали от него (сходство структур этих двух типов усугубляется еще и тем, что, согласно формуле (28), значение угла α на границе отверстия также в некоторых случаях может приближаться к $\pm\pi/2$). Заметим, однако, что в отсутствие отверстия (или вдали от него) зарождение неоднородных структур всегда связано со спонтанным нарушением трансляционной симметрии системы, поэтому локализация вихреподобной структуры в области отверстия в целом гораздо вероятнее. В этом смысле перфорации следует рассматривать как своеобразные центры кристаллизации, искусственно привнесенные в систему; разумно ожидать, что при их наличии флуктуационные механизмы образования неоднородных структур вне отверстий должны быть либо заметно ослаблены, либо подавлены полностью. Другим существенным недостатком вихреподобных неоднородностей, формирующихся вне отверстий, является то, что при медленном отключении внешнего поля они не переходят в состояние типа (6) с сохранением величины $k = 1$, а попросту разрушаются. Этим и обусловлен невысокий интерес к структурам такого типа в рамках настоящего исследования.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несмотря на чисто теоретический характер данной работы, полученные в ней результаты позволяют в перспективе решить целый ряд важных практических задач, связанных с управлением неоднородными магнитными структурами. Во-первых, то обстоятельство, что под воздействием однородного электрического поля вектор намагниченности начинает отклоняться от плоскости пленки, может быть использовано для идентификации текущего состояния системы. Действительно, из проведенных расчетов следует, что пространственное распределение нормальной компоненты вектора намагниченности, возникающее при включении поля, зависит не толь-

ко от величины k , определяющей топологию вихреподобной структуры, но также и от ориентации структуры на плоскости. При этом о значении k можно судить уже по максимальному углу α_m отклонения вектора намагниченности на границе отверстия: зависимость между этими величинами является практически линейной. Поскольку влияние НМЭВ не меняет симметрию магнитных структур, по окончании импульса электрического поля они будут релаксировать в состояние, полностью совпадающее с исходным, что обеспечивает высокую надежность излагаемого подхода к идентификации состояния системы.

Во-вторых, приведенные оценки степени искажения магнитных структур электрическим полем позволяют судить о характерной величине напряженности поля, при которой флексомагнитоэлектрический эффект становится заметным. Благодаря этому, в частности, оказывается возможно подобрать такие материалы, в которых управление вихреподобными структурами посредством электрического поля не связано с чрезмерными энергозатратами, однако чувствительность к паразитным внешним полям остается невысокой.

В-третьих, изменение топологии основного состояния магнитной структуры в полях определенной величины открывает возможности для реализации следующего сценария. Пусть изначально распределение намагниченности близко к однородному, чему соответствует значение $k = 0$. В результате быстрого включения поля система перейдет в новое основное состояние с $k = 1$. Если после этого плавно снизить напряженность поля до нуля, то система может остаться в состоянии с $k = 1$, которое будет уже метастабильным, однако долгоживущим в силу причин топологического характера [21]. Такая возможность переключения состояния системы посредством импульсного воздействия говорит о перспективах использования перфорированных пленок в качестве основы для создания перезаписываемой памяти. Отметим, что на практике для решения этой задачи следует использовать пары близкорасположенных отверстий [21]: только в этом случае формирующиеся магнитные неоднородности оказываются хорошо локализованными в пространстве. При этом нет нужды напрямую воздействовать сразу на оба отверстия в паре: как показывает анализ аналогичного сценария для случая управления магнитным полем [25], в результате перевода одной из структур из состояния с $k = 0$ в состояние с $k = 1$ связанная с ней вторая структура спонтанно переходит в состояние с $k = -1$ под влиянием обменного

взаимодействия. Это становится особенно важно в связи с тем, что, в отличие от электрического поля заряженной нити, позволяющего стабилизировать структуры с произвольным значением k [20], однородное электрическое поле может стабилизировать только состояние с $k = 1$, но не с $k = -1$. Такое отсутствие гибкости в управлении, однако, должно сполна компенсироваться сравнительной простотой создания однородных полей.

Несмотря на привлекательность описанных выше подходов, необходимо признать, что их реализация на практике может оказаться довольно затруднительной. Локализация вихреподобных структур изученного типа на наноразмерных перфорациях возможна лишь в материалах с исключительно сильной легкоплоскостной анизотропией (например, NdCo_5 [23]), в которых флексомагнитоэлектрический эффект, как правило, не наблюдается. Выходом из данного положения может стать либо искусственное создание нужной анизотропии, например в пленках ферритов-гранатов, либо наноструктурирование магнитоодноосных пленок с целью усиления НМЭВ. Так или иначе, данный вызов может оказаться довольно серьезным для современной науки о материалах.

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания для научных исследований лабораториями (приказ МН-8/1356 от 20.09.2021)

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Bogdanov and A. Hubert, *J. Magn. Magn. Mater.* **138**, 255 (1994).
2. T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf et al., *Science* **289**, 930 (2000).
3. K. Y. Guslienko, *J. Nanosci. Nanotechnol.* **8**, 2745 (2008).
4. S. Mühlbauer, B. Binz, F. Jonietz et al., *Science* **323**, 915 (2009).
5. A. N. Bogdanov and C. Panagopoulos, *Nat. Rev. Phys.* **2**, 492 (2020).
6. K. Everschor-Sitte, J. Masell, R. M. Reeve et al., *J. Appl. Phys.* **124**(24), 240901 (2018).
7. А. С. Самардак, А. Г. Колесников, А. В. Давыденко и др., *ФММ* **121**, 260 (2022).
8. K. Raab, M. A. Brems, G. Beneke et al., *Nat. Commun.* **13**, 6982 (2022).
9. D. Navas, R. V. Verba, A. Hierro-Rodriguez et al., *APL Mater.* **7**, 0811114 (2019).
10. L. Liu, C.-T. Chen and J. Z. Sun, *Nat. Phys.* **10**, 561 (2014).
11. F. Jonietz, S. Mühlbauer, C. Pfleiderer et al., *Science* **330**, 1648 (2010).
12. A. Sparavigna, A. Strigazzi and A. Zvezdin, *Phys. Rev. B.* **50**, 2953 (1994).
13. I. Dzyaloshinskii, *Europhys. Lett.* **83**, 67001 (2008).
14. A. S. Logginov, G. A. Meshkov, A. V. Nikolaev et al., *Appl. Phys. Lett.* **93**, 182510 (2008).
15. А. П. Пятаков, А. К. Звездин, *УФН* **182**, 593 (2012)
16. Р. М. Вахитов, З. В. Гареева, Р. В. Солонецкий и др., *ФТТ* **61**, 1120 (2019).
17. А. Ф. Кабычченков, Ф. В. Лисовский, Е. Г. Мансвотова, *Письма в ЖЭТФ* **97**, 304 (2013).
18. Г. В. Арзамасцева, А. М. Балбашов, Ф. В. Лисовский и др., *ЖЭТФ* **147**, 793 (2015).
19. Д. П. Куликова, А. П. Пятаков, Е. П. Николаева и др., *Письма в ЖЭТФ* **104**, 196 (2016).
20. E. B. Magadeev and R. M. Vakhitov, *J. Magn. Magn. Mater.* **587**, 171230 (2023).
21. Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 123 (2022).
22. Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, Р. Р. Канбеков, *ЖЭТФ* **162**, 417 (2022).
23. Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, Р. Р. Канбеков, *ЖЭТФ* **163**, 78 (2023).
24. К. Л. Метлов, *Письма в ЖЭТФ* **118**, 95 (2023).
25. E. Magadeev, R. Vakhitov, I. Sharafullin, *Entropy* **24**, 1104 (2022).
26. P. I. Karpov and S. I. Mukhin, *Phys. Rev. B* **95**, 195136 (2017).
27. A. Hubert and R. Shafer, *Magnetic Domains*, Springer-Verlag, Berlin (2007).
28. E. B. Magadeev, R. M. Vakhitov, and R. R. Kanbekov, *Europhys. Lett.* **142**, 26001 (2023).