

# ЭФФЕКТЫ КОГЕРЕНТНОСТИ МАГНИТНЫХ ПОДУРОВНЕЙ, ИНДУЦИРОВАННЫЕ ПОЛЕМ ВОЛНЫ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ, В СПЕКТРАХ НАСЫЩЕННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ И МАГНИТНОГО СКАНИРОВАНИЯ В АТОМАХ С $\Lambda$ - И $V$ -ТИПАМИ ПЕРЕХОДОВ

Э. Г. Сапрыкин<sup>a</sup>, А. А. Черненко<sup>b\*</sup>

<sup>a</sup> Институт автоматики и электрометрии  
Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия

<sup>b</sup> Институт физики полупроводников  
Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 12 марта 2024 г.,  
после переработки 8 апреля 2024 г.  
Принята к публикации 10 апреля 2024 г.

Аналитически и численно показано, что эффект магнитной когерентности (интерференции) уровней в  $\Lambda$ - и  $V$ -типах переходов, индуцируемый полем бегущей линейно поляризованной электромагнитной (ЭМ) волны произвольной интенсивности, может вносить значительный вклад как в населенности уровней переходов (более  $\sim 50\%$  от полевого вклада), так и в спектры резонансов поглощения при частотном и магнитном сканировании. Выявлены различия в проявлении эффекта магнитной когерентности в населенностях уровней на открытых и закрытых типах переходов. Установлено, что в спектрах резонансов поглощения при магнитном сканировании вблизи нуля магнитного поля формируются узкие когерентные резонансы электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП). Исследованы зависимости параметров резонансов ЭИП от характеристик атомных переходов и интенсивности ЭМ-волны. Выявлен вклад эффекта магнитной когерентности уровней переходов в форму этих резонансов.

*Статья представлена в рамках публикации материалов конференции «Физика ультрахолодных атомов» (ФУХА-2023), Новосибирск, декабрь 2023 г.*

DOI: 10.31857/S0044451024100031

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования нелинейных спектроскопических эффектов при резонансном взаимодействии световых полей с вырожденными атомными системами ведутся уже длительное время. Интерес к ним обусловлен многообразием физических процессов, протекающих в данных системах, включая эффекты интерференции атомных состояний, приводящие к узким резонансным структурам в исследуемых спектрах (см. [1]). Отметим, что возникновение ко-

герентности атомных состояний при двухфотонных переходах впервые было обнаружено еще в опытах с некогерентными источниками излучения [2].

С созданием лазеров и развитием нелинейной лазерной спектроскопии область исследований нелинейных и когерентных явлений значительно расширилась. В настоящее время интерес к теме поддерживается благодаря развитию новых экспериментальных методик, включая и такие непростые, как исследование холодных атомов.

Впоследствии резонансы, обусловленные когерентностью атомных состояний при лазерном возбуждении, получили названия резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) и электромагнитно-индуцированной абсорб-

\* E-mail: chernen@isp.nsc.ru

ции (ЭИА). Возникнув в исследованиях нелинейных оптических явлений при взаимодействии лазерного излучения с газовыми средами, сфера приложения этих эффектов распространилась на многие другие системы, предполагающие практические приложения. Но и здесь необходимость получения точных аналитических решений и толкований обнаруженных явлений сохранили связь с нелинейной спектроскопией газовых сред, стимулировали работы в этой области, включая численное моделирование опытов как метод, позволяющий исследовать ситуации, не всегда достижимые на опыте. Многие из обнаруженных ранее явлений были «переоткрыты» и переименованы в работах по ЭИП и ЭИА. На это, как и на заблуждения при интерпретации ряда результатов тех времен, было обращено внимание во Введении к работе [3].

Ярким примером когерентных явлений на вырожденных переходах с основного состояния атомов являются резонансы ЭИП [4], в основе которых лежит явление когерентного пленения населенностей уровней (КПН) [5], а также резонансы противоположного знака — резонансы ЭИА, обнаруженные впервые в работе [6]. Причиной возникновения резонансов ЭИА, согласно работе [7], являлся эффект спонтанного переноса магнитной когерентности (МК)<sup>1)</sup> уровней возбужденного состояния атома в основное, закономерности проявления которого в спектроскопии насыщенного поглощения впервые были рассмотрены в работе [8]. Однако регистрируемые позднее в опытах аномалии резонансов ЭИА в [9, 10] объяснялись в рамках других процессов, таких как оптическая накачка и КПН [9], столкновения [11], причем не всегда обоснованно, но дававших схожие с экспериментом структуры резонанса. Тем не менее в работе [12] в развитие концепции [7] утверждалось, что основным механизмом образования резонансов ЭИА на любых закрытых переходах является именно спонтанный перенос МК с уровней верхнего состояния на уровни нижнего состояния.

Однако дальнейшие исследования показали, что при формировании структур нелинейных резонансов, включая резонансы ЭИА, как на простых, так и на вырожденных переходах (с моментом уровней  $J = 1/2, 1, 2$ ) оказываются более важными иные процессы, чем спонтанный перенос МК уровней верхнего состояния. Так, в [13] показано, что в системе двух уровней узкая структура резонанса в поле двух однонаправленных волн на открытом переходе про-

является в виде резонанса ЭИП, а на закрытом переходе — в виде резонанса ЭИА. Причиной возникновения данных структур являются когерентные биения населенностей уровней перехода в поле двух частот [14, 15]. В случае переходов с моментом уровней  $J = 1/2, J = 1$ , согласно [16–18], узкие структуры резонансов (резонансы ЭИП) формируются в  $\Lambda$ -схемах перехода, при этом основной вклад вносит МК уровней нижнего состояния, а вклад спонтанного переноса МК с уровней верхнего состояния на нижнее мал и проявляется в виде добавки. Причем на переходе с  $J = 1$  механизм формирования резонанса ЭИП зависит от направления поляризации полей: при параллельных поляризациях резонанс определяется когерентными биениями населенностей уровней, как в [13], а при ортогональных поляризациях — нелинейным интерференционным эффектом (НИЭФ) [14]. Результаты [16, 17] справедливы и для переходов типа  $J \rightarrow J$  и  $J \rightarrow J-1$  ( $J > 1$ ), поскольку на этих переходах спектры нелинейных резонансов формируются также в открытых  $\Lambda$ -схемах.

Иная ситуация на переходах типа  $J \rightarrow J + 1$  [17, 19], где из-за различия сил осцилляторов между магнитными подуровнями спектр нелинейного резонанса формируется в основном в  $V$ -схемах перехода, образованных подуровнями с максимальным магнитным числом  $M$ . Именно в  $V$ -схемах реализуются закрытые двухуровневые переходы, в которых вид узких структур резонанса радикальным образом зависит от степени открытости атомного перехода [13]. Эффект спонтанного переноса МК уровней на данном типе переходов не влияет на качественный вид узкой структуры резонанса. При этом действие интенсивного пробного поля может изменять тип узкого резонанса (из ЭИП в ЭИА) [17].

Отметим, что основные закономерности формирования нелинейных резонансов, включая эффекты МК уровней, получены при резонансном взаимодействии поля двух частот с вырожденными атомными переходами [16–18] и численном решении задачи, поскольку аналитические решения для переходов с моментом уровней  $J > 1$  сложны и трудно анализируемы.

В связи с этим представляет интерес рассмотрение процессов формирования резонансов поглощения в поле одной волны линейной поляризации в простых  $\Lambda$ - и  $V$ -типах атомов с вырожденной по магнитному числу структурой уровней. В данных типах атомов при резонансном взаимодействии с полем электромагнитной (ЭМ) волны линейной поляризации значения населенностей уровней определяются вкладами некогерентного процесса насыще-

<sup>1)</sup> В некоторых работах используют термины зеемановская когерентность или низкочастотная когерентность.

ния населенностей уровней и когерентной добавки, обусловленной магнитной когерентностью уровней, индуцируемой полем волны линейной поляризации. Специфика рассматриваемых переходов позволяет получить аналитические решения задачи в квадратурах, а численные решения позволяют выделить в чистом виде вклад каждого процесса как в населенности уровней переходов, так и в форму резонансов поглощения при частотном и магнитном сканировании. Кроме того, данные результаты позволяют определить условия применимости приближений, используемых в методе пробного поля в атомах с более сложной структурой уровней.

## 2. ЭФФЕКТ НАСЫЩЕНИЯ НАСЕЛЕННОСТЕЙ УРОВНЕЙ Λ- И V-ТИПОВ ПЕРЕХОДОВ ПОЛЕМ ЭМ-ВОЛНЫ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Рассмотрим задачу о резонансном взаимодействии монохроматической линейно поляризованной бегущей ЭМ-волны произвольной интенсивности с атомами, имеющими Λ- или V-типы переходов. Такие переходы возникают между уровнями состояний атомов с полными моментами  $J = 0$  и  $J = 1$ . Предполагается, что среда атомов помещена в магнитное поле с напряженностью  $\mathbf{H}$ , величина которого может меняться, а ЭМ-волна распространяется по направлению магнитного поля. Будем рассматривать задачу в системе координат с осью квантования  $z$  вдоль направления вектора  $\mathbf{H}$ . В этой системе координат в атомах в ЭМ-поле линейной поляризации разрешены переходы между уровнями с изменением магнитного квантового числа  $\Delta M = \pm 1$  и индуцируются процессы, показанные на рис. 1. При этом уровни с магнитным числом  $M = 0$  состояния с моментом  $J = 1$  (не изображены на рис. 1) не взаимодействуют с ЭМ-полем и не влияют на формируемые полем процессы.

При решении задачи исходим из кинетических уравнений для матрицы плотности атома в модели релаксационных констант [14, 20]. В этом случае динамика диагональных  $\rho_{ii} = \rho_i$  и недиагональных  $\rho_{ik}$  элементов матрицы плотности в поле монохроматической ЭМ-волны описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{d\rho_i}{dt} + \Gamma_i \rho_i = Q_i + \sum_k A_{ki} \rho_k - 2\text{Re} \left( i \sum_j V_{ij} \rho_{ji} \right), \quad (1)$$

$$\frac{d\rho_{ik}}{dt} + (\Gamma_{ik} + i\omega_{ik}) \rho_{ik} = -i[V, \rho]_{ik}. \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2) оператор полной производной есть  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v\nabla$ ,  $\Gamma_i$  — ширины уровней,  $\Gamma_{ik}$  — полуширины линий переходов,  $Q_i$  — скорости возбуждения уровней в отсутствие ЭМ-поля,  $V = -G \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - \omega t) + \text{H.c.}$  — оператор взаимодействия атома с полем,  $G = dE/2\hbar$ ,  $d$  — оператор обобщенного дипольного момента,  $E$  — вектор напряженности поля,  $\omega$  — частота,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор волны,  $v$  — вектор скорости атома. Слагаемое  $\sum_k A_{ki} \rho_k$  в уравнениях (1) определяет спонтанный распад магнитных подуровней верхнего состояния  $m$  на подуровни нижнего состояния  $n$  (скорость данного процесса  $A_{mn}$ ). Решение задачи проведем для неподвижных атомов. При решении задачи важной является величина  $a_0 = A_{mn}/\Gamma_m$ , называемая параметром ветвления излучения с верхнего состояния. На открытых переходах параметр  $a_0 < 1$ , а на закрытых переходах в отсутствие столкновений  $a_0 = 1$ . Величина  $1 - a_0$  определяет долю частиц, уходящих при распаде верхнего  $m$  состояния на прочие лежащие ниже состояния. В закрытых переходах распад верхнего состояния идет внутри уровней перехода.

Решения для недиагональных элементов матрицы плотности в поле бегущей ЭМ-волны представимы в виде  $\rho_{ik} = R_{ik} \exp(-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})) + \text{H.c.}$  [14, 20]. Тогда в стационарном случае из уравнений (1), (2) в Λ- и V-схемах (рис. 1) соответственно получаем системы алгебраических уравнений

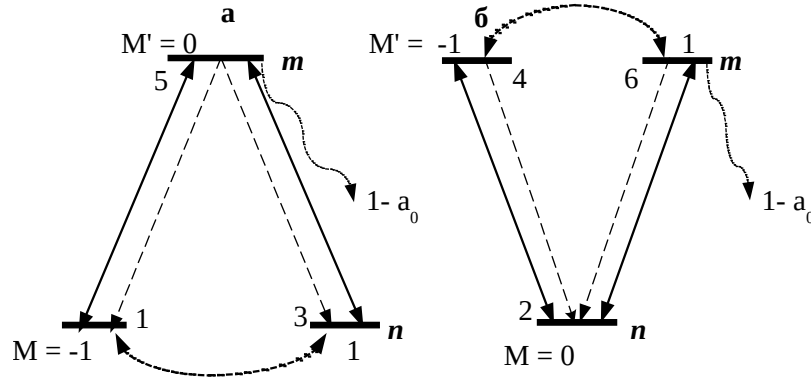
$$\begin{aligned} \Gamma_n \rho_k &= Q_k + A_{5k} \rho_5 + 2\text{Re}(iG_{k5} R_{5k}), \\ \Gamma_m \rho_5 &= Q_5 + 2\text{Re} \left( \sum_k iG_{5k} R_{k5} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (\Gamma_{mn} - i\Omega_{5k}) R_{5k} &= -iG_{5k}(\rho_5 - \rho_k) + iG_{5l} r_{lk}, \\ (\Gamma_n + i\omega_{kl}) r_{kl} &= i(G_{k5} R_{5l} - G_{5l} R_{k5}), \end{aligned}$$

$k = 1, 3, l = 3, 1$  в Λ-схеме и

$$\begin{aligned} \Gamma_n \rho_2 &= Q_2 + \sum_k A_{k2} \rho_k + 2\text{Re} \left( \sum_k iG_{2k} R_{k2} \right), \\ \Gamma_m \rho_k &= Q_k + 2\text{Re}(iG_{k2} R_{2k}), \\ (\Gamma_{mn} - i\Omega_{k2}) R_{k2} &= -iG_{k2}(\rho_k - \rho_2) - i r_{kl} G_{l2}, \\ (\Gamma_m + i\omega_{kl}) r_{kl} &= i(G_{k2} R_{2l} - G_{2l} R_{k2}), \end{aligned} \quad (4)$$

$k = 4, 6, l = 6, 4$  в V-схеме. В уравнениях (3), (4)  $\rho_i$  определяют населенности уровней переходов,  $R_{5k}$  и  $R_{k2}$  — коэффициенты поляризации атома на разрешенных переходах,  $\Omega_{ik} = \omega - \omega_{ik}$  — отстройки частоты ЭМ-поля от частот  $\omega_{ik}$  переходов между подуровнями верхнего  $m$  и нижнего  $n$  состояний (в отсутствие расщеплений уровней  $\Omega_{ik} = \Omega_0 = \omega - \omega_{mn}$ ,



**Рис. 1.** Схема процессов, индуцируемых ЭМ-полем линейной поляризации в  $\Lambda$ -типах (а) и V-типах (б) атомов: сплошные линии — разрешенные переходы между магнитными подуровнями в ЭМ-поле; пунктирные линии — индуцированная полем когерентность магнитных подуровней; штриховые линии — спонтанный распад подуровней состояния  $m$  на подуровни состояния  $n$  и прочие лежащие ниже уровни,  $1 - a_0$  — доля этого процесса

где  $\omega_{mn}$  — частоты нерасщепленных переходов),  $r_{lk}$  — коэффициенты поляризации атома на запрещенных переходах, которые определяют индуцируемую ЭМ-полем когерентность (интерференцию) магнитных подуровней нижнего или верхнего состояний,  $\omega_{kl}$  — частоты переходов между этими подуровнями.

Исключив из систем уравнений (3), (4) слагаемые, обусловленные коэффициентами поляризации  $R_{ik}$  и  $r_{lk}$ , получим системы уравнений для населенностей уровней в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_n \rho_k &= Q_k + A_{5k} \rho_5 + (\rho_5 - \rho_k) \gamma_{5k} - (\rho_5 - \rho_l) \delta_{5l}, \\ \Gamma_m \rho_5 &= Q_5 - \sum_k [(\rho_5 - \rho_k) \gamma_{5k} - (\rho_5 - \rho_l) \delta_{5l}] \end{aligned} \quad (5)$$

в  $\Lambda$ -схеме, где

$$\begin{aligned} \gamma_{5k} &= 2|G_{5k}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{5k}}, \\ \delta_{5l} &= 2|G_{5k}|^2 |G_{5l}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{5k}(\Gamma_n + i\omega_{lk})\Gamma_{l5}}, \\ \alpha_{5k} &= \Gamma_{mn} - i\Omega_{5k} + \frac{|G_{5l}|^2}{\Gamma_n + i\omega_{lk}} \left( 1 - \frac{|G_{5k}|^2}{(\Gamma_n + i\omega_{lk})\Gamma_{l5}} \right), \\ \Gamma_{5k} &= \Gamma_{mn} - i\Omega_{5k} + \frac{|G_{5l}|^2}{\Gamma_n + i\omega_{lk}}, \end{aligned} \quad (6)$$

и

$$\begin{aligned} \Gamma_n \rho_2 &= Q_2 + \sum_k [A_{k2} \rho_k + (\rho_k - \rho_2) \gamma_{k2} - (\rho_l - \rho_2) \delta_{l2}], \\ \Gamma_m \rho_k &= Q_k - [(\rho_k - \rho_2) \gamma_{k2} - (\rho_l - \rho_2) \delta_{l2}] \end{aligned} \quad (7)$$

в V-схеме, где

$$\begin{aligned} \gamma_{k2} &= 2|G_{k2}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{k2}}, \\ \delta_{l2} &= 2|G_{k2}|^2 |G_{l2}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{k2}(\Gamma_m + i\omega_{kl})\Gamma_{2l}}, \\ \alpha_{k2} &= \Gamma_{mn} - i\Omega_{k2} + \frac{|G_{l2}|^2}{\Gamma_m + i\omega_{kl}} \left( 1 - \frac{|G_{k2}|^2}{(\Gamma_m + i\omega_{kl})\Gamma_{2l}} \right), \\ \Gamma_{k2} &= \Gamma_{mn} - i\Omega_{k2} + \frac{|G_{l2}|^2}{\Gamma_m + i\omega_{kl}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Значения индексов в  $\Lambda$ - и V-схемах указаны выше.

Аналитические решения систем уравнений (5), (7) в общем виде сложны для анализа. Поэтому при их решениях используются или численные методы, или приближения, которые позволяют проводить аналитический анализ в ограниченной области значений параметров атомной системы и интенсивности ЭМ-поля.

### 2.1. Аналитические решения систем уравнений (5), (7) с учетом эффекта МК уровней

При решении уравнений (5), (7), как и в системе двух уровней [13, 14], полагаем населенности уровней в виде:  $\rho_i = N_i + r_i$ , где  $N_i$  — населенности уровней в отсутствие ЭМ-поля, а  $r_i$  — добавки в населенности, обусловленные действием этого поля. Тогда величины  $N_i$  и  $r_i$  будут определяться решениями следующих систем уравнений:

$$\begin{aligned} \Gamma_n N_k &= Q_k + A_{5k} N_5, \quad k = 1, 3, \\ \Gamma_m N_5 &= Q_5, \end{aligned} \quad (9)$$

$$(\Gamma_n + \gamma_{5i})r_i - \delta_{5k}r_k - (A_{5i} + \gamma_{5i} - \delta_{5k})r_5 = \gamma_{5i}\Delta N_{5i} - \delta_{5k}\Delta N_{5k}, \quad i = 1, 3, \quad k = 3, 1, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} [\Gamma_m + \sum_{i=1,3} (\gamma_{5i} - \delta_{5i})]r_5 - \sum_{i=1,3} (\gamma_{5i} - \delta_{5i})r_i = \\ = - \sum_{i=1,3} (\gamma_{5i} - \delta_{5i})\Delta N_{5i} \end{aligned}$$

в  $\Lambda$ -схеме и

$$\begin{aligned} \Gamma_n N_2 = Q_2 + \sum_{4,6} A_{k2} N_k, \\ \Gamma_m N_k = Q_k, \quad k = 4, 6, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} [\Gamma_n + \sum_{k=4,6} (\gamma_{k2} - \delta_{k2})]r_2 - \sum_{k=4,6} (A_{k2} + \gamma_{k2} - \delta_{k2})r_k = \\ = \sum_{k=4,6} (\gamma_{k2} - \delta_{k2})\Delta N_{k2}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} (\Gamma_m + \gamma_{i2})r_i - \delta_{k2}r_k - (\gamma_{i2} - \delta_{k2})r_2 = \\ = -(\gamma_{i2}\Delta N_{i2} - \delta_{k2}\Delta N_{k2}), \quad i = 4, 6, \quad k = 6, 4 \end{aligned}$$

в V-схеме. Здесь  $\Delta N_{ik} = N_i - N_k$  — разности населенностей верхних и нижних уровней в отсутствие ЭМ-поля. Далее полагаем эти разности населенностей одинаковыми:  $\Delta N_{ik} = \Delta N$ . Аналитические решения систем (10), (12) в общем виде выражаются через отношения полиномов третьей степени, они приведены в Приложении А. Решения этих систем упрощаются в отсутствие расщепления уровней и при равенстве вероятностей распада уровней и параметров взаимодействия по каждому каналу: при  $\Omega_{51} = \Omega_{53} = \Omega_0$ ,  $|G_{51}|^2 = |G_{53}|^2 = |G_\Lambda|^2$ ,  $A_{51} = A_{53} = A_{5k}$  в  $\Lambda$ -схеме и  $\Omega_{42} = \Omega_{62} = \Omega_0$ ,  $A_{42} = A_{62} = A_{k2}$ ,  $|G_{42}|^2 = |G_{62}|^2 = |G_V|^2$  в V-схеме. В этом случае выражения для добавок к населенностям уровней и их разностей из Приложения А будут следующими:

$$\begin{aligned} r_5^0 = -\Delta N \frac{2\Gamma_n(\gamma_\Lambda - \delta_\Lambda)}{D_\Lambda^0}, \\ r_k^0 = \Delta N \frac{(\Gamma_m - 2A_{5k})(\gamma_\Lambda - \delta_\Lambda)}{D_\Lambda^0}, \\ D_\Lambda^0 = \Gamma_n \Gamma_m \left[ 1 + \frac{(\Gamma_m - 2A_{5k} + 2\Gamma_n)(\gamma_\Lambda - \delta_\Lambda)}{\Gamma_n \Gamma_m} \right], \\ \rho_5^0 - \rho_k^0 = \Delta N \left[ 1 - \frac{(\Gamma_m - 2A_{5k} + 2\Gamma_n)(\gamma_\Lambda - \delta_\Lambda)}{D_\Lambda^0} \right], \\ k = 1, 3 \end{aligned} \quad (13)$$

в  $\Lambda$ -схеме и

$$\begin{aligned} r_2^0 = \Delta N \frac{2(\Gamma_m - A_{k2})(\gamma_V - \delta_V)}{D_V^0}, \\ r_k^0 = -\Delta N \frac{\Gamma_n(\gamma_V - \delta_V)}{D_V^0}, \\ D_V^0 = \Gamma_n \Gamma_m \left[ 1 + \frac{(2\Gamma_m - 2A_{k2} + \Gamma_n)(\gamma_V - \delta_V)}{\Gamma_n \Gamma_m} \right], \\ \rho_k^0 - \rho_2^0 = \Delta N \left[ 1 - \frac{(2\Gamma_m - 2A_{k2} + \Gamma_n)(\gamma_V - \delta_V)}{D_V^0} \right], \\ k = 4, 6 \end{aligned} \quad (14)$$

в V-схеме. Здесь величины  $\gamma_\Lambda$ ,  $\delta_\Lambda$  и  $\gamma_V$ ,  $\delta_V$  определяются выражениями (7), (8), в которых значения расщеплений для нижних и верхних уровней нужно принять равными нулю.

Из выражений (13), (14) следует, что при радиационном распаде уровней на закрытых переходах (при  $\Gamma_m = 2A_{5k} = A_{mn}$  в  $\Lambda$ -схеме или  $\Gamma_m = A_{k2} = A_{mn}$  в V-схеме) добавки к населенностям нижних уровней, как и в закрытой двухуровневой системе [13, 17], равны нулю, а изменения населенностей при действии ЭМ-поля происходят только на верхних уровнях переходов.

## 2.2. Аналитические решения систем уравнений (5), (7) без учета эффекта МК уровней

В приближении без учета вклада МК уровней в их населенность (такое приближение используется при исследовании спектров нелинейных резонансов на вырожденных переходах атомов [3, 14, 20]) значения коэффициентов в уравнениях (10), (12) из (6), (8) следующие:

$$\begin{aligned} \alpha_{5k}^0 = \Gamma_{mn} - i\Omega_{5k}, \\ \gamma_{5k}^0 = 2|G_{5k}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{5k}^0} = \frac{2|G_{5k}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5k}^2}, \\ \delta_{5l}^0 = 0, \quad k, l = 1, 3 \end{aligned}$$

в  $\Lambda$ -схеме и

$$\begin{aligned} \alpha_{k2}^0 = \Gamma_{mn} - i\Omega_{k2}, \\ \gamma_{k2}^0 = 2|G_{k2}|^2 \text{Re} \frac{1}{\alpha_{k2}^0} = \frac{2|G_{k2}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{k2}^2}, \\ \delta_{k2}^0 = 0, \quad k = 4, 6 \end{aligned}$$

в V-схеме. Тогда в этом приближении системы уравнений (10), (12) приобретают вид

$$\begin{aligned} (\Gamma_n + \gamma_{5k}^0)r_k - (A_{5k} + \gamma_{5k}^0)r_5 &= \gamma_{5k}^0 \Delta N_{5k}, \\ (\Gamma_m + \sum_k \gamma_{5k}^0)r_5 - \sum_k \gamma_{5k}^0 r_k &= - \sum_k \gamma_{5k}^0 \Delta N_{5k}, \quad (15) \\ k &= 1, 3 \end{aligned}$$

в Λ-схеме и

$$\begin{aligned} (\Gamma_n + \sum_k \gamma_{k2}^0 \gamma_{k2}^0)r_2 - \sum_k (A_{k2} + \gamma_{k2}^0)r_k &= \\ = \sum_k \gamma_{k2}^0 \Delta N_{k2}, \quad (16) \\ (\Gamma_m + \gamma_{k2}^0)r_k - \gamma_{k2}^0 r_2 &= -\gamma_{k2}^0 \Delta N_{k2}, \\ k &= 4, 6 \end{aligned}$$

в V-схеме.

Аналитические решения систем (15), (16) выражаются через отношения полиномов третьей степени, они приведены в Приложении В. Решения уравнений (15), (16) также упрощаются в отсутствие расщепления уровней и при равенстве вероятностей спонтанного распада уровней и параметров взаимодействия по каждому каналу. В этом случае выражения для добавок и разностей населенностей уровней из Приложения В будут иметь вид

$$\begin{aligned} r_k^0 &= \frac{\Delta N(\Gamma_m - 2A_{5k})}{\Gamma_m} \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2}, \\ r_5^0 &= -\frac{\Delta N \Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{2\kappa_\Lambda \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2}, \quad (17) \\ \rho_5^0 - \rho_k^0 &= \Delta N \left[ 1 - \frac{\Gamma_m - 2A_{5k} + 2\Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2} \right], \\ k &= 1, 3, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_s^2 &= \Gamma_{mn}^2(1 + \kappa_\Lambda), \\ \Gamma_{s1}^2 &= \Gamma_{mn}^2 \left[ 1 + \kappa_\Lambda \left( 1 + 2\frac{\Gamma_n - A_{5k}}{\Gamma_m} \right) \right], \\ \kappa_\Lambda &= 2|G_{5k}|^2 / (\Gamma_{mn} \Gamma_n), \end{aligned}$$

в Λ-схеме и

$$\begin{aligned} r_2^0 &= \Delta N \frac{\beta \beta \kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2}, \\ r_k^0 &= -\Delta N \kappa_V \frac{\Gamma_{mn}^2}{\Gamma_s^2 + \Omega_0^2} \left[ 1 - \frac{\beta \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2} \right], \quad (18) \\ \rho_k^0 - \rho_2^0 &= \Delta N \left\{ 1 - \frac{\kappa_V(1 + \beta) \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_s^2 + \Omega_0^2} \left[ 1 - \frac{\kappa_V \beta \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2} \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$k = 4, 6,$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_s^2 &= \Gamma_{mn}^2(1 + \kappa_V), \\ \Gamma_{s1}^2 &= \Gamma_{mn}^2[1 + \kappa_V(1 + \beta)], \\ \beta &= 2(\Gamma_m - A_{k2})/\Gamma_n, \\ \kappa_V &= \frac{2|G_{k2}|^2}{\Gamma_m \Gamma_{mn}}, \end{aligned}$$

в V-схеме. Отсюда в отсутствие столкновений на закрытых переходах в Λ-схеме имеем

$$\begin{aligned} \Gamma_m &= 2A_{5k}, \quad r_k^0 = 0, \\ r_5^0 &= -\frac{\Delta N \Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{2\kappa_\Lambda \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2(1 + 2\kappa_\Lambda \Gamma_n/\Gamma_m) + \Omega_0^2}, \\ \rho_5^0 - \rho_k^0 &= \Delta N \left[ 1 - \frac{2\Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2(1 + 2\kappa_\Lambda \Gamma_n/\Gamma_m) + \Omega_0^2} \right], \\ k &= 1, 3; \end{aligned}$$

а в случае V-схемы —

$$\begin{aligned} \Gamma_m &= A_{k2}, \quad \beta = 0, \quad r_2^0 = 0, \\ r_k^0 &= -\Delta N \kappa_V \frac{\Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2(1 + \kappa_V) + \Omega_0^2}, \\ \rho_k^0 - \rho_2^0 &= \Delta N \left[ 1 - \frac{\kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2(1 + \kappa_V) + \Omega_0^2} \right], \\ k &= 4, 6. \end{aligned}$$

Таким образом, в данном приближении, как и при точном решении, действие ЭМ-поля в закрытых Λ- и V-переходах в отсутствие столкновений не меняет населенности нижних уровней, как и в работах [13, 17, 21], а добавки в населенности верхних уровней и разности их населенностей растут с ростом параметров насыщения  $\kappa_{\Lambda, V}$  (интенсивности) поля по линейному закону при малых значениях параметров  $\kappa_{\Lambda, V} \ll 1$  и достигают насыщенного значения при больших значениях  $\kappa_{\Lambda, V} \gg 1$ .

### 2.3. Результаты численных расчетов вклада эффекта МК в населенности уровней на Λ- и V-типах переходов

Исследования вкладов эффекта МК уровней, индуцируемого полем ЭМ-волны линейной поляризации, в эффект насыщения населенностей уровней в Λ- и V-типах переходов проводились на основе численных решений систем уравнений (10)–(14) и их приближенных аналитических решений (17), (18) при вариации параметров насыщения ЭМ-поля в диапазоне значений  $\kappa_V = 0.01\text{--}5$ , соотношений

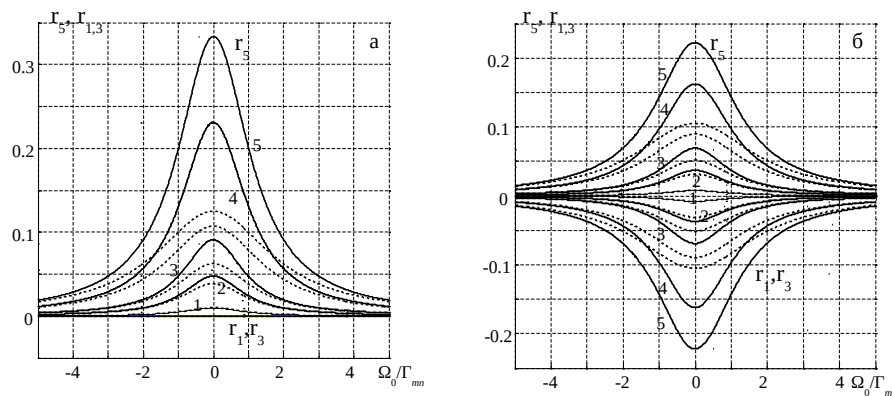


Рис. 2. Формы добавок в населенности уровней в  $\Lambda$ -схеме на закрытом (а) и открытом (б,  $a_0 = 0.8$ ) переходах:  $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$ ,  $\kappa_\Lambda = 0.01$  (1), 0.05 (2), 0.1 (3), 0.3 (4), 0.9 (5). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — решение без вклада МК уровней

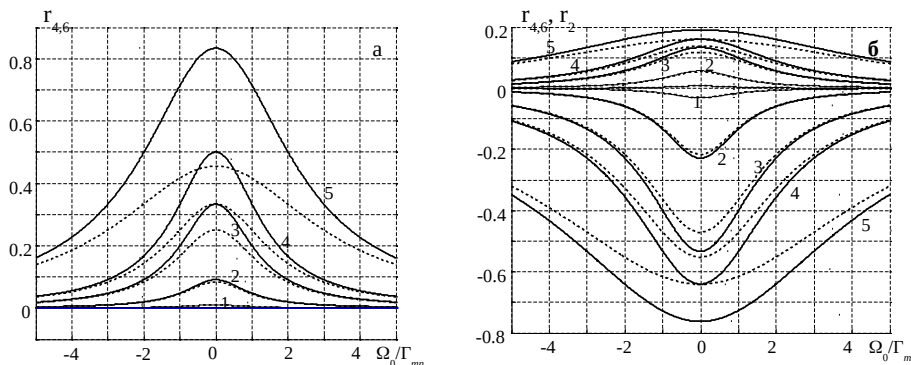


Рис. 3. Формы добавок в населенности уровней в V-схеме на закрытом (а) и открытом (б,  $a_0 = 0.8$ ) переходах:  $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$ ,  $\kappa_V = 0.01$  (1), 0.1 (2), 0.9 (3), 1 (4), 5 (5). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — решение без вклада МК уровней

констант релаксации уровней  $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.01-0.1$  и величины расщепления уровней магнитным полем  $\Delta_H/\Gamma_n = 0-50$  на закрытом и открытых ( $a_0 = 0.8-0.9$ ) типах переходов. Ряд результатов этих расчетов представлен на рис. 2-5 при отношении констант релаксации  $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$ . На рисунках пунктирными линиями показаны результаты численных решений уравнений (10)–(14) с учетом вклада эффекта МК уровней, а сплошными линиями — решения уравнений (17), (18) без вклада данного эффекта.

Анализ результатов как аналитических, так и численных расчетов показал качественную схожесть проявления эффекта насыщения населенностей уровней, включая и проявление эффекта МК уровней, при действии ЭМ-поля на рассматриваемых переходах, а обнаруженные различия носят лишь количественный характер. Прежде всего

отметим одинаковый характер изменений (добавок) населенностей уровней от степени открытости (значения параметра  $a_0$ ) атомного перехода. На закрытых переходах в  $\Lambda$ - и V-схемах в отсутствие расщепления уровней действие ЭМ-поля не влияет на населенности нижних уровней (рис. 2 а, 4 а), а населенности верхних уровней растут с ростом интенсивности параметров  $\kappa_{\Lambda,V}$  ЭМ-поля (кривые 1-5). Из вида зависимостей следует, что вклад МК уровней уменьшает величину населенностей верхних уровней (пунктирные линии лежат ниже сплошных). Причем в  $\Lambda$ -схеме эффект МК проявляется в населенности верхнего уровня при значениях параметра насыщения  $\kappa_\Lambda \geq 0.01$ , а в V-схеме — при значениях  $\kappa_V \geq 0.1$ . Величины вкладов МК растут с ростом значений параметров насыщения и их доля в формируемой полем населенности уровней

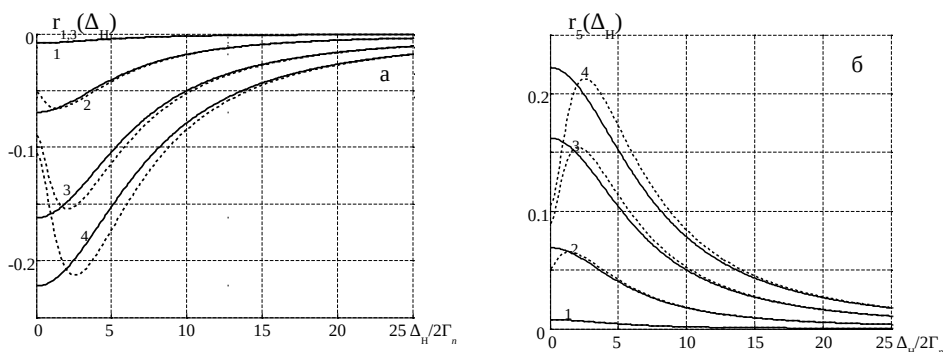


Рис. 4. Зависимости добавок в населенности нижних (а) и верхнего (б) уровней в  $\Lambda$ -схеме от величины расщепления уровней  $\Delta_H$  при  $\Omega_0 = 0$ ,  $a_0 = 0.8$ ,  $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$ ,  $\kappa_\Lambda = 0.01$  (1), 0.1 (2), 0.3 (3), 0.9 (4). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — решение без вклада МК уровней

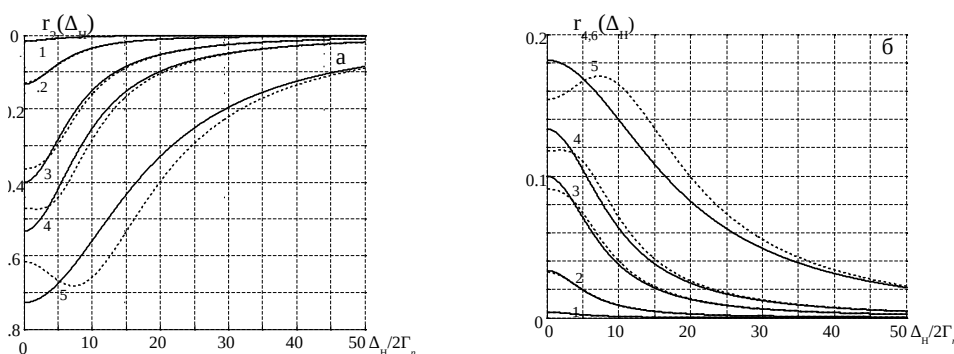


Рис. 5. Зависимости добавок в населенности нижнего (а) и верхних (б) уровней в V-схеме от величины расщепления уровней  $\Delta_H$  при  $\Omega_0 = 0$ ,  $a_0 = 0.8$ ,  $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$ ,  $\kappa_V = 0.01$  (1), 0.1 (2), 0.9 (3), 1.0 (4), 5 (5). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — решение без вклада МК уровней

может быть определяющей. Так, в  $\Lambda$ -схеме при значениях параметра  $\kappa_\Lambda = 0.3-0.9$  (рис. 2 а, кривые 4, 5) добавки в населенность верхнего уровня в центре линии за счет эффекта МК составляют более 50% от насыщенной полем населенности уровней без учета эффекта МК. В случае V-схемы (рис. 3 а, кривые 4, 5) максимум вклада добавки реализуется при параметрах  $\kappa_V = 1-5$  и достигает  $\sim (30-50)\%$  от величины населенностей уровней без вклада эффекта МК. При этом вклад эффекта МК уменьшает абсолютные значения населенностей верхних уровней.

Как отмечено выше, отсутствие влияния ЭМ-поля на населенности нижних уровней в закрытых  $\Lambda$ - и V-типах переходов обнаружено также в работах [13,17,21] и является общим свойством закрытых переходов.

В случае *открытых*  $\Lambda$ - и V-типов переходов действие ЭМ-поля влияет на населенности всех уров-

ней переходов: с ростом интенсивности поля (параметров  $\kappa_{\Lambda,V}$ ) населенности верхних уровней растут, а населенности нижних уровней уменьшаются (рис. 2 б, 3 б). При этом вклады МК уровней, согласно приведенным данным, уменьшают величины добавок в населенности как нижних, так и верхних уровней, увеличивая тем самым населенности нижних и уменьшая эти значения на верхних уровнях обоих типов переходов. Причем на открытых переходах эффект МК проявляется в населенностях уровней при больших интенсивностях (значениях параметров  $\kappa_{\Lambda,V}$  ЭМ-поля), чем в случае закрытых переходов. При этом при одинаковых значениях параметров  $\kappa_{\Lambda,V}$  величины вкладов МК в населенности уровней оказываются меньше, чем на закрытых переходах. Так, на переходах с параметром ветвления  $a_0 = 0.8$  в  $\Lambda$ -схеме эффект МК проявляется в населенностях уровней при значениях  $\kappa_\Lambda \geq 0.05$ , а в V-схеме — при  $\kappa_V > 0.1$ . При этом в  $\Lambda$ -схеме максимум вклада МК в населенности всех уровней со-



ставляет  $\sim 50\%$  (рис. 2 б, кривые 4, 5,  $\kappa_\Lambda = 0.3-0.9$ ), а в V-схеме (рис. 3 б, кривые 5,  $\kappa_V = 5$ ) эта величина  $\leq 18\%$  (для нижнего уровня) и менее  $15\%$  (для верхних уровней) от значений населенностей уровней без учета эффекта МК. Отметим, что вклад МК уменьшает разности населенностей уровней переходов и увеличивает тем самым коэффициент поглощения ЭМ-волны.

Влияние расщепления уровней (магнитным полем) на величину добавок в населенности уровней в  $\Lambda$ - и V-схемах при действии ЭМ-поля линейной поляризации показано на рис. 4 и 5 для центра линии (при  $\Omega_0 = 0$ ) открытого перехода ( $a_0 = 0.8$ ) при разных значениях параметров  $\kappa_{\Lambda, V}$  ЭМ-поля. На закрытых переходах поведение добавок в населенности верхних уровней в зависимости от величины расщепления уровней практически совпадает с поведением добавок для верхних уровней открытых переходов с  $a_0 = 0.8$ .

Из рис. 4 и 5 следует, что зависимости добавок в населенности уровней, в том числе и за счет эффекта МК, от величины расщепления уровней в  $\Lambda$ - и V-схемах имеют схожий вид, отличия лишь количественные в величине добавок, диапазонах расщеплений уровней и интенсивностей (параметров насыщения) ЭМ-поля, при которых проявляется эффект МК. Так, в  $\Lambda$ -схеме влияние МК на населенности расщепленных уровней обнаруживается при значениях параметра  $\kappa_\Lambda > 0.01$  (рис. 4, кривые 2-4), а в V-схеме — при значениях  $\kappa_V \geq 0.9$  (рис. 5, кривые 2-4). При малых расщеплениях уровней  $\Delta_H < (2-5)\Gamma_n$  в  $\Lambda$ -схеме и  $\Delta_H < (7-10)\Gamma_n$  в V-схеме вклад эффекта МК приводит к уменьшению добавок в населенности всех уровней рассматриваемых переходов. При расщеплениях уровней  $\Delta_H > (2-5)\Gamma_n$  в  $\Lambda$ -схеме и  $\Delta_H > (7-10)\Gamma_n$  в V-схеме добавки эффекта МК меняют знак, что приводит к небольшому росту населенностей верхних уровней (пунктирные линии выше сплошных) и к уменьшению населенностей нижних уровней (здесь пунктирные линии ниже). Критические значения расщеплений, при которых добавки меняют знак, зависят от значений параметров насыщения и меняются (растут) в указанных диапазонах с ростом значений параметров  $\kappa_\Lambda$  и  $\kappa_V$ .

В случае  $\Lambda$ -схемы величина вклада МК максимальна при малых расщеплениях уровней  $\Delta_H \sim 0$  (рис. 4, кривые 4) и составляет более  $50\%$  (как и на рис. 2 б) относительно населенности уровней без учета вклада эффекта, а при расщеплениях уровней  $\Delta_H \sim (7-10)\Gamma_n$  максимум вклада МК меньше и составляет  $\sim 20\%$  от указанной выше величины.

В случае V-схемы (рис. 5) при малых расщеплениях уровней добавки МК в населенности уровней значительно меньше, чем в  $\Lambda$ -схеме, и при параметре  $\kappa_V = 5$  (кривые 5) составляют  $\leq 18\%$  для нижнего уровня и менее  $15\%$  для верхних уровней, а при больших расщеплениях  $\Delta_H \approx (2-3)\Gamma_m$  максимумы вкладов МК достигают значений  $\sim (15-20)\%$  относительно добавок без учета эффекта МК. При этом подчеркнем, что на всех типах переходов вклады МК в области малых расщеплений уровней приводят к уменьшению населенностей верхних уровней и к росту населенностей нижних уровней, а в области больших расщеплений — к росту населенностей верхних уровней и уменьшению населенностей нижних уровней.

### 3. ЭФФЕКТ МК УРОВНЕЙ В СПЕКТРАХ ПОГЛОЩЕНИЯ ЭМ-ВОЛНЫ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ В $\Lambda$ - И V-ТИПАХ ПЕРЕХОДОВ ПРИ ЧАСТОТНОМ И МАГНИТНОМ СКАНИРОВАНИИ

#### 3.1. Формы линии поглощения ЭМ-волны линейной поляризации в $\Lambda$ - и V-типах переходов при частотном и магнитном сканировании

Формы линий поглощения ЭМ-волны линейной поляризации при частотном или магнитном сканировании определяются через работу ЭМ-поля следующим выражением [14]:

$$\frac{\alpha_s(\Omega)}{\alpha_0} = -\Gamma_{mn} \left\langle \operatorname{Re} \left( i \sum_{i,k} R_{ik} G_{ki} / |G|^2 \right) \right\rangle, \quad (19)$$

где  $\alpha_0 = 4\pi\omega_{mn}d^2/ch\Gamma_{mn}$  — сечение резонансного поглощения, а величины  $R_{ik}$  определяются решениями систем уравнений (3)–(7) в соответствующих приближениях. При точном решении этих уравнений (с учетом вклада МК в населенности уровней) аналитические выражения для форм линий поглощения (19), как и выражения для населенностей уровней (Приложение А), сложны и трудно анализируемы. В этом случае формы линий определялись на основе выражения (19) и численных решений систем уравнений (3)–(7) при вариации параметров атомных переходов и интенсивности (параметров насыщения) ЭМ-поля.

В приближении без учета вклада МК в населенности уровней аналитические выражения для форм линий поглощения в  $\Lambda$ - и V-типах переходов представимы в виде

$$\frac{\alpha_{s\Lambda}^1(\Omega)}{\alpha_0} = -\Gamma_m \operatorname{Re} \sum_{k,l} \left( \frac{1}{\Gamma_{mn} - i\Omega_{5k} + \frac{|G_{5l}|^2}{\Gamma_n + i\omega_{lk}}} \left[ (\rho_5^0 - \rho_k^0) - \frac{(\rho_5^0 - \rho_l^0)|G_{5l}|^2}{(\Gamma_n + i\omega_{lk})(\Gamma_{mn} + i\Omega_{5l})} \right] \right), \quad (20)$$

$$\frac{\alpha_{sV}^1(\Omega)}{\alpha_0} = -\Gamma_m \operatorname{Re} \sum_{k,l} \left( \frac{1}{\Gamma_{mn} - i\Omega_{k2} + \frac{|G_{l2}|^2}{\Gamma_m + i\omega_{kl}}} \left[ (\rho_k^0 - \rho_2^0) - \frac{(\rho_l^0 - \rho_2^0)|G_{l2}|^2}{(\Gamma_m + i\omega_{kl})(\Gamma_{mn} + i\Omega_{l2})} \right] \right), \quad (21)$$

где разности населенностей уровней определяются выражениями (В.1), (В.2) Приложения В. Выражения (20), (21), как и выражения для разностей населенностей, принимают простой вид при равенстве параметров взаимодействия и вероятностей спонтанного распада по каждому каналу перехода: при  $|G_{51}|^2 = |G_{53}|^2 = |G_{\Lambda}|^2$ ,  $A_{51} = A_{53}$  (в  $\Lambda$ -схеме) и  $|G_{42}|^2 = |G_{62}|^2 = |G_V|^2$ ,  $A_{42} = A_{62}$  (в  $V$ -схеме). Далее будем рассматривать переходы с такими параметрами.

При частотном сканировании в отсутствие расщепления уровней ( $\omega_{kl} = 0$ ) отстройки частот  $\Omega_{ik} = \Omega_0$ , и формы линий поглощения из (20), (21) будут следующими:

$$\frac{\alpha_{s\Lambda}^1(\Omega_0)}{\alpha_0} = -2\Gamma_m \Delta N \left[ 1 - \frac{\Gamma_m - 2A_{51} + 2\Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{\kappa_{\Lambda} \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2} \right] \times \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\Gamma_{mn}(1 + 0.5\kappa_{\Lambda}) - i\Omega_0} \left[ 1 - \frac{0.5\kappa_{\Lambda} \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn} + i\Omega_0} \right] \right\}, \quad (22)$$

где

$$\Gamma_{s1}^2 = \Gamma_{mn}^2 \left[ 1 + \kappa_{\Lambda} \left( 1 + 2 \frac{\Gamma_n - A_{51}}{\Gamma_m} \right) \right],$$

$$\kappa_{\Lambda} = \frac{2|G_{5k}|^2}{\Gamma_n \Gamma_{mn}},$$

в  $\Lambda$ -схеме и

$$\frac{\alpha_{sV}^1(\Omega_0)}{\alpha_0} = -2\Gamma_m \Delta N \left[ 1 - \frac{\kappa_V(1 + \beta)\Gamma_{mn}^2}{\Gamma_s^2 + \Omega_0^2} \left( 1 - \frac{\kappa_V \beta \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Omega_0^2} \right) \right] \times \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\Gamma_{mn}(1 + 0.5\kappa_V) - i\Omega_0} \left[ 1 - \frac{0.5\kappa_V \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn} + i\Omega_0} \right] \right\}, \quad (23)$$

где

$$\Gamma_s^2 = \Gamma_{mn}^2 (1 + \kappa_V),$$

$$\Gamma_{s1}^2 = \Gamma_{mn}^2 [1 + \kappa_V(1 + \beta)],$$

$$\beta = 2 \frac{\Gamma_m - A_{k2}}{\Gamma_n}, \quad \kappa_V = \frac{2|G_{k2}|^2}{\Gamma_m \Gamma_{mn}},$$

в  $V$ -схеме.

Отсюда на закрытых переходах формы линий поглощения представимы как

$$\frac{\alpha_{s\Lambda}^1(\Omega_0)}{\alpha_0} \approx -2\Gamma_m \Delta N \frac{\Gamma_{mn}(1 + 0.5\kappa_{\Lambda})}{\Gamma_{mn}^2(1 + 0.5\kappa_{\Lambda})^2 + \Omega_0^2} \times \left[ 1 - \frac{0.5\kappa_{\Lambda} \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_0^2} \right] \times \left[ 1 - \frac{2\Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{\kappa_{\Lambda} \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2(1 + 2\kappa_{\Lambda} \Gamma_n / \Gamma_m) + \Omega_0^2} \right] \quad (24)$$

в  $\Lambda$ -схеме и

$$\frac{\alpha_{sV}^1(\Omega_0)}{\alpha_0} \approx -2\Gamma_m \Delta N \frac{\Gamma_{mn}(1 + 0.5\kappa_V)}{\Gamma_{mn}^2(1 + 0.5\kappa_V)^2 + \Omega_0^2} \times \left[ 1 - \frac{0.5\kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_0^2} \right] \left[ 1 - \frac{\kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{mn}^2(1 + \kappa_V) + \Omega_0^2} \right] \quad (25)$$

в  $V$ -схеме.

При магнитном сканировании в центре линии нерасщепленного перехода (при  $\Omega_0 = 0$ ) отстройки частот  $\Omega_{ik}$  в выражениях (20), (21) определяются расщеплением  $\omega_{kl}$  нижних или верхних уровней как  $\Omega_{ik} = \pm \Delta_H / 2$  ( $\Delta_H = |\omega_{kl}|$ ). В этом случае формы линий поглощения представимы в виде

$$\frac{\alpha_{s\Lambda}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2 / 4} \left[ 1 - \frac{\kappa_{\Lambda} \Gamma_{mn}^2}{(\Gamma_n^2 + \Delta_H^2)(\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2 / 4)} \right] \times \left[ 1 - \frac{\Gamma_m - 2A_{51} + 2\Gamma_n}{\Gamma_m} \frac{\kappa_{\Lambda} \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Delta_H^2 / 4} \right], \quad (26)$$

где

$$\Gamma_{s1}^2 = \Gamma_{mn}^2 \left[ 1 + \kappa_{\Lambda} \left( 1 + 2 \frac{\Gamma_n - A_{51}}{\Gamma_m} \right) \right],$$

в  $\Lambda$ -схеме и

$$\frac{\alpha_{sV}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2 / 4} \left[ 1 - \frac{\kappa_V \Gamma_{mn}^2}{(\Gamma_m^2 + \Delta_H^2)(\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2 / 4)} \right] \times \left[ 1 - \frac{(1 + \beta)\kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_s^2 + \Delta_H^2 / 4} \left( 1 - \frac{\beta \kappa_V \Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{s1}^2 + \Delta_H^2 / 4} \right) \right], \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned}\Gamma_s^2 &= \Gamma_{mn}^2(1 + \kappa_V), \\ \Gamma_{s1}^2 &= \Gamma_{mn}^2[1 + \kappa_V(1 + \beta)], \\ \beta &= 2\frac{\Gamma_m - A_{k2}}{\Gamma_n},\end{aligned}$$

в V-схеме.

Отсюда закрытых переходах формы линий поглощения при магнитном сканировании в  $\Lambda$ - и V-схемах определяются соответственно как

$$\frac{\alpha_{s\Lambda 0}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m \Gamma_{mn}}{\Gamma_{s\Lambda}^2 + \Delta_H^2/4} \left[ 1 - \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_n^2 \Gamma_{mn}^2}{(\Gamma_n^2 + \Delta_H^2)(\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2/4)} \right], \quad (28)$$

$$\Gamma_{s\Lambda}^2 = \Gamma_{mn}^2 \left( 1 + 2\kappa_\Lambda \frac{\Gamma_n}{\Gamma_m} \right),$$

$$\frac{\alpha_{sV 0}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m \Gamma_{mn}}{\Gamma_{sV}^2 + \Delta_H^2/4} \left[ 1 - \frac{\kappa_V \Gamma_m^2 \Gamma_{mn}^2}{(\Gamma_m^2 + \Delta_H^2)(\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2/4)} \right], \quad (29)$$

$$\Gamma_{sV}^2 = \Gamma_{mn}^2(1 + \kappa_V).$$

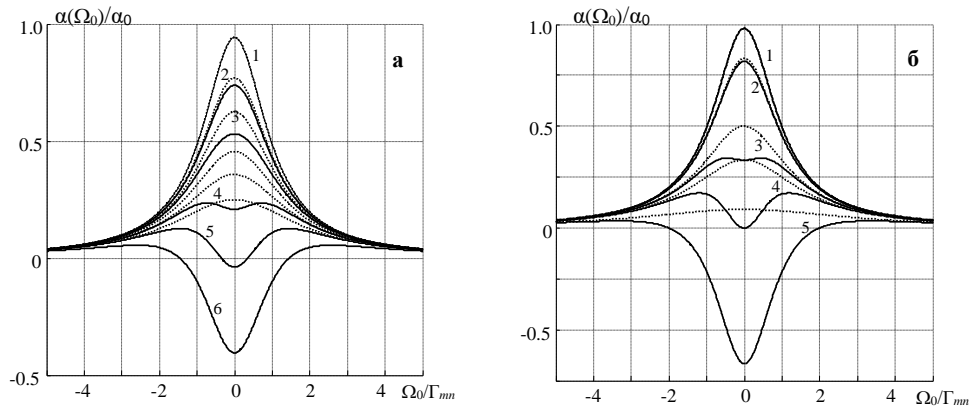
Из выражений (28), (29) следует, что формы линий поглощения при магнитном сканировании в  $\Lambda$ - и V-типах переходов в приближении без учета эффекта МК проявляются в виде пиков лоренцевой формы, ширины и амплитуды которых зависят от интенсивности (параметров насыщения) ЭМ-поля. При параметрах насыщения  $\kappa_{\Lambda, V} \ll 1$  с ростом их значений ширины пиков растут по коренному закону, а амплитуды пиков уменьшаются по линейному. При этом вблизи центра пиков формируются провалы: в  $\Lambda$ -схеме — с полушириной нижнего уровня  $\Gamma_n$ , а в V-схеме — с полушириной верхнего уровня  $\Gamma_m$ . Поэтому при соотношении  $\Gamma_n \ll \Gamma_m$  ширина провала в  $\Lambda$ -схеме значительно меньше, а его контраст значительно больше, и проявляется он при меньших параметрах насыщения (интенсивностях) ЭМ-поля, чем в V-схеме.

Отметим, что физической причиной образования провалов с полушириной нижнего или верхнего уровня в форме линии магнитного сканирования является поляризация, индуцируемая полем линейной поляризации на запрещенных переходах между уровнями нижнего или верхнего состояния рассматриваемого атома, и эти провалы носят когерентный характер.

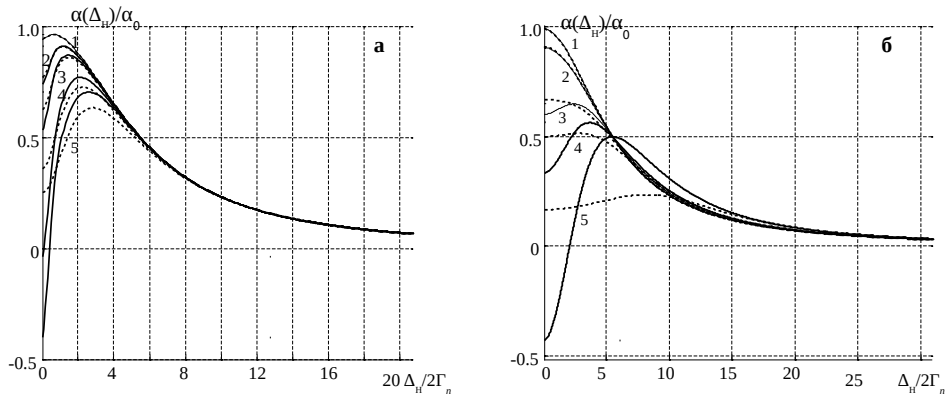
### 3.2. Результаты численных исследований вклада эффекта МК уровней в форму линии поглощения волны линейной поляризации при частотном и магнитном сканировании на $\Lambda$ - и V-типах переходов

Исследования вкладов МК уровней, индуцируемой ЭМ-полем линейной поляризации в  $\Lambda$ - и V-типах переходов, в спектры поглощения этой волны при частотном и магнитном сканировании проводились, как сказано выше, на основе выражения (19) и численных решений уравнений (3)–(7), или их приближенных решений (22)–(29) при вариации параметров насыщения ЭМ-поля в диапазоне значений  $\kappa_{\Lambda, V} = 0.01$ –5, отношений констант релаксации  $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$ –0.01 и величины расщепления уровней  $\Delta_H/\Gamma_n = 0$ –50 на закрытом и открытых ( $a_0 = 0.8$ –0.9) типах переходов. Анализ результатов исследований показал, что характер вкладов МК уровней в формы линий поглощения как при частотном, так и при магнитном сканировании в  $\Lambda$ - и V-схемах качественно одинаков на открытых и закрытых переходах, имеются лишь небольшие количественные отличия. Поэтому далее на рисунках приведены результаты для *закрытых* переходов при соотношении констант  $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$ . Пунктирные линии на рисунках отвечают численным решениям с учетом эффекта МК уровней, а сплошные линии — решениям без вклада данного эффекта.

Формы линий поглощения при частотном сканировании показаны на рис. 6. При малых интенсивностях ЭМ-поля (параметрах  $\kappa_{\Lambda, V} < 0.01$ ) линии поглощения проявляются вблизи частоты атомного перехода в виде пика лоренцевой формы с полушириной перехода  $\Gamma_{mn}$  (кривые 1). С ростом интенсивности ЭМ-поля (при значениях  $\kappa_{\Lambda, V} > 0.01$ ) происходит уменьшение коэффициентов поглощения (кривые 2, 3) вследствие уменьшения разности населенностей уровней (эффект насыщения населенностей) и увеличение спектральной ширины линии. Причем при значениях параметров насыщения  $\kappa_\Lambda \leq 0.05$  в  $\Lambda$ -схеме и  $\kappa_V \leq 0.1$  в V-схеме формы линий описываются выражениями (24) и (25) соответственно, полученными без учета эффекта МК уровней. В этом случае амплитуды резонансов поглощения уменьшаются по линейному закону  $\sim \beta \kappa_{\Lambda, V}$ , где  $\beta \approx 1$  (в  $\Lambda$ -схеме) и  $\beta \approx 2$  (в V-схеме), а ширины резонансов подчиняются корневой ( $\sim \sqrt{1 + \kappa_{\Lambda, V}}$ ) зависимости, как в системе двух уровней [14]. При значениях параметров насыщения  $\kappa_\Lambda > 0.05$  (в  $\Lambda$ -схеме) и  $\kappa_V > 0.1$  (в V-схеме) наблюдаются различия в поведении форм линий поглощения разных приближе-



**Рис. 6.** Формы линий поглощения при частотном сканировании в  $\Lambda$ -схеме (а) и V-схеме (б) при  $a_0 = 1$ ,  $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$ . а —  $\kappa_\Lambda = 0.01$  (1), 0.05 (2), 0.1 (3), 0.2 (4), 0.3 (5), 0.9 (6); б —  $\kappa_V = 0.01$  (1), 0.1 (2), 0.9 (3), 1 (4), 5 (5). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — без вклада МК уровней



**Рис. 7.** Формы линий поглощения при магнитном сканировании в  $\Lambda$ -схеме (а) и V-схеме (б) при  $a_0 = 1$ ,  $\Gamma_n/\Gamma_m = 0.1$ ,  $\Gamma_{mn} = 5.5\Gamma_n$ . а —  $\kappa_\Lambda = 0.01$ (1), 0.05 (2), 0.1 (3), 0.3 (4), 0.9 (5); б —  $\kappa_V = 0.01$  (1), 0.1 (2), 0.9 (3), 1 (4), 5 (5). Пунктирные линии — полное решение, сплошные — без вклада МК уровней

ний, что обусловлено проявлением МК уровней. Как показано в разд. 2, вклад МК уровней приводит к увеличению разности их населенностей, что проявляется в увеличении поглощения на переходах (на графиках пунктирные линии лежат выше сплошных), а также к небольшому сужению линий поглощения. При этом относительные изменения величины поглощения в центре линии за счет МК уровней, согласно рис. 6, могут составлять  $\sim (75-100)\%$  (кривые 3, 4). В  $\Lambda$ -схеме это реализуется при значениях параметров насыщения  $\kappa_\Lambda \geq 0.3$ , а в V-схеме — при значениях  $\kappa_V \geq 1$ .

Анализ форм линий поглощения с учетом вклада МК уровней (рис. 6, пунктирные линии) показал, что при значениях параметров  $\kappa_{\Lambda,V} > 0.05$  полуши-

рины резонансов в  $\Lambda$ -схеме подчиняются линейному закону  $\Gamma \approx \Gamma_{mn}(1 + 2\kappa_\Lambda)$ , а в V-схеме — корневому  $\Gamma \approx \Gamma_{mn}\sqrt{1 + \kappa_V}$ . При этом амплитуды резонансов уменьшаются нелинейным образом.

Отметим, что в приближении без учета вклада МК уровней в центре линий поглощения при параметрах насыщения  $\kappa_\Lambda > 0.1$  (в  $\Lambda$ -схеме) и  $\kappa_V > 0.9$  (в V-схеме) формируются провалы (рис. 6, сплошные линии 3, 4), амплитуды которых с ростом параметров  $\kappa_{\Lambda,V}$  принимают отрицательные значения (кривые 5). Это означает неприменимость данного приближения в указанной области параметров насыщений (интенсивностей) ЭМ-поля. В решениях задачи с учетом вкладов МК в населенности уровней расщеплений в форме линий поглощения, а также об-

ластей с отрицательным поглощением не возникает (пунктирные линии 3–5).

Формы линий поглощения при магнитном сканировании показаны на рис. 7. При малых интенсивностях ЭМ-поля (параметрах насыщения  $\kappa_\Lambda < 0.01$  в  $\Lambda$ -схеме и  $\kappa_V \leq 0.1$  в  $V$ -схеме) линии поглощения проявляются вблизи нуля магнитного поля в виде пика лоренцевой формы с полушириной перехода  $\Gamma_{mn}$  (кривые 1). С ростом интенсивности (параметров  $\kappa_{\Lambda,V}$ ) амплитуды пиков уменьшаются, а при параметрах насыщения  $\kappa_\Lambda > 0.01$  (в  $\Lambda$ -схеме) и  $\kappa_V > 0.1$  (в  $V$ -схеме) в форме линий вблизи нуля магнитного поля формируются провалы, амплитуды и ширины которых зависят от констант релаксации уровней, типа атомного перехода и интенсивности ЭМ-поля. При этом общим является то, что вклад эффекта МК уровней в формы линий магнитного сканирования на любых переходах (пунктирные кривые 2–5) приводит к уменьшению амплитуд и увеличению ширин структур линий поглощения (в виде пиков и провалов), уменьшая при этом контраст этих структур).

В случае  $\Lambda$ -схемы переходов (рис. 7 а) наблюдается сильная зависимость параметров провалов от соотношения констант релаксации уровней. Так, при соотношении констант релаксации  $\Gamma_n/\Gamma_m \ll 1$  в форме линии имеем узкий провал на фоне широкого пика, и при параметрах  $\kappa_\Lambda \leq 0.1$  (кривые 1–3) форма резонанса хорошо описывается выражением (28) без учета вклада эффекта МК. При расщеплении нижних уровней  $\Gamma_{mn} \gg \Delta_H \sim \Gamma_n$  форма узкого провала (вблизи центра линии) определяется как

$$\frac{\alpha_{s\Lambda 0}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m}{\Gamma_{mn}} \left[ 1 - \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_n^2}{\Gamma_n^2 + \Delta_H^2} \right], \quad (30)$$

т. е. имеем провал с полушириной, определяемой константой релаксации нижнего уровня  $\Gamma_n$ , амплитуда которого растет, а контраст уменьшается по линейному закону с ростом значения  $\kappa_\Lambda$ . При расщеплении уровней  $\Gamma_n \ll \Delta_H \sim \Gamma_{mn}$  форма резонанса будет определяться крылом пикового лоренциана (28) в виде

$$\frac{\alpha_{s\Lambda 0}^1(\Delta_H)}{\alpha_0} = -\Delta N \frac{2\Gamma_m \Gamma_{mn}}{\Gamma_{s\Lambda}^2 + \Delta_H^2/4} \times \left[ 1 - \frac{\kappa_\Lambda \Gamma_n^2 \Gamma_{mn}^2}{\Delta_H^2 (\Gamma_{mn}^2 + \Delta_H^2/4)} \right]. \quad (31)$$

В этом случае с ростом параметра  $\kappa_\Lambda$  ширина пиковой части резонанса растет по корневому закону, а амплитуда уменьшается по линейному закону. Максимальное значение пика зависит от значения па-

раметра  $\kappa_\Lambda$  и находится из соотношения (28) решением кубического уравнения. При параметрах насыщения  $\kappa_\Lambda > 0.1$  вклад МК уровней в форму резонанса становится существенным, что проявляется в отличии численного решения (пунктирные кривые 4, 5) от аналитического решения (28) (сплошные кривые). При этом значительная разница наблюдается в амплитуде узкого провала, значениях его ширины и контраста. Так, при изменении значений  $\kappa_\Lambda$  в интервале 0.1–0.3 происходит уменьшение амплитуды и контраста провала примерно в 2 раза, а его ширина возрастает более, чем в 2 раза (кривая 4). При этом изменения в крыле резонанса за счет вклада МК уровней проявляются в виде небольшого уменьшения амплитуды пика и сдвига его максимума в сторону больших значений расщеплений уровней.

В случае  $V$ -схемы перехода (рис. 7 б) в форме линии магнитного сканирования вблизи её центра при параметрах насыщения  $\kappa_V > 0.1$  также формируется провал, ширина которого значительно больше, а амплитуда и контраст значительно меньше, чем у аналогичного провала в  $\Lambda$ -схеме. Влияние эффекта МК уровней на форму провала обнаруживается при значениях параметра  $\kappa_V > 0.1$  (кривые 3–5). Причем при значениях  $0.3 \leq \kappa_V \leq 1$  (кривые 3, 4) действие эффекта МК уровней приводит к уменьшению амплитуды провала и особенно его контраста в центре линии, но слабо влияет на крыло линии. При параметрах насыщения  $\kappa_V > 1$  вклад МК уровней оказывается важным и при формировании спектра всего резонанса (кривая 5). В этом случае эффект влияет как на амплитуду и ширину провала при расщеплениях  $\Delta_H < \Gamma_{mn}$ , так и на структуры крыла линии при  $\Delta_H > \Gamma_{mn}$ . Следует отметить, что учет МК уровней в спектрах поглощения при магнитном сканировании, как и при частотном сканировании (см. выше), препятствует возникновению аномалий в формах резонансов, возникающих в приближениях, не учитывающих вклад эффекта МК уровней (рис. 5 а, б, кривые 5).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, представленные результаты численных и аналитических исследований МК уровней, индуцируемой ЭМ-полем линейной поляризации в  $\Lambda$ - и  $V$ -типах переходов, демонстрируют важную роль данного эффекта при формировании как населенностей уровней переходов, так и спектров поглощения ЭМ-поля при частотном и магнитном сканировании. В оптимальных условиях вклад эффекта МК может составлять более 50% от населенностей

уровней в условиях без учета вклада МК и привести к (75–100)-процентным изменениям коэффициентов поглощения в центрах линий при частотном и магнитном сканировании. Более критична при этом  $\Lambda$ -схема, в ней проявление эффекта МК в населенностях уровней и спектрах поглощения обнаруживается при значительно меньших параметрах насыщения (интенсивностях) ЭМ-поля и в более узком диапазоне расщеплений уровней. Так, в  $\Lambda$ -схеме диапазон расщеплений вблизи центра линии определялся константой релаксации нижнего уровня и составил  $\sim 2\Gamma_n$ , а в V-схеме этот диапазон определялся константой верхнего уровня и составил  $\sim \Gamma_m$ . Использование в расчетах приближения, не учитывающего вклад эффекта МК уровней, индуцированного ЭМ-полем линейной поляризации, в населенности уровней в  $\Lambda$ -типе переходов, приводит к значительным ошибкам в определении как населенностей этих уровней, так и результатов зависящих от населенностей уровней процессов уже при малых параметрах насыщения (интенсивностях) ЭМ-поля. В частности, это обнаруживается в формах линий поглощения ЭМ-поля при частотном и магнитном сканировании. При учете в решениях вклада МК уровней никаких аномалий в формах линий нелинейного поглощения не возникает.

Следует обратить внимание на провалы с шириной нижнего уровня  $\Gamma_n$  (в  $\Lambda$ -схеме) или с шириной верхнего уровня  $\Gamma_m$  (в V-схеме) в формах линий поглощения при магнитном сканировании вблизи нулевого расщепления уровней переходов. Как отмечалось, причиной образования данных структур в формах линий поглощения является когерентность, индуцируемая полем линейной поляризации на запрещенных переходах между магнитными подуровнями нижнего или верхнего состояний в рассматриваемых трехуровневых атомах, и эти структуры носят когерентный характер. Резонансы с шириной нижнего уровня возникали в спектрах насыщенного поглощения пробной волны при магнитном сканировании в атомах с более сложной структурой уровней [17–19, 21]. В этих работах отмечалось, что данные резонансы обусловлены действием поля насыщающей волны и имели также когерентный характер.

В заключение отметим, что узкий резонанс, возникающий в спектре поглощения бегущей ЭМ-волны линейной поляризации в атоме с  $\Lambda$ -схемой уровней при магнитном сканировании, может представлять интерес для ряда практических приложений, в частности, для измерения слабых магнитных полей.

**Финансирование.** Работа выполнена в рамках Госзадания ИАиЭ СО РАН (проект №121031700030-4) и ИФП СО РАН (проект №FWGW-2021-0012).

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

В  $\Lambda$ -схеме решения системы уравнений (11) следующие:

$$r_k = \frac{\Delta N}{D_\Lambda} \{ (\Gamma_m + \gamma_s) \times \\ \times [(\Gamma_n + \gamma_{5l})(\gamma_{5k} - \delta_{5l}) + (\gamma_{5l} - \delta_{5k})\delta_{5l}] - \\ - A_{5k}^s [(\Gamma_n + \gamma_{5l})\gamma_s - (\gamma_{5l} - \delta_{5l})\delta_{5l}] - \\ - A_{5l}^s [(\gamma_{5l} - \delta_{5l})(\gamma_{5k} - \delta_{5l}) + \delta_{5l}\gamma_s] \}, \\ k = 1, 3, \quad l = 3, 1, \quad (\text{A.1})$$

$$r_5 = -\frac{\Delta N \Gamma_n}{D_\Lambda} [(\Gamma_n + \gamma_{51} + \delta_{53})(\gamma_{53} - \delta_{51}) + \\ + (\Gamma_n + \gamma_{53} + \delta_{51})(\gamma_{51} - \delta_{53})],$$

$$D_\Lambda = \Gamma_n(\Gamma_n + \gamma_{51} + \gamma_{53})(\Gamma_m + \gamma_s) + \\ + (\Gamma_m - A_{51} - A_{53})(\gamma_{51}\gamma_{53} - \delta_{51}\delta_{53}) - \\ - \Gamma_n [A_{51}^s(\gamma_{51} - \delta_{51}) + A_{53}^s(\gamma_{53} - \delta_{53})],$$

$$\gamma_s = \gamma_{51} + \gamma_{53} - \delta_{51} - \delta_{53}, \\ A_{5k}^s = A_{5k} + \gamma_{5k} - \delta_{5k}.$$

В V-схеме решения системы уравнений (12) имеют вид

$$r_2 = \frac{\Delta N}{D_V} \{ \gamma_s [(\Gamma_m + \gamma_{42})(\Gamma_m + \gamma_{62}) - \delta_{42}\delta_{62}] - \\ - (\gamma_{42} - \delta_{62}) [A_{42}^s(\Gamma_m + \gamma_{62}) + A_{62}^s\delta_{42}] - \\ - (\gamma_{62} - \delta_{42}) [A_{62}^s(\Gamma_m + \gamma_{42}) + A_{42}^s\delta_{62}] \}, \quad (\text{A.2})$$

$$r_k = -\frac{\Delta N \Gamma_n}{D_V} [(\Gamma_m + \gamma_{l2})(\gamma_{k2} - \delta_{l2}) + (\gamma_{l2} - \delta_{k2})\delta_{l2}],$$

$$D_V = (\Gamma_n + \gamma_s) [(\Gamma_m + \gamma_{42})(\Gamma_m + \gamma_{62}) - \delta_{42}\delta_{62}] - \\ - (\gamma_{42} - \delta_{62}) [A_{42}^s(\Gamma_m + \gamma_{62}) + A_{62}^s\delta_{42}] - \\ - (\gamma_{62} - \delta_{42}) [A_{62}^s(\Gamma_m + \gamma_{42}) + A_{42}^s\delta_{62}],$$

$$A_{k2}^s = A_{k2} + \gamma_{k2} - \delta_{k2}, \quad k = 4, 6, \quad l = 6, 4, \\ \gamma_s = \gamma_{42} + \gamma_{62} - \delta_{42} - \delta_{62}.$$

**ПРИЛОЖЕНИЕ В**

В  $\Lambda$ -схеме решения системы уравнений (17) для добавок к населенностям уровней при  $\Delta N_{5k} = \Delta N$  следующие:

$$r_k = \frac{2\Delta N \Gamma_n}{D_\Lambda} \left[ \frac{|G_{5k}|^2 \Gamma_{mn} (\Gamma_m - A_{51} - A_{53})}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5k}^2} \times \left( \frac{\Gamma_m - A_{5k}}{\Gamma_m - A_{51} - A_{53}} + \frac{2|G_{5l}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_n (\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5l}^2)} \right) - A_{5k} \frac{|G_{5l}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5l}^2} \right],$$

$k = 1, 3, \quad l = 3, 1,$

$$r_5 = \frac{2\Delta N \Gamma_n^2}{D_\Lambda} \left[ \sum_{1,3} \frac{|G_{5k}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5k}^2} + \frac{2|G_{51}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_n (\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{51}^2)} \frac{2|G_{53}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{53}^2} \right], \quad (B.1)$$

$$D_\Lambda = \Gamma_n^2 \Gamma_m \prod_{1,3} \left( 1 + \frac{2|G_{5k}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_n (\Gamma_{mn}^2 + \Omega_{5k}^2)} \right) \times \left[ 1 + \sum_{1,3} \frac{\Gamma_n - A_{5k}}{\Gamma_m} \frac{2|G_{5k}|^2 \Gamma_{mn}}{\Gamma_n [\Gamma_{mn}^2 (1 + \frac{2|G_{5k}|^2}{\Gamma_m \Gamma_n}) + \Omega_{5k}^2]} \right].$$

В  $V$ -схеме решения системы уравнений (18) для добавок к населенностям уровней при  $\Delta N_{ik} = \Delta N$  имеют вид

$$r_2 = \frac{\Delta N}{D_V} \sum_{k=4,6} \frac{|G_{5k}|^2 (\Gamma_m - A_{k2}) \Gamma_{mn}}{\Gamma_m (\Gamma_{sk}^2 + \Omega_{k2}^2)},$$

$$D_V = \Gamma_n + \sum_{i=4,6} \frac{2|G_{i2}|^2 (\Gamma_m - A_{i2}) \Gamma_{mn}}{\Gamma_m (\Gamma_{sl}^2 + \Omega_{i2}^2)},$$

$$\Gamma_{sl}^2 = \Gamma_{mn}^2 \left( 1 + \frac{2|G_{i2}|^2}{\Gamma_m \Gamma_{mn}} \right),$$

$$r_k = -\frac{\Lambda N D_V}{\Delta N} \frac{2|G_{5k}|^2}{\Gamma_m} \frac{\Gamma_{mn}}{\Gamma_{sk}^2 + \Omega_{k2}^2} \times \left[ 1 - \frac{\Gamma_m - A_{k2}}{D_V} \sum_{i=4,6} \frac{\Gamma_{mn}^2}{\Gamma_{sl}^2 + \Omega_{i2}^2} \right],$$

$k = 4, 6. \quad (B.2)$

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Е. Б. Александров, УФН **107**, 595 (1972).
2. W. E. Bell and A. L. Bloom, Phys. Rev. Lett. **6**, 280 (1961).

3. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, А. М. Шалагин, ЖЭТФ **146**, 229 (2014).
4. G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi et al., Nouvo Cim. B **36**, 5 (1976).
5. E. Arrimondo and G. Orriols, Lett. Nouvo Cim. **17**, 333 (1976).
6. F. M. Akulshin, S. Barreiro, and A. Lesama, Phys. Rev. A **57**, 2996 (1998).
7. А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, Письма в ЖЭТФ **69**, 776 (1999).
8. С. Г. Раутиан, Письма в ЖЭТФ **60**, 462 (1994).
9. S. K. Kim, H. S. Moon, K. Kim et al., Phys. Rev. A **61**, 063813 (2003).
10. Д. В. Бражников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин и др., Письма в ЖЭТФ **91**, 694 (2010).
11. C. Goren, A. D. Wilson-Gordon, M. Rosenbluh et al., Phys. Rev. A **67**, 033807 (2003).
12. Д. В. Лазебный, Д. В. Бражников, А. В. Тайченачев и др., ЖЭТФ **148**, 1068 (2015).
13. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, А. М. Шалагин, ЖЭТФ **150**, 238 (2016).
14. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979), с. 310.
15. А. М. Шалагин, *Основы нелинейной спектроскопии высокого разрешения*, НГУ, Новосибирск (2008).
16. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, ЖЭТФ **154**, 235 (2018).
17. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, КЭ **49**, 479 (2019).
18. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, КЭ **52**, 560 (2022).
19. A. Chernenko and E. Saryukin, Amer. J. Opt. Phot. **8**, 51 (2020).
20. В. С. Летохов, В. П. Чеботаев, *Принципы нелинейной лазерной спектроскопии*, Наука, Москва (1975), с. 512.
21. Э. Г. Сапрыкин, А. А. Черненко, Опт. и спектр. **127**, 671 (2019).