

# ПРЕЦИЗИОННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННОГО СМЕЩЕНИЯ ЧАСТОТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИГНАЛОВ

*В. Н. Руденко*<sup>a\*</sup>, *А. В. Белоненко*<sup>a</sup>, *А. В. Гусев*<sup>a</sup>, *Ф. С. Гурин*<sup>a</sup>, *В. В. Кулагин*<sup>a</sup>,  
*С. М. Попов*<sup>a</sup>, *Г. Д. Манучарян*<sup>a,b</sup>, *М. В. Захваткин*<sup>c</sup>, *А. В. Коваленко*<sup>d</sup>

<sup>a</sup> Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга,  
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119992, Москва, Россия

<sup>b</sup> Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана  
105005, Москва, Россия

<sup>c</sup> Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук  
125047, Москва, Россия

<sup>d</sup> Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 августа 2024 г.,  
после переработки 12 сентября 2024 г.  
Принята к публикации 12 сентября 2024 г.

Коммуникационные радиосигналы между орбитальным космическим аппаратом (КА) и наземной станцией слежения (НСС) испытывают смещение частоты пропорционально позиционной разности их гравитационных потенциалов. Эффект составляет экспериментальную базу общей теории относительности (ОТО) как один из аспектов принципа эквивалентности Эйнштейна (ПЭЭ). В статье представлены результаты прецизионного измерения эффекта с помощью стандартов частоты, размещенных на КА и НСС. Использовались данные специальных «гравитационных сеансов» радиосвязи, накопленные во время миссии космического радиотелескопа «РадиоАстрон» в период 2015–2019 гг. Скрупулезный анализ этих данных позволяет утверждать соответствие теории и эксперимента с высокой точностью: параметр нарушения (отклонение от ОТО) составил  $1.57 \pm 3.96 \cdot 10^{-5}$ .

DOI: 10.31857/S0044451024110063

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Значимым недавним достижением экспериментальной астрономии явилась успешная реализация проекта космического радиотелескопа (КРТ), «РадиоАстрон» со спутником Спектр-Р, несущим параболическую антенну с диаметром  $\approx 10$  метров, которая вместе с наземными антеннами образовывала интерферометр с рекордной длиной базы  $\approx 350000$  км. Это вместе с микроволновыми стандартами частоты на спутнике и наземных станциях привело к порядковому повышению углового разрешения радиointерферометрических измерений [1]. Всего за время существования КРТ, с 2011 по 2019 годы, на

этом инструменте было выполнено до десяти различных астрономических программ, отчеты о которых хранятся в АКЦ ФИАН, а результаты опубликованы в многочисленных статьях научного коллектива группы «РадиоАстрон». Работа в качестве космического радиointерферометра была главной целью миссии «РадиоАстрон». Однако уже в стадии проектирования рассматривались другие возможные приложения уникального космического инструмента к фундаментальным физическим проблемам. Так, внимание было привлечено к использованию космического интерферометра со стандартами частоты для тестирования релятивистских эффектов ОТО, в частности, к прецизионному измерению гравитационного смещения частоты электромагнитных сигналов — эффекту, составляющему экспериментальную базу ОТО и представляющему одну из форм принципа эквивалентности Эйнштейна [2].

\* E-mail: valentin.rudenko@gmail.com

Анализ и схемы такого типа гравитационных измерений в рамках миссии «РадиоАстрон» содержатся в работе [3].

Реальный выполненный эксперимент состоял в измерении и сравнении частот бортового и наземного стандартов в процессе орбитальной эволюции спутника Спектр-Р. Использовались водородные стандарты, производимые отечественной компанией «Время-Ч»<sup>1)</sup>, стабильность которых в терминах дисперсии Аллана составляла  $\Delta f/f = 1 \cdot 10^{-14}$  при времени усреднения  $\sim 10^2$  с.

Напомним, что идея космического эксперимента по измерению гравитационного красного смещения («redshift эффект») впервые была реализована в миссии «Gravity-Probe А» (1976 г.), в которой Н-стандарт был поднят на высоту  $10^4$  км баллистической ракетой. В апогее траектории его частота сравнивалась с аналогичным наземным лазером. Информация о частотных вариациях передавалась коммуникационными радиосигналами. Для онлайн компенсации доминирующего эффекта Доплера первого порядка была разработана специальная техника, комбинирующая однопутевые (1w) сигналы, синхронизированные по бортовому стандарту, и двухпутевые (или петлевые) (2w) с опорой на наземный стандарт. В дальнейшем подобная техника применялась во многих космических запусках. Результатом эксперимента GP-A стало подтверждение ОТО с точностью сотых долей процента ( $\approx 1.4 \cdot 10^{-4}$ ) [4, 5]. Этот результат удерживался на протяжении почти 40 лет. Недавно появились сообщения группы навигационных спутников «Galileo» об ужесточении этой границы до уровня  $\approx 3 \cdot 10^{-5}$  [6, 7].

Сравним условия РА измерений с экспериментом GP-A и Galileo. Принципиальные отличия следующие. Первый, представлял однократное измерение без возможности повторений и накопления данных. Второй, выполнялся с крайне малой орбитальной модуляцией «RedShift» эффекта. При этом, оба проводились в ближней околоземной зоне с более чем на порядок меньшим радиусом, чем апогей орбиты РА. Последнее принципиально важно для тестирования такого аспекта ПЭЭ как его позиционная инвариантность.

В миссии «РадиоАстрон» космический аппарат Спектр-Р двигался по вытянутой орбите с большим эксцентриситетом  $e \approx 0.9$ , с плавающим периодом 7-9 суток (влияние Луны), с апогеем  $\approx 3.5 \cdot 10^5$  км; Расчетная величина относительного гравитационного

сдвига частоты между наземным и бортовым стандартами в намеченных для измерений точках (циклограмма) лежала в диапазоне  $(5.3 - 6.8) \cdot 10^{-10}$ , что демонстрирует заметную модуляцию сдвига по орбите. Для сравнения отметим, что у двух спутников Galileo, обеспечивших результаты работ [6, 7], орбитальная модуляция сдвига была на порядок меньше ( $\leq 0.1$ ). В целом орбитальные (кинематические) параметры КРТ «РадиоАстрон» были удобны для исследования «RedShift» эффекта.

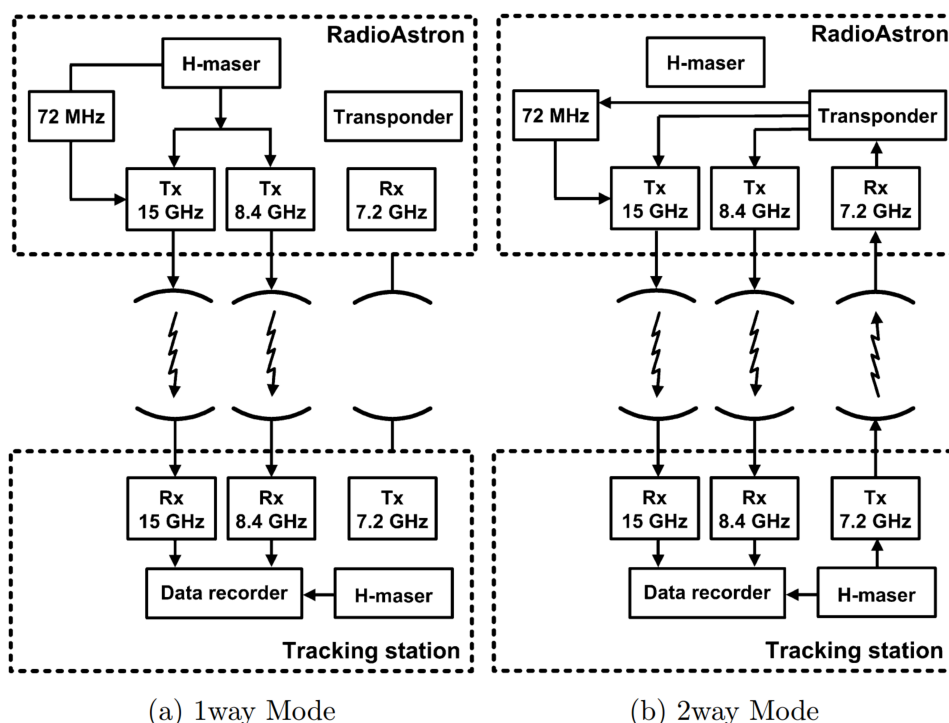
Имеется, однако, обстоятельство, затрудняющее выполнение такого эксперимента по типу GP-A. Разработанная в [4, 5] техника компенсации эффекта Доплера первого порядка, требует одновременной работы КРТ в обоих режимах — однопутевом 1w и двухпутевом 2w. На практике в миссии «РадиоАстрон», как и в большинстве других космических проектов, такой возможности не предусматривалось. Для сохранения «онлайн» компенсации доминирующего эффекта Доплера первого порядка пришлось обратиться к операционной моде со сменой режимов. Это значительно усложнило процедуру фильтрации гравитационного сдвига и оценки ошибок измерения. В работе [4, 5] ставился вопрос не только о точности измерения гравитационного сдвига, но также о соответствии измеренного значения предсказанию ОТО (что важно для селекции конкурирующих теорий релятивистской гравитации). Это обстоятельство формализовано введением «параметра отклонения» эpsilon  $\varepsilon$ :

$$\frac{\Delta f_{grav}}{f} = \frac{\Delta U}{c^2} (1 + \varepsilon), \quad (1)$$

где  $\Delta f_{grav}/f$  — измеренный частотный гравитационный сдвиг,  $\Delta U$  — разность гравитационных потенциалов в точках посылки и приема сигнала,  $c$  — скорость света,  $\varepsilon$  — параметр нарушения (отклонения) теории.

По результатам эксперимента GP-A оценка  $\varepsilon$  оказывается на уровне  $\varepsilon \sim 10^{-4}$ . Таким образом, для более надежного подтверждения ОТО интерес представляют эксперименты (измерения), которые дают меньшие значения  $\varepsilon$ . К настоящему времени имеются работы, анализирующие измерения, проведенные «РадиоАстрон». В работе [8] без онлайн компенсации Доплера первого порядка, только на основе однопутевых данных, получено  $\delta\varepsilon \approx 0.016$ . В работе [9] с онлайн компенсацией, но без оптимального объединения серий, найдено  $\delta\varepsilon \approx 3 \cdot 10^{-4}$ . Оба результата хуже, чем у GP-A. Авторы работы [11] обращают внимание на границу Рао–Крамера для оценки точности измерений гравитационного сдви-

<sup>1)</sup> <https://www.vremya-ch.com/index.php/projects-ru/spaceapplications-ru/vch-1010-ru/index.html>



**Рис. 1.** Режимы работы радиолиний КА «РадиоАстрон»: *а* — однопутевой, содержит гравитационный и доплеровский сдвиги частоты; *б* — двухпутевой, содержит удвоенный доплеровский сдвиг и не содержит гравитационного. Пояснения: H-maser — водородный стандарт частоты, Data recorder — записывающее устройство, Tx — передатчик, Rx — приемник, Transponder — ретранслятор, Tracking station — наземная станция слежения (НСС)

га, но иллюстрируют это только на частных примерах, не приводя результатов совокупного анализа всех сеансов.

В настоящей статье представлен анализ совокупности гравитационных сеансов миссии «РадиоАстрон» с учетом накопленного опыта обработки гравитационных данных российской группой, работавшей в составе международной коллаборации. Анализ выполнен в рамках принципа максимального правдоподобия (Likelyhood principle) с минимальным использованием априорной информации. Методика и сама обработка данных, включая алгоритмы, неоднократно и детально описаны в публикациях авторской группы, приведенных в списке литературы. Наглядная блок-схема (диаграмма) последовательных шагов обработки содержится, например, в недавней статье [9]. Кроме оптимальной фильтрации полезной информации из фона многочисленных физических шумов в отдельных сеансах, выполнена также процедура оптимального объединения совокупности измерительных данных. Результат демонстрирует ужесточение границы параметра нарушения (отклонения)  $\epsilon$ , понижая ее до уровня  $\sim 10^{-5}$ .

## 2. СТРАТЕГИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Основные каналы радиосвязи КРТ «РадиоАстрон» имели частоты 8.4 ГГц и 15 ГГц. Для специализированных гравитационных сеансов научная информация поступала на 8.4 ГГц. Канал 15 ГГц преимущественно использовался для калибровочных измерений. Как было отмечено во введении, для сохранения «онлайн» компенсации доминирующего доплеровского сдвига первого порядка пришлось обратиться к операционной моде со сменой режимов синхронизации (см. рис. 1). В результате непрерывная запись коммуникационного сигнала превращается в кусочную, состоящую из отрезков с опорой на бортовой (1w) или наземный (2w) стандарты (см. рис. 2). При этом, чтобы получить желаемую фильтрационную наблюдаемую  $\Delta f/f = (f_{1w} - 0.5f_{2w})/f$  [4], содержащую оба режима в один и тот же фиксированный момент времени, нужно выполнить интерполяцию частотных данных режима 2w на область между двумя соседними кусками (зона существования режима 1w), при этом следует учесть ошибку интерполяции. Отметим здесь, что работа в режиме

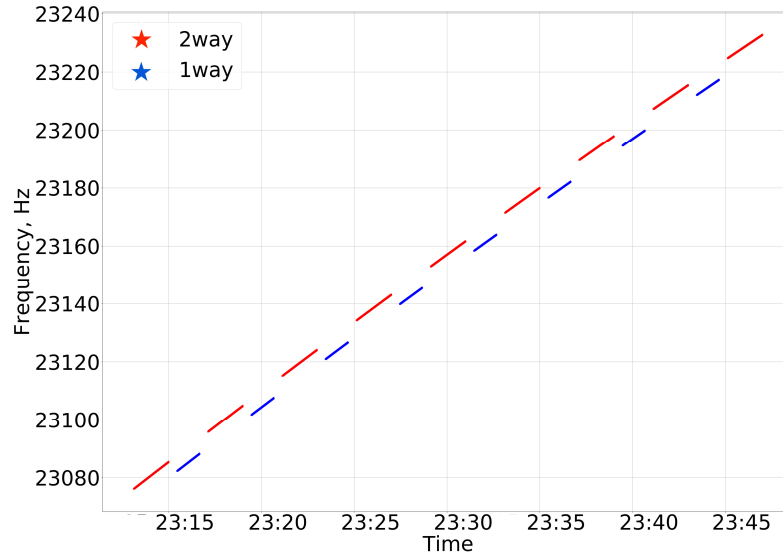


Рис. 2. Сеанс raks17bo (2016-12-15 23:00), чередование зон режимов синхронизации 2w (красный) и 1w (синий); взаимный сдвиг треков обусловлен наличием гравитационного смещения в данных 1w

2w имела техническую особенность. Сигнал с НСС посылается на начальной частоте 7.2075 ГГц, которая принимается на борту КА с поправкой за счет эффекта Доплера. После гетеродинирования на транспондере сигнал отражается вниз на НСС на частоте 8.4 ГГц. Новое наземное гетеродинирование транслирует сигнал в частотный диапазон  $\approx 6$  МГц с последующей оцифровкой на 32 МГц и 2-х битным квантованием по амплитуде. Для оценки несущей частоты сигнала и ее эволюции при движении КА использовался известный итеративный алгоритм «остановки фазы», разработанный в европейском институте дальней космической связи JIVE, который содержит поэтапное сужение полосы фильтра, начиная с 2 кГц [10]. Запись в режиме 1w длилась 80 с, в режиме 2w — 120 с.

Данные, где SNR принятого сигнала было менее  $10^3$ , исключались из обработки. Алгоритм также более подробно описан в статье [11]. Типичная длительность гравитационного сеанса на практике составляла  $\approx 40$  мин. Для записи ключевого компенсационного алгоритма введем (определим) расстройку посылаемых сигналов. Относительное смещение частоты в однопутевом режиме есть

$$\Delta f_{1w}/f_{8.4} = (f_{1w} - f_{8.4})/f_{8.4},$$

где  $f_{1w}$  — измеренная частота в режиме 1w,  $f_{8.4}$  — номинальная частота. Относительное смещение частоты в двухпутевом режиме с учетом коррекции на эффект Доплера равно

$$\Delta f_{2w}/f_{8.4} = (f_{2w} - F_0 f_{up})/(F_0 f_{up}),$$

где  $F_0 = 8.4/7.2075$ , — нормирующий коэффициент,  $f_{up}$  — частота в момент отправки сигнала с НСС на КА. В итоге ключевое уравнение компенсационной схемы (GP-A) запишется как

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f_{1w}}{f_{8.4}} - \frac{1}{2} \frac{\Delta f_{2w}}{f_{8.4}} = & (1 + \varepsilon) \frac{\Delta U}{c^2} + \frac{\Delta f_{dop2}}{f} + \\ & + \frac{\Delta f_{Moon}}{f} + \frac{\Delta f_{Sun}}{f} + \\ & + \frac{\Delta f_{nonsph}}{f} + \frac{\Delta f_{Atmosph}}{f} + \Delta h + o\left(\frac{v}{c}\right)^3, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Delta U/c^2$  — гравитационный сдвиг,

$$\frac{\Delta f_{dop2}}{f} = -\frac{|\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_s|^2}{2c^2} + \frac{(\mathbf{D} \cdot \mathbf{a}_e)}{c^2}$$

— релятивистский эффект Доплера,  $\Delta f_{Moon}/f$  — влияние приливного потенциала Луны,  $\Delta f_{Sun}/f$  — влияние приливного потенциала Солнца,  $\Delta f_{nonsph}/f$  — влияние несферичности Земли,  $\Delta f_{Atmosph}/f$  — атмосферный сдвиг (включая ионосферу и тропосферу [12]), а также фликкер шумы мерцания и др. [13],  $\Delta h$  — эффект отстройки (несовпадения частот) стандартов частоты на КА и НСС. Анализ показал, что для измерения  $\varepsilon$  с точностью лучше  $10^{-4}$ , нужно учитывать все эффекты с относительным вкладом больше  $10^{-14}$ . Ниже обсуждается влияние каждого из эффектов, приведенных в основной компенсационной схеме (2).

Для измерения параметра нарушения с точностью не хуже  $10^{-5}$  необходимо учитывать ре-

лятивистский эффект Доплера второго порядка. Для этой цели были использованы формулы из работы [14]:

$$\frac{\Delta f_{dop2}}{f} = -\frac{|\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_s|^2}{2c^2} + \frac{(\mathbf{D} \cdot \mathbf{a}_e)}{c^2} \quad (3)$$

$\mathbf{v}_e$  — скорость НСС,  $\mathbf{v}_s$  — скорость КА,  $\mathbf{D}$  — вектор расстояния от НСС до КА,  $\mathbf{a}_e$  — ускорение НСС.

*Замечание.* Все параметры в (3) должны быть приведены в единую систему координат EME2000. Векторы состояния КА предоставляются ИПМ им. Келдыша в системе EME2000, векторы состояния пущинской станции необходимо было перевести из системы ITRF (International Terrestrial Reference Frame) в систему EME2000 — это было сделано с использованием модели вращения Земли, принятой в резолюции IAU (International Astronomical Union) и реализованной в библиотеке SOFA [15].

Оказалось также, что релятивистский эффект Доплера имеет наибольшую величину на расстояниях до 90000 км, достигая  $1.8 \cdot 10^{-10}$ , что сравнимо с величиной гравитационного сдвига. Ошибка компенсации релятивистского эффекта Доплера ограничена  $2 \cdot 10^{-16}$  и вызвана ошибкой восстановления скорости  $\approx 3$  мм/с и положения  $\approx 300$  м КА [16]. Для оценки теоретического гравитационного сдвига частоты  $\Delta U/c^2$  использовалась формула, учитывающая поправку на несферичность Земли:

$$\frac{\Delta f_{grav}}{f} = \frac{\Delta U}{c^2} - \frac{GM_E R_E^2 J_2}{2r_s^3 c^2} \left(1 - \frac{3z_s^2}{r_s^2}\right) \quad (4)$$

$\Delta U/c^2$  — разность ньютоновских потенциалов НСС и КА,  $M_E$  — масса Земли,  $R_E$  — радиус Земли,  $J_2$  — квадрупольный момент,  $z_s$  — координата космического аппарата в геоцентрической системе координат,  $r_s$  — геоцентрический радиус-вектор космического аппарата,  $G$  — гравитационная постоянная. Эффекты, связанные с приливным потенциалом Луны и Солнца, ранее подробно рассмотрены в статье [17], вклад ионосферы и тропосферы обсуждался в статье [12], вклад фликкер-шумов в работе [13]. Порядковый вклад каждого из эффектов представлен в табл. 1 и на рис. 3.

Заканчивая описание стратегии измерений, подчеркнем еще раз, что в гравитационных сеансах информационный сигнал записывался постоянно, но с перескоками между операционными модами 1w и 2w. Во время первичной обработки мы разделяли сигнал на отдельные интервалы с постоянным режимом работы. С учетом циклограмм сеанса удалялось нестационарное начало каждого

**Таблица 1.** Остаточные эффекты после применения основной компенсационной схемы

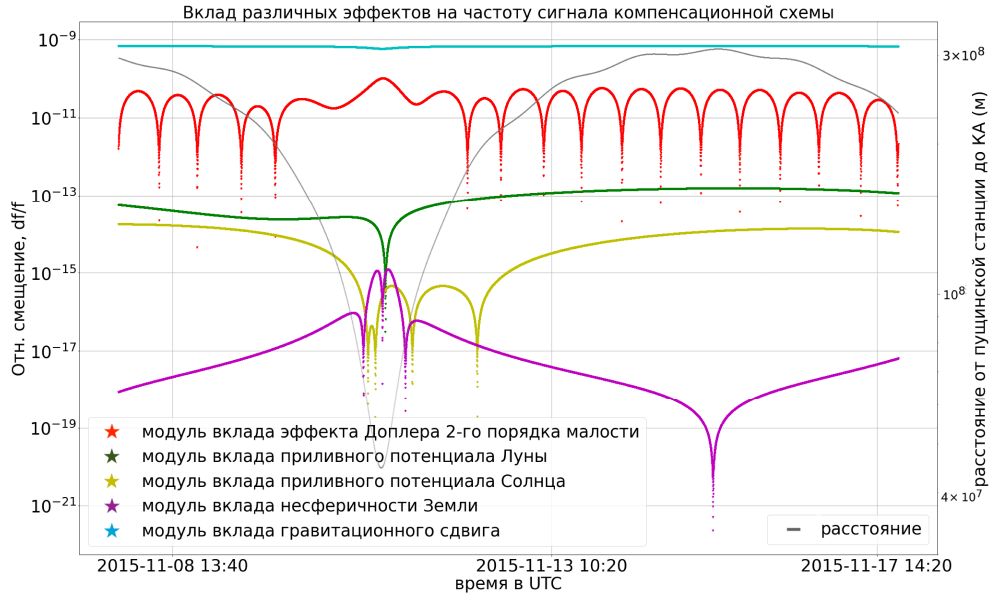
Эффекты тонкой компенсации		
Эффект	макс. величина	ошибка
Грав. сдвиг, $\Delta U/c^2$	$6.8 \cdot 10^{-10}$	$< 10^{-15}$
Рел. Доплер эффект, $v^2/c^2$	$1.8 \cdot 10^{-10}$	$< 10^{-16}$
Грав. вклад Луны	$6 \cdot 10^{-13}$	$< 10^{-16}$
Грав. вклад Солнца	$< 1 \cdot 10^{-14}$	$< 10^{-16}$
$\Delta U/c^2$ , квадрупольный момент	$< 2 \cdot 10^{-15}$	$< 10^{-16}$
$\Delta f_{Ion}/f$ — ионосферный сдвиг частоты	$< 2 \cdot 10^{-14}$	$< 10^{-16}$
$\Delta f_{Trop}/f$ — тропосферный сдвиг	$< 1 \cdot 10^{-15}$	$< 10^{-16}$
Фликкер шумы мерцания	$< 1 \cdot 10^{-12}$	$< 10^{-14}$

интервала 1w или 2w, где происходил захват частоты. Далее с помощью цифрового спектрометра оценивалась частота принятого сигнала (см. детали в работе [11]). После основной компенсационной схемы 2 (Доплер первого порядка) проводилась более тонкая компенсация остаточных эффектов, порядковый вклад которых представлен в табл. 1 и на рис. 3.

В табл. 1 и на рис. 3 приведены результаты анализа случайных и систематических ошибок со ссылками в тексте на работы, в которых этот анализ представлен детально. Напомним, что влияние фликкер эффектов рассмотрено в статьях [9,13]. Погрешность интерполяции в измерительной моде со сменой режимов синхронизации рассчитывалась в полиномиальной аппроксимации (scipy.interpolate) с предварительным моделированием сигнала и основных помех [9]. В результате ошибка используемой интерполяции не превысила  $10^{-4}$  Гц.

### 3. ОБЪЕДИНЕНИЕ СЕАНСОВ

Нашей целью на финальном этапе являлась оценка параметра нарушения  $\varepsilon$  по совокупности проведенных гравитационных сеансов, соответствующая критерию максимального правдоподобия (maximum likelihood criterion). Совокупность данных измерений можно описывать как случайный



**Рис. 3.** График зависимости от времени модуля всех рассчитанных эффектов (левая шкала), а также расстояние между Пущинской станцией слежения и космическим аппаратом (правая шкала). Построено по данным реконструированной орбиты

процесс, представленный дискретным вектором

$$\varepsilon = \|\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k\|^T,$$

элементы которого  $\varepsilon_k$  — оценки параметра  $\varepsilon$  в каждом отдельном сеансе.

При достаточно большом числе сеансов  $k \gg 1$  (в реальном эксперименте  $k \approx 40$ ) и весьма большом отношении сигнал-шум: ( $\text{SNR} \approx (10^5 \div 10^6)$ ) распределение параметра  $\varepsilon$  можно считать гауссовым и его оценку в сеансе  $k$  записывать как  $\varepsilon_k = \varepsilon \pm \Delta\varepsilon_k$ , где  $\Delta\varepsilon_k$  — гауссовы случайные величины с параметрами  $\langle \Delta\varepsilon_k \rangle = 0$ , такими что  $\langle \varepsilon_k \varepsilon_i \rangle = \sigma_k^2$  при  $k = i$  и 0 при  $k \neq i$  ( $\langle \dots \rangle$  обозначает статистическое усреднение). При условии независимых измерений в отдельных сеансах и некоррелированности их шумов логарифм интегрального отношения правдоподобия векторного процесса  $\varepsilon$  (для совокупности всех сеансов) разбивается на сумму отдельных логарифмов  $\varepsilon_k$  для каждого сеанса, т. е. имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \ln \Lambda(\hat{\varepsilon} | \varepsilon) &= \sum_{k=1}^m \ln \Lambda(\varepsilon_k | \varepsilon), \\ \ln \Lambda(\varepsilon_k | \varepsilon) &= \frac{\varepsilon_k \varepsilon - \varepsilon^2/2}{\sigma_k^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Максимально правдоподобная интегральная оценка неизвестного параметра  $\varepsilon$  при объединении всех се-

ансов является решением уравнения на экстремум

$$\frac{\partial \ln \Lambda(\hat{\varepsilon} | \varepsilon)}{\partial \varepsilon} = 0, \quad (6)$$

отсюда, используя равенства (5), можно найти формулу оптимальной оценки  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon_{opt} = \frac{\sum_{k=1}^m \frac{1}{\sigma_k^2} \varepsilon_k}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{\sigma_k^2}}, \quad (7)$$

где  $\varepsilon_k$  — оценка параметра нарушения в отдельном сеансе,  $\sigma_k$  — дисперсия в отдельном сеансе,  $\varepsilon_{opt}$  — оптимальная оценка  $\varepsilon$ ,  $m$  — число сеансов.

Это ключевой «алгоритм объединения», дающий оптимальную несмещенную и эффективную (минимальную) оценку параметра нарушения  $\varepsilon$  по совокупности измерительных сеансов. Дисперсия величины  $\hat{\varepsilon}_{opt}$  находится с помощью информационной матрицы Фишера (из формул оценки ее параметров), а именно,

$$\sigma_{\varepsilon_{opt}}^2 = - \left[ \left\langle \frac{\partial^2 \ln \Lambda(\hat{\varepsilon} | \varepsilon)}{\partial \varepsilon^2} \right\rangle \right]^{-1} = \left[ \sum_{k=1}^m \frac{1}{\sigma_k^2} \right]^{-1}. \quad (8)$$

Учитывая (7) и (8), можно записать интегральную оценку  $\hat{\varepsilon}$  в виде суммы вкладов каждого сеанса с их весовыми множителями  $\gamma_k$ :

$$\hat{\varepsilon} = \sum_{k=1}^m \gamma_k \varepsilon_k, \quad \gamma_k = \left( \frac{\sigma_{min}}{\sigma_k} \right)^2, \quad (9)$$

где  $m$  — число сеансов,  $\sigma_{min}$  — минимальное значение  $\sigma$ . Видно, что влияние сеансов с большой дисперсией подавляется.

#### 4. ОБРАБОТКА ДАННЫХ

Обработка данных состояла из нескольких последовательных этапов. На первом этапе (предварительная фильтрация) из записи сеанса удалялись первые 7 с каждого куска синхронизации 1w или 2w, где происходил «захват» сигнала и SNR был небольшим ( $< 10^3$ ).

Далее селектировались сеансы, на которых захват частоты после переключения режима выполнялся более 15 с, что сокращало длительность синхронизированного режима 1w и ухудшало потенциальную точность детектирования частоты сигнала ( $> 10^{-4}$  Гц), таких сеансов оказалось 17, и они исключались из дальнейшей обработки. После этапа предварительной фильтрации обработка шла по схеме, описанной в разд. 2 настоящей статьи. В первую очередь мы компенсировали тренд, вызванный эффектом Доплера первого порядка (см. рис. 2 — наклон графика), с помощью компенсационной схемы 2, остаточные эффекты после применения компенсационной схемы представлены на графиках на рис. 3. Укажем, что поправки несферичности Земли и приливного потенциала Солнца минимум на порядок меньше точности используемых стандартов частоты, поэтому эти эффекты можно было не учитывать. Другие эффекты — приливной потенциал Луны, релятивистский эффект Доплера — существенны и вносят значительный вклад в итоговую ошибку всего эксперимента. Компенсация этих факторов была проведена с использованием реконструированной орбиты КА (баллистическая группа ИПМ РАН).

Важным шагом понижения систематической ошибки в оценке  $\varepsilon$  является компенсация эффекта расстройки (несовпадения частот) бортового и наземного стандартов частоты (член  $\Delta h$  в уравнении (2)). Для этой цели использовались данные калибровочных сеансов, проводившихся параллельно с гравитационными. Подробное описание концепции калибровочных сеансов и результаты вычисления отстройки представлены в статье [19]. Компенсация отстройки проводилась с помощью интерполяции измеренных значений в калибровочных сеансах на дату проведения гравитационного сеанса, после чего ошибка отстройки вычиталась по аналогии с другими эффектами. Для небольшой части гравитационных сеансов (менее 10 %)

Таблица 2. Измерения параметра нарушения  $\varepsilon$  и  $\sigma_k^2$  в гравитационных сеансах

Сеанс	Дата	$\varepsilon_k \cdot 10^{-5}$	$\sigma_k^2$	$\varepsilon_{weight}$
raks17az	16-09-30	4.5	0.000494	1.41 e-5
raks17bl	16-12-06	6	0.003112	2.98 e-6
raks17bm	16-12-06	4.8	0.002928	2.54 e-6
raks17bo	16-12-15	4	0.002664	2.32 e-6
raks17br	17-03-12	2.1	0.000977	3.32 e-6
raks17bs	17-03-13	1.2	0.001410	1.34 e-6
raks17bt	17-03-26	3.2	0.000752	6.58 e-6
raks17bv	17-03-29	1.7	0.0029319	8.97 e-7
raks17aw	16-09-29	40	0.631962	2.45 e-7
raks17ay	16-09-29	30	0.002486	1.29 e-7
raks17bi	16-11-26	63	0.000251	1.03 e-4
raks17bk	16-12-05	34	4111	-3.05 e-8
raks17bn	16-12-14	174	0.001939	-2.78 e-5
raks17bu	17-03-29	1032	0.004340	1.10 e-4

отстройка осталась неизвестной, и эти сеансы были исключены из обработки. К ним добавились такие, которые имели помехи, вызванные приемной аппаратурой, отсутствием корректных баллистических данных, нелинейным изменением частоты сигнала. В общей сложности на втором этапе были исключены из обработки 9 сеансов. В итоге число сеансов, прошедших все критерии отбора, составило 14. Их данные отражены в табл. 2.

Используя данные, полученные после обработки всех (табл. 2) гравитационных сеансов в соответствии со стратегией измерений, мы можем найти нормировочный коэффициент  $\alpha$ :

$$\alpha = \left( \sum_{k=1}^m \frac{1}{\sigma_k^2} \right)^{-1} = 0.0001547. \quad (10)$$

Далее, согласно формуле (7), можем найти  $\varepsilon_{opt}$  по совокупности измерений с учетом весового множителя. Таким образом, совокупная оценка равна  $\varepsilon_{opt} = 1.57 \cdot 10^{-5}$ .

Объединяя выборочные дисперсии и находя интервальную оценку в соответствии с распределением  $\chi^2$  (см. [18]), получим

$$\frac{m_k - 1}{\chi^2(1 - \gamma)(m_k - 1)} \hat{\sigma}_k^2 \leq \sigma_k^2 \leq \frac{m_k - 1}{\chi^2(1 + \gamma)(m_k - 1)} \hat{\sigma}_k^2, \quad (11)$$

$$\gamma = 0.95, \quad \sigma_k^2 = 3.96 \cdot 10^{-5}.$$

В рамках минимаксного подхода опираемся только на правую часть оценки. В итоге по совокупности всех сеансов мы получаем финальный результат:

$$\varepsilon_{opt} = (1.57 \pm 3.96) \cdot 10^{-5}. \quad (12)$$

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выражение (12) демонстрирует основной результат гравитационных сеансов, проведенных с КРТ «РадиоАстрон». Соответствие экспериментальных данных измерения эффекта «RedShift» формуле ОТО подтверждено с повышенной точностью  $\approx 4 \cdot 10^{-5}$  по сравнению с классическим уровнем первого космического эксперимента GP-A:  $1.4 \cdot 10^{-4}$  [5]. Актуальность такого подтверждения связана с тем, что «RedShift» эффект является составной частью Эйнштейновского принципа эквивалентности (ПЭЭ), представляющего экспериментальную базу ОТО [2]. В частности, универсальность «RedShift» в любой зоне пространства-времени гарантирует его позиционную инвариантность. Нарушение такой универсальности означает отказ от ОТО. В этом аспекте важно, что гравитационные измерения с «РадиоАстрон» впервые содержали сеансы на весьма далеких расстояниях от Земли. Другие известные орбитальные измерения «RedShift» выполнялись в близкой околоземной зоне с радиусом  $\approx 20000$  км, включая спутники Galileo. Измерения с последними проводились независимо французской и немецкой группами; отчеты в работах [6, 7] дали разброс по параметру нарушения в пределах от  $(2.48 \div 4.5) \cdot 10^{-5}$  с ошибкой в  $1\sigma$ . Таким образом, новый результат «РадиоАстрон» вполне согласуется с данными Galileo (проект GREAT). Интерес к дальнейшему повышению точности измерений «RedShift» эффекта продиктован его связью с (ПЭЭ), поскольку любое нарушение (ПЭЭ) открывает возможность поиска «новой физики». Оценка роли гравитационных измерений с РА для селекции альтернативных теорий релятивистской гравитации на текущий момент затруднительна. В литературе, в основном, рассматривались redshifts на космологических масштабах, (см., например, [21]). На основе измерений в Солнечной системе, в принципе, вероятно тоже можно сформулировать рецепты для подобного отбора, но это потребует серьезных дополнительных исследований. Что касается мотивации улучшения точности измерений «RedShift» и его практических приложений, то, кроме эвристического значения углубленной проверки ПЭЭ, очевидна навигационная по-

требность все более точного вычисления (прогноза) траекторий КА, особенно в дальнем космосе [22], куда закладывается величина «RedShift» при радиолокационном контроле траектории (соответствующая поправка вводилась баллистической группой ИПМ РАН при обслуживании миссии RA). Проекты более точных «RedShift» измерений, в частности, можно найти в работах [2, 6, 7, 20].

**Благодарности.** Авторы выражают признательность руководству группы «РадиоАстрон» в АКЦ ФИАН М. В. Попову и Ю. Ю. Ковалеву за постоянную поддержку в работе с гравитационными измерениями и их обработкой, а также директору ГАИШ МГУ А. М. Черепашуку за внимание к теме и создание благоприятных условий работы для большей части соавторов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. N. S. Kardashev, V. V. Khartov, V. V. Abramov et al., *Astron. Rep.* **57**, 153 (2013).
2. C. M. Will, *Living Rev. Relativity* **17**, 4 (2014).
3. A. V. Biriukov, D. A. Litvinov, and V. N. Rudenko, *Astron. Rep.* **58**, 783 (2014).
4. R. F. C. Vessot and M. W. Levine. *General Relativity and Gravitation* **10**, 181, (1979).
5. R. F. C. Vessot, M. W. Levine, and E. M. Mattison, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 20 (1980).
6. P. Delva, N. Puchades, E. Schonemann et al., *Phys. Rev. Lett.* **121**, 231101 (2018).
7. S. Herrmann, F. Finke, M. Lulf et al., *Phys. Rev. Lett.* **121** 231102 (2018).
8. N. V. Nunes, N. Bartel, M. V. Zakhvatkin et al., *Advances in Space Research*, **65**, 790 (2020).
9. N. V. Nunes, N. Bartel, A. Belonenko et al., *Class. Quantum Grav.* **40**, 175005 (2023).
10. G. Molera Calves, Ph. D. Dissertation, Aalto University, Pub. No 42 (2012).
11. A. V. Belonenko, A. V. Gusev, and V. N. Rudenko, *Gravitation and Cosmology*, **27**, 383 (2021).
12. A. V. Belonenko, S. M. Popov, V. N. Rudenko et al., *Grav. and cosmology*, **26**, 128 (2020).
13. А. В. Гусев, Д. А. Литвинов, В. Н. Руденко, ЖЭТФ **150**, 937 (2016) [A. V. Gusev, D. A. Litvinov, and V. N. Rudenko, *J. Exp. Theor. Phys.* **123**, 814 (2016)].



14. M. V. Sazhin et al., *Astron. Rep.* **54**, 959 (2010).
15. IAU SOFA Board, IAU SOFA Software Collection Issue 2021-01-25 <http://www.iausofa.org>
16. M. V. Zakhvatkin, A. S. Andrianov, V. Y. Avdeev et al., *Advances in Space Research*, **65**, 798 (2021).
17. A. V. Belonenko, F. S. Gurin, V. N. Rudenko et al., *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* **3–4**, 3 (2023).
18. B. R. Levin, *Teoreticheskie Osnovy Statisticheskij radiotekhniki*, **1**, 353 (1989).
19. D. A. Litvinov, V. N. Rudenko, A. V. Alakoz et al., *Phys. Lett. A* **382**, 2192 (2018).
20. D. Litvinov and S. Pilipenko, *Class. Quant. Grav.* **38**, 135010 (2021).
21. D. Rosselli, F. Marulli, A. Veropalumbo, *Astron. Astrophys.* **669**, (2023).
22. P. C. Brandt, E. A. Provornikova, A. Cocoros et al., *Acta Astronautica* **199**, 364 (2022).