ЖЭТФ, 2025, том 167, вып. 1, стр. 59–65

КВАНТОВЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОНА С НУЛЕВОЙ СОБСТВЕННОЙ ЭНЕРГИЕЙ

В. П. Незнамов [*]***, В. Е. Шемарулин***

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ»
607188, Саров, Нижегородская обл., Россия

Поступила в редакцию 21 апреля 2024 г.,
после переработки 2 сентября 2024 г.
Принята к публикации 2 сентября 2024 г.

На основе модернизированных регулярных заряженных метрик Райсснера – Нордстрема и Керра – Ньюмена с квантовыми ядрами мы предлагаем две модели электрона с нулевой собственной энергией.

DOI: 10.31857/S0044451025010055

1. ВВЕДЕНИЕ

С момента появления Общей теории относительности (ОТО) начались попытки построения моделей элементарных частиц в искривленном пространстве-времени. Среди авторов таких моделей можно назвать Дж. Б. Джеффри (G. B. Jeffery) (1921), П. А. М. Дирака (P. A. M. Dirac) (1962), В. Израэля (W. Israel) (1970), К. А. Лопеса (C. A. López) (1984), О. Грона (O. Gron) (1984), А. Буринского (1974–2023) и др. К сожалению, все предложенные модели не нашли своего использования в практических расчетах классической и квантовой теории поля.

Второй проблемой, над решением которой работали многие ученые и о которой мы будем говорить в нашей работе, является проблема бесконечной собственной энергии заряженной частицы в классической и квантовой электродинамике. Линейную расходимость собственной энергии в классической электродинамике пытались устранить А. Пуанкаре, М. Борн, Л. Инфельд, П. А. М. Дирак, Дж. Уилер, Р. Фейнман (H. Poincaré, M. Born, L. Infeld, P. A. M. Dirac, J. Wheeler, R. Feynman) и др. Для устранения логарифмической расходимости собственной энергии в квантовой теории поля была разработана процедура перенормировки масс фермионов.

Подобные работы продолжаются и в наше время. Например, в [1, 2] в квантовой электродинамике собственная энергия точечного заряда сходится при учете нелинейности теории в любом конечном порядке разложения лагранжиана Эйлера – Гейзенберга по степеням электрического поля.

В нашей работе на примере электрона мы предлагаем две квантовые модели заряженных элементарных частиц с нулевыми собственными энергиями. При этом, используя квантовую геометрию Райсснера – Нордстрема и пренебрегая чрезвычайно малыми гравитационными коэффициентами, можно все практические расчеты эффектов классической и квантовой электродинамики проводить в парадигме элементарных частиц с точечными массами и электрическими зарядами.

За основу нами было взято феноменологическое описание квантовых черных дыр для модифицированных геометрий Шварцшильда (Sq) и Райсснера – Нордстрема (RNq) [3, 4]. В этом подходе черные дыры содержат квантовые ядра, описываемые когерентными состояниями гравитонов. Средние по когерентным состояниям решения безмассового уравнения Клейна – Гордона для продольных гравитонов приравниваются с определенными коэффициентами классическим потенциалам. Устранение коротких длин волн проводится обрезанием (cut-off) энергии гравитонов. В теории появляется максимальная энергия гравитонов

$$k_{UV} = \frac{\hbar c}{R_S}. \tag{1}$$

Здесь для удобства, как в [3, 4], мы вводим параметр R_S. Первичным в теории является максимальная энергия гравитонов k_{UV}. Наличие квантового

[*] E-mail: vpneznamov@vniief.ru, vpneznamov@mail.ru

ядра дает рост квантовым волосам. Квантовые черные дыры имеют квантовые волосы.

В будущей квантовой теории гравитации обрезание по энергии гравитонов k_{UV} будет заменено строгим интегрированием, а отсутствие коротких длин волн в когерентных состояниях гравитонов будет естественным результатом применения более совершенной квантовой теории.

В нашей работе [5] мы распространили подход [3, 4] на модифицированные геометрии Керра (Kq) и Керра – Ньюмена (KNq), описывающие регулярные незаряженные и заряженные квантовые вращающиеся коллапсары. Здесь, как и в случае геометрии RNq, это название включает в себя либо черные дыры с квантовыми ядрами и с горизонтами событий, либо вращающиеся квантовые ядра без горизонтов событий.

В работе [5] для заряженных вращающихся коллапсаров с массой M, зарядом Q и угловым моментом J при значении параметра

$$R_S = R_S^{reg} = \frac{\pi}{8}\frac{Q^2}{Mc^2} \tag{2}$$

мы получили полную регуляризацию квантовых метрик KNq с конечными значениями таких величин ОТО, как массовая функция $m_{KNq}(r)$, тензор Риччи $R_{\mu\nu}(r,\theta)_q$, скаляр Кретчмана $K_q(r,\theta)$ и т.д.

При $R_S = R_S^{reg}$ полная энергия квантового заряженного вращающегося коллапсара равна $E = Mc^2$, т.е. собственная энергия коллапсара равна нулю. Из-за наличия квантового ядра электромагнитные силы, ответственные за собственную энергию коллапсара, компенсируются гравитационными силами.

Аналогичные результаты получаются и для квантовой метрики RNq [4].

В разд. 2 на основе квантовых геометрий RNq и KNq мы предлагаем две квантовые модели электрона с нулевыми собственными энергиями. В разд. 3 сравниваются модели электронов друг с другом и отдается некоторое предпочтение модели с квантовой геометрией RNq. В Заключении сформулирован основной результат статьи.

В Приложении приведена процедура расчета энергии заряженной вращающейся черной дыры с квантовым ядром (см. [5]).

2. КВАНТОВЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОНА

На основе регулярных квантовых моделей заряженных вращающихся и невращающихся черных дыр [4, 5] мы предлагаем к рассмотрению две квантовые модели электрона с модифицированными метриками KNq и RNq.

2.1. Модифицированная геометрия Керра – Ньюмена

Для модели электрона мы будем использовать метрику Cürses – Cürsey [6][1]:

$$\begin{aligned} ds^2_{KNq} = &\left(1 - \frac{2r\, m^e_{KNq}(r)}{\rho^2}\right) dt^2 + \\ &+ \frac{4a_e\, r\, m^e_{KNq}(r)\sin^2\theta}{\rho^2} dt d\varphi - \\ &- \frac{\rho^2}{\Delta}dr^2 - \rho^2 d\theta^2 - \frac{\Sigma\sin^2\theta}{\rho^2}d\varphi^2, \end{aligned} \tag{3}$$

где $m^e_{KNq}(r)$ — массовая функция,

$$\rho^2 = r^2 + a_e^2\cos^2\theta, \tag{4}$$

$$\Delta = r^2 - 2r\, m^e_{KNq}(r) + a_e^2, \tag{5}$$

$$\Sigma = \left(r^2 + a_e^2\right)^2 - a_e^2\Delta\sin^2\theta, \tag{6}$$

$$a_e = \frac{|J_e|}{m_e} = \frac{\hbar}{2m_e}. \tag{7}$$

В выражении (7) m_e — масса электрона, $|J_e| = \hbar/2$ — спин электрона.

В общем случае для черной дыры с массой M, зарядом Q и угловым моментом J массовые функции $m(r)$ для классических и квантовых метрик Керра (K) и Керра – Ньюмена (KN) не зависят от параметра вращения $a = J/M$ и соответственно равны массовым функциям для классических и квантовых метрик Шварцшильда и Райсснера – Нордстрема.

Для электрона квантовая массовая функция равна

$$\begin{aligned} &m^e_{KNq}(r) = m^e_{RNq}(r) = \\ &= Gm_e\frac{2}{\pi}\mathrm{Si}\left(\frac{k^e_{UV}}{\hbar c}r\right) - \frac{Ge^2}{2r}\left[1 - \cos\left(\frac{k^e_{UV}}{\hbar c}r\right)\right] = \\ &= Gm_e\frac{2}{\pi}\mathrm{Si}\left(\frac{r}{R^e_S}\right) - \frac{Ge^2}{2r}\left[1 - \cos\left(\frac{r}{R^e_S}\right)\right]. \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь $\mathrm{Si}(x) = \int\limits_0^x \frac{\sin x'}{x'}dx'$ — интегральный синус. Согласно (2),

$$R^e_S = \frac{\pi}{8}\frac{e^2}{m_e c^2} = 1.11\cdot 10^{-13}\ \text{см}. \tag{9}$$

[1] Ниже мы будем использовать единицы со скоростью света $c = 1$. При вычислении численных значений параметров теории будет использоваться значение $c = 3\cdot 10^{10}$ см/с.

Согласно (1), максимальная (cut-off) энергия гравитонов равна

$$k^e_{UV}=\frac{\hbar c}{R^e_S}=178\,\text{МэВ}.$$

Асимптотики квантовой массовой функции (8) имеют вид

$$m^e_{KNq}\big|_{r\to\infty}=Gm_e, \tag{10}$$

$$m^e_{KNq}\big|_{r\to 0}=\frac{1}{18}\frac{Gm_e}{\pi}\left(\frac{r}{R^e_S}\right)^3\to 0. \tag{11}$$

Согласно (10), квантовая метрика KN при $r\to\infty$ становится асимптотически плоской.

Для классической метрики KN массовая функция $m^{cl}_{KN}=0$ при $r_e=e^2/2m_e$, т. е. при $r=r_e$ классическая метрика является плоской [7]. Для квантовых метрик Kq и KNq в интервале $r\in(0,\infty)$ всюду присутствует искривленное пространство-время [5].

2.2. Модифицированная геометрия Райсснера – Нордстрема

Квантовую метрику RNq [4] можно получить из выражения (3), полагая $a_e=0$:

$$ds^2_{RNq}=\left(1-\frac{2\,m^e_{RNq}(r)}{r}\right)dt^2-\\ -\frac{1}{1-\dfrac{2\,m^e_{RNq}(r)}{r}}dr^2-r^2\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2\right), \tag{12}$$

где $m^e_{RNq}(r)$ приведено в (8).

Квантовая метрика RNq при $r\to\infty$ является асимптотически плоской (см. (10)). Компонента $g_{00}=-1/g_{11}$ при $r\to 0$ равна

$$g_{00}=1-\frac{Gm_e}{9\pi c^2R^e_S}\left(\frac{r}{R^e_S}\right)^2=\\ =1-2.15\cdot 10^{-44}\left(\frac{r}{R^e_S}\right)^2, \tag{13}$$

т. е. при $r=0$ метрика (12) становится плоской.

2.3. Характеристики моделей электрона

Приведем применительно к электрону некоторые характерные числа:

$$m_e=9.1\cdot 10^{-28}\ \text{г},\quad e^2=2.31\cdot 10^{-19}\ \text{эрг}\cdot\text{см},$$

$$\text{спин: }\frac{\hbar}{2}=0.5\cdot 1.054\cdot 10^{-27}\ \text{эрг}\cdot\text{с},$$

$$G=6.67\cdot 10^{-8}\ \frac{\text{см}^3}{\text{г}\cdot\text{с}^2},\quad c=3\cdot 10^{10}\ \frac{\text{см}}{\text{с}},$$

$$R^e_H=\frac{2Gm_e}{c^2}=1.35\cdot 10^{-55}\ \text{см},$$

$$\frac{Ge^2}{c^4}=\left(1.38\cdot 10^{-34}\right)^2\ \text{см}^2,$$

$$a_e^2=\left(\frac{\hbar}{2m_ec}\right)^2=\left(1.93\cdot 10^{-11}\right)^2\ \text{см}^2,$$

$$\beta_1=\frac{Ge^2}{c^4}\frac{4}{\left(R^e_H\right)^2}=4.2\cdot 10^{42},$$

$$\beta_2=\frac{4a_e^2}{\left(R^e_H\right)^2}=8.2\cdot 10^{88},\ \text{т.е. }\beta_1+\beta_2\gg 1,$$

$$R_{cl}=\frac{e^2}{m_ec^2}=2.82\cdot 10^{-13}\ \text{см},$$

$$R^e_S=\frac{\pi}{8}\frac{e^2}{m_ec^2}=1.11\cdot 10^{-13}\ \text{см},$$

$$k^e_{UV}=\frac{\hbar c}{R^e_S}=178\ \text{МэВ},$$

$$\frac{R^e_S}{R^e_H}=\frac{1.11\cdot 10^{-13}}{1.35\cdot 10^{-55}}=0.82\cdot 10^{42}.$$

Мы видим, что для электрона $\beta_1+\beta_2\gg 1$, $R^e_S/R^e_H\gg 1$. Это означает, что в моделях электрона с квантовыми метриками RNq и KNq отсутствуют горизонты событий [8]. Предлагаемые модели электрона представляют собой либо вращающиеся (KNq), либо невращающиеся (RNq) коллапсары без горизонтов событий и с квантовыми ядрами, определяемыми когерентными состояниями гравитонов с максимальной энергией $k^e_{UV}=178$ МэВ.

2.4. Электромагнитные потенциалы

Для классических метрик Райсснера – Нордстрема и Керра – Ньюмена с массой M и зарядом Q массовая функция состоит из двух слагаемых:

$$m^{cl}(r)=\left(m^{cl}(r)\right)_M+\left(m^{cl}(r)\right)_Q=GM-\frac{GQ^2}{2r}. \tag{14}$$

«Зарядная» часть массовой функции

$$\left(m^{cl}(r)\right)_Q=-GQ^2/2r$$

обеспечивает равенство «зарядных» частей компонент тензора Эйнштейна, разделенных на $8\pi G$, с соответствующими компонентами тензора энергии-импульса электромагнитного поля, определенными из уравнений Максвелла,

$$\frac{\left(G_\mu{}^\nu\right)_Q}{8\pi G}=\left(T_\mu{}^\nu\right)_{em}.$$

При этом для классической геометрии KN электромагнитные потенциалы A_μ выбираются в форме [9]

$$A_\mu = \frac{Qr}{\rho^2}\left(1, 0, 0, -a \sin^2\theta\right). \tag{15}$$

Электромагнитные поля при $r \to \infty$ проявляют себя в виде суперпозиции кулоновского поля и поля магнитного диполя $\mu = Qa$. Гиромагнитное отношение $\mu/|J| = Q/m$, что совпадает с гиромагнитным отношением для дираковского электрона. Сложная внутренняя электромагнитная структура источника классической метрики KN представлена, например, в работе [10].

Для классической метрики Райсснера – Нордстрема (RN) ($a = 0$) в (15) остается только скалярный кулоновский потенциал $A_0 = Q/r$.

Для регулярных квантовых метрик электрона (с учетом связи m_e и e^2 в (9)) «зарядную» часть массовой функции можно оставить такой же, что и для классических метрик RN и KN. Тогда массовая функция (8) будет равна

$$m^e_{RNq}(r) = m^e_{KNq}(r) = \\ = Gm_e\left[\frac{2}{\pi}\mathrm{Si}\left(\frac{r}{R^e_S}\right) + \frac{4}{\pi}\frac{\cos\left(r/R^e_S\right)}{r/R^e_S}\right] - \frac{Ge^2}{2r}. \tag{16}$$

В этом случае электромагнитные свойства предлагаемых моделей электрона совпадают с электромагнитными свойствами источников классических метрик Райсснера – Нордстрема и Керра – Ньюмена.

2.5. Собственная энергия электрона

В работе [5] мы установили, что при

$$R_S = R^{reg}_S = \pi Q^2/8M$$

энергия вращающейся заряженной квантовой черной дыры равна $E = M$ (см. также Приложение). Аналогичное равенство справедливо для квантовой метрики RNq при любом значении R_S. Для моделей электрона в естественных единицах

$$R^e_S = \pi e^2/8m_e c^2 = 1.11 \cdot 10^{-13}\text{см}.$$

Равенство $E = m_e$ означает, что собственная энергия электрона E_{em} равна нулю.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Итак, мы рассмотрели две квантовые модели электрона на основе модифицированных метрик Райсснера – Нордстрема и Керра – Ньюмена. Можно ли на данном этапе отдать предпочтение какой-либо одной модели? Для ответа на этот вопрос проведем сравнение некоторых характеристик рассмотренных моделей. Сравнение проведем при

$$R_S = R^e_S = \frac{\pi e^2}{8m_e}.$$

Таблица. Сравнение характеристик моделей электрона в квантовых геометриях Райсснера – Нордстрема (RNq) и Керра – Ньюмена (KNq)

	Характеристика моделей электрона	RNq	KNq
1	$E_e = m_e,\ \ E_{em} = 0$	+	+
2	Слабое энергетическое условие	+	−
3	$\lvert J\rvert = \hbar/2$, дираковское гиромагнитное отношение $\mu/\lvert J\rvert = e/m_e$	−	+
4	Отсутствие горизонтов событий	+	+
5	Конечность величин ОТО, таких как массовая функция, тензор Риччи, скаляр Кретчмана и т. д.	+	+
6	Совместимость с уравнениями Максвелла	+	+
7	Стационарные связанные состояния в полях регулярных черных дыр	+	−

В таблице знаками «+», «−» обозначено присутствие или отсутствие ключевых характеристик рассмотренных моделей.

Кратко обсудим пункты 1–7 таблицы.

Пункт 1. Для обеих моделей

$$E_e = m_e c^2,\ \ E_{em} = 0.$$

Мы обнаружили важный аспект: гравитация в заряженных квантовых метриках Керра – Ньюмена (с вращением) и Райсснера – Нордстрема (без вращения) при $R_S = R^e_S$ компенсирует электромагнитную составляющую в выражениях для полной энергии квантовой черной дыры.

В классической электродинамике собственная энергия заряженной частицы $E^{cl}_{em} = e^2/2r$ линейно расходится при $r \to 0$. В квантовой теории поля собственная энергия заряженной частицы определяется бесконечным рядом теории возмущений со слагаемыми с логарифмической расходимостью.

Пункт 2. Для квантовой геометрии RNq плотность энергии $\rho_\varepsilon(r)$, радиальное давление $p_1(r)$, напряжения $p_2(r) = p_3(r)$ имеют вид [4]

$$\rho_\varepsilon(r) = -p_1(r) = \frac{m_e}{\pi^2 (R_S^e)^3}\times \\ \times\left[\frac{1}{(r/R_S^e)^4}\left(1-\cos\left(\frac{r}{R_S^e}\right)\right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2(r/R_S^e)^3}\sin\left(\frac{r}{R_S^e}\right)\right], \quad (17)$$

$$p_2(r) = p_3(r) = \frac{m_e}{\pi^2 (R_S^e)^3}\times \\ \times\left[\frac{1}{(r/R_S^e)^4}\left(1-\cos\left(\frac{r}{R_S^e}\right)\right) + \frac{1}{4(r/R_S^e)^2}\cos\left(\frac{r}{R_S^e}\right) - \right. \\ \left. - \frac{3}{4(r/R_S^e)^3}\sin\left(\frac{r}{R_S^e}\right)\right]. \quad (18)$$

При $r \to 0$ имеем $\rho_\varepsilon(r) \to K/24$, $p_i(r) \to -K/24$, где $i = 1,2,3$ и $K = m_e/\pi^2 (R_S^e)^3$. Отсюда следует, что для квантовой геометрии RNq в окрестности $r = 0$ выполняется слабое энергетическое условие $\rho_\varepsilon \geq 0$, $\rho_\varepsilon + p_i \geq 0$, $i = 1,2,3$.

Конкретно формулы (17), (18) показывают, что при $r = 0$ $\rho_\varepsilon = K/24$, $\rho_\varepsilon + p_i = 0$, $i = 1,2,3$.

Для квантовой геометрии RNq при $r = 0$ выполняется также условие энергодоминантности $\rho_\varepsilon \geq |p_i|$, $i = 1,2,3$. В нашем случае $\rho_\varepsilon = |p_i|$.

Для квантовой геометрии Керра–Ньюмена асимптотики плотности энергии $\rho_\varepsilon(r,\mu)$ при $r \to 0$ получаются из формулы (7) в [5] (здесь и ниже $\mu = \cos\theta$):

$$\begin{aligned} &\rho_\varepsilon(r,\mu) = \frac{K}{12}\frac{\mu^2-1}{\mu^4}\left(\frac{r}{a_e}\right)^2, \ \ \mu \neq 0, \\ &\rho_\varepsilon(r,\mu) = 84K, \ \ \mu = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

При $\mu \neq 0, \pm 1$ плотность энергии в окрестности $r = 0$ отрицательна. В этом случае не удовлетворяется ни одно энергетическое условие.

Пункт 3. В квантовой модели KNq можно ввести модуль спина $|J| = \hbar/2$, при этом выполняется дираковское гиромагнитное отношение. Однако введение квантового оператора спина $\mathbf{S} = (\hbar/2)\boldsymbol{\sigma}$ затруднительно при классическом определении углового момента в геометрии Керра–Ньюмена. Выше σ_i — двумерные матрицы Паули.

В квантовой геометрии RNq угловой момент J равен нулю. В квантовой модели электрона с геометрией RNq предполагается, что оператор спина $\mathbf{S}$ и гиромагнитное отношение e/m_e являются чисто квантовыми свойствами, заданными извне.

Пункт 4. В обеих моделях отсутствуют горизонты событий.

Пункт 5. В обеих моделях величины ОТО, такие как массовая функция, тензор Риччи, скаляр Кретчмана и т.д., являются конечными.

Пункт 6. Квантовые геометрии RNq и KNq совместимы с уравнениями Максвелла (см. разд. 2.4 данной работы). Однако, безусловно, электромагнитная структура модели RNq значительно проще, чем электромагнитная структура модели KNq. Источником электромагнитного поля в квантовой модели RNq является точечный электрический заряд e, расположенный в центре системы ($r = 0$). На больших расстояниях электромагнитное поле стремится к кулоновскому полю.

Источником электромагнитного поля в квантовой модели KNq является система токов и поверхностных электрических зарядов, распределенных по диску радиуса $a_e = |J_e|/m_e c$ с центром в $r = 0$ [10].

При $r \to \infty$ электромагнитное поле является суперпозицией кулоновского поля и поля магнитного диполя $\mu = ea$.

Пункт 7. В квантовой геометрии RNq метрика (12) становится асимптотически плоской при $r \to \infty$, и важно, что при $R_S = R_S^e$ и $r \to 0$ метрика (12) также является плоской (см. (13)). В этом случае задачу определения собственных функций и собственных значений уравнения Дирака для движения фермионов в поле RNq можно решать, используя однозначные граничные условия из аналогичной задачи для движения фермионов в кулоновском поле электрона в плоском пространстве Минковского.

В случае квантовой геометрии Керра–Ньюмена мы сталкиваемся с другой ситуацией. При $r \to 0$ и $R_S = R_S^e$ метрика (3) остается неплоской и имеет следующий вид:

$$ds^2_{KNq} = dt^2 - \cos^2\theta dr^2 - a_e^2\cos^2\theta d\theta^2 - \\ - a_e^2 \sin^2\theta d\varphi^2. \quad (20)$$

В [11, 12] показано, что в этом случае уравнение Дирака имеет два квадратично интегрируемых решения, что делает невозможной постановку задачи о собственных значениях и собственных функциях для фермионов, движущихся в классическом или квантовом пространстве-времени KN.

Для определенности квантовомеханической задачи необходимо проводить самосопряженное расширение гамильтониана, что, как правило, приводит к установлению нового граничного условия в окрестности $r = 0$ (см., например, [13, 14]).

В результате анализа таблицы мы пришли к выводу, что в настоящее время предпочтительнее использовать квантовую модель электрона с модифицированной геометрией Райсснера – Нордстрема.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы предложили две квантовые модели электрона с нулевыми собственными энергиями. Модели предложены на основе квантовых геометрий Райсснера – Нордстрема [4] и Керра – Ньюмена [5]. Важным для регуляризации ключевых величин ОТО является выбор $R_S^e = \pi e^2/8m_e c^2 \simeq 1.11 \cdot 10^{-13}$см. При этом $k_{UV}^e = \hbar c/R_S^e \approx 178$ МэВ. Предложенные модели позволяют решить давнюю проблему линейной расходимости собственной энергии заряженной частицы в классической электродинамике. В рассмотренных моделях гравитация компенсирует электромагнитную составляющую в выражениях для полной энергии электрона.

Можно предположить, что при появлении более совершенных квантовых теорий гравитации аналогичным образом будет решена проблема бесконечной собственной энергии заряженных фермионов в квантовой теории поля.

Примечательно, что при использовании модели электрона с квантовой геометрией Райсснера – Нордстрема можно кроме нулевой собственной энергии все остальные эффекты классической и квантовой электродинамики вычислять в стандартной парадигме элементарной частицы с точечными массой m_e и электрическим зарядом $e < 0$. Это связано с чрезвычайно малыми значениями коэффициентов $Gm_e/c^2 \simeq 0.7 \cdot 10^{-55}$ см и $Ge^2/c^4 \simeq 1.9 \cdot 10^{-68}$ см^2 в формуле (16) для массовой функции $m_{RNq}^e(r)$. Учет столь малых коэффициентов в численных расчетах и сравнение с экспериментами чрезвычайно высокой точности — дело отдаленного будущего. Исключением является вычисление полной энергии заряженной элементарной частицы и ее собственной энергии.

Пренебрежение коэффициентами Gm_e/c^2 и Ge^2/c^4 превращает квантовую геометрию Райсснера – Нордстрема в плоское пространство-время Минковского. В этом случае мы возвращаемся в область применимости классической и квантовой электродинамики заряженных лептонов Стандартной модели.

Финансирование. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, проект «Физика частиц и космология».

Благодарности. Авторы благодарны С. Ю. Седову за многочисленные обсуждения некоторых разделов нашей статьи, а также А. Л. Новоселовой за существенную техническую помощь в подготовке статьи.

ПРИЛОЖЕНИЕ. ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ С КВАНТОВЫМ ЯДРОМ [5]

Для квантовой метрики KN полная энергия, определяемая интегралом по объему от плотности энергии ${T_0}^0 \equiv \rho_\varepsilon(r,\theta)$ равна

$$
\begin{aligned}
E &= \int {T_0}^0 \sqrt{-g}\,dV = \frac{1}{4G}\int_0^\infty dr \int_{-1}^{1} d\mu \left(r^2 + a^2\mu^2\right) {G_0}^0(r,\mu) = \\
&= \frac{1}{4G}\int_0^\infty dr \int_{-1}^{1} d\mu \left[2\frac{r^4 + \left(\rho^2 - r^2\right)^2 + a^2\left(2r^2 - \rho^2\right)}{\rho^4} m'_{KN_q} - \frac{ra^2\left(1-\mu^2\right)}{\rho^2} m''_{KN_q}\right] = \\
&= \frac{1}{4G}\int_0^\infty dr \Bigg\{ \left[8 - 4\frac{r}{a}\operatorname{arctg}\frac{a}{r}\right]\left[GM\frac{2}{\pi}\frac{\sin(r/R_S)}{r} + \frac{CQ^2}{2r^2}\left(1 - \cos\left(\frac{r}{R_S}\right)\right) - \frac{CQ^2}{2rR_S}\sin\left(\frac{r}{R_S}\right)\right] + \\
&+ \left[2r - 2\frac{r^2}{a}\operatorname{arctg}\frac{a}{r} - 2a\operatorname{arctg}\frac{a}{r}\right]\left[GM\frac{2}{\pi}\frac{\cos(r/R_S)}{r/R_S}\frac{1}{R_S^2} - GM\frac{2}{\pi}\frac{\sin(r/R_S)}{(r/R_S)^2}\frac{1}{R_S^2} - \frac{CQ^2}{r^3}\left(1 - \cos\left(\frac{r}{R_S}\right)\right) + \right. \\
&+ \left.\frac{CQ^2}{r^2R_S}\sin\left(\frac{r}{R_S}\right) - \frac{CQ^2}{2rR_S^2}\cos\left(\frac{r}{R_S}\right)\right]\Bigg\} = M + \frac{1}{2}\frac{|J|}{R_S} - \frac{\pi}{16}\frac{Q^2|J|}{M}\frac{1}{R_S^2} = M + \frac{1}{2}\frac{|J|}{\hbar}k_{UV} - \frac{\pi}{16}\frac{Q^2|J|}{M}\frac{k_{UV}^2}{\hbar^2}.
\end{aligned}
$$

Для метрик K, KN

$$\sqrt{-g} = \rho^2 \sin\theta; \;\; \rho^2 = r^2 + a^2\mu^2, \;\; \mu = \cos\theta;$$

$$m'_{KNq} \equiv \frac{dm_{KNq}}{dr}, \;\; m''_{KNq} \equiv \frac{d^2 m_{KNq}}{dr^2},$$

$$m_{KNq} = GM\frac{2}{\pi}\mathrm{Si}\left(\frac{r}{R_S}\right) - \frac{GQ^2}{2r}\left(1 - \cos\left(\frac{r}{R_S}\right)\right).$$

При

$$R_S = R_S^{reg} = \frac{\pi}{8}\frac{Q^2}{Mc^2}$$

полная энергия квантового заряженного вращающегося коллапсара равна $E = Mc^2$. Величины ОТО, такие как массовая функция $m\,(r)$, тензор Риччи $R_{\mu\nu}\,(r,\theta)$, скаляр Кретчмана $K\,(r,\theta)$ и т. д. становятся регулярными.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. V. Costa, D. M. Gitman, and A. E. Shabad, Phys. Scripta **90**, 074012 (2015).
2. T. K. Адорно, Д. М. Гитман, А. Е. Шабад, А. А. Шишмарев, Изв. вузов, Физика, №11 (2016).
3. K. Casadio, Int. J. Mod. Phys. D **31**, 2250128 (2022); arXiv: 2103.00183v4 (gr-qc).
4. R. Casadio, A. Giusti, and J. Ovalle, Phys. Rev. D **105**, 124026 (2022); arXiv: 2203.03252v2 (gr-qc).
5. V. P. Neznamov, S.Yu. Sedov, and V. E. Shemarulin, Int. J. Mod. Phys. A **39**, 2450012 (2024).
6. M. Cürses and F. Cürsey, J. Math. Phys. **16**, 2385 (1975).
7. C. A. López, Phys. Rev. D **30**, 313 (1984).
8. В. П. Незнамов, И. И. Сафронов, В. Е. Шемарулин, Доклады Российской академии наук, Физика, технические науки **511**, 16 (2023).
9. B. Carter, Phys. Rev. **174**, 1559 (1968).
10. C. L. Pekeris and K. Frankowski, Phys. Rev. A **36**, 5118 (1987).
11. C. L. Pekeris, Phys. Rev. A **35**, 14 (1987).
12. C. L. Pekeris and K. Frankowski, Phys. Rev. A **39**, 518 (1989).
13. D. M. Gitman, I. V. Tyutin, and B. L. Voronov, *Self-Adjoint Extensions in Quantum Mechanics: General Theory and Applications to Schrödinger and Dirac Equations with Singular Potentials*, Progr. Math. Phys. **62**, Birkhauser, New York (2012).
14. A. E. Shabad, J. Phys. A **38**, 7419 (2005); arXiv:hep-th/0502139 (2005).