

ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫЙ МАЛОГАБАРИТНЫЙ ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКИЙ КОМПОНЕНТ ФОТОННОГО МАТРИЧНОГО УМНОЖИТЕЛЯ

В. А. Коньшев^a, Т. О. Лукинъа^{a}, О. Е. Наный^{a,b}, И. И. Петренко^a, В. Н. Трещиков^a,
Р. Р. Убайдуллаев^a*

*^a ООО «Т8 НТЦ»
107076, Москва, Россия*

*^b Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
физический факультет
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 24 сентября 2024 г.,
после переработки 13 декабря 2024 г.
Принята к публикации 16 декабря 2024 г.

Перспективным классом оптических устройств для выполнения аналогового векторно-матричного умножения являются управляемые сети модуляторов Маха–Цендера, реализующие произвольные матрицы, например матрицы весов для полносвязной нейронной сети или матрицы ядра для сверточных нейронных сетей. В данной работе устранены главные недостатки таких устройств: ограниченные возможности масштабирования и сравнительно высокое энергопотребление, связанные с большими размерами управляемого элемента сети — модулятора Маха–Цендера с двумя входами и двумя выходами. Установлено, что функции модулятора Маха–Цендера может выполнять новый высокоэффективный компонент на основе микрокольцевого резонатора, туннельно связанного с несимметричным интерферометром Маха–Цендера. Установлено также, что такой элемент обеспечивает увеличение эффективности фазовой модуляции, которая практически совпадает с эффективностью фазовой модуляции в микрокольцевом резонаторе, но полностью устраняет паразитную амплитудную модуляцию, характерную для фазового модулятора на основе управляемого микрокольцевого резонатора.

DOI: 10.31857/S0044451025040029

1. ВВЕДЕНИЕ

Сегодня человечество переживает информационный бум, возникший на базе информационных технологий, взрывной рост которых поддерживает череда революционных инноваций и достижений в области передачи [1, 2] и обработки [3–5] информации. Потребность в продолжении экспоненциального роста пропускной способности сетей передачи информации в настоящее время удовлетворяется развитием волоконно-оптических систем связи. Оптические (фотонные) технологии в области передачи информации представляются безальтернативными в обозримом будущем для увеличения пропускной

способности сетей, снижения энергопотребления и миниатюризации оборудования. Ожидается проникновение оптических технологий в область компьютерных межсоединений со все меньшей дальностью передачи информации [6].

В области обработки информации в настоящее время доминируют технологии, опирающиеся на электронные компоненты, ключевым преимуществом которых является компактность, определяемая высокой плотностью расположения компонентов, достигающей 10^{10} см⁻² [7].

Выполнение математических операций с использованием аналоговой оптической обработки сигналов позволяет, в принципе, значительно увеличить скорость вычислений, снизить энергетические затраты и уменьшить стоимость вычислительных систем [3]. Таким образом, оптические методы для выполнения математических операций могут успеш-

* E-mail: lukashova@t8.ru

но дополнять методы, базирующиеся на электронных вычислительных устройствах. Поскольку оптическими методами удастся повысить скорость векторно-матричного и матрично-матричного умножения, наиболее перспективно их использование (с учетом пока ограниченной точности оптических аналоговых вычислений) в многослойных нейронных сетях в качестве сопроцессора традиционных вычислительных систем [8–14]. Одним из наиболее перспективных оптических устройств для выполнения векторно-матричного умножения является сеть модуляторов Маха–Цендера (ММЦ, MZM), реализующая произвольную матрицу, например матрицу весов для полносвязной нейронной сети или матрицу ядра для сверточных нейронных сетей [8].

Известно, что любую матрицу M с помощью сингулярного разложения можно представить в виде произведения двух унитарных (U и V^\dagger) и одной диагональной (Z) матриц: $M = UZV^\dagger$. Унитарные матрицы (U и V^\dagger) могут быть реализованы с помощью сетки интегральных перестраиваемых ММЦ [15], причем каждый ММЦ имеет два входа и два выхода и производит поворот двумерного вектора в унитарном пространстве $SU(2)$. Диагональная матрица (Z) может быть реализована с помощью линейки интегральных перестраиваемых ММЦ с одним входом и одним выходом. Интегральная фотонная сеть на основе перестраиваемых ММЦ отличается универсальностью и относительно слабой чувствительностью к погрешностям изготовления, однако занимает много пространства на чипе, что ограничивает возможности ее масштабирования [3, 4, 16]. Большой размер устройств на основе перестраиваемых ММЦ связан с большой длиной (единицы мм) линейных фазовых модуляторов для получения π -сдвига. Известно, что размер перестраиваемого интегрального ММЦ может быть существенно уменьшен при замене классических перестраиваемых фазовых элементов резонансными элементами в виде кольцевых резонаторов [17–19]. Однако существенное уменьшение размеров фазовых модуляторов (ФМ) на основе кольцевых резонаторов сопровождается возникновением паразитной амплитудной модуляции, затрудняющей использование таких элементов для выполнения векторно-матричного умножения.

В настоящей работе установлена возможность устранения паразитной амплитудной модуляции и создания чисто фазового модулятора, сохраняющего высокую эффективность модуляции, характерную для микрокольцевого резонатора. В работе обнаружена и продемонстрирована возможность интерференционного управления соотношением изме-

нений амплитуды и фазовых сдвигов в модуляторе на основе интерферометра Маха–Цендера с кольцевым перестраиваемым микрорезонатором в одном из плеч интерферометра.

2. УСТРОЙСТВО И СВОЙСТВА ФАЗОСДВИГАТЕЛЕЙ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТОВ ФОТОННОГО МАТРИЧНОГО УМНОЖИТЕЛЯ

Элементарным компонентом традиционного интегрального фотонного перемножителя являются ММЦ. Они осуществляют преобразование входного вектора размерности 2, задаваемого амплитудами поля на двух входах ММЦ, в выходной вектор размерности 2, задаваемый амплитудами поля на двух выходах ММЦ. Таким образом, традиционный элементарный вычислительный компонент умножителя на фотонной интегральной схеме (ФИС) с когерентным преобразованием оптических сигналов представляет собой ММЦ с одним или двумя устройствами сдвига фазы. Оптическая схема такого устройства приведена на рис. 1 а, на рис. 1 б показан вариант миниатюрного устройства, в котором перестраиваемый фазовый набег создает микрокольцевой резонатор (RA-MZM).

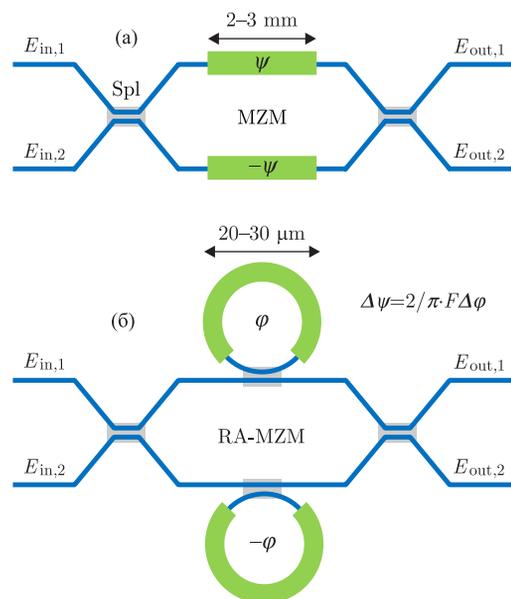


Рис. 1. Интерференционные модуляторы: Маха–Цендера (MZM) (а), усиленный ММЦ кольцевым резонатором в плечах ММЦ (RA-MZM) (б)

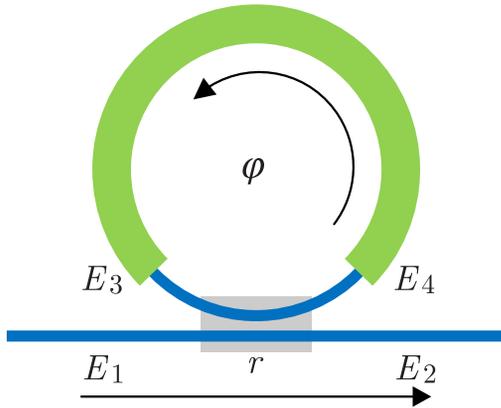


Рис. 2. Оптическая схема ФМ «кольцо на волновде»

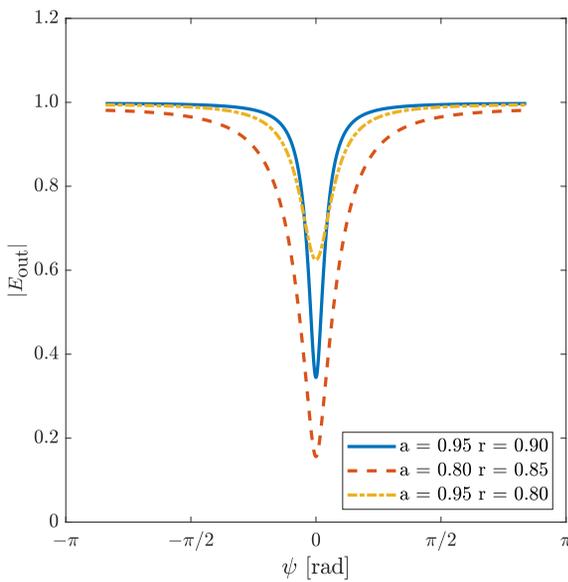


Рис. 3. Паразитные амплитудные передаточные функции ФМ «кольцо на волновде»

Выигрыш в размерах и снижение энергопотребления связаны с тем, что фазовый набег, создаваемый микрокольцевым резонатором вблизи рабочей точки, в $2F/\pi$ раз превышает фазовый набег, создаваемый линейным устройством для сдвига фазы, где F — параметр резкости кольца (finesse), и может составлять от 10 до 100. Выигрыш в размере, однако, сопровождается возникновением паразитной амплитудной модуляции.

Рассмотрим преобразование входного сигнала амплитудой E_1 в волновде с кольцевым резонатором. Выходной сигнал E_2 связан с входным следующим соотношением:

$$E_2 = E_1 \frac{r - a \exp(i\varphi)}{1 - ra \exp(i\varphi)}, \quad (1)$$

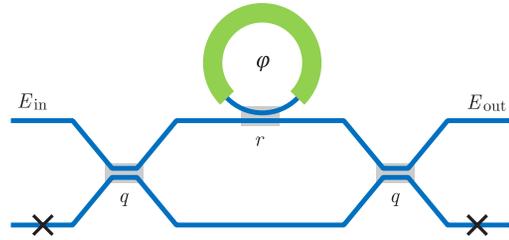


Рис. 4. Оптическая схема компактного ФМ «кольцо на интерферометре Маха – Цендера»

где a — коэффициент передачи кольца по амплитуде, r — коэффициент пропускания сплиттера при кольце (см. рис. 2), φ — сдвиг фазы в кольце, i — мнимая единица.

Паразитная модуляция (см. рис. 3) препятствует использованию RA-MZM во многих приложениях. Поэтому рядом исследовательских групп проводится целенаправленный поиск методов компенсации паразитной амплитудной модуляции. В работе [20] предложены сложные схемы балансировки амплитудной модуляции с использованием нескольких дополнительных кольцевых резонаторов.

В данной работе установлено, что устранить паразитную амплитудную модуляцию позволяет установка кольцевого резонатора на одном из плеч интерферометра Маха – Цендера при правильном выборе коэффициентов q деления X-разветвителей. Схема компактного фазового модулятора без паразитной амплитудной модуляции приведена на рис. 4.

Как показано в Приложении, модуль амплитуды сигнала не изменяется при перестройке сдвига фазы в широких пределах (см. рис. 5) при выполнении следующего условия:

$$q = \frac{1 - r^2 a^2}{(1 + r)(1 - ra^2)}, \quad (2)$$

где q — коэффициент деления сплиттеров в интерферометре Маха – Цендера.

Эффективность использования кольцевого микрорезонатора, определяемая как увеличение эффективного сдвига фаз, дается следующим выражением (подробно рассмотрено в Приложении):

$$\left. \frac{d\psi}{d\varphi} \right|_{\varphi=0} = \frac{q(1 - r^2)a}{(1 - ra)(1 - ra - q(1 + r)(1 - a))}, \quad (3)$$

где ψ — эффективный сдвиг фазы (сдвиг фазы на выходе из элемента). При использовании одинаковых технологий это же отношение характеризует достижимую степень миниатюризации (уменьшение размеров) устройства.

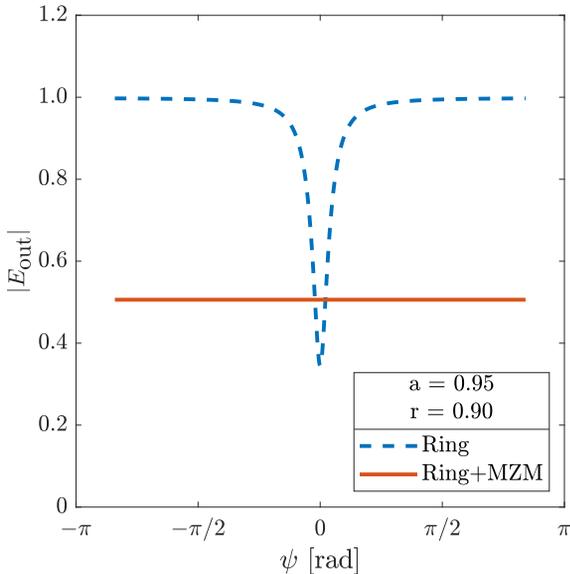


Рис. 5. Сравнение амплитудной передаточной функции компактного ФМ «кольцо на интерферометре Маха–Цендера» с паразитной амплитудной передаточной функцией ФМ «кольцо на волноводе»

3. АРХИТЕКТУРА ЭЛЕМЕНТАРНОГО ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКОГО КОМПОНЕНТА ФОТОННОГО МАТРИЧНОГО УМНОЖИТЕЛЯ

Архитектура push-pull (рис. 6) позволяет варьировать выходную фазу в диапазоне $(-\pi, \pi)$, при малом изменении фазы $\Delta\varphi$ в кольце. В каждое плечо модулятора Маха–Цендера помещается компактный фазовый модулятор типа показанного на рис. 4 с компенсацией паразитной амплитудной модуляции. Каждый из таких фазовых модуляторов должен обеспечить сдвиг $\Delta\psi$ в диапазоне $(-\pi/2, \pi/2)$. Как показано на рис. 7, для этого достаточно варьировать фазу в кольце в диапазоне в 10 раз меньшем. Отношение $\Delta\psi/\Delta\varphi \approx 10$.

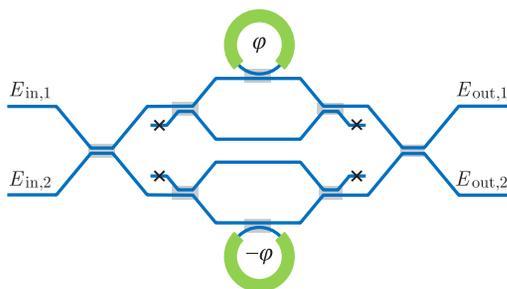


Рис. 6. Оптическая схема элементарного интегрально-оптического компонента фотонного матричного умножителя. Архитектура push-pull

4. ВАРИАНТЫ ПРИМЕНЕНИЯ

Приведенные на рис. 8 графики наглядно демонстрируют возможность компенсации предложенным в данной работе методом даже очень сильной паразитной амплитудной модуляции. Однако большие потери на фазовом элементе (5.9 дБ) при рассмотренных параметрах устройства ограничивают область его практического применения. Столь высокие потери на рассмотренном устройстве связаны с большой величиной затухания в кольцевом микрорезонаторе, заложенной в расчет для наглядной демонстрации принципа работы и возможности устранения (теоретически полного) паразитной амплитудной модуляции любой величины.

В современных интегральных компонентах, выполненных по технологии «кремний на изоляторе» (SOI), типичные погонные потери α_{dB} в прямом фотонном волноводе (фотонном проводе) при современных технологиях изготовления составляют $0.5 \div 2$ дБ/см, а изгибные потери при радиусе изгиба большем 10 мкм пренебрежимо малы (изгибные потери сопоставимы по уровню с прямыми при радиусе изгиба около 2 мкм [2, 21]). В кольцевом резонаторе с диаметром $d = 30$ мкм при потерях $\alpha_{dB} = 2$ дБ/см коэффициент передачи кольца $a = 0.998$.

Как показано на рис. 9, при такой величине a и $r = 0.9$ подобранный коэффициент деления сплиттера $q = 0.98$, а коэффициент передачи по амплитуде превышает 0.96, что соответствует потерям на компоненте 0.32 дБ. В этом случае достигается 15-кратный выигрыш в эффективности модуляции.

Уровень потерь 0.32 дБ на компонент позволяет изготавливать на его основе универсальное линейное ядро для перемножения входного вектора на матрицу размером 10×10 (100 фазовых элементов) или даже 20×20 (400 фазовых элементов). В настоящее время созданы макеты сетей ММЦ из более 76 элементов [8, 22]. Для настройки фаз ММЦ используется термооптический эффект, что ведет к затратам мощности для управляемого нагрева примерно 25 мВт на каждый ММЦ, т.е. 2.5 Вт на матрицу 10×10 . Замена ММЦ предложенным фазовым элементом обеспечивает снижение потребляемой мощности до примерно 0.2 Вт для матрицы 10×10 и до 0.8 Вт для матрицы 20×20 . Поскольку именно потребляемая мощность ограничивает возможности масштабирования оптических сетей с температурной настройкой для реализации матричных опера-

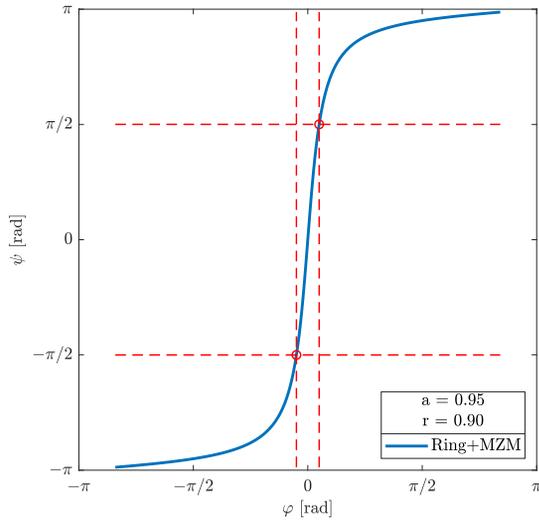


Рис. 7. Выигрыш режима push-pull

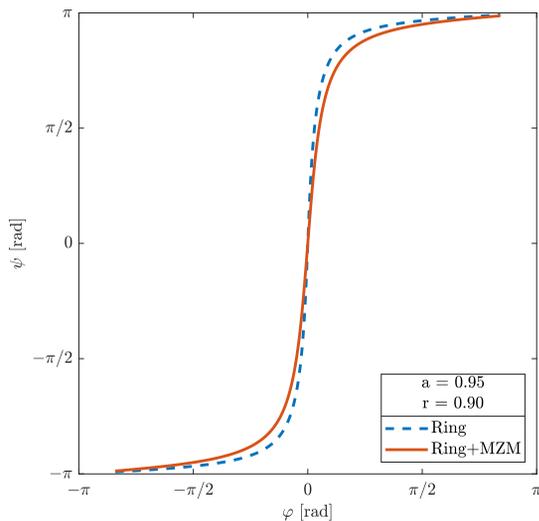


Рис. 8. Зависимость сдвига фазы на выходе из элемента от набега фазы в кольце. Штриховая линия — элемент «кольцо», сплошная линия — «кольцо на интерферометре Маха–Цендера»

ций, уменьшение потребляемой мощности для настройки каждого элемента позволит увеличить размеры матрицы до 30×30 , при этом потребляемая мощность останется на уровне 2 Вт, как в сетях на основе ММЦ размером 10×10 [8, 22]. При этом уровень потерь для световых сигналов в программируемой матрице 30×30 , составляющий $30 \cdot 0.32 \approx 10$ дБ, остается на приемлемом уровне.

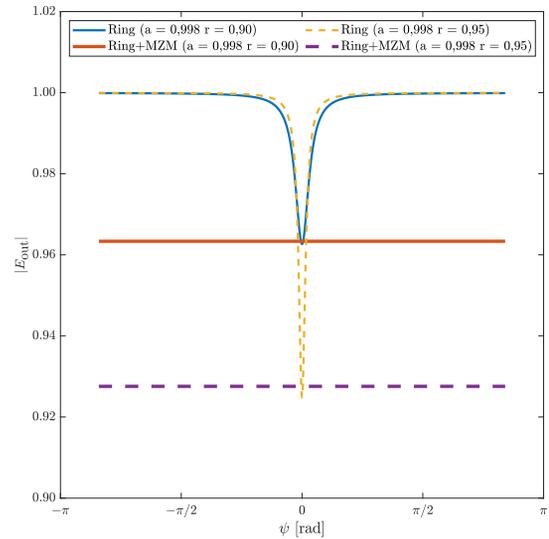


Рис. 9. Сравнение паразитных амплитудных передаточных функций предложенного ФМ «кольцо на интерферометре Маха–Цендера» с паразитными амплитудными передаточными функциями ФМ «кольцо на волноводе» при параметрах, характерных для современного уровня технологий

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе установлено, что функцию модулятора Маха–Цендера, заключающуюся в реализации унитарной матрицы $SU(2)$, может выполнять новый высокоэффективный компонент на основе микрокольцевого резонатора, туннельно связанного с несимметричным интерферометром Маха–Цендера. Установлено, что такой элемент обеспечивает увеличение эффективности фазовой модуляции, которая практически совпадает с эффективностью фазовой модуляции в резонансном микрокольцевом резонаторе, но полностью устраняет паразитную амплитудную модуляцию, присутствующую в фазовых модуляторах на основе управляемого микрокольцевого резонатора. Предложена схема фотонного компонента, необходимого для реализации векторного-матричного и матрично-матричного оптического умножения. Интегральная фотонная вычислительная сеть на основе предложенного компонента, так же как сеть на основе перестраиваемых ММЦ, обладает универсальностью и относительно слабой чувствительностью к погрешностям изготовления. При этом устраняется главный недостаток традиционных схем фотонного умножителя на ММЦ: сравнительно большой размер ММЦ и, главное, большие энергозатраты, ограничивающие плотность интеграции. Использование предложенного

элементарного интегрально-оптического компонента фотонного матричного множителя позволит одновременно увеличить плотность интеграции и уменьшить потребляемую мощность. Такой результат достигнут благодаря продемонстрированной возможности увеличения эффективности фазовой модуляции при практически полном устранении паразитной амплитудной модуляции. При использовании современного уровня развития технологии кремниевой фотоники на основе предложенного элемента можно создавать ФИС, реализующие произвольную матрицу размером 30×30 .

ПРИЛОЖЕНИЕ

Докажем возможность полного устранения паразитной амплитудной модуляции в элементе «кольцо на интерферометре Маха–Цендера» и рассчитаем параметры предложенного устройства.

Рассмотрим трансфер-функцию F , переводящую поле на входе модулятора в поле на выходе:

$$E_{out} = FE_{in}. \tag{4}$$

Это комплексное число, являющееся функцией от параметра, которым мы можем управлять, а именно фазы φ , набегающей в кольце. Управлять данной фазой мы можем с помощью нагрева кольцевого участка волновода.

Перейдем от фазы φ к комплексной величине $z = \exp(i\varphi)$. Тогда трансфер-функция F будет являться некоторой функцией от z . Мы покажем, что это будет дробно-линейная функция с некоторыми коэффициентами A, B, C и D :

$$F(z) = \frac{Az + B}{Cz + D}. \tag{5}$$

Точки z лежат на единичной окружности. Наша задача, чтобы все значения F лежали на некоторой окружности с центром в нуле, тогда в выходном сигнале не будет амплитудной модуляции при изменении фазы φ .

Окружность переходит в окружность при преобразовании инверсии

Рассмотрим преобразование комплексной плоскости

$$w = \frac{1}{z}.$$

Надо доказать, что окружность переходит в окружность при таком преобразовании.

Введем обозначения

$$z = x + iy, \quad \bar{z} = x - iy.$$

Уравнение окружности радиусом R с центром в точке $z_0 = x_0 + iy_0$:

$$|z - z_0| = R, \tag{6}$$

$$(z - z_0)(\bar{z} - \bar{z}_0) = R^2, \tag{7}$$

$$z\bar{z} - z_0\bar{z} - \bar{z}_0z + s = 0, \tag{8}$$

где

$$s = z_0\bar{z}_0 - R^2 = x_0^2 + y_0^2 - R^2.$$

Выражение (8) есть уравнение произвольной окружности в комплексной форме. Поделим это уравнение на $sz\bar{z}$ и запишем слагаемые в обратном порядке:

$$\frac{1}{z\bar{z}} - \frac{\bar{z}_0}{s} \frac{1}{z} - \frac{z_0}{s} \frac{1}{\bar{z}} + \frac{1}{s} = 0.$$

Мы получили уравнение для кривой в комплексной плоскости $w = u + iv$:

$$w\bar{w} - w_0\bar{w} - \bar{w}_0w + p = 0, \tag{9}$$

с коэффициентами уравнения

$$w_0 = \frac{\bar{z}_0}{s}, \quad p = \frac{1}{s}.$$

Выражение (9) есть уравнение окружности с центром в точке $w_0 = u_0 + iv_0$ и радиусом, равным $\sqrt{w_0\bar{w}_0 - p}$.

Условие преобразования единичной окружности

Канонический вид дробно-линейного преобразования комплексной плоскости:

$$w = \frac{Az + B}{Cz + D}. \tag{10}$$

Дополнительное ограничение состоит в том, что параметры — действительные числа. Каноническое преобразование состоит из суперпозиции элементарных сдвигов, растяжений и инверсии. Каждое из элементарных преобразований переводит окружность в окружность, причем центр окружности остается на действительной оси. Следовательно, произвольное каноническое преобразование с действительными коэффициентами A, B, C и D переводит единичную окружность в некоторую окружность с центром на действительной оси.

Надо найти взаимную связь параметров A, B, C и D , при которой единичная окружность с центром

в нуле переходит в окружность некоторого радиуса с центром в нуле. Для этого достаточно рассмотреть, куда переходят точки $z = \pm 1$:

$$\begin{aligned} w(z=1) &= -w(z=-1), \\ \frac{A+B}{C+D} &= -\frac{-A+B}{-C+D}, \\ (A+B)(D-C) &= (A-B)(C+D), \\ AD+BD-AC-BC &= AC-BC+AD-BD, \\ BD-AC &= AC-BD, \\ AC &= BD. \end{aligned} \quad (11)$$

Свойства кольцевого резонатора

Рассмотрим кольцевой резонатор. Его схема изображена на рис. 2. Найдем трансфер-функцию данного элемента. В месте соединения кольца с волноводом расположен X -сплиттер. Его трансфер-матрица

$$T_R = \begin{pmatrix} r & it \\ it & r \end{pmatrix}, \quad (12)$$

причем $r^2+t^2=1$. Запишем систему уравнений, описывающих резонатор в линейном режиме. Два уравнения вытекают из трансфер-матрицы сплиттера:

$$\begin{pmatrix} E_4 \\ E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & it \\ it & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3 \\ E_1 \end{pmatrix}.$$

Еще одно уравнение получается из движения сигнала по кольцу:

$$E_3 = E_4 a \exp(i\varphi),$$

где a — затухание амплитуды поля при движении по кольцу, φ — набег фазы при этом движении.

Обозначим $z = \exp(i\varphi)$. Тогда система уравнений будет выглядеть как

$$\begin{cases} E_4 = rE_3 + itE_1, \\ E_2 = itE_3 + rE_1, \\ E_3 = azE_4. \end{cases}$$

Умножаем первое уравнение на az и используем третье уравнение. Находим связь E_3 и E_1 :

$$\begin{aligned} azE_4 &= E_3 = razE_3 + itazE_1, \\ (1-raz)E_3 &= itazE_1, \\ E_3 &= \frac{itaz}{1-raz}E_1. \end{aligned}$$

Подставляем E_3 во второе уравнение и находим связь E_2 и E_1 :

$$E_2 = \frac{r-az}{1-raz}E_1.$$

Таким образом, трансфер-функция кольцевого резонатора имеет вид

$$F_R = \frac{r-az}{1-raz}. \quad (13)$$

Найдем трансфер-функцию кольца на ММЦ с одним входом и одним выходом. Схема данного оптического элемента изображена на рис. 4. Перед кольцом и после кольца расположены X -сплиттеры с трансфер-матрицей

$$T_M = \begin{pmatrix} \sqrt{q} & i\sqrt{1-q} \\ i\sqrt{1-q} & q \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Искомая трансфер-функция находится по формуле

$$\begin{aligned} F &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} T_M \begin{pmatrix} F_R & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} T_M \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{q} & i\sqrt{1-q} \\ i\sqrt{1-q} & q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_R & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{q} \\ i\sqrt{1-q} \end{pmatrix} = \\ &= qF_R - (1-q) = qF_R + q - 1. \end{aligned}$$

Подставляя выражение (13) для трансфер-функции кольца, получаем

$$\begin{aligned} F &= q \frac{r-az}{1-raz} + q - 1 = \\ &= \frac{qr + q - 1 + (-qa - qra + ra)z}{1-raz}. \end{aligned}$$

Приведем трансфер-функцию к каноническому виду дробно-линейного преобразования:

$$F = \frac{Az+B}{Cz+D},$$

где

$$\begin{aligned} A &= -q(1+r)a + ra, \\ B &= q(1+r) - 1, \\ C &= -ra, \\ D &= 1. \end{aligned} \quad (15)$$

Если мы хотим найти такое дробно-линейное преобразование, переводящее единичную окружность в окружность некоторого радиуса с центром в нуле, нам нужно воспользоваться формулой (11):

$$\begin{aligned} AC &= BD, \\ -ra(-q(1+r)a + ra) &= q(1+r) - 1, \\ q(1+r)(1-ra^2) &= 1 - r^2a^2. \end{aligned}$$

Отсюда находим выражение для q :

$$q = \frac{1 - r^2 a^2}{(1 + r)(1 - ra^2)}. \quad (16)$$

Мы получили искомый коэффициент деления сплиттеров, позволяющий организовать оптический элемент с постоянной выходной мощностью, не меняющейся при сдвигании фазы.

Множитель изменения фазы

Подсчитаем в общем случае канонического вида дробно-линейного преобразования (10), насколько у нас возрастает возможность изменения фазы. Найдем производную в точке $z = 1$:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dw}{dz} \right|_{z=1} &= \left. \frac{A(Cz + D) - (Az + B)C}{(Cz + D)^2} \right|_{z=1} = \\ &= \frac{AD - BC}{(C + D)^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

Рассмотрим малые отклонения фазы от нуля:

$$\begin{aligned} z &= \exp(i\varphi) \approx 1 + i\varphi, \\ w &= w|_{z=1} \exp(i\psi) \approx \frac{A + B}{C + D}(1 + i\psi). \end{aligned}$$

Здесь угол ψ — фаза комплексного числа w . Тогда для малых отклонений можно написать:

$$\left. \frac{dw}{dz} \right|_{z=1} = \frac{A + B}{C + D} \left. \frac{d\psi}{d\varphi} \right|_{\varphi=0}.$$

Выражая отсюда производную по углу и используя формулу (17), получаем

$$\left. \frac{d\psi}{d\varphi} \right|_{\varphi=0} = \frac{C + D}{A + B} \left. \frac{dw}{dz} \right|_{z=1} = \frac{AD - BC}{(A + B)(C + D)}.$$

Подставляя значения параметров A , B , C и D из (15), получим общую формулу для кольца на интерферометре с произвольным значением сплиттеров q :

$$\left. \frac{d\psi}{d\varphi} \right|_{\varphi=0} = \frac{q(1 - r^2)a}{(1 - ra)(1 - ra - q(1 + r)(1 - a))}. \quad (18)$$

Случай отдельного кольца соответствует значению $q = 1$:

$$\left. \frac{d\psi}{d\varphi} \right|_{\varphi=0} = \frac{(1 - r^2)a}{(1 - ra)(a - r)}. \quad (19)$$

В случае кольца на интерферометре с подобранным значением q из выражения (16) имеем

$$\left. \frac{d\psi}{d\varphi} \right|_{\varphi=0} = \frac{1 + ra}{1 - ra}. \quad (20)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Кобышев, А. В. Леонов, О. Е. Наний и др., Квант. электр. **52**, 1102 (2022).
2. В. Н. Трещиков, В. Н. Листвин, *DWDM-системы*, Техносфера, Москва (2024).
3. А. И. Мусорин, А. С. Шорохов, А. А. Чежегов и др., УФН **193**, 1284 (2023).
4. S. Ou, A. Sludds, R. Hamerly et al., arXiv:2401.18050v3 (2024).
5. K. Yao, R. Unni, and Y. Zheng, Nanophotonics **8**, 339 (2019).
6. E. Agrell, M. Karlsson, A. R. Chraplyvy et al., J. Opt. **18**, 063002 (2016).
7. NVIDIA Hopper Architecture In-Depth (2022), <https://developer.nvidia.com/blog/nvidia-hopper-architecture-in-depth/>.
8. Y. Shen, N. C. Harris, S. Skirlo et al., Nature Photon. **11**, 441 (2017).
9. J. Feldmann, N. Youngblood, M. Karpov et al., Nature **589**, 52 (2021).
10. B. Dong, S. Aggarwal, W. Zhou et al., Nature Photon. **17**, 1080 (2023).
11. F. Ashtiani, A. J. Geers, F. Aflatouni et al., Nature **606**, 501 (2022).
12. Z. Chen, A. Sludds, R. Davis et al., Nature Photon. **17**, 723 (2023).
13. A. N. Tait, T. F. de Lima, E. Zhou et al., Sci. Rep. **7**, 7430 (2017).
14. X. Xu, M. Tan, B. Corcoran et al., Nature **589**, 44 (2021).
15. W. R. Clements, P. C. Humphreys, B. J. Metcalf et al., Optica **3**, 1460 (2016).
16. N. C. Harris, J. Carolan, D. Bunandar et al., Optica **5**, 1623 (2018).
17. W. Bogaerts, P. de Heyn, T. van Vaerenbergh et al., Laser Photon. Rev. **6**, 47 (2012).
18. M. Pantouvaki, P. Verheyen, J. de Coster et al., in Proc. Eur. Conf. Opt. Commun. (ECOC), Valencia, Spain (2015), pp. 1-3.
19. P. Dong, C. Xie, L. Chen et al., Opt. Lett. **37**, 1178 (2012).
20. Patent US 007167293 B2.
21. С. С. Косолобов, И. А. Пшеничнюк, К. Р. Тазиев и др., УФН **194**, 1223 (2024).
22. N. C. Harris, Y. Ma, J. Mower et al., Opt. Express **22**, 10487 (2014).